



Фестиваль исследовательских и творческих работ учащихся «Портфолио»

Муниципальное образовательное учреждение средняя общеобразовательная школа № 6 городского округа Кохма Ивановской области

Секция: математика

Исследовательская работа по теме «Отрезки»

Выполнили учащиеся 9 класса:

Куклев Александр,
Егорова Ксения

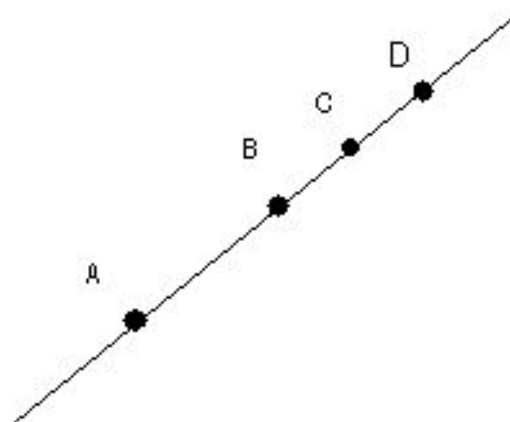
Руководитель:

Малышева И.М.



1.Задача.

На прямой отметили точки А, В, С и D. Сколько отрезков изображено на этой прямой?

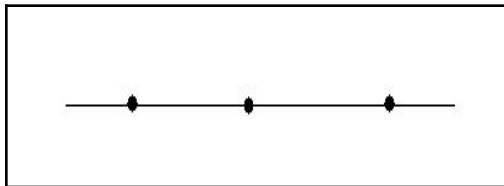
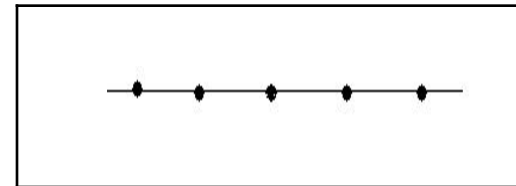
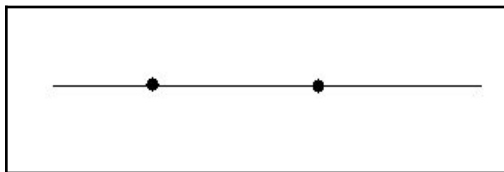
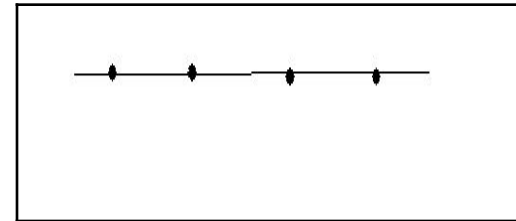
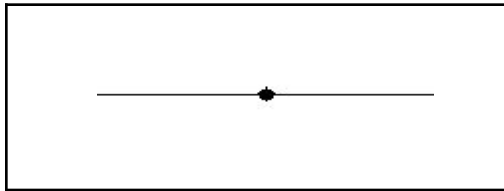




2. Проблема.

Как зависит количество отрезков на прямой от числа точек, отмеченных на ней?

3. Пробы





4. Таблица результатов

Пробы	I	II	III	IV	V
Число точек (n)	1	2	3	4	5
Число отрезков (X_n)	0	1	3	6	10



5. Гипотезы.

I. Каждое следующее число отрезков x_n равняется предыдущему числу отрезков x_{n-1} , сложенному с числом точек, соответствующих ему:

$$1 = 0 + 1;$$

$$3 = 1 + 2;$$

$$6 = 3 + 3;$$

$$10 = 6 + 4.$$

Значит,

$$x_n = x_{n-1} + (n - 1).$$

Пробы	I	II	III	IV	V
Число точек (n)	1	2	3	4	5
Число отрезков (x_n)	0	1	3	6	10

5. Гипотезы.

II. Каждое следующее число x_n равняется половине произведения соответствующего ему числа n и предыдущего числа $n-1$ точек:

$$1 = \frac{2 \cdot 1}{2}; \quad 3 = \frac{3 \cdot 2}{2}; \quad 6 = \frac{4 \cdot 3}{2}; \quad 10 = \frac{5 \cdot 4}{2}.$$

Значит,

$$x_n = \frac{(n-1) \cdot n}{2}.$$

Пробы	I	II	III	IV	V
Число точек (n)	1	2	3	4	5
Число отрезков (x_n)	0	1	3	6	10



5. Гипотезы.

III. Каждое следующее число x_n равняется сумме всех натуральных чисел, предшествующих числу n :

$$1 = 1; \quad 3 = 1 + 2; \quad 6 = 1 + 2 + 3; \quad 10 = 1 + 2 + 3 + 4.$$

Значит,

$$x_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1).$$

Пробы		I	II	III	IV	V
Число точек (n)	1	2	3	4	5	
Число отрезков (x_n)		0	1	3	6	10



5. Гипотезы.

IV. Каждое следующее число x_n , начиная с четвертого, получается путем последовательного удвоения нечетных чисел натурального ряда $3, 5, \dots$:

$$6 = 2 \cdot 3; \quad 10 = 2 \cdot 5.$$

Значит,

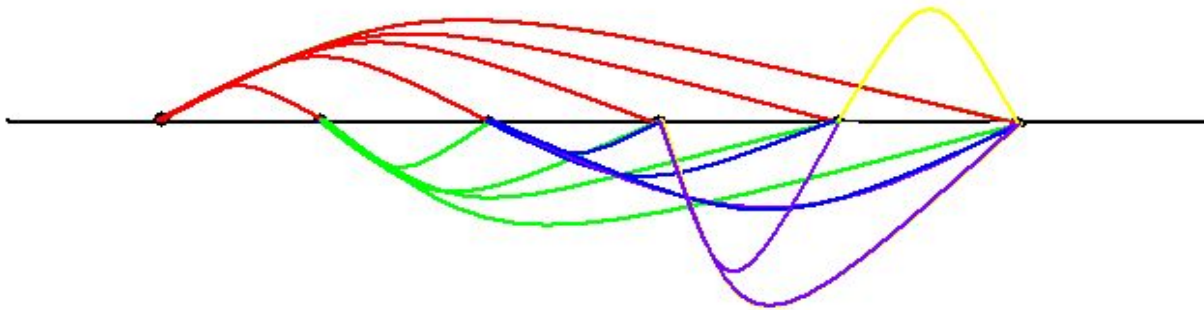
$$x_{n+3} = 2(2n + 1).$$

Пробы	I	II	III	IV	V
Число точек (n)	1	2	3	4	5
Число отрезков (x_n)	0	1	3	6	10

6. Проверка гипотез.

Пусть $n=6$ (рис. 3). Тогда:

а) фактическое число отрезков $x_6 = 15$;





6. Проверка гипотез.

б) число отрезков согласно гипотезы:

I. $x_6 = x_5 + (6 - 1) = 10 + 5 = 15;$

II. $x_6 = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15;$

III. $x_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15;$

IV. $x_6 = 2 \cdot (2 \cdot 3 + 1) = 2 \cdot 7 = 14.$

7. Доказательство гипотез.

1). Гипотеза I равносильна гипотезе III:

$$x_{n-1} + (n-1) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1).$$

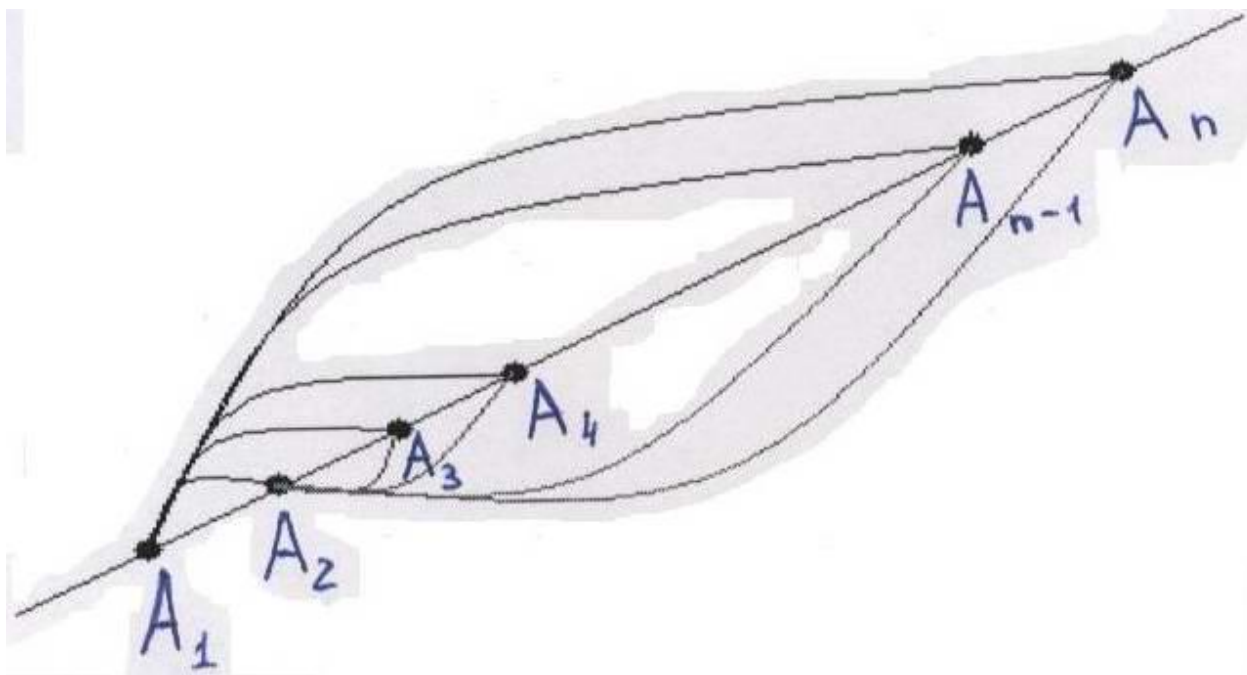
7. Доказательство гипотез.

2). Гипотеза II равносильна гипотезе III:

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) = \frac{n(n - 1)}{2}.$$

7. Доказательство гипотез.

3) Докажем гипотезу III.



$$x_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)$$