ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ

Хандогина Е.С.,

учитель математики ГБОУ СОШ №1125

ДВИЖЕНИЯ

Образуют специальный класс преобразований,

- играющих особую роль в различных науках и их приложениях
- и широко распространенных в области природных и технических явлений

ДВИЖЕНИЕ

или

ПЕРЕМЕЩЕНИЕ

- это преобразование плоскости,

сохраняющее расстояния

РЕПЕР-

упорядоченная тройка точек, не лежащих на одной прямой. Обозначается: R=(A, B, C).

АФИННЫЙ,

если ΔABC произвольный

ОРТОНОРМИРОВАННЫЙ,

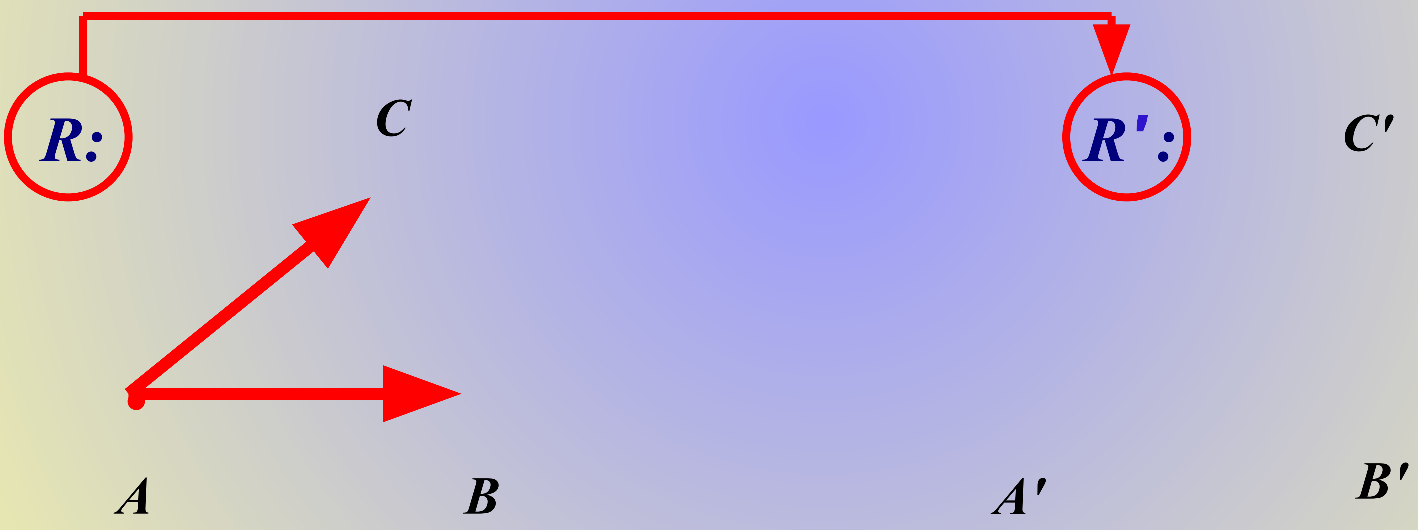
если ΔABC – прямоугольный ,

$A=90^{o}$, AB=AC=1,

A – начало репера,

B и C – вершины репера

При движении репер R, образованный точками A, B, C, переходит в репер R', образованный точками A', B', C', причем это движение единственно.



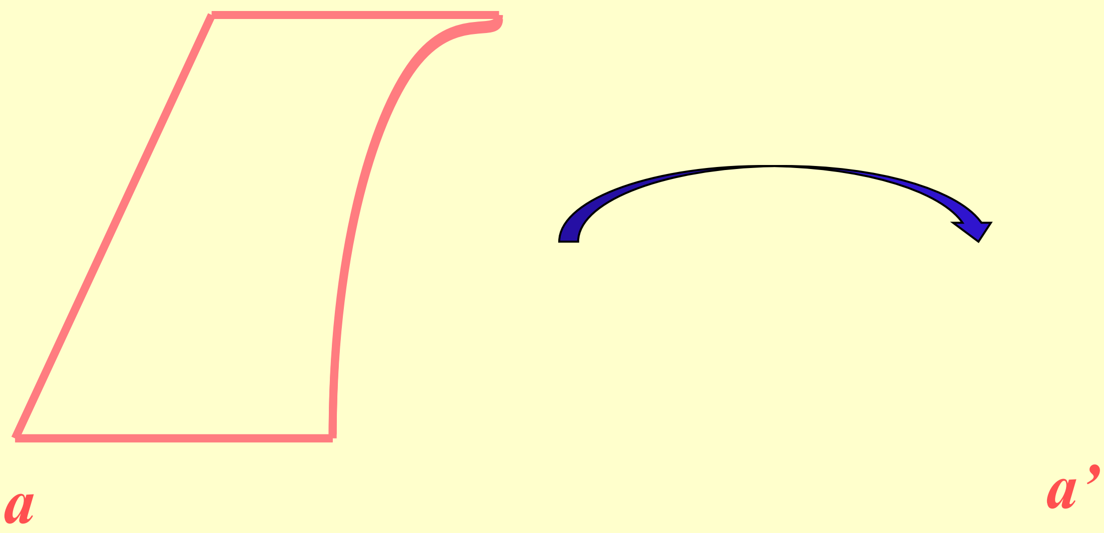
СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

1. **Движение переводит прямую в прямую, параллельную прямую в параллельную ей прямую.**

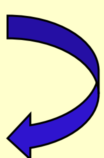
$a \parallel a'$

СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

2. **Движение переводит полуплоскость с границей А в полуплоскость с границей А', где А' – образ прямой а.**

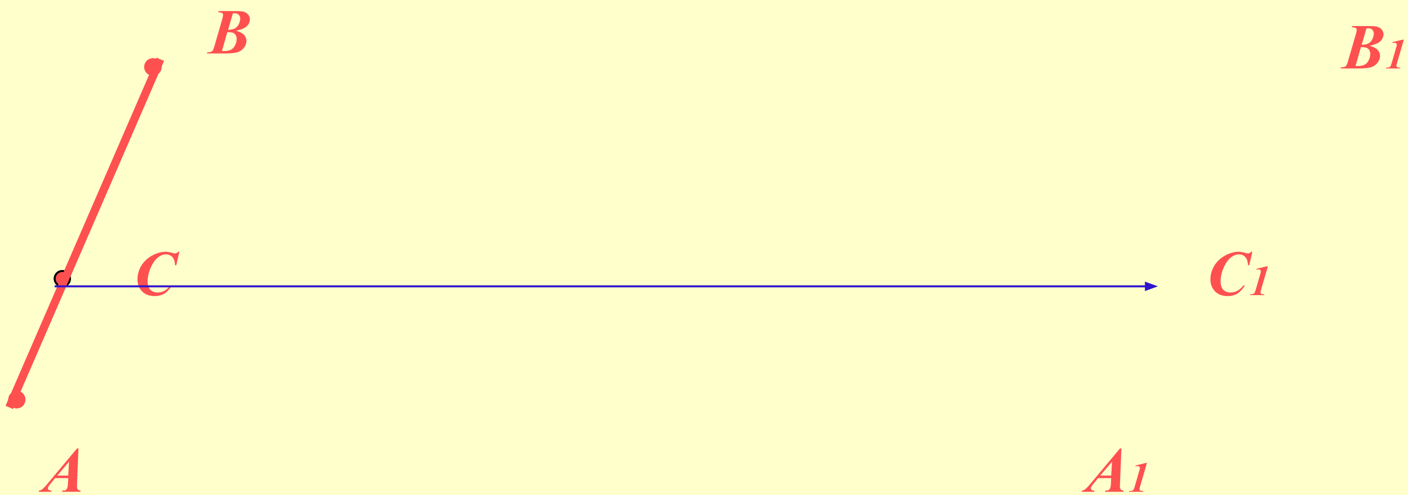


Образ прямой а



СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

3. Движение сохраняет простое отношение трех точек прямой.



$\lambda = AC : CB$

$\lambda = \lambda 1$

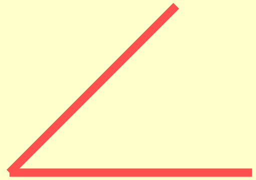
$\lambda_1 = A_1C_1 : C_1B_1$

СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

4. **Движение сохраняет отношение «лежать между».**
5. **Движение переводит отрезок АВ в отрезок А'В'. При этом середина отрезка АВ переходит в середину отрезка А'В'.**

СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

6. Движение переводит угол в равный ему угол,

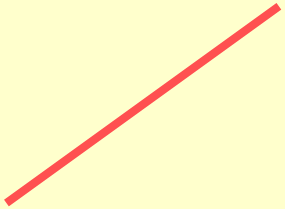


$\angle A$ $\angle A = \angle A_1$ $\angle A_1$

луч в луч

M '

M

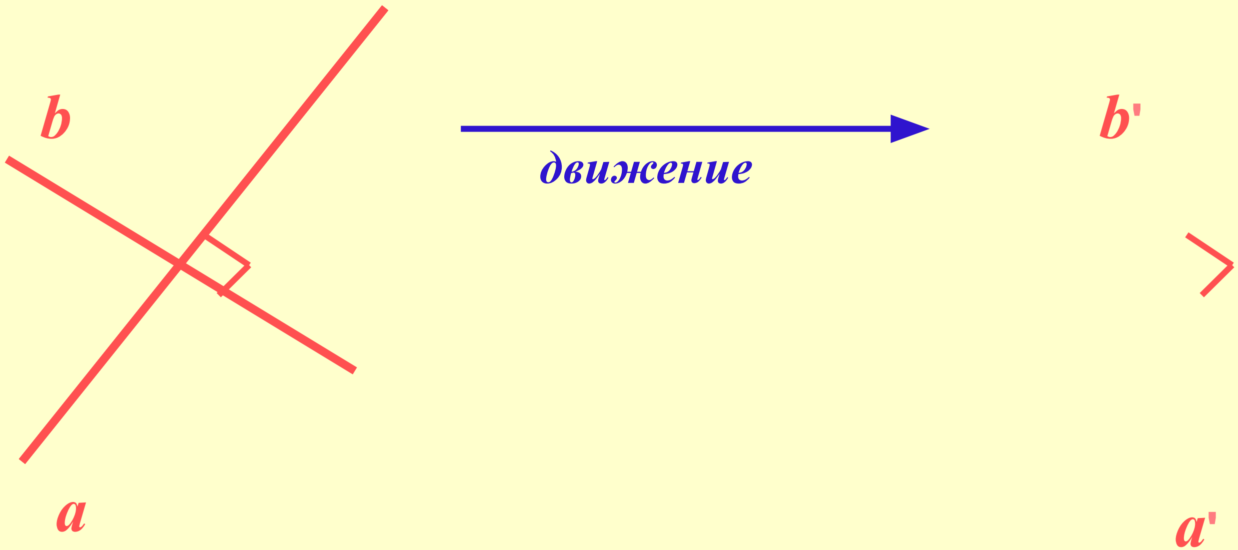


A

AM → *A'M'* *A '*

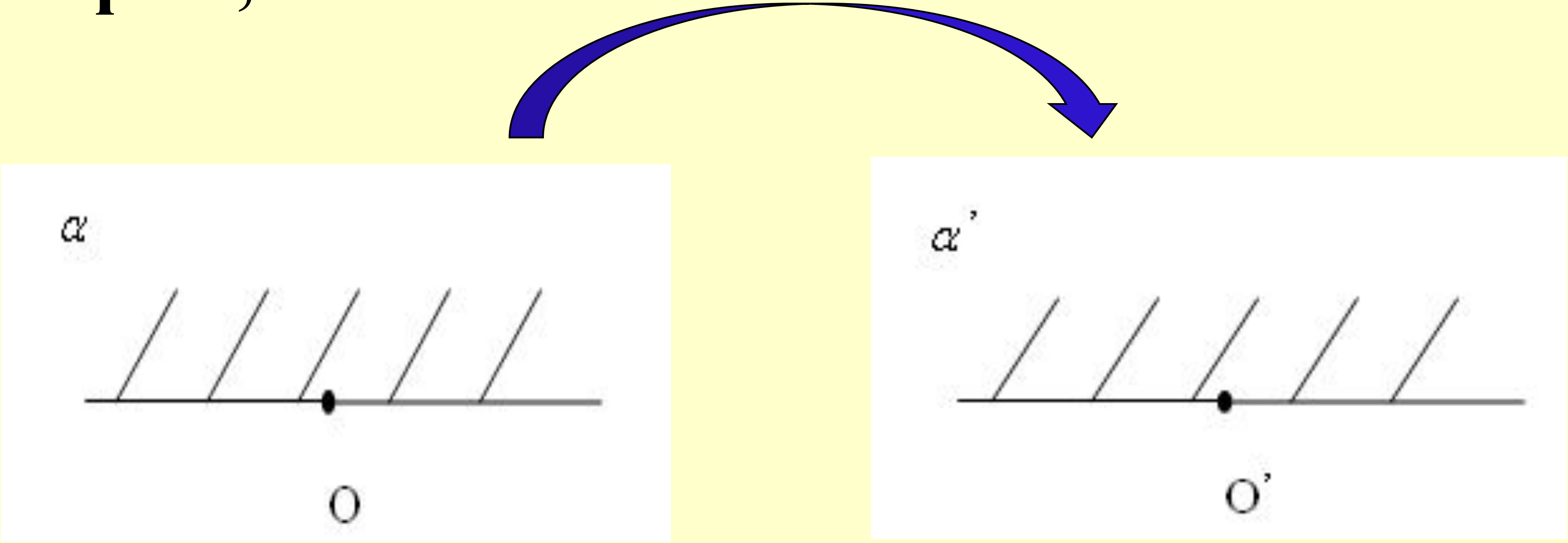
СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

7. **Движение переводит взаимно перпендикулярные прямые во взаимно перпендикулярные прямые**



СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

8. **При движении флаг переводится во флаг,**



где <u>флаг</u> - это тройка, состоящая из точки, луча и полуплоскости

2 РЕПЕРА

R = (O, A, B) и R` = (O`, A`, B`)

называются…

ОДИНАКОВО ориентированными

если

$$\frac{R}{R`} = \frac{(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})}{(\overrightarrow{O`A`}, \overrightarrow{O`B`})} > 0$$

ПРОТИВОПОЛОЖНО Ориентированными

если

$$\frac{R}{R`} = \frac{(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})}{(\overrightarrow{O`A`}, \overrightarrow{O`B`})} < 0$$

Преобразование точек плоскости сохраняет ориентацию плоскости или меняет ориентацию плоскости,

если любой репер и его образ

сохраняют или меняют ориентацию

ВИДЫ ДВИЖЕНИЙ

Движение, не меняющее ориентацию, называется

ДВИЖЕНИЕМ I РОДА

Движение,

меняющее ориентацию, называется

ДВИЖЕНИЕМ II РОДА

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ

$$x` = x \cdot cos\alpha - \varepsilon \cdot y \cdot sin\alpha + x_0,$$

$$y` = x \cdot sin\alpha + \varepsilon \cdot y \cdot cos\alpha + y_0$$

при $\varepsilon = 1$

ДВИЖЕНИЕ

I РОДА

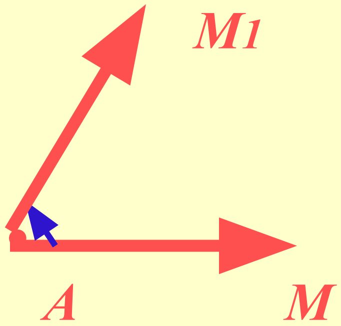
при $\varepsilon = -1$

ДВИЖЕНИЕ

II РОДА

ДВИЖЕНИЕ I РОДА

1. **Поворот на угол** $\alpha \neq 0, \pm\pi$



Аналитические выражения:

$x` = x \cdot \cos\alpha - y \cdot \sin\alpha,$

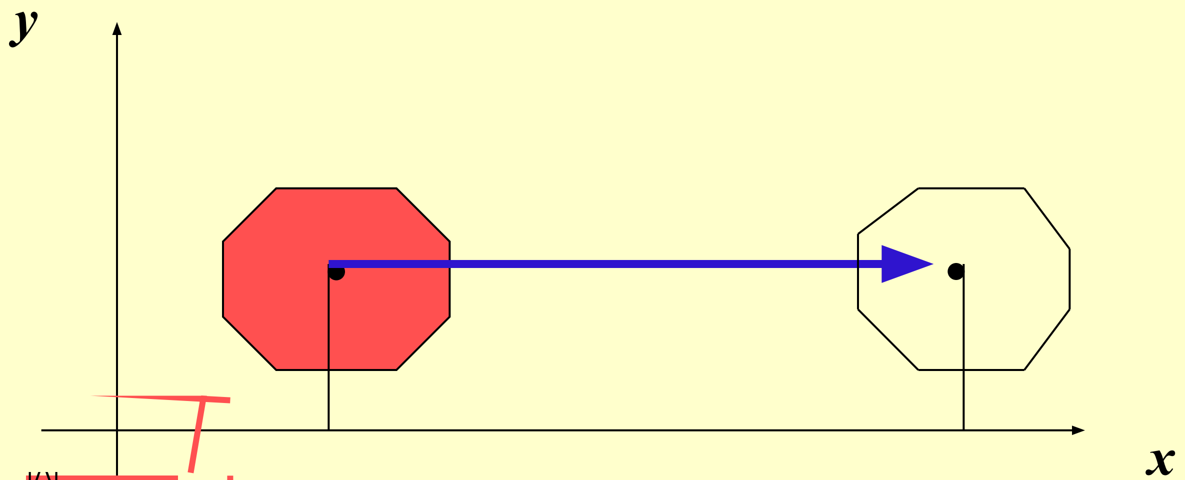
$y` = x \cdot \sin\alpha + y \cdot \cos\alpha$

а) тождественное преобразование, $\alpha = 0$ → $x` = x$, $y` = y$

б) центральная симметрия, $\alpha = \pm\pi$ → $x` = -x + x_0$, $y` = -y + y_0$

ДВИЖЕНИЕ I РОДА

2. а)Параллельный перенос на $\vec{p} \neq 0$



Аналитические выражения:

$x` = x + x_0$
$y` = y$

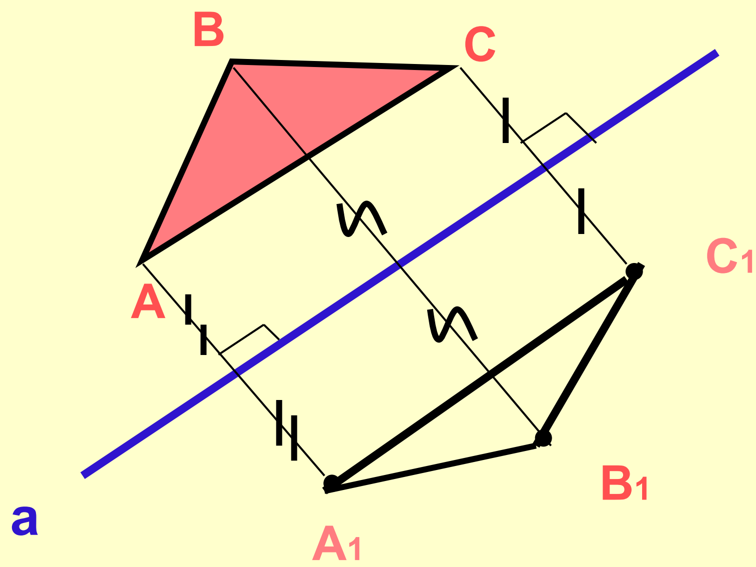
$\vec{p}(x_0, 0)$

б) Параллельный перенос на $\vec{p} = 0$

- тождественное преобразование

ДВИЖЕНИЕ II РОДА

1.Осевая симметрия



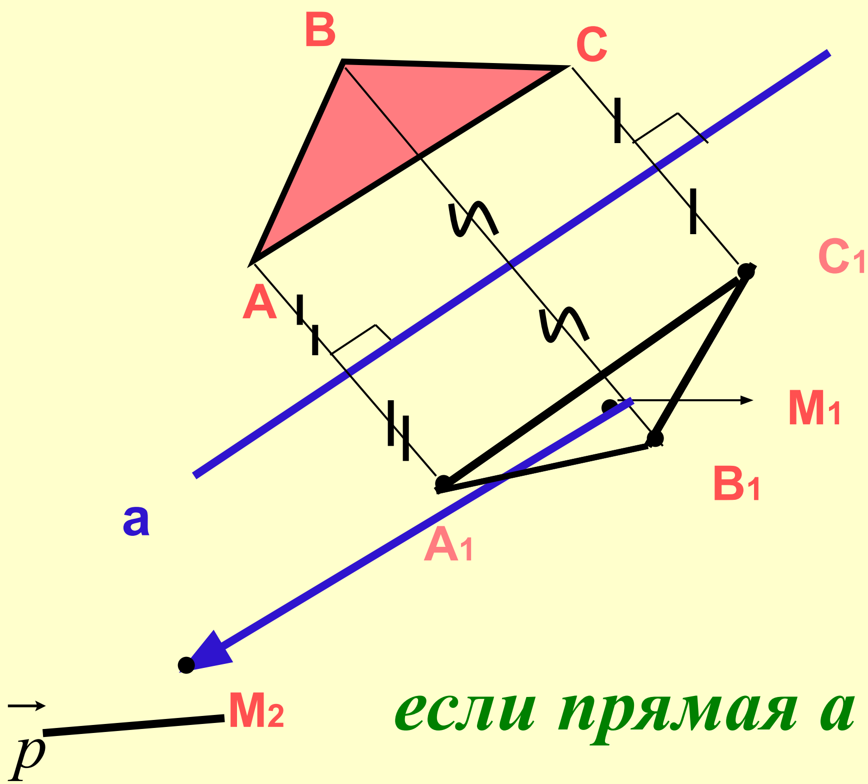
Аналитические выражения:

$$x` = x$$
$$y` = -y$$

если прямая а совпадает с осью ОХ

ДВИЖЕНИЕ II РОДА

2. Скользящая симметрия (g)



g=s*f → Параллельный перенос

→ Осевая симметрия

Аналитические выражения:

$$x` = x + x_0$$

$$y` = -y$$

если прямая а совпадает с осью ОХ и вектор переноса параллелен прямой а

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОДОБИЯ

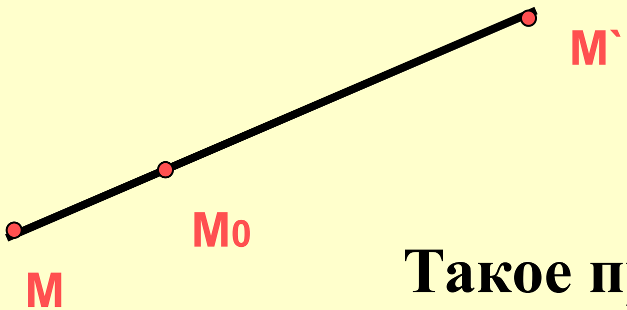
Преобразование плоскости называется *преобразованием подобия*, если существует k > 0, такое что для любых точек A, B, A\`, B\` выполняется равенство:

A\`B\` = kAB

При k =1 преобразование подобия является

движением

Рассмотрим на плоскости три точки M, M_0, $M`$ и некоторое число $m$, такое, что $M_0M` = m *M_0M$



$M_0M` = m *M_0M$

Центр гомотетии

Коэффициент гомотетии

Такое преобразование называется *гомотетией*.

m

$m>0$

гомотетия положительна

$m<0$

гомотетия отрицательна

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОДОБИЯ (*f*)

$$f = g \cdot h$$

движение

g: $x'' = k \cdot x' \cdot \cos\alpha - k \cdot \varepsilon \cdot y' \cdot \sin\alpha + x_0,$

$y'' = k \cdot x' \cdot \sin\alpha + k \cdot \varepsilon \cdot y' \cdot \cos\alpha + y_0$

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ПОДОБИЯ

гомотетия с коэффициентом k и центром в точке M0

h: $x' = k \cdot x$

$y' = k \cdot y$

$\varepsilon = 1$

подобие 1-го рода

$\varepsilon = -1$

подобие 2-го рода

ПОДОБИЕ I РОДА

Аналитические выражения:

x` = k·x·cosα – k·y·sinα + x,
y` = k·y·sinα + k·y·cosα + y

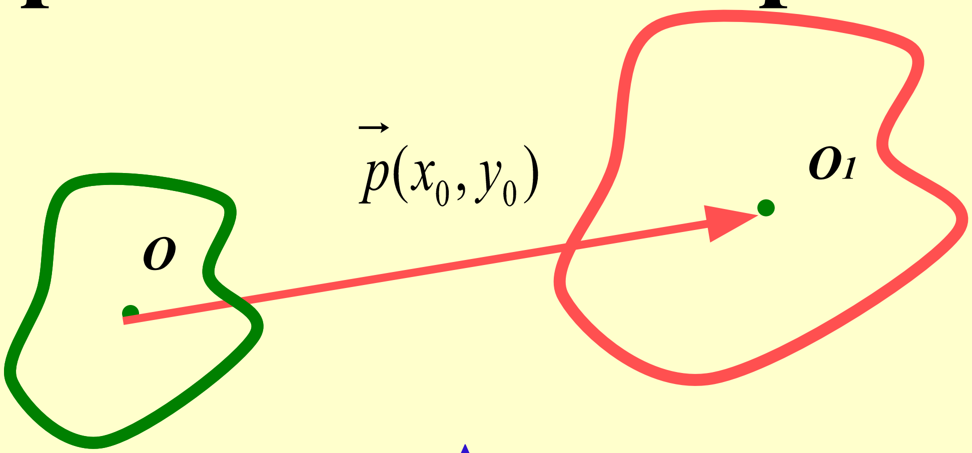
1. Поворот на угол $\alpha \neq 0, \pm\pi$

а) тождественное преобразование, если $\alpha = 0$

б) центрально-подобное вращение, если $\alpha = \pm\pi$

в) центрально-подобная симметрия

2. Параллельный перенос на $\vec{p} \neq 0$



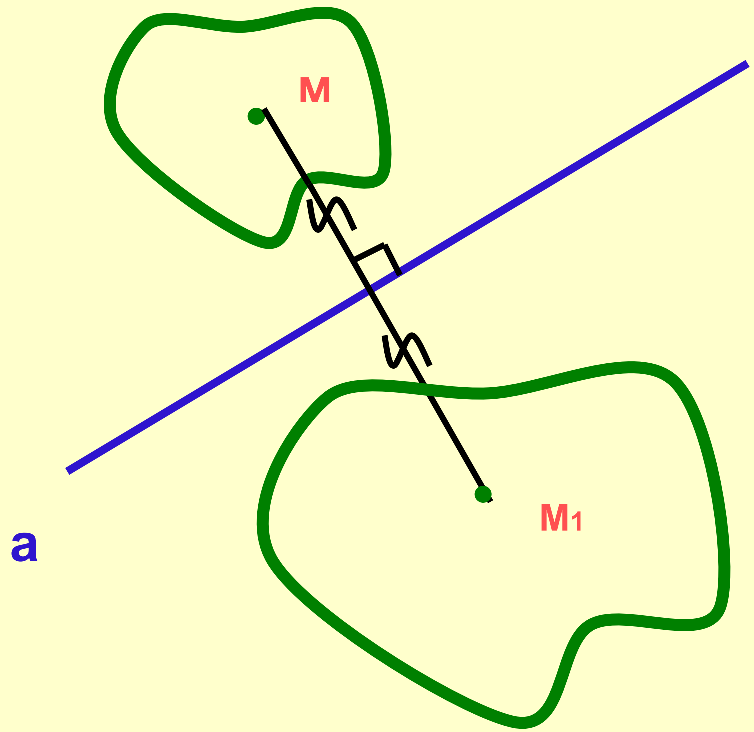
Аналитические выражения:

$x` = k \cdot x + x_0,$

$y` = k \cdot y + y_0$

ПОДОБИЕ II РОДА

1. Осевая симметрия



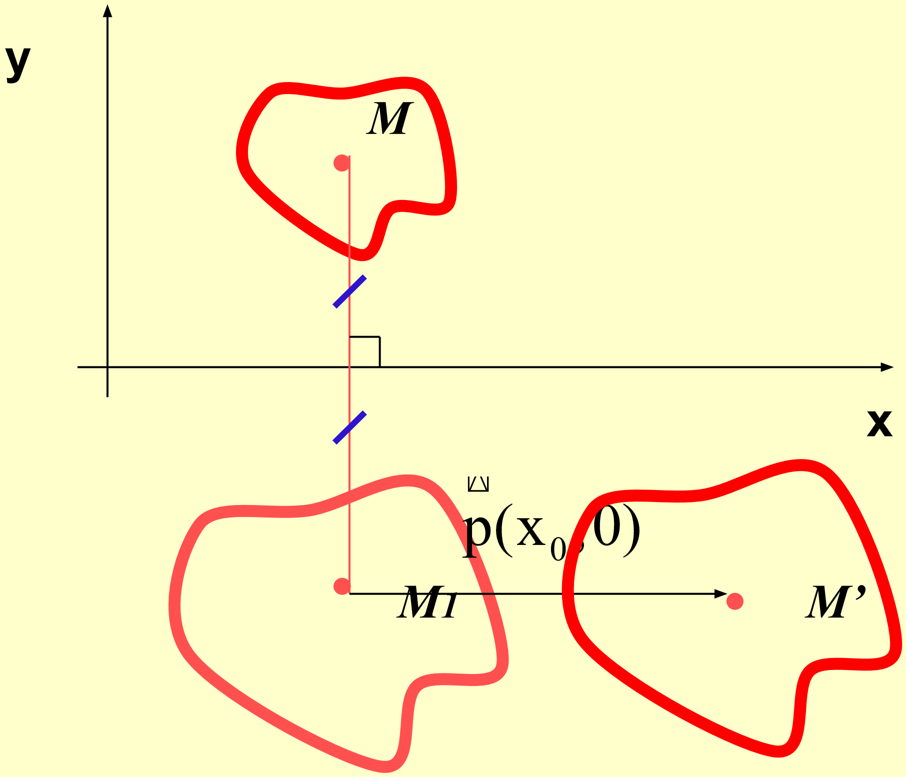
Аналитические выражения:

x` = k·x,
y` = -k·y

Прямая а совпадает с осью OX

ПОДОБИЕ II РОДА

2. **Скользящая симметрия**



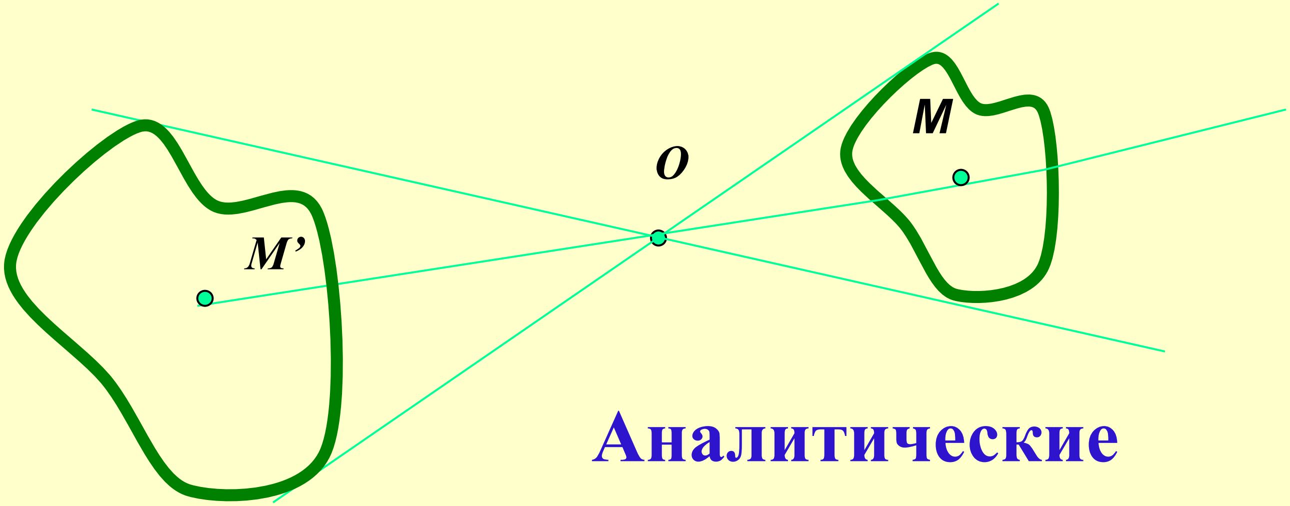
Аналитические выражения:

$x` = k \cdot x + x_0,$

$y` = -k \cdot y$

ПОДОБИЕ II РОДА

3. Гомотетия(центральная симметрия)



Аналитические выражения:

$$x` = k \cdot x + x_0,$$
$$y` = k \cdot y + y_0$$

Сущность понятия движения ясна каждому из его жизненного и учебного опыта, ведь

движение-

это жизнь…