

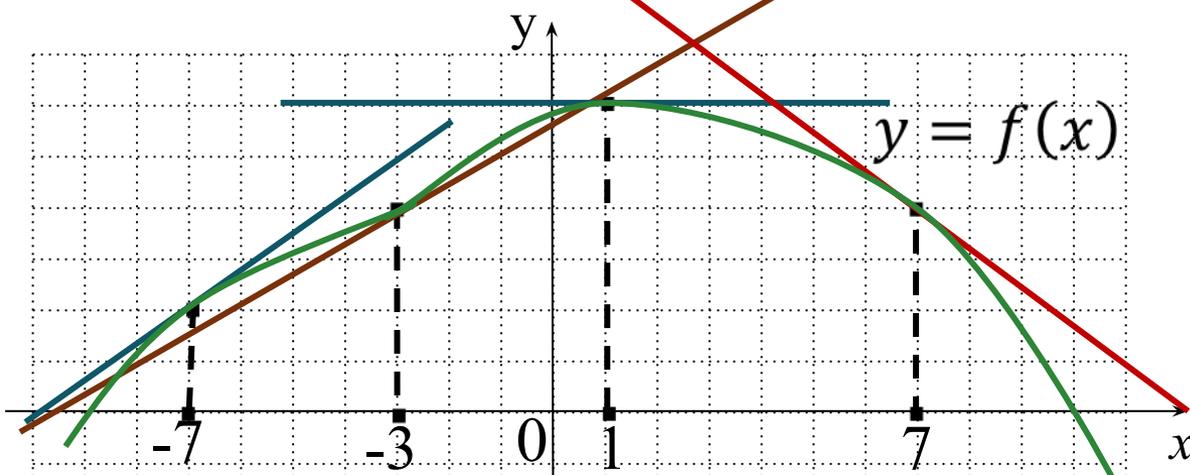
# ПОДГОТОВКА К ЕГЭ - 2014

## ЗАДАЧА В9

**Базовый и профильный уровни**

*Учитель математики  
ГБОУ гимназия №1 города Похвистнево  
Самарской области  
Антонова Галина Васильевна*

## ЗАДАЧА В9 (№1)



На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-7, -3, 1, 7$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

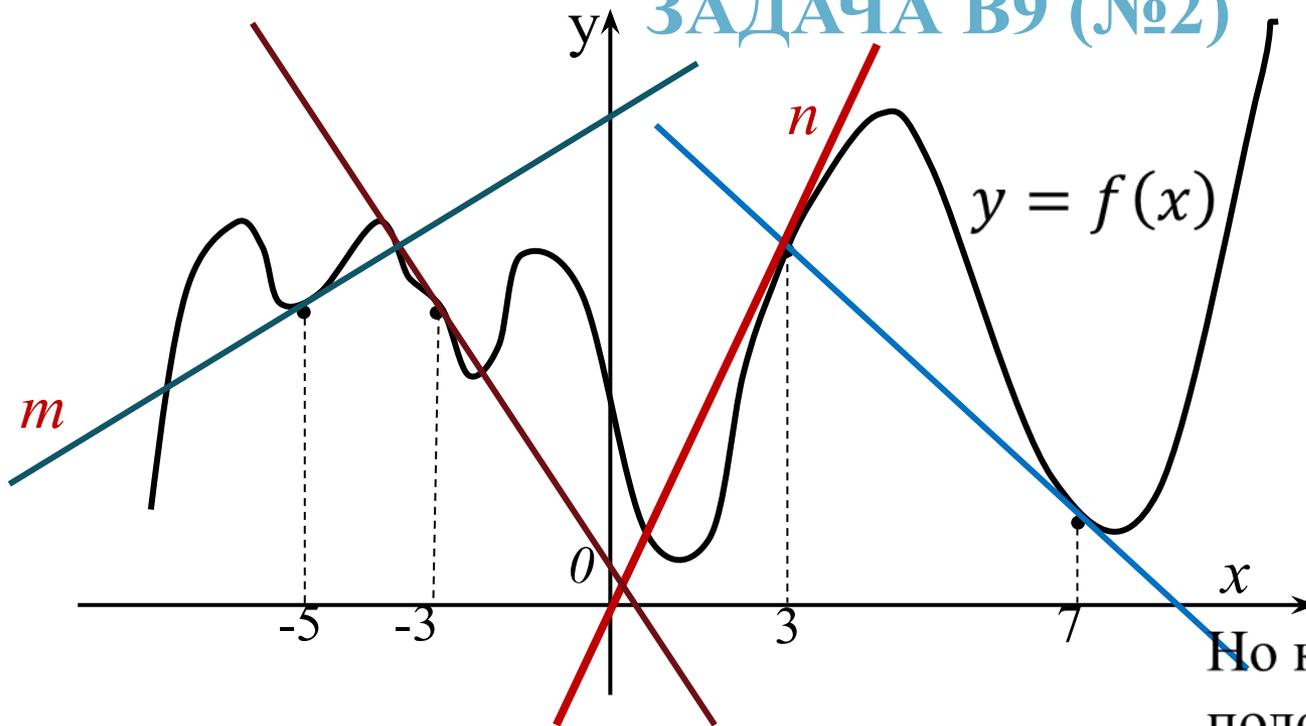
**Решение:** Т.к. значение производной функции в точке равно  $\operatorname{tg} \alpha$  – угловому коэффициенту касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке, проведём эти касательные.

В точках  $x = -7$  и  $x = -3$   $\operatorname{tg} \alpha > 0$ , в точке  $x = 1$   $\operatorname{tg} \alpha = 0$ .

В точке  $x = 7$   $\operatorname{tg} \alpha < 0$ ,  $\Rightarrow$  в этой точке значение производной наименьшее.

**Ответ: 7**

## ЗАДАЧА В9 (№2)



На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-5, -3, 3, 7$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку

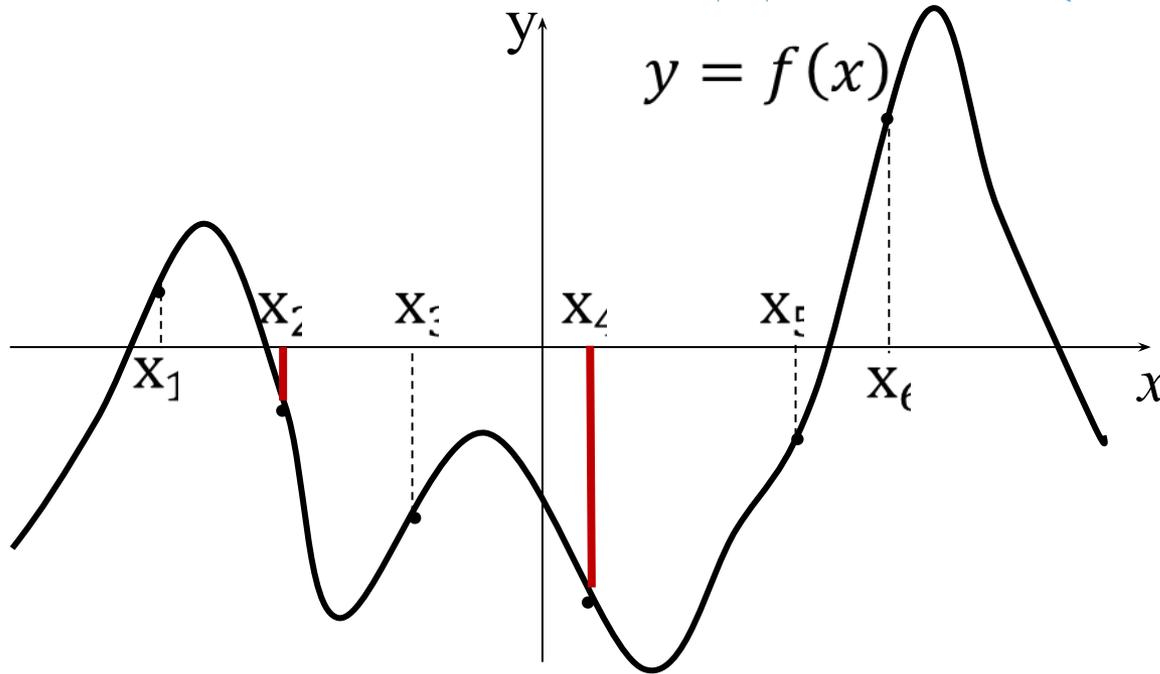
Но касательная  $n$  и положительное направление оси  $Ox$  образуют больший угол, чем касательная  $m$ ,  $\Rightarrow$  в точке  $x = 3$  значение производной наибольшее.

**Решение:** Т.к. значение производной функции в точке равно  $\operatorname{tg} \alpha$  – угловому коэффициенту касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке, проведём эти касательные.

В точках  $x = -3$  и  $x = 7$   $\operatorname{tg} \alpha < 0$ , в точках  $x = -5$  и  $x = 3$   $\operatorname{tg} \alpha > 0$ .

**Ответ: 3**

### ЗАДАЧА В9 (№3)

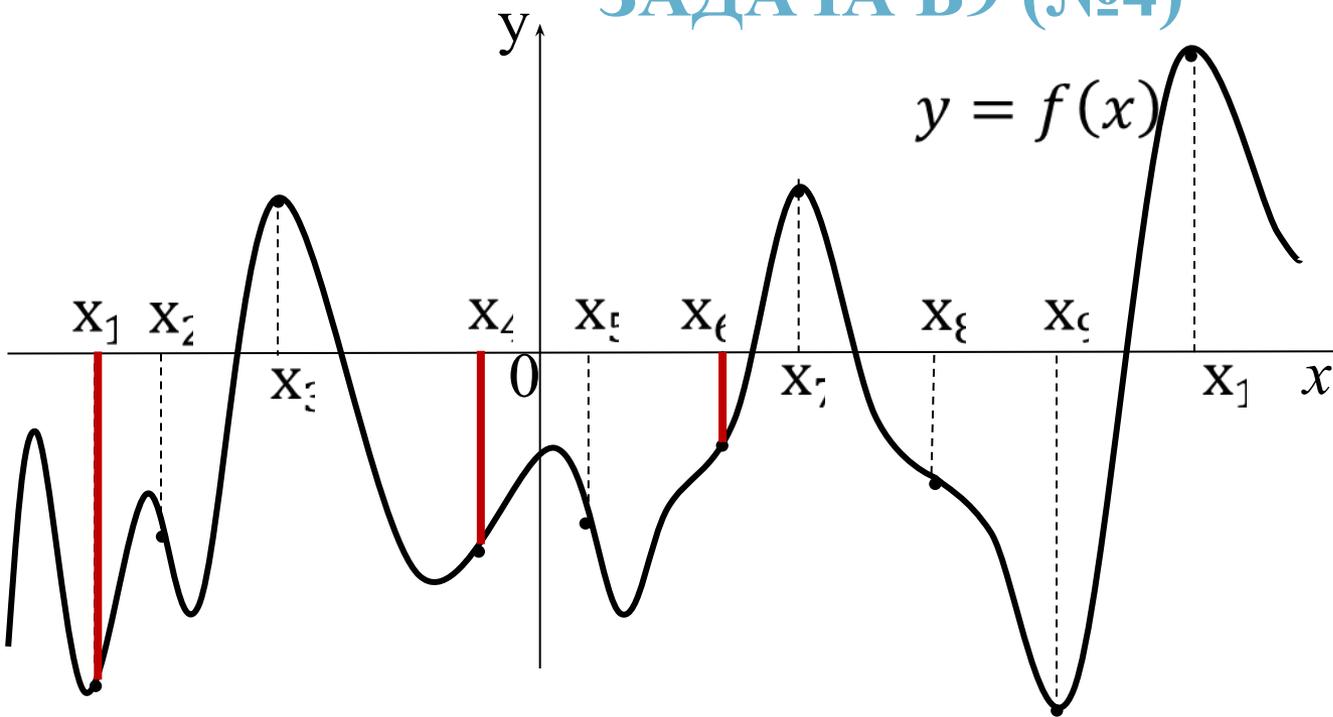


На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

**Решение:** Производная функции в точке отрицательна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой убывания данной функции. Этому условию на рисунке удовлетворяют точки  $x_2$  и  $x_4$ . Следовательно, количество найденных точек равно 2.

**Ответ: 2**

## ЗАДАЧА В9 (№4)

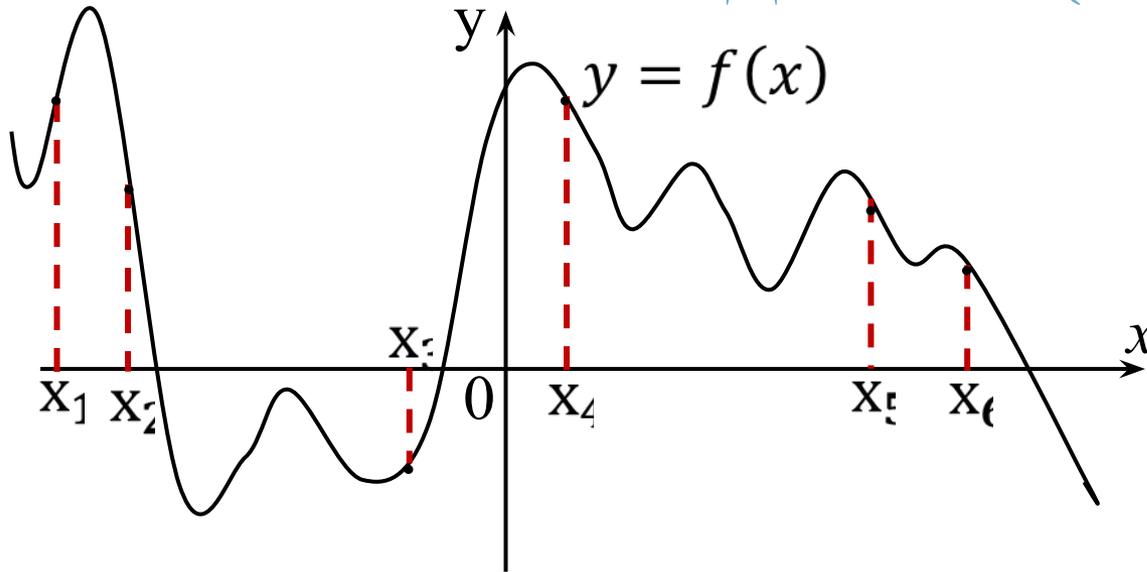


На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ . В скольких из этих точек производная  $f'(x)$  функции  $f(x)$  положительна.

**Решение:** Производная функции в точке положительна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой возрастания данной функции. Этому условию на рисунке удовлетворяют точки  $x_1, x_4$  и  $x_6$ . Следовательно, количество найденных точек равно 3.

**Ответ: 3**

## ЗАДАЧА В9 (№5)

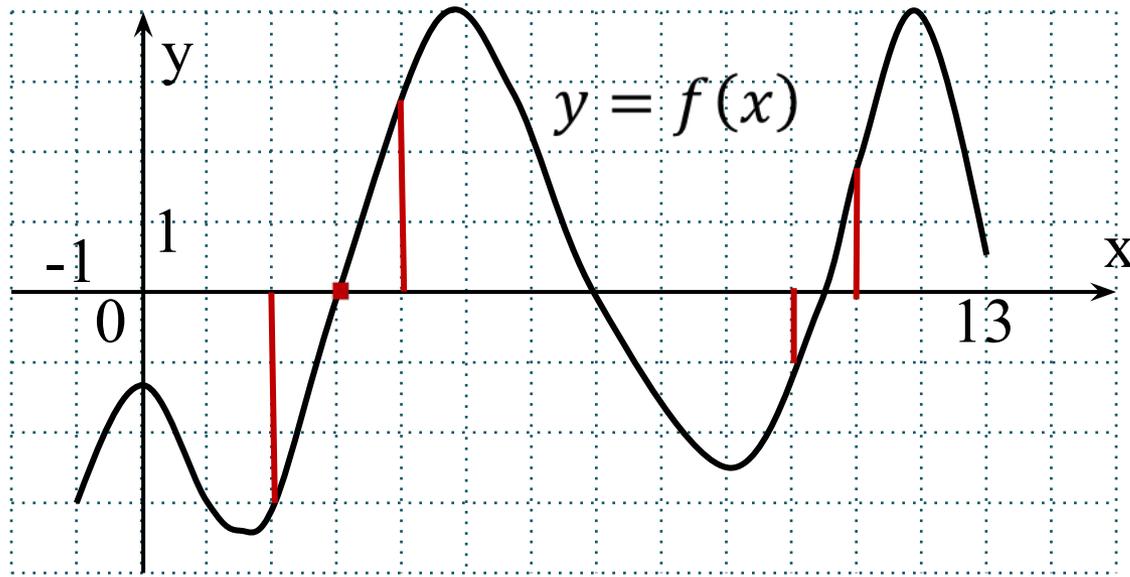


На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

**Решение:** Производная функции в точке отрицательна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой убывания данной функции. Этому условию на рисунке удовлетворяют точки  $x_2, x_4, x_5$  и  $x_6$ . Следовательно, количество найденных точек равно 4.

**Ответ: 4.**

## ЗАДАЧА В9 (№6)

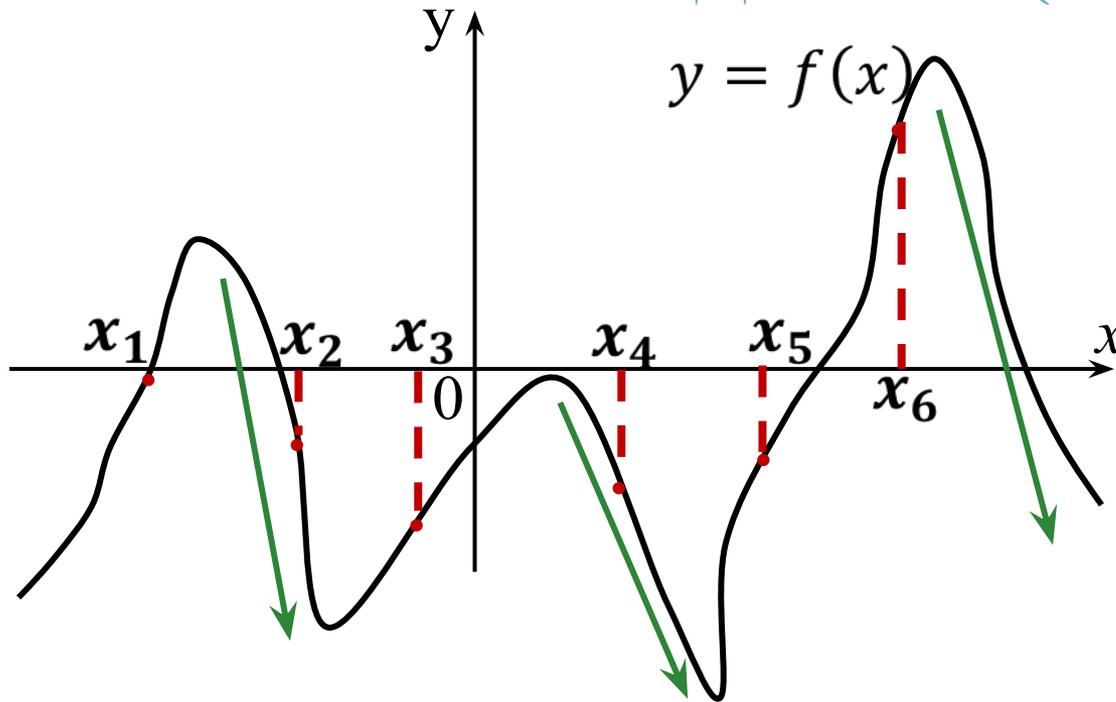


На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$ , определённой на интервале  $(-1;13)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

**Решение:** Производная функции в точке положительна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой возрастания данной функции. Этому условию на рисунке удовлетворяют точки абсциссы которых равны 3, 4, 5, 11, 12. Следовательно, количество найденных точек равно 5.

**Ответ: 5**

## ЗАДАЧА В9 (№7)



На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

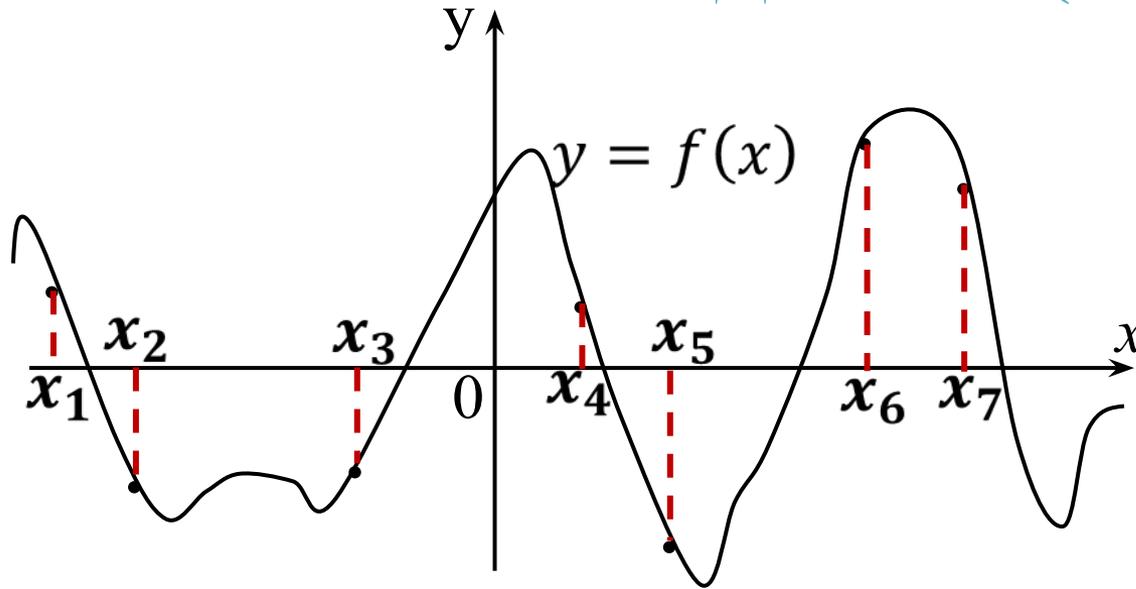
**Решение:** Производная функции в точке отрицательна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой убывания данной функции.

Этому условию на рисунке удовлетворяют точки  $x_2$  и  $x_4$ .

Следовательно, количество найденных точек равно 2.

**Ответ: 2.**

## ЗАДАЧА В9 (№8)

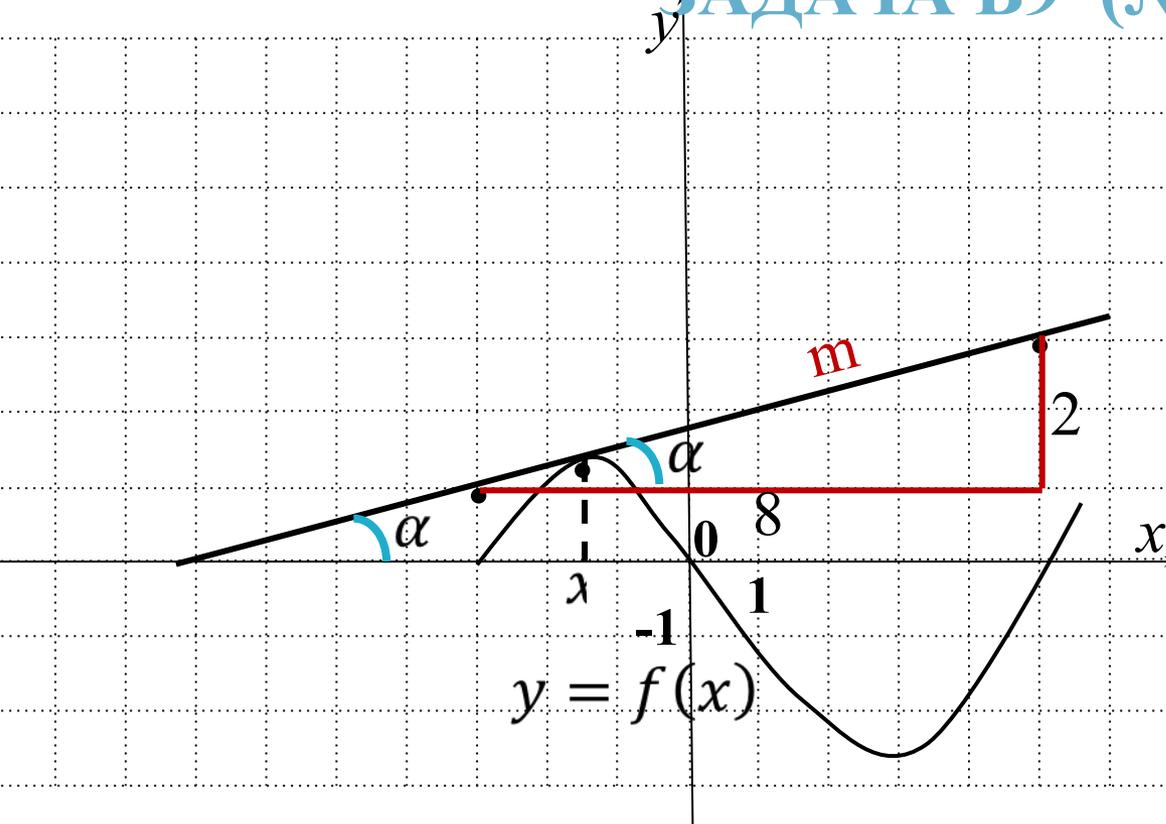


На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$ , определённой на интервале  $(-1;13)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

**Решение:** Производная функции в точке положительна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой возрастания данной функции. Этому условию на рисунке удовлетворяют точки  $x_3$  и  $x_6$ . Следовательно, количество найденных точек равно 2.

**Ответ: 2.**

## ЗАДАЧА В9 (№9)



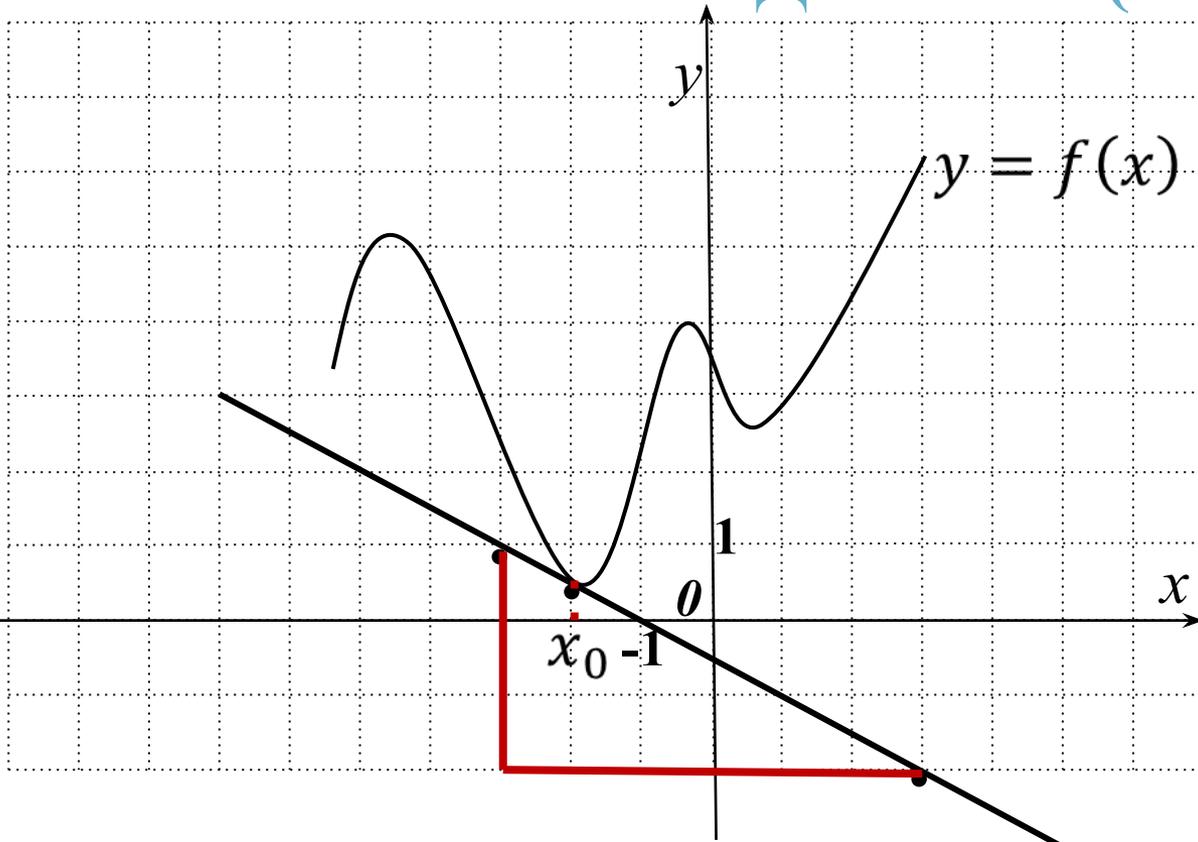
На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**Решение:** значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  — это угловой коэффициент

касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке. Угловой коэффициент касательной  $k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{8} = 0,25$ .

**Ответ: 0,25**

## ЗАДАЧА В9 (№10)



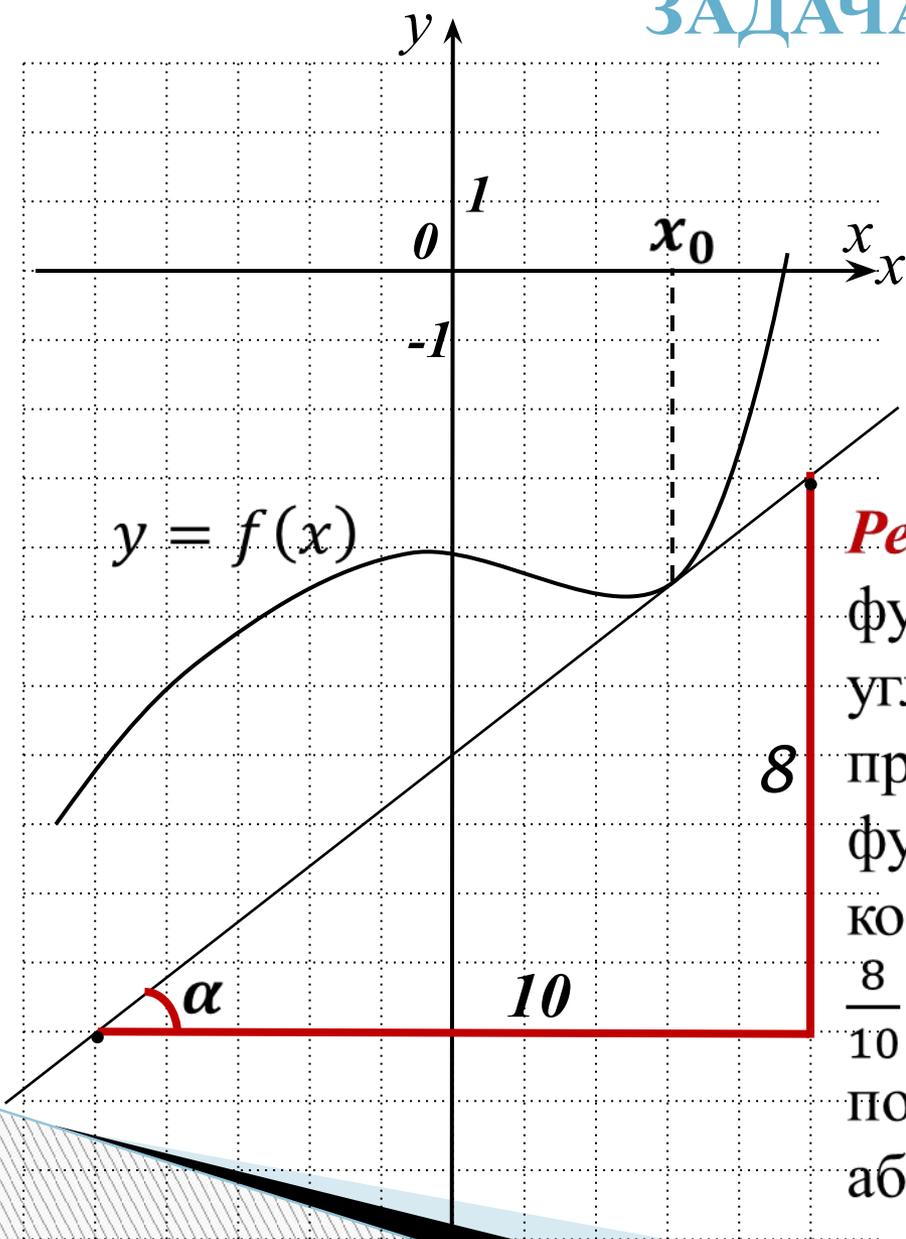
На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**Решение:** значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ -это угловой коэффициент касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке. Угловой коэффициент касательной  $k = -\operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{6} = -0,5$ , т.к.

касательная с положительным направлением оси абсцисс образует тупой угол.

**Ответ:**  $-0,5$

## ЗАДАЧА В9 (№11)

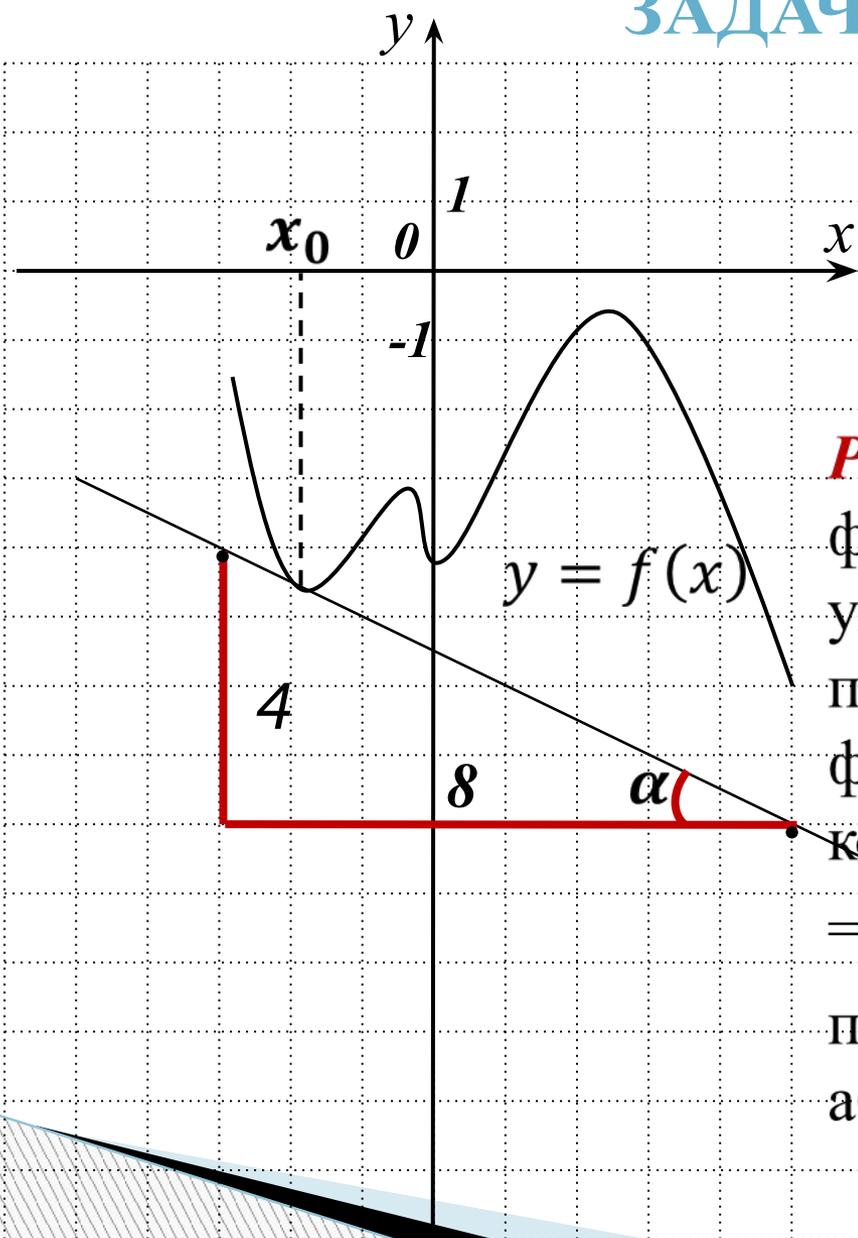


На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**Решение:** значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  — это угловой коэффициент касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке. Угловой коэффициент касательной  $k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{10} = 0,8$ , т.к. касательная с положительным направлением оси абсцисс образует острый угол.

**Ответ: 0,8.**

## ЗАДАЧА В9 (№12)



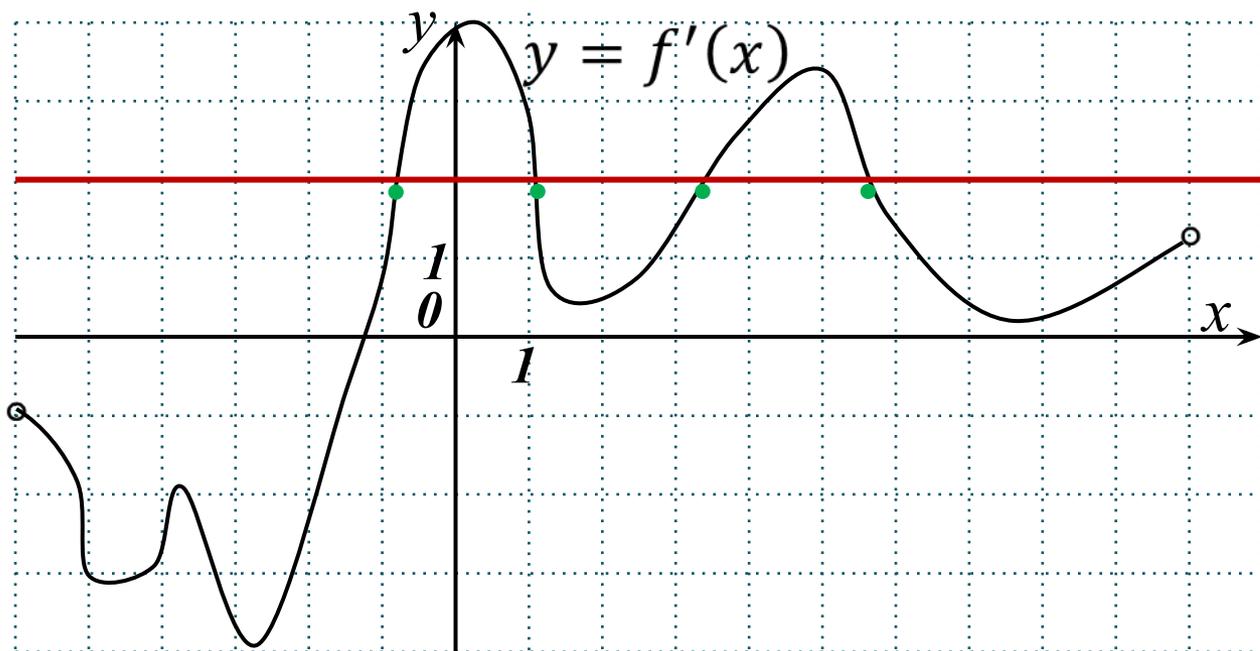
На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .

Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**Решение:** значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ -это угловой коэффициент касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке. Угловой коэффициент касательной  $k = -\operatorname{tg}\alpha = -\frac{4}{8} = -0,5$ , т.к. касательная с положительным направлением оси абсцисс образует тупой угол.

**Ответ:**  $-0,5$ .

## ЗАДАЧА В9 (№13)



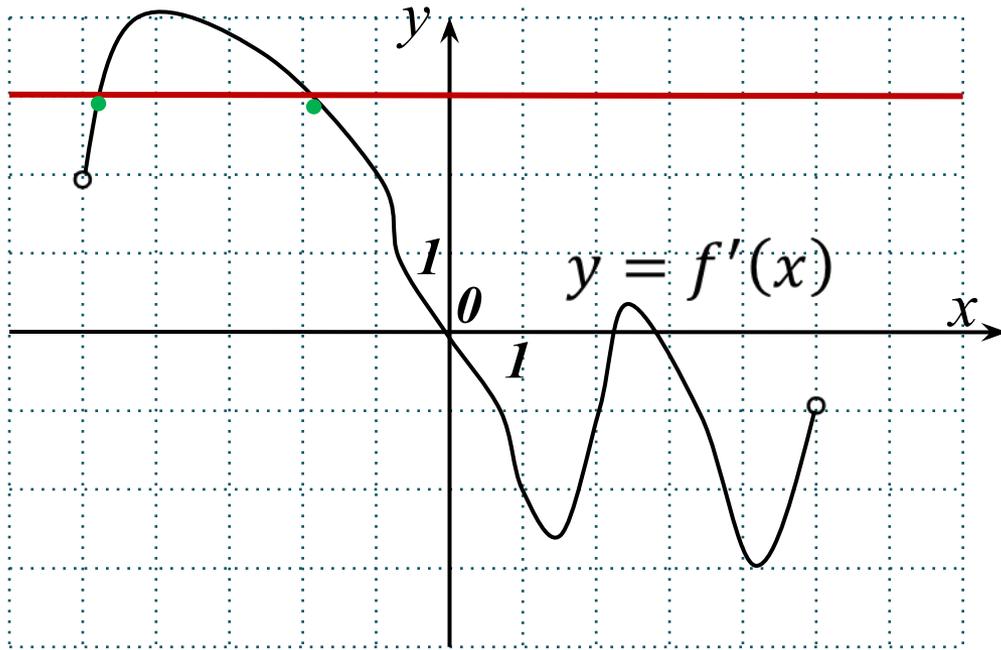
На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 10)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к

графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x + 5$  или совпадает с ней.

**Решение:** Если касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 2x + 5$  или совпадает с ней, то её угловой коэффициент равен 2,  $\Rightarrow$  нужно найти количество точек, в которых  $f'(x) = 2$ . Определяем, что таких точек будет 4.

**Ответ: 4.**

## ЗАДАЧА В9 (№14)

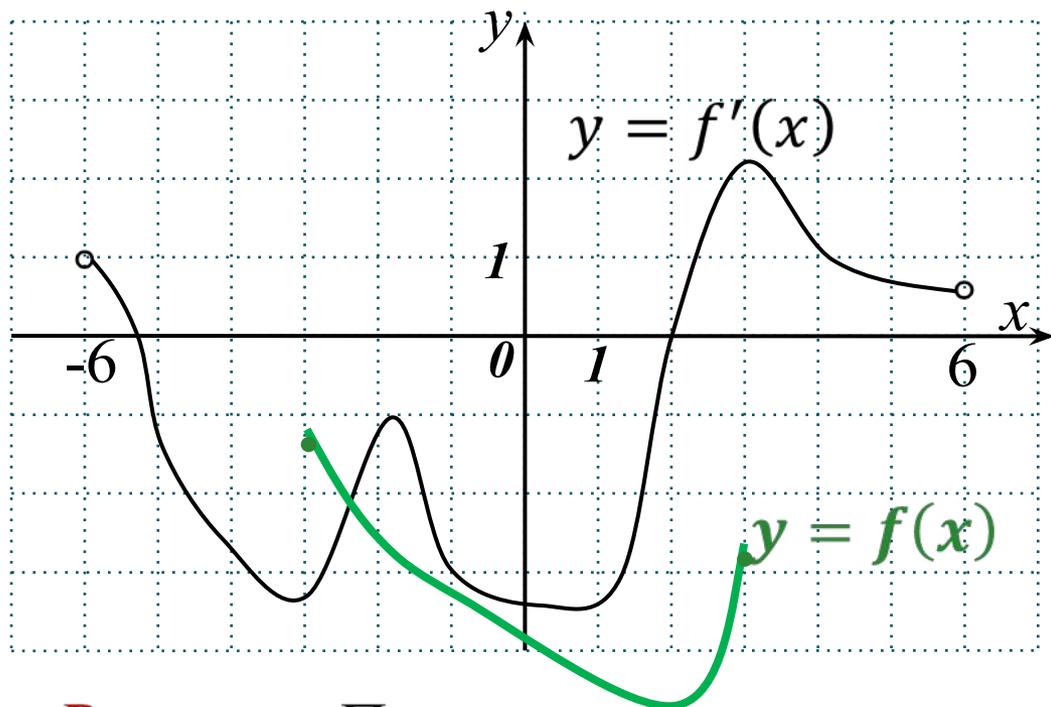


На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 5)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 3x - 8$  или совпадает с ней.

**Решение:** Если касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 3x - 8$  или совпадает с ней, то её угловой коэффициент равен 3,  $\Rightarrow$ , нужно найти количество точек, в которых  $f'(x) = 3$ . Определяем, что таких точек будет 2.

**Ответ: 2.**

## ЗАДАЧА В9 (№15)

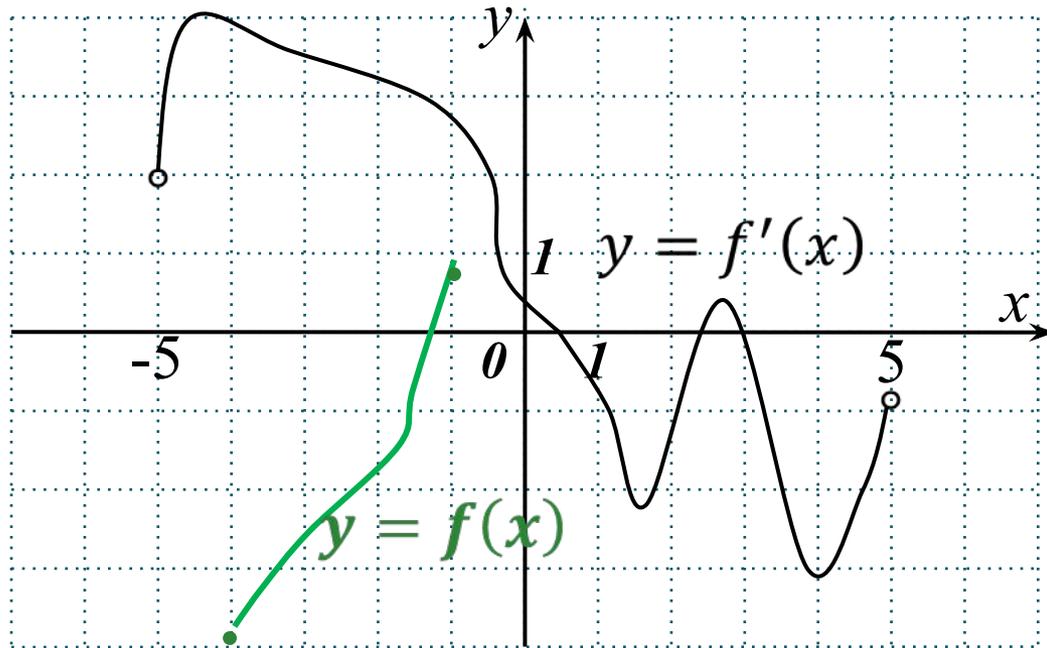


На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 6)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 3]$   $f(x)$  принимает наименьшее значение?

**Решение:** По чертежу замечаем, что на промежутке  $[-3; 2]$  производная функции  $f(x)$  отрицательна,  $\Rightarrow$ , сама функция убывает. На промежутке  $[2; 3]$  производная положительна,  $\Rightarrow$ , сама функция возрастает, поэтому наименьшее значение достигается в точке  $x = 2$ .

**Ответ: 2.**

## ЗАДАЧА В9 (№16)



На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 5)$ . В какой точке отрезка  $[-4; -1]$   $f(x)$  принимает наибольшее значение?

**Решение:** По чертежу замечаем, что на всём промежутке  $[-4; -1]$  производная функции  $f(x)$  положительна,  $\Rightarrow$ , сама функция возрастает. Значит, наибольшее значение функцией достигается в правом конце отрезка, т. е. в точке  $x = -1$ .

**Ответ: -1.**

## ЗАДАЧА В9 (№17)

17а) Прямая  $y = 6x + 9$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания

**Решение:** Значение производной функции в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, которая параллельна прямой  $y = 6x + 9$ , т.е.  $y' = 6 \Rightarrow 2x + 7 = 6$ ,  
 $x = -0,5$ .

**Ответ:  $-0,5$ .**

17б) Прямая  $y = -4x - 8$  является касательной к графику функции  $y = x^3 - 3x^2 - x - 9$ . Найдите абсциссу точки касания

**Решение:** Значение производной функции в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, т.е.  $y' = -4 \Rightarrow$   
 $3x^2 - 6x - 1 = -4 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0, x = 1$ .

**Ответ: 1.**

## ЗАДАЧА В9 (№17)

17в) Прямая  $y = 5x + 14$  является касательной к графику функции  $y = x^3 - 4x^2 + 9x + 14$ . Найдите абсциссу точки касания

**Решение:** Значение производной функции в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, т.е.  $y' = 5 \Rightarrow 3x^2 - 8x + 9 = 5$ ,  $3x^2 - 8x + 4 = 0$ , т.е.  $x = 2; \frac{2}{3}$ .

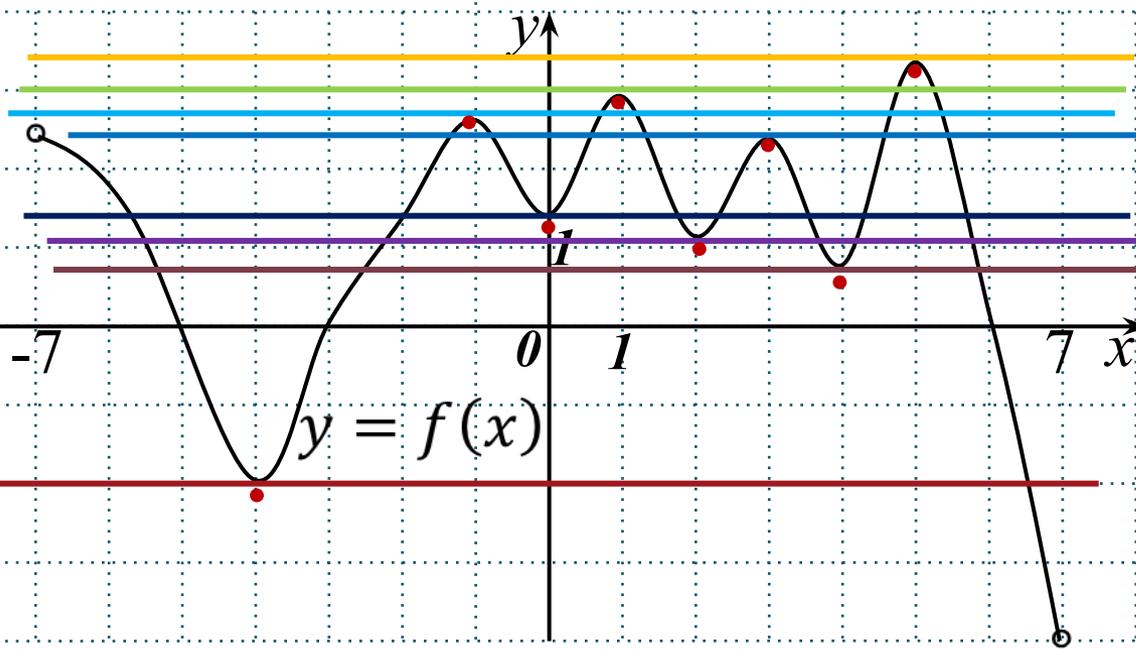
Вычислим значения функции в этих точках и проверим, удовлетворяют ли они уравнению касательной :

1)  $y(2) = 2^3 - 4 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2 + 14 = 24$  и  $5 \cdot 2 + 14 = 24 \Rightarrow x = 2$  удовлетворяет,

2)  $y\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 9 \cdot \frac{2}{3} + 14 = \frac{824}{27}$ , но  $\frac{824}{27} \neq 5 \cdot \frac{2}{3} + 14 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$  не удовлетворяет. Т.е. искомая абсцисса точки касания  $= 2$ .

**Ответ: 2.**

## ЗАДАЧА В9 (№18)

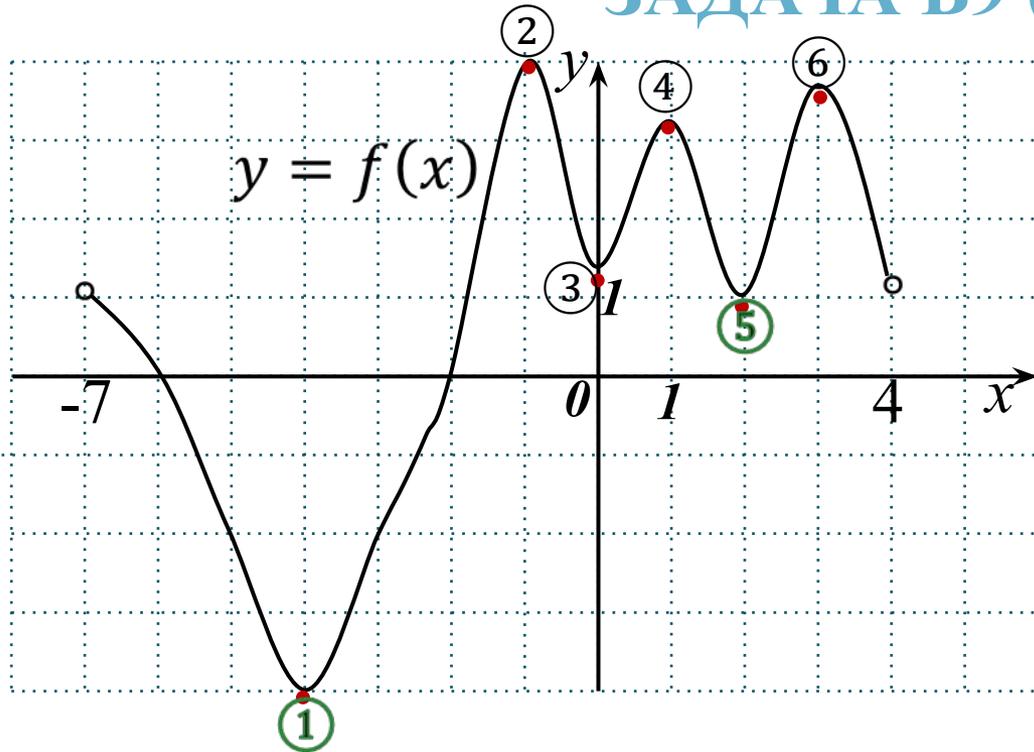


На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 7)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 13$ .

**Решение:** Прямая  $y = 13$  параллельна оси абсцисс,  $\Rightarrow$ , если касательная к графику функции ей параллельна, то она тоже параллельна оси  $Ox$ . По графику определяем количество точек, в которых касательные параллельны оси  $Ox$ . Количество таких точек равно 8.

**Ответ: 8.**

## ЗАДАЧА В9 (№19)

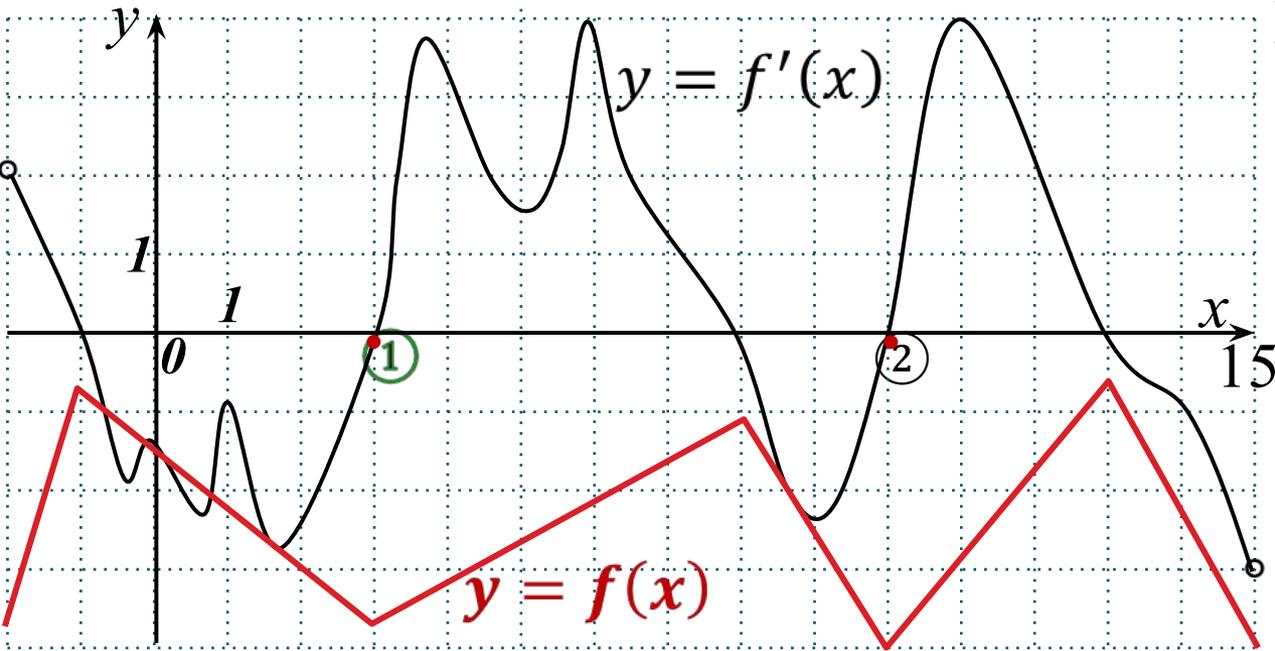


На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 4)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = -17$ .

**Решение:** Прямая  $y = -17$  – горизонтальная,  $\Rightarrow$ , если касательная к графику функции ей параллельна, то она тоже горизонтальна. Определим по рисунку количество точек с горизонтальной касательной. Количество таких точек равно 6.

**Ответ: 6.**

## ЗАДАЧА В9 (№20)

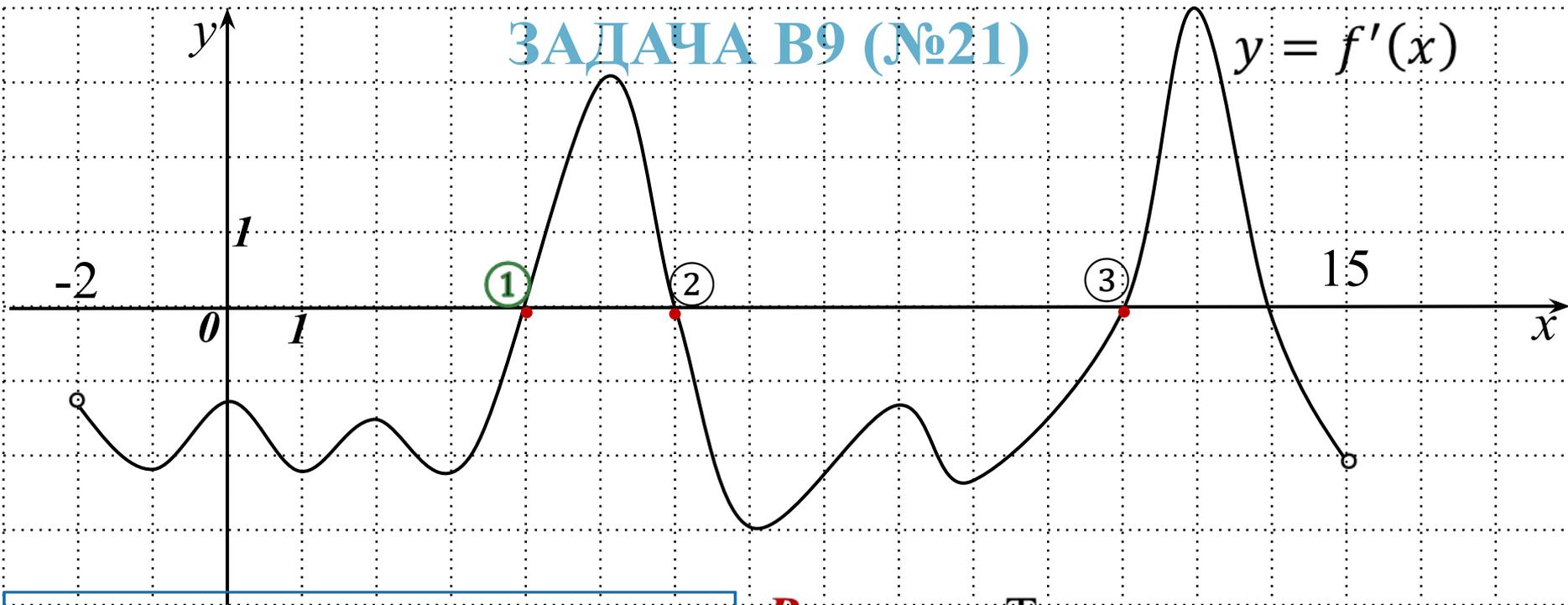


На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 15)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[0; 12]$ .

**Решение:** Точка  $x_0$  - точка минимума функции, либо если  $f'(x_0) = 0$  и в этой точке происходит смена знака производной с «-» на «+», либо в том случае, когда производная функции в этой точке не существует. По рисунку определяем, что таких точек, принадлежащих отрезку  $[0; 12]$ , две: 3; 10.

**Ответ: 2.**

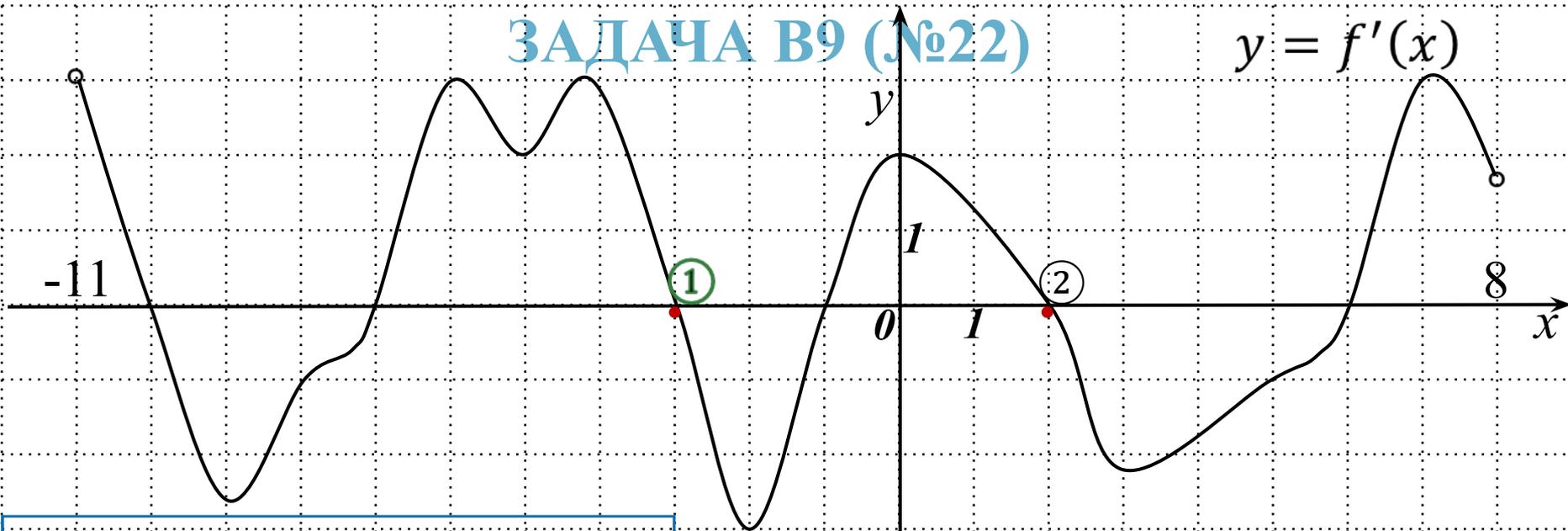
## ЗАДАЧА В9 (№21)



На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 15)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[3; 13]$ .

**Решение:** Точка  $x_0$  - точка экстремума функции, либо если  $f'(x_0) = 0$ , либо в том случае, когда производная функции в этой точке не существует. По рисунку определяем, что таких точек, принадлежащих отрезку  $[3; 13]$ , три: 4; 6; 12. **Ответ: 3.**

## ЗАДАЧА В9 (№22)

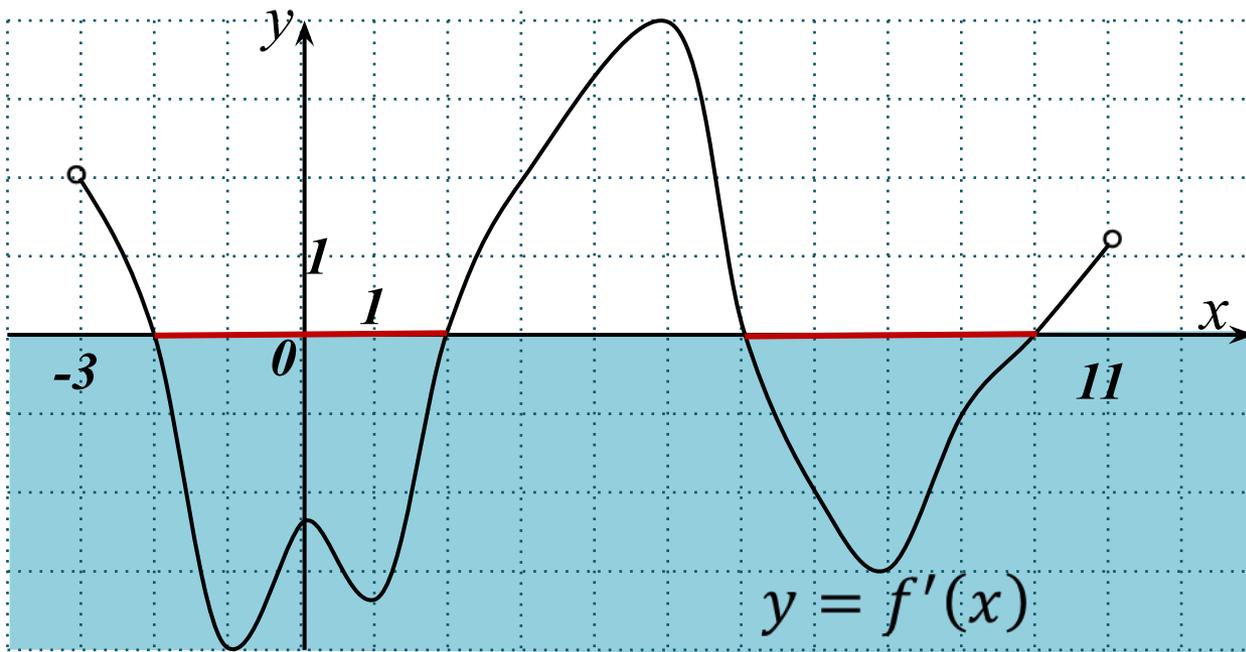


На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-11; 8)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-8; 7]$ .

**Решение:** Точка  $x_0$  - точка максимума функции, либо если  $f'(x_0) = 0$  и в этой точке происходит смена знака производной с «+» на «-», либо в случае, когда производная функции в этой точке не существует. По рисунку определяем, что таких точек, принадлежащих отрезку  $[-8; 7]$ , две: -3; 2.

**Ответ: 2.**

## ЗАДАЧА В9 (№23)



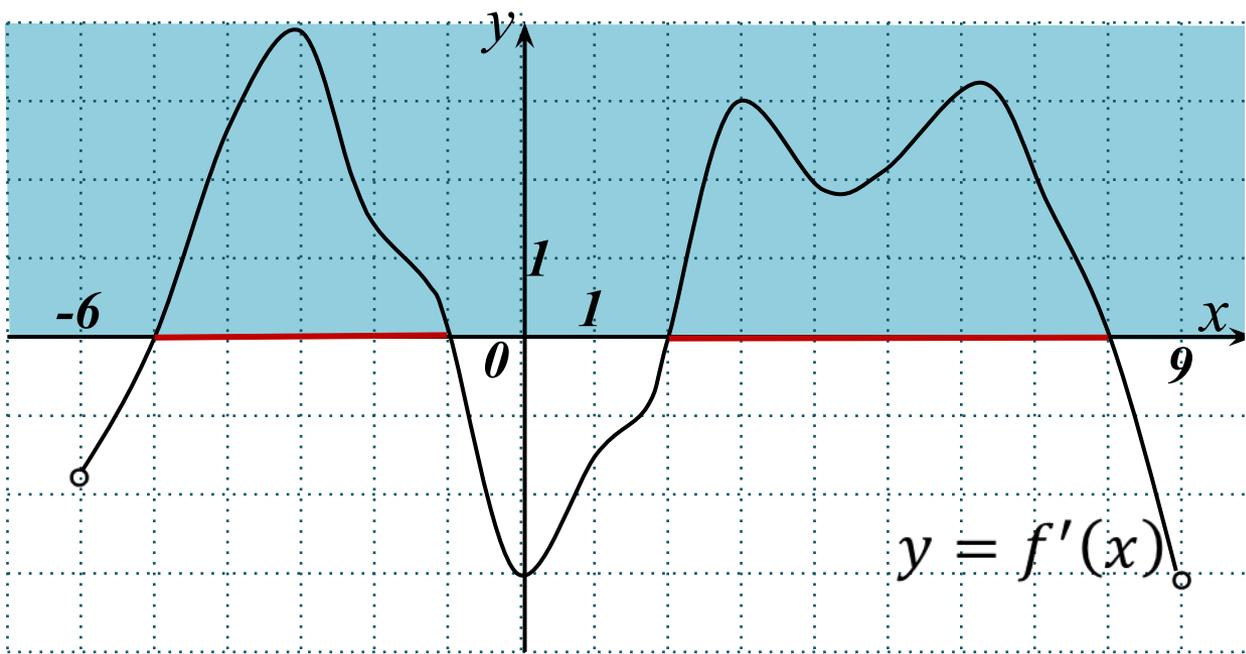
На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.

**Решение:** На всём промежутке убывания функции  $f(x)$  её производная неположительна.

На рисунке это промежутки:  $(-2; 2)$ ,  $(8; 10)$ . Оба промежутка имеют длину, равную 4, так как  $2 - (-2) = 10 - 6 = 4$ .

**Ответ: 4.**

## ЗАДАЧА В9 (№24)

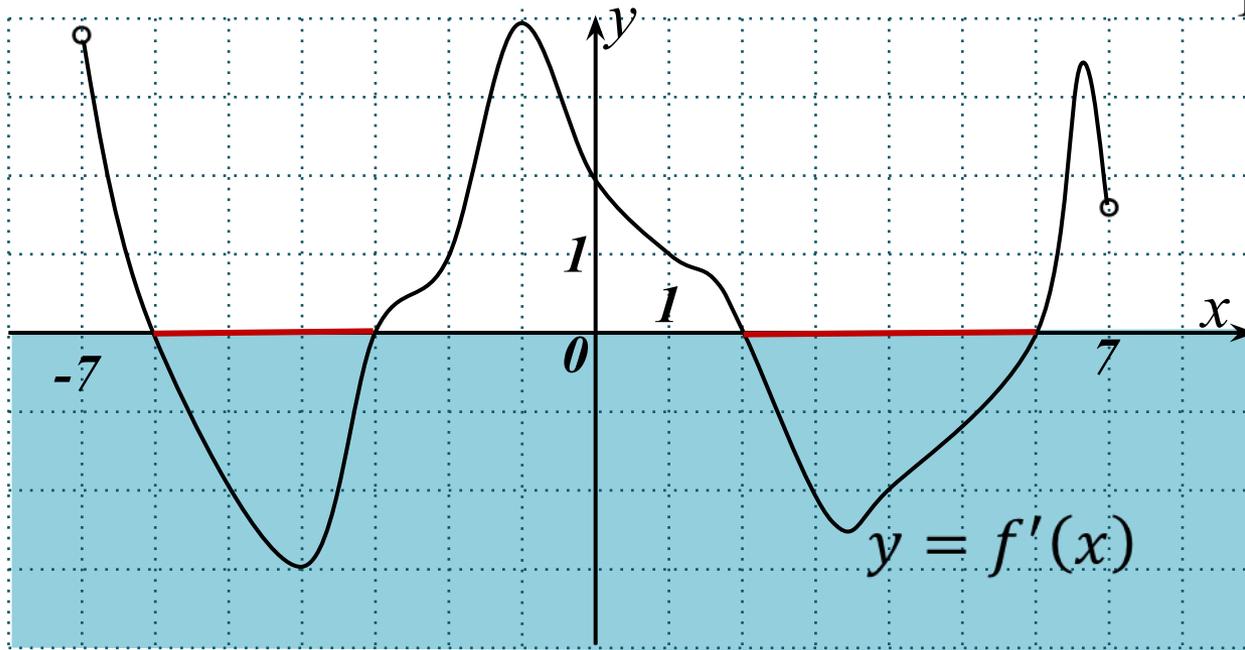


**Решение:** На всём промежутке возрастания функции  $f(x)$  её производная неотрицательна. На рисунке это промежутки:  $(-5; -1)$ ,  $(2; 8)$ .

Наибольшую длину из них имеет промежуток  $(2; 8)$ , длина которой равна 6, т.к.  $8 - 2 = 6$ .

**Ответ: 6.**

## ЗАДАЧА В9 (№25)



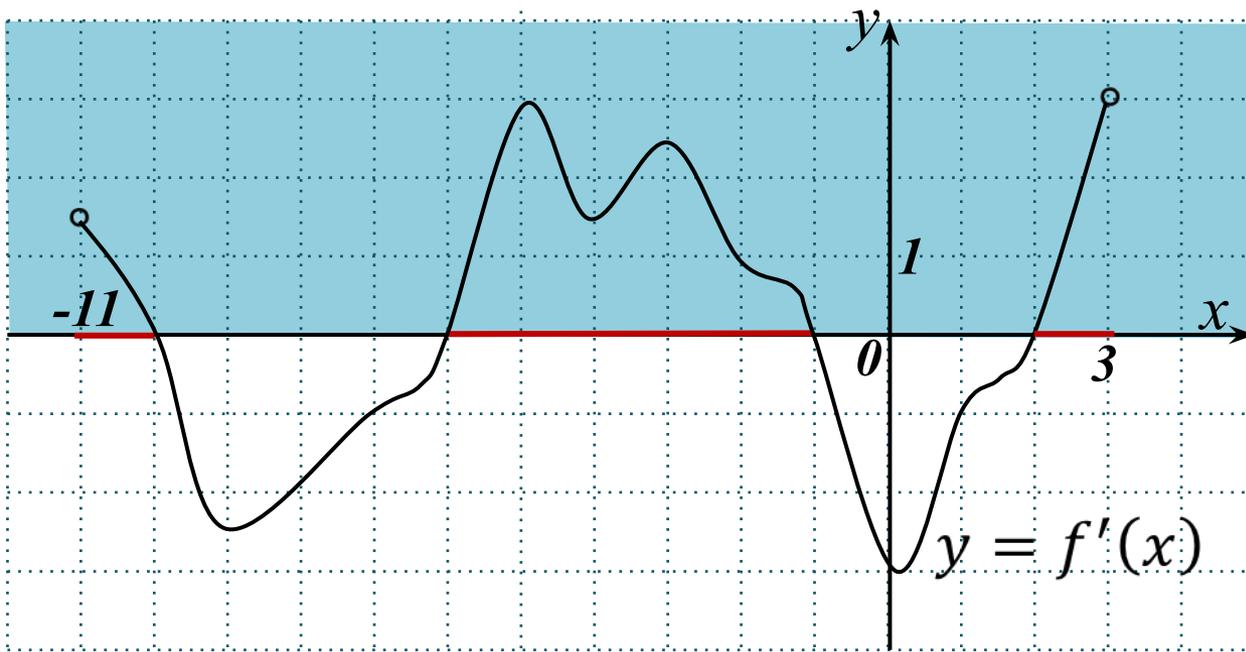
На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 7)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.

**Решение:** На всём промежутке убывания функции  $f(x)$  её производная неположительна.

На рисунке это промежутки:  $(-6; -3)$ ,  $(2; 6)$ . Наибольшую длину из них имеет промежуток  $(2; 6)$ , так как  $6 - 2 = 4$ .

**Ответ: 4.**

## ЗАДАЧА В9 (№26)



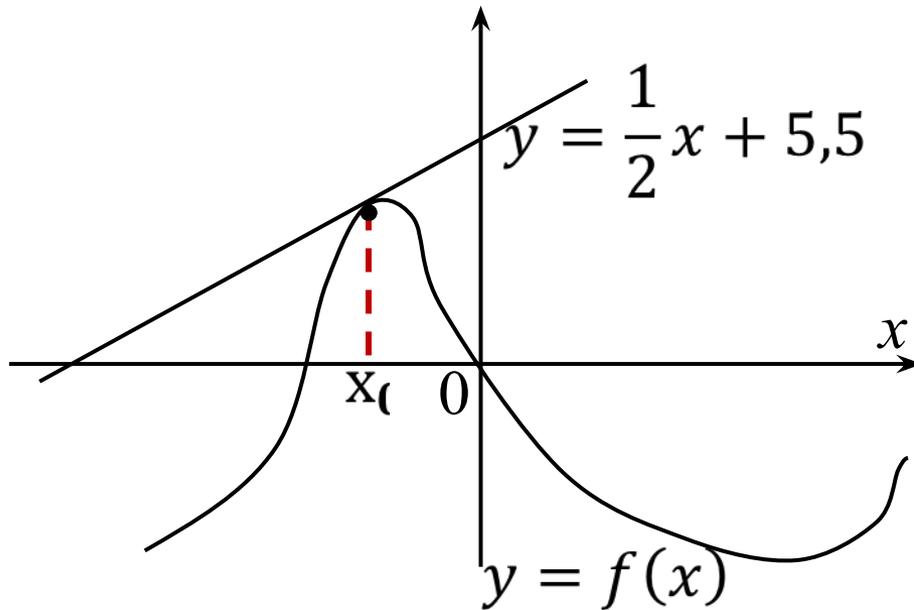
На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-11; 3)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.

**Решение:** На всём промежутке возрастания функции  $f(x)$  её производная неотрицательна. На рисунке это промежутки:  $(-11; -10)$ ,  $(-6; -1)$ ,  $(2; 3)$ .

Наибольшую длину из них имеет промежуток  $(-6; -1)$ , длина которой равна 5, т.к.  $-1 - (-6) = 5$ .

**Ответ: 5.**

## ЗАДАЧА В9 (№27)

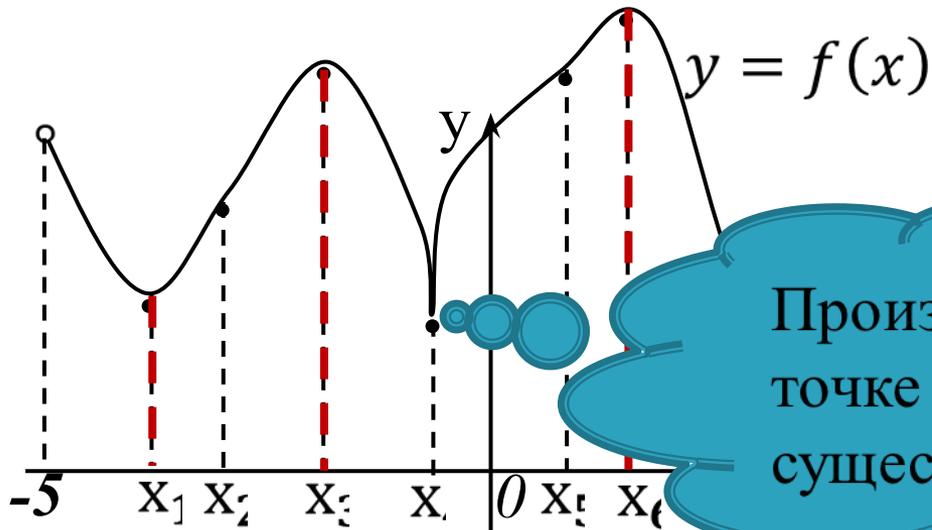


На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке  $x_0$ . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции  $y = 4f(x) + 7$  в точке  $x_0$ .

**Решение:**  $y'(x) = (4f(x) + 7)' = 4 \cdot f'(x)$ ; в точке  $x_0$  значение производной функции равно угловому коэффициенту касательной к графику функции:  $f'(x_0) = \frac{1}{2}$ ,  $\Rightarrow$   
 $y'(x_0) = 4 \cdot f'(x_0) = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$ .

**Ответ: 2.**

## ЗАДАЧА В9 (№28)



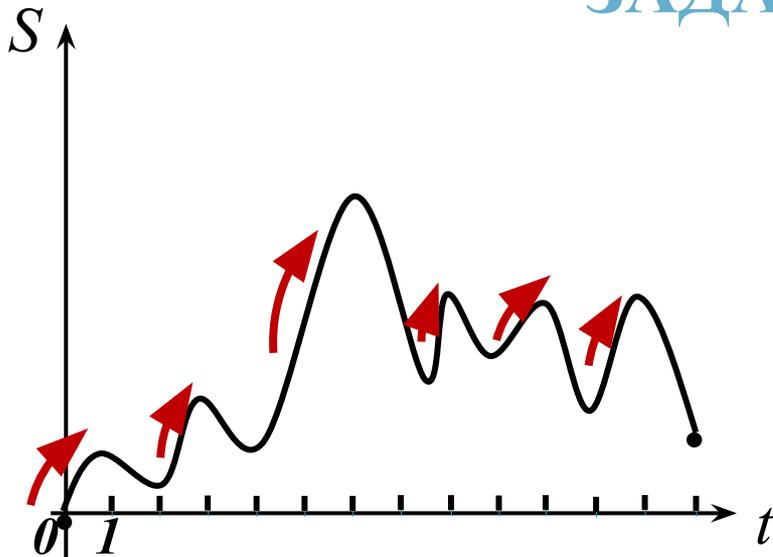
Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-5; 6)$ . На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$  те, в которых

производная функции равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.

**Решение:** Производная функции в некоторой точке равна нулю тогда и только тогда, когда касательная к графику функции, проведённая в этой точке, горизонтальна. Этому условию удовлетворяют точки  $x_1, x_3, x_6$  и  $x_7$ ,  $\Rightarrow$  количество найденных точек равно 4.

**Ответ: 4.**

## ЗАДАЧА В9 (№29)



на оси ординат – расстояние  $s$  в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывают).

**Решение:** После начала движения, примерно через 1 с, график достиг верхней точки на этом участке, затем график уходит вниз,  $\Rightarrow$  точка остановилась и стала двигаться назад. Значит каждая вершина и впадина графика означает перемену направления движения точки  $M$ , т.е. в этих точках скорость равна 0. Всего на графике 11 вершин и впадин, не считая начала и конца движения.

**Ответ: 11.**

## ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1. Е33 ЕГЭ 2014. Математика. Типовые тестовые задания /И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров и др.; под ред. А.Л.Семёнова, И.В.Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2014. – 55, [1]с.*
- 2. Е33 ЕГЭ 2014. Математика. Типовые тестовые задания /И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров и др.; под ред. А.Л.Семёнова, И.В.Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2014. – 95, [1]с.*
- 3. С30 ЕГЭ: 3000 задач с ответами по математике. Все задания группы В / А.Л.Семёнов, И.В.Ященко, И.Р.Высоцкий и др.; под ред. А.Л.Семёнова, И.В.Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2014. – 527, [1]с.*