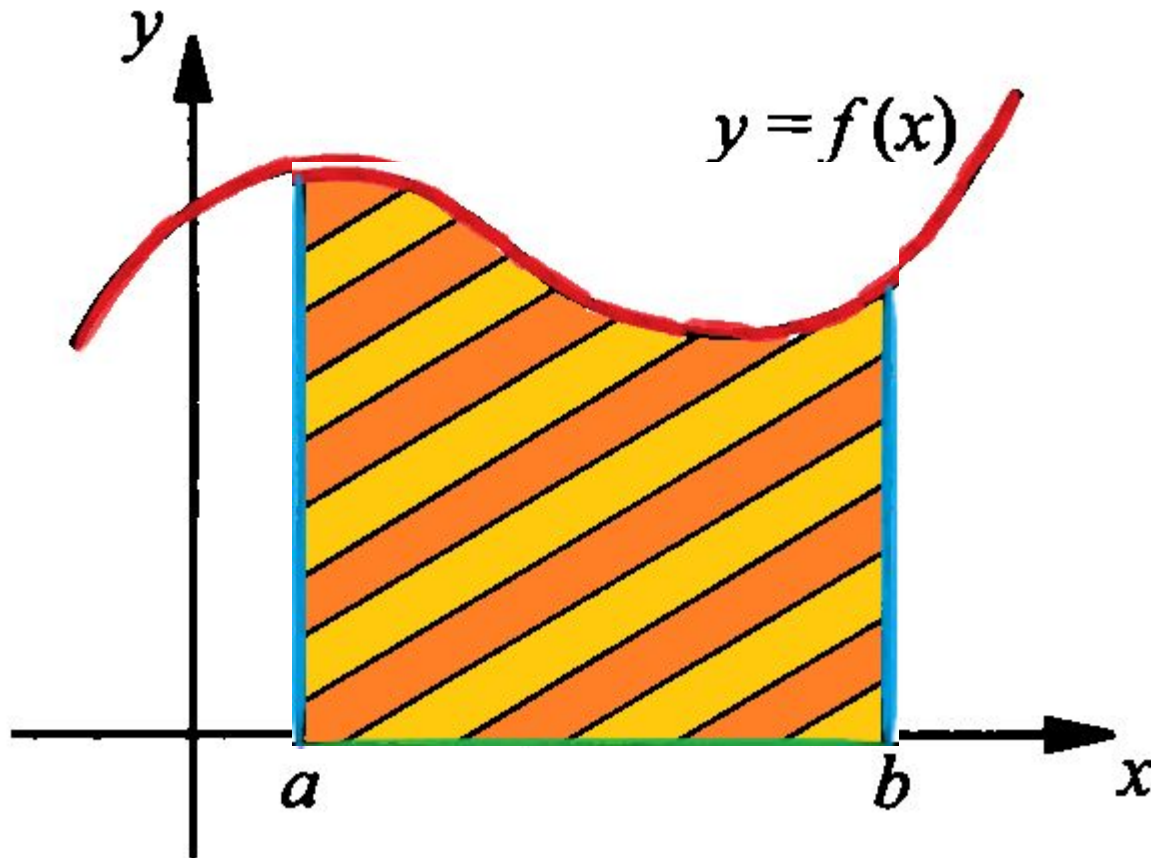


11-Применение геометрического смысла интеграла

Учитель математики ГБОУ
Гимназия 1048 «Новокосино»
Чаплуская Любовь
Геннадьевна



Определение криволинейной трапеции



Фигуру, ограниченную графиком функции, отрезком $[a; b]$ и прямыми $x = a$, $x = b$ называют криволинейной трапецией

Площадь S криволинейной трапеции можно записать в виде :

- $$S = \int_a^b f(x) dx$$

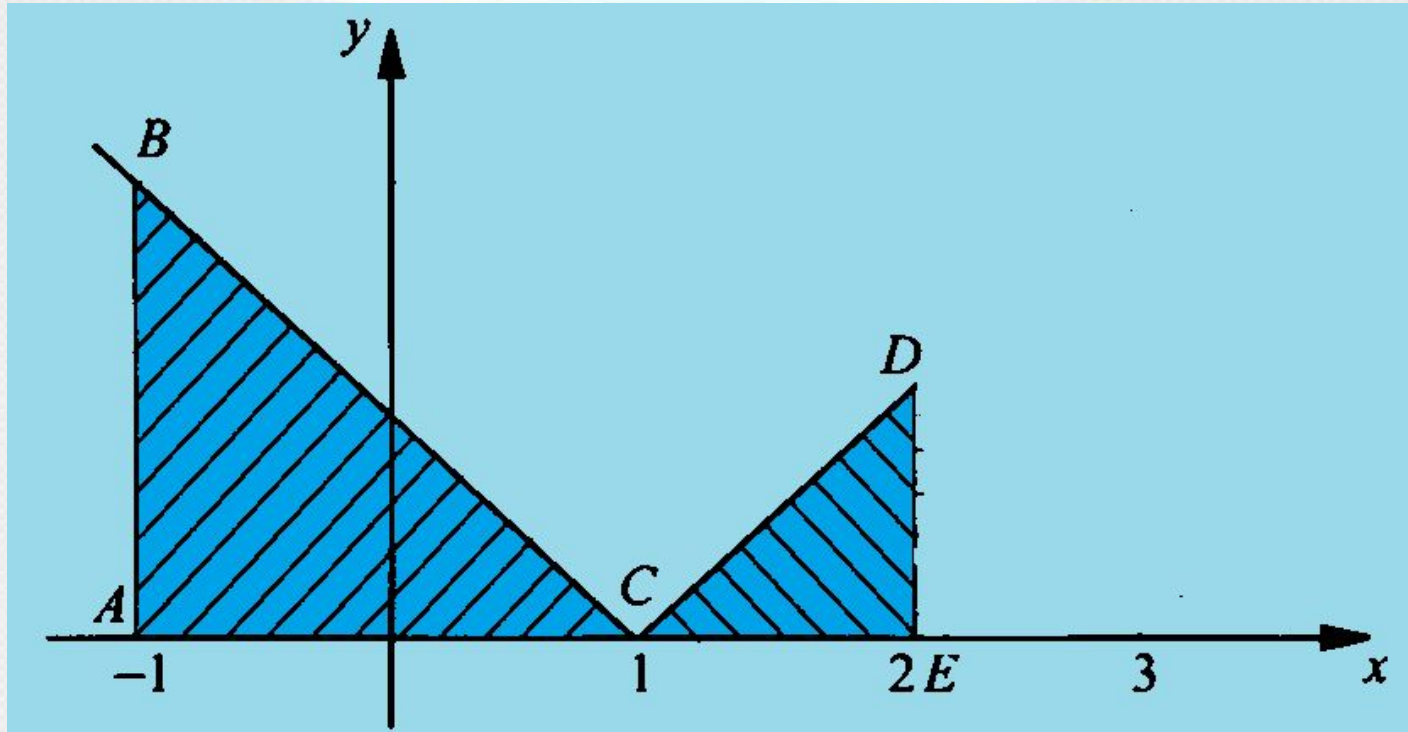
*В этом состоит
геометрический смысл
определённого интеграла*



В следующих задачах рассматривается, как, исходя из геометрического смысла, вычислять значения определённого интеграла.

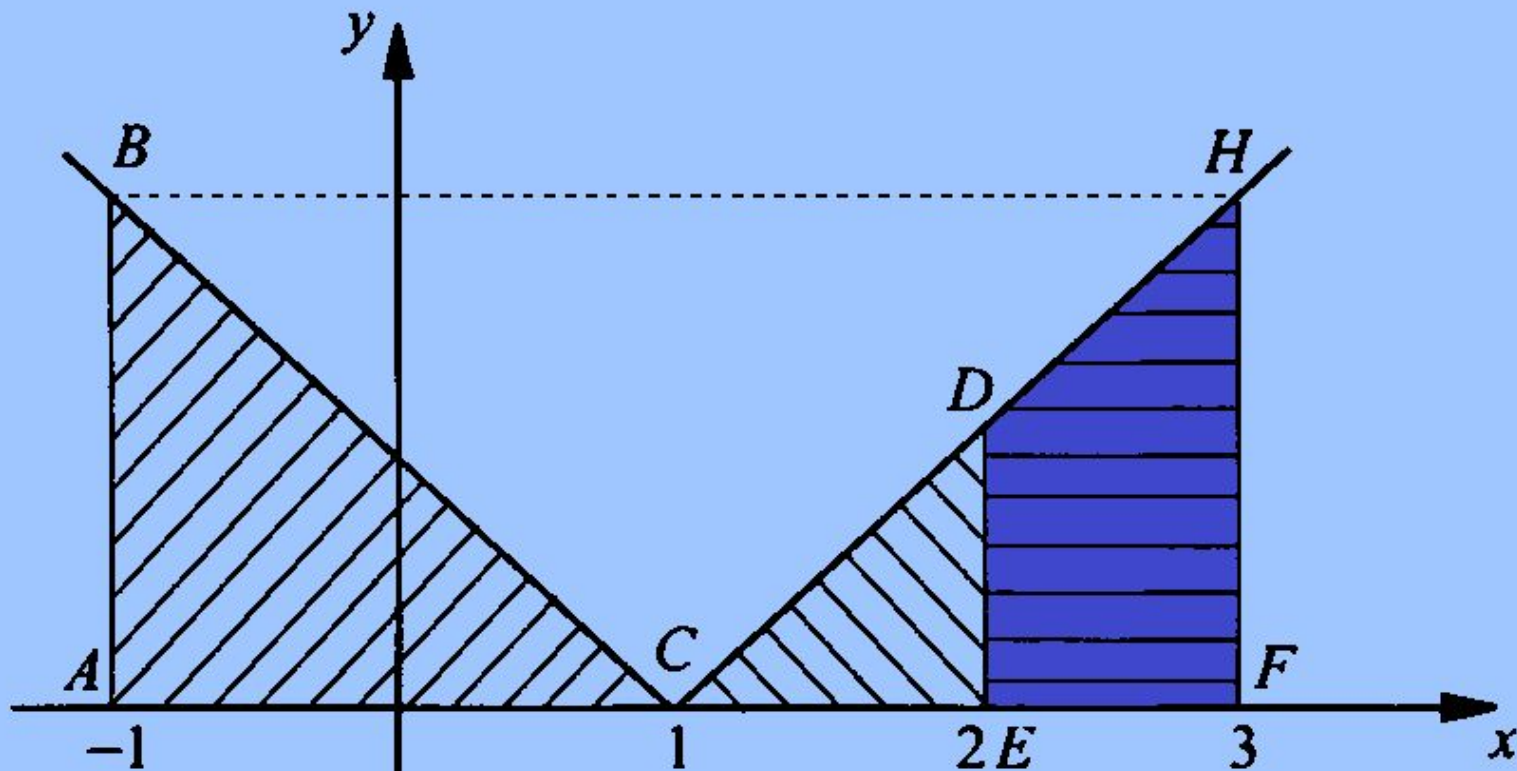


1. Вычислить $\int_{-1}^2 |x - 1| dx$



$$\int_{-1}^2 |x - 1| dx = \frac{1}{2} AB \cdot AC + \frac{1}{2} CE \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 2 + \frac{1}{2} = 2,5.$$

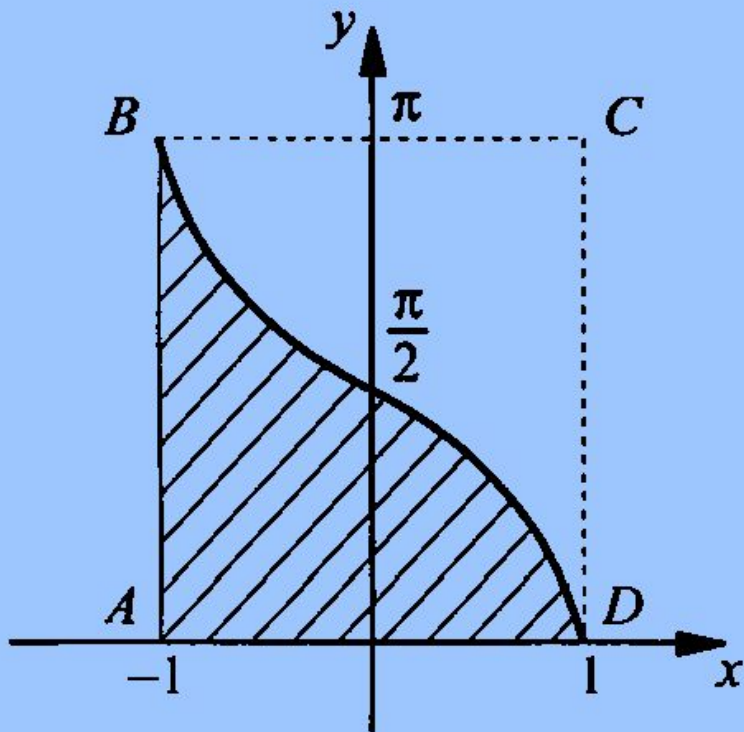
Вычислить $\int_2^3 |x - 1| dx$



$$\frac{ED + HF}{2} \cdot EF = \frac{1 + 2}{2} \cdot 1 = 1,5.$$



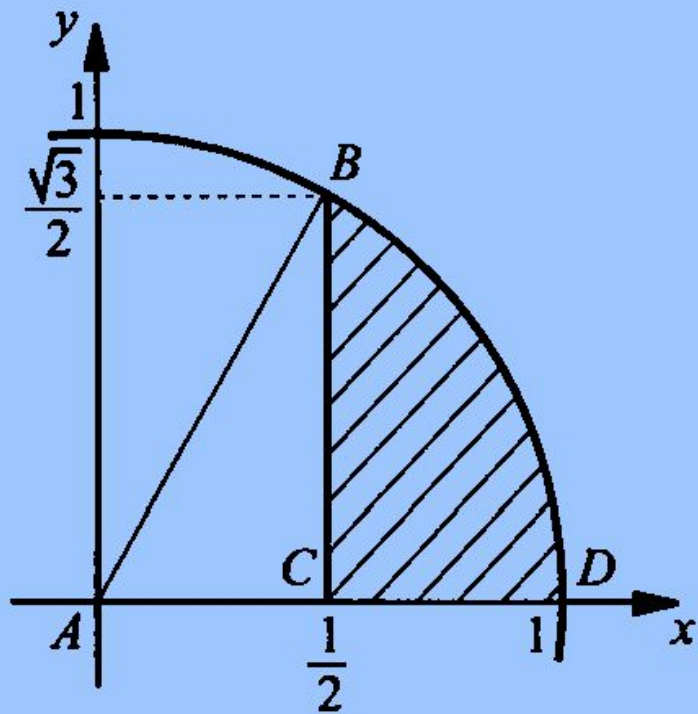
Вычислить $\int_{-1}^1 \arccos x \, dx$



$$\int_{-1}^1 \arccos x \, dx = \frac{1}{2} S = \frac{1}{2} \cdot 2\pi = \pi.$$



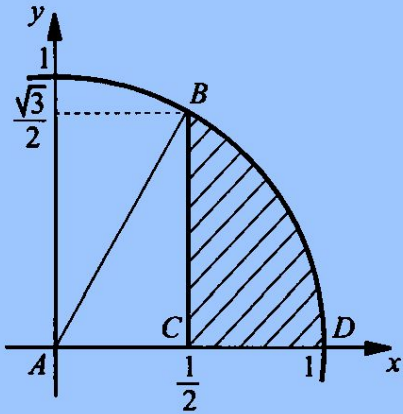
Вычислить $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$



$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{4} \pi R^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{4}.$$



Вычислить $\int_{0.5}^1 \sqrt{1-x^2} dx$



$$S_{ABD} = \frac{1}{2} R^2 \cdot \alpha = \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\int_2^3 |x-1| dx = \int_{0.5}^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8}$$



Задания для самостоятельного выполнения:

Вычислить интегралы :

1. $\int_{-2}^0 |2x| dx$

2. $\int_{-2}^2 |2x| dx$

3. $\int_{-2}^2 |2 - x| dx$

4. $\int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx$

5. $\int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx$



Источники

А.Г. Мордкович, П.В. Семёнов,
Алгебра и начала математического
анализа (профильный уровень), 11
класс, часть 1, учебник, М.:
Мнемозина, 2009ю



Алгебра и начала анализа, 11 класс:
поурочные учебные планы по
учебнику А.Г. Мордковича, сост. Т.И.
Кудерова