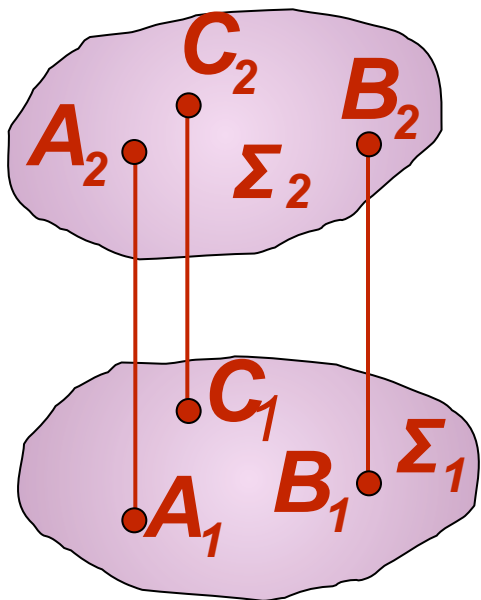


# Лекция 3

## ***Проекции плоскости***

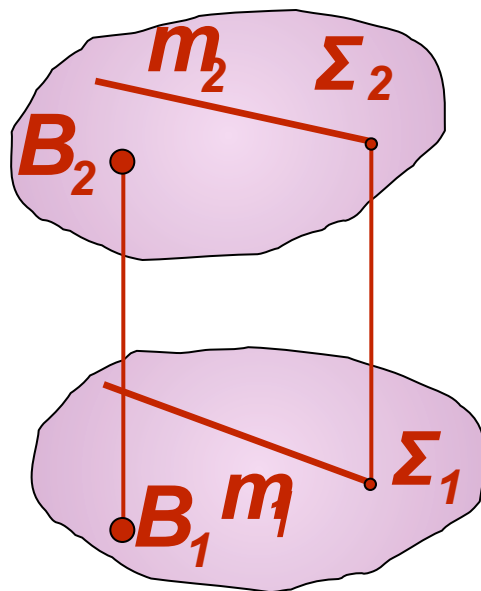
# Способы задания плоскости

1



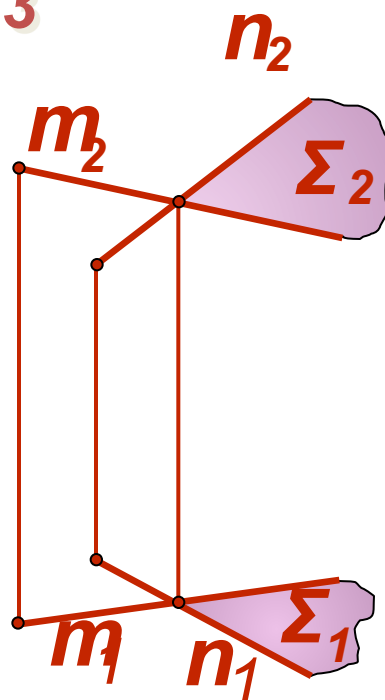
$\Sigma(A, B, C)$

2



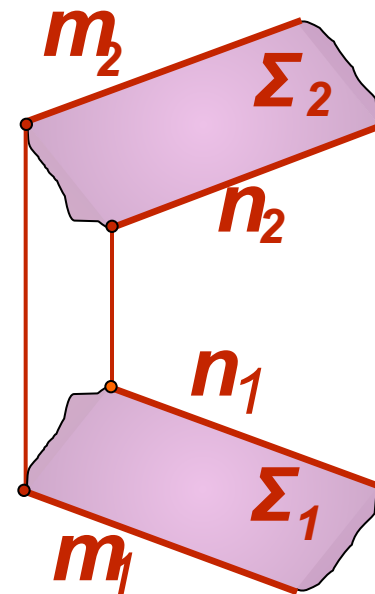
$\Sigma(B, m)$

3



$\Sigma(n \cap m)$

4

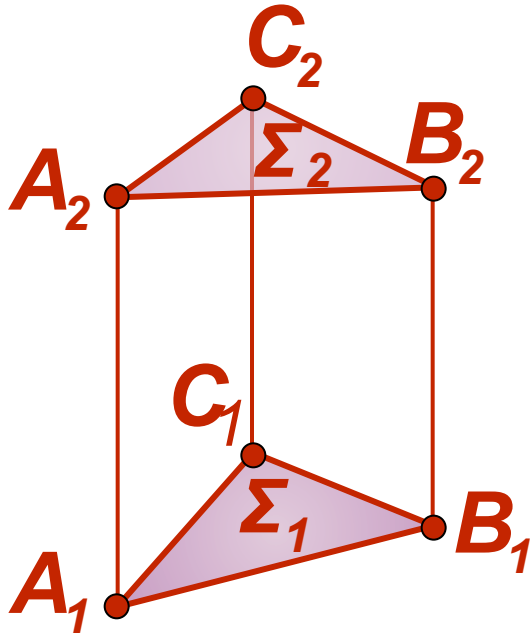


$\Sigma(n \parallel m)$

На комплексном чертеже плоскость  $\Sigma$  можно задать: 1) проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой; 2) проекциями прямой и точки, взятой вне этой прямой; 3) проекциями двух пересекающихся прямых; 4) проекциями двух параллельных прямых;

# Способы задания плоскости

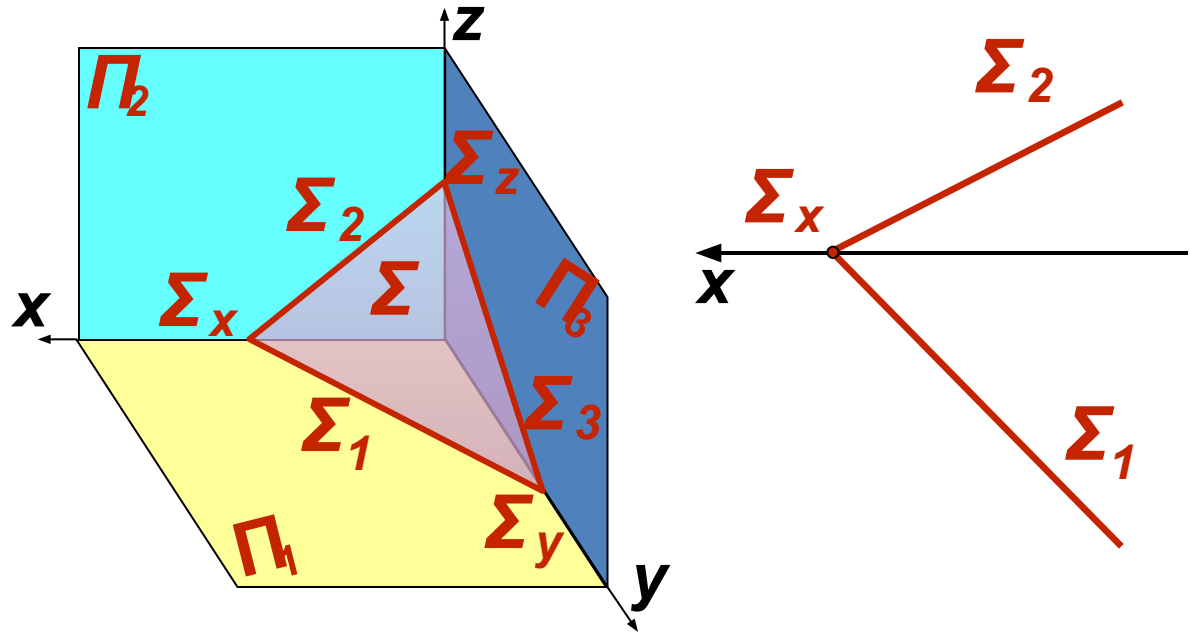
5



$\Sigma$   
( $\Delta ABC$ )

6

След плоскости – это линия ее пересечения с соответствующей плоскостью проекций



$\Sigma_1$  - горизонтальный след  
 $\Sigma_2$  - фронтальный след  
 $\Sigma_3$  - профильный след  
 $\Sigma_x, \Sigma_y, \Sigma_z$  - точки схода следов

$\Sigma(\Sigma_1, \Sigma_2)$

5) проекциями плоской фигурой; 6) следами плоскости. Все способы позволяют выделить из множества точек пространства точки, принадлежащие данной плоскости. Способ задания плоскости указывают в круглых скобках

# Положение плоскости относительно плоскостей проекций

Плоскость **общего положения** наклонена ко всем плоскостям проекций

Плоскость **частного положения** перпендикулярна или параллельна одной из плоскостей проекций

Плоскость, **перпендикулярная** одной из плоскостей проекций, называется **проецирующей плоскостью**:

*Горизонтально проецирующая плоскость*  $\perp P_1$

*Фронтально проецирующая плоскость*  $\perp P_2$

*Профильно проецирующая плоскость*  $\perp P_3$

Плоскость, **параллельная** плоскости проекций, называется **плоскостью уровня** (дважды проецирующей):

*Горизонтальная плоскость*  $\parallel P_1$

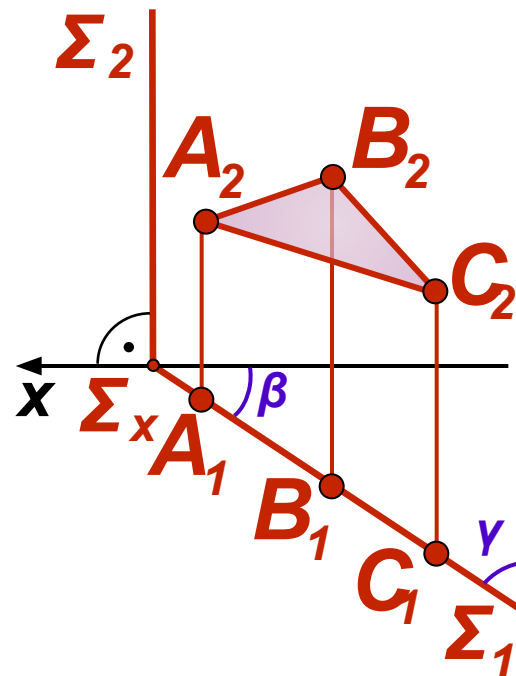
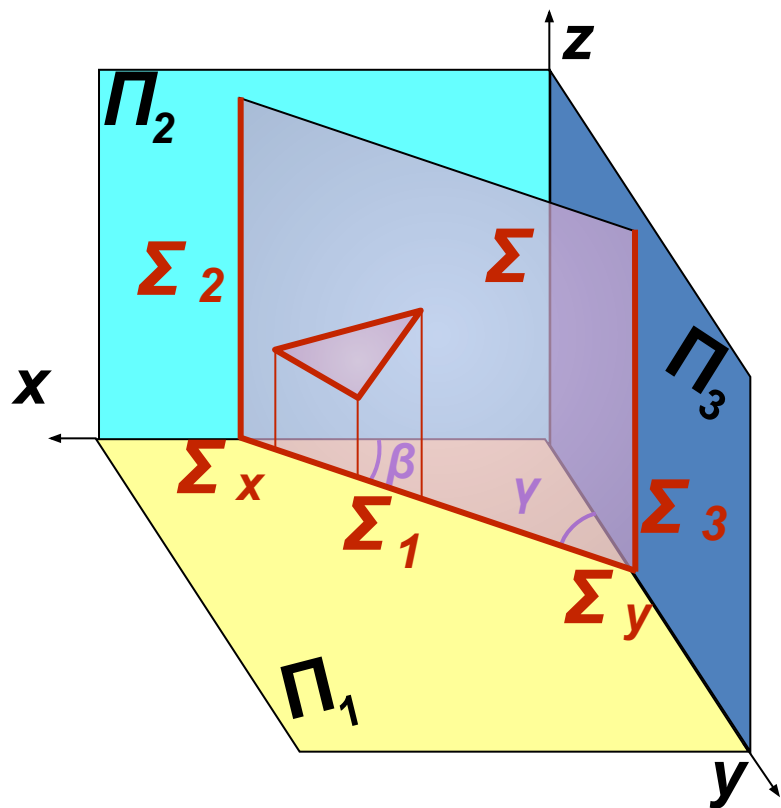
*Фронтальная плоскость*  $\parallel P_2$

*Профильная плоскость*  $\parallel P_3$

# Горизонтально проецирующая плоскость ( $\perp \Pi_1$ )

Пространственная картина

Комплексный чертеж

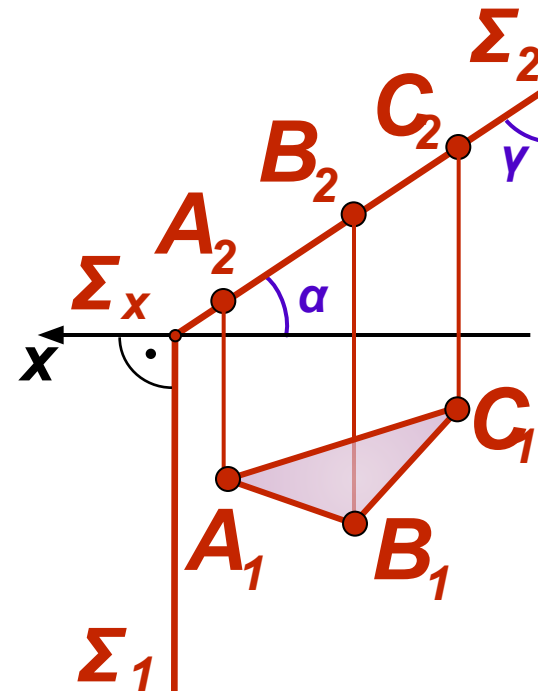
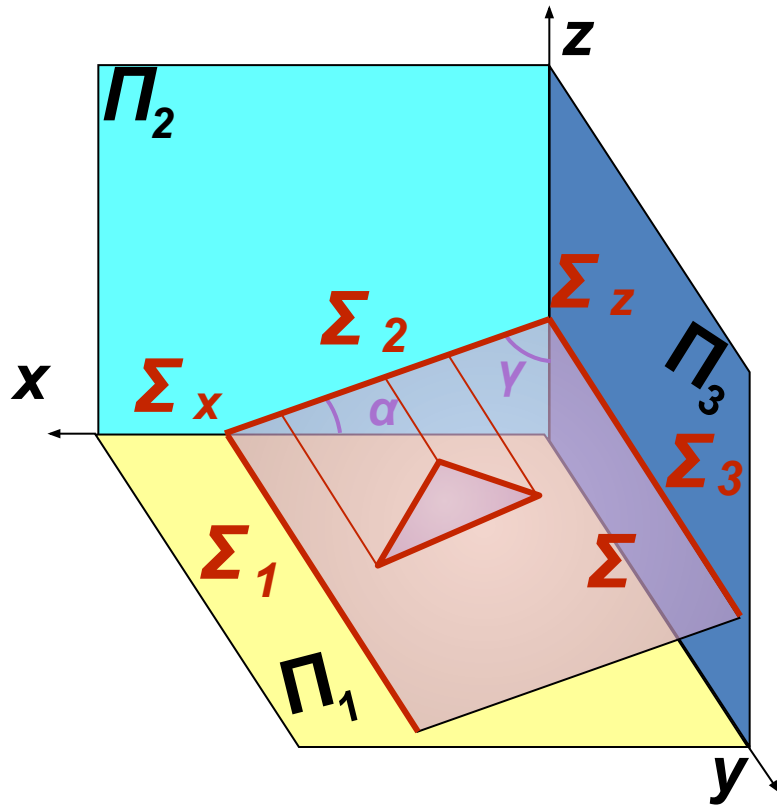


Горизонтальная проекция плоскости  $\Sigma$  вырождается в прямую (след), на  $\Pi_1$  проекции трех произвольных точек плоскости лежат на горизонтальном следе плоскости  $\Sigma_1$ . Углы наклона данной плоскости  $\Sigma$  к фронтальной ( $\beta$ ) и профильной ( $\gamma$ ) плоскостям проекций на  $\Pi_1$  не искажаются

# Фронтально проецирующая плоскость ( $\perp \Pi_2$ )

Пространственная картина

Комплексный чертеж

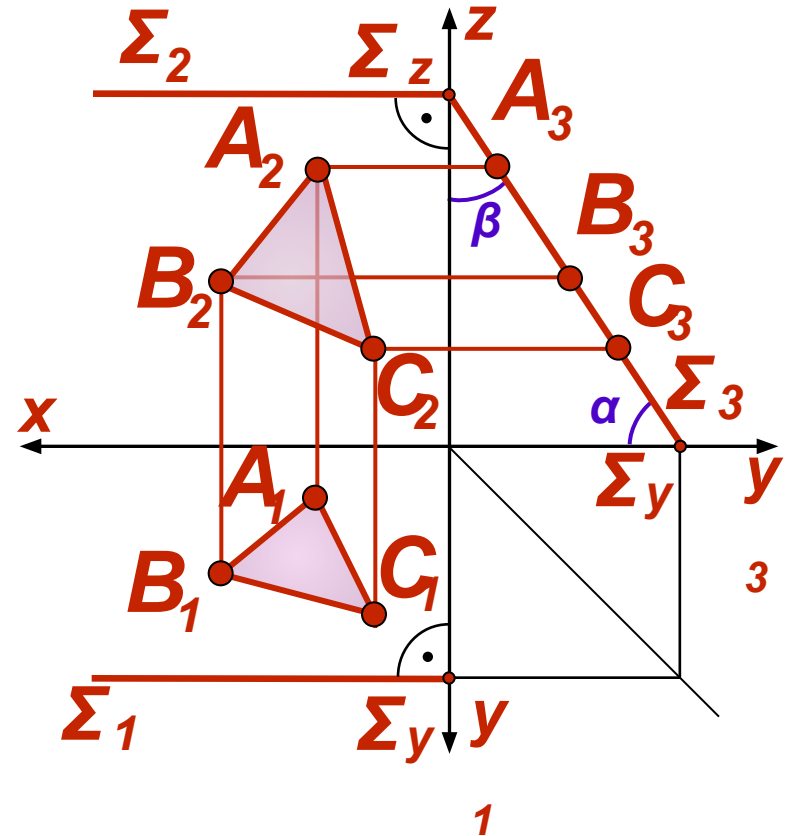
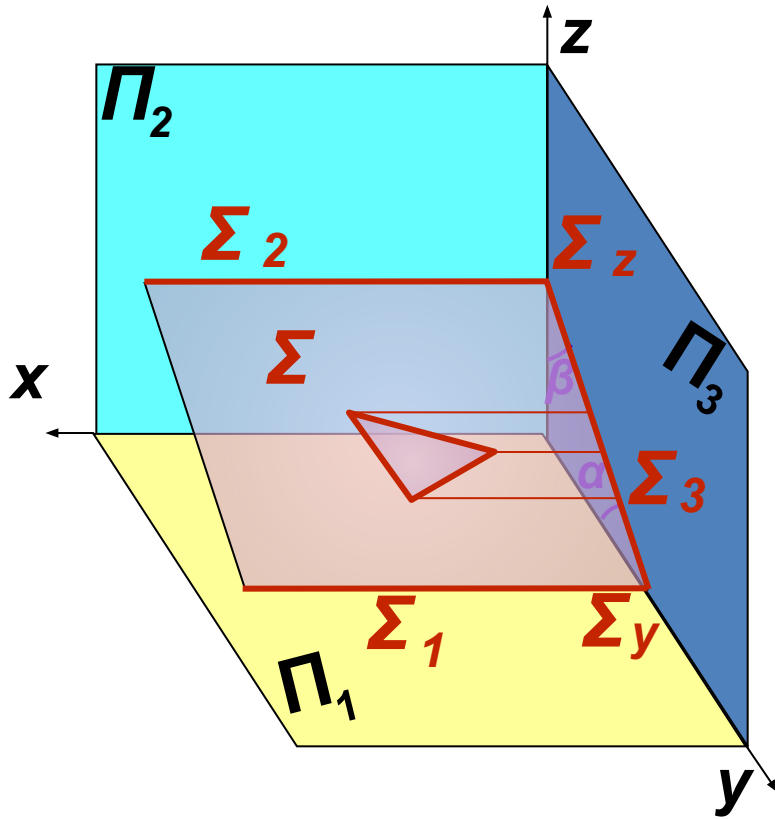


Фронтальная проекция плоскости  $\Sigma$  вырождается в прямую (след). На  $\Pi_2$  проекции трех произвольных точек плоскости лежат на фронтальном следе плоскости  $\Sigma_2$ . Углы наклона данной плоскости  $\Sigma$  к горизонтальной ( $\alpha$ ) и профильной ( $\gamma$ ) плоскостям проекций на  $\Pi_2$  не искажаются

# Профильно проецирующая плоскость ( $\perp \Pi_3$ )

Пространственная картина

Комплексный чертёж

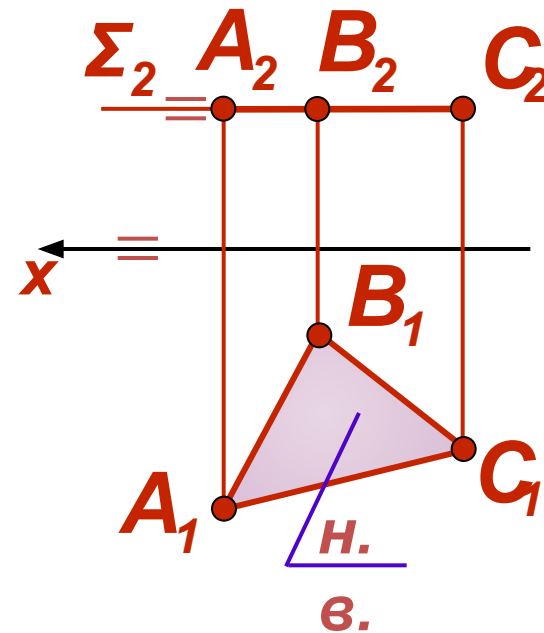
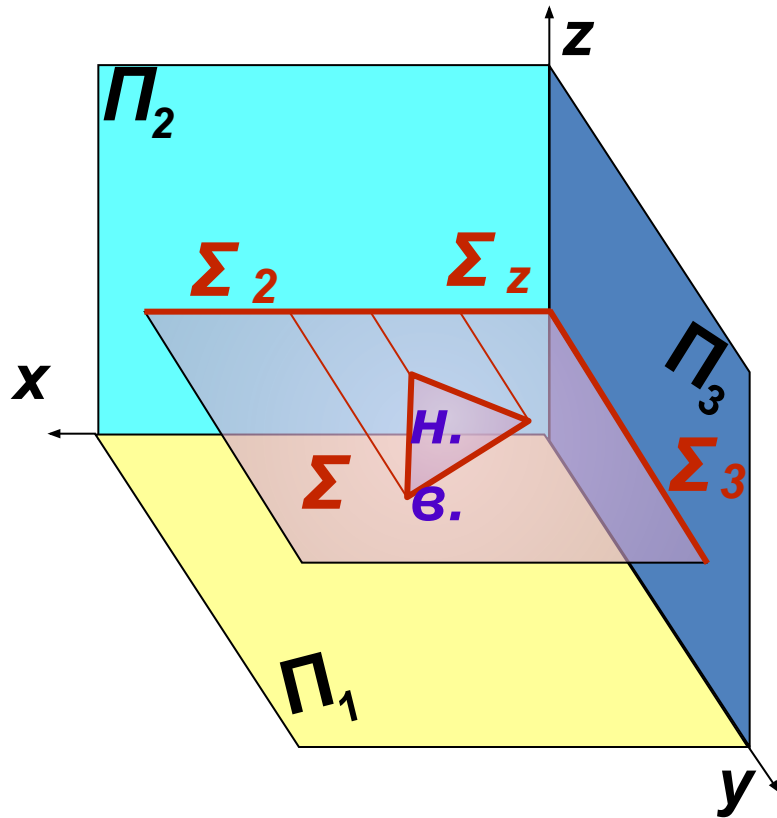


Профильная проекция плоскости  $\Sigma$  вырождается в прямую (след). На  $\Pi_3$  проекции трех произвольных точек плоскости лежат на профильном следе плоскости  $\Sigma_3$ . Углы наклона данной плоскости  $\Sigma$  к горизонтальной ( $\alpha$ ) и фронтальной ( $\beta$ ) плоскостям проекций на  $\Pi_3$  не искажаются

# Горизонтальная плоскость уровня ( $\parallel \Pi_1$ )

Пространственная картина

Комплексный чертеж



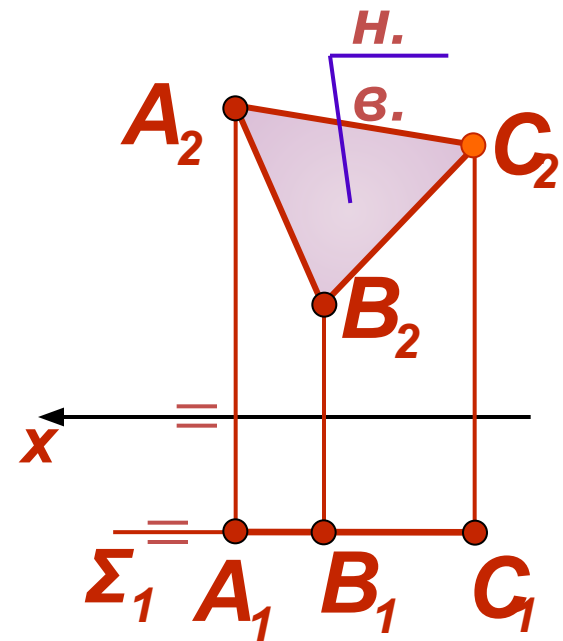
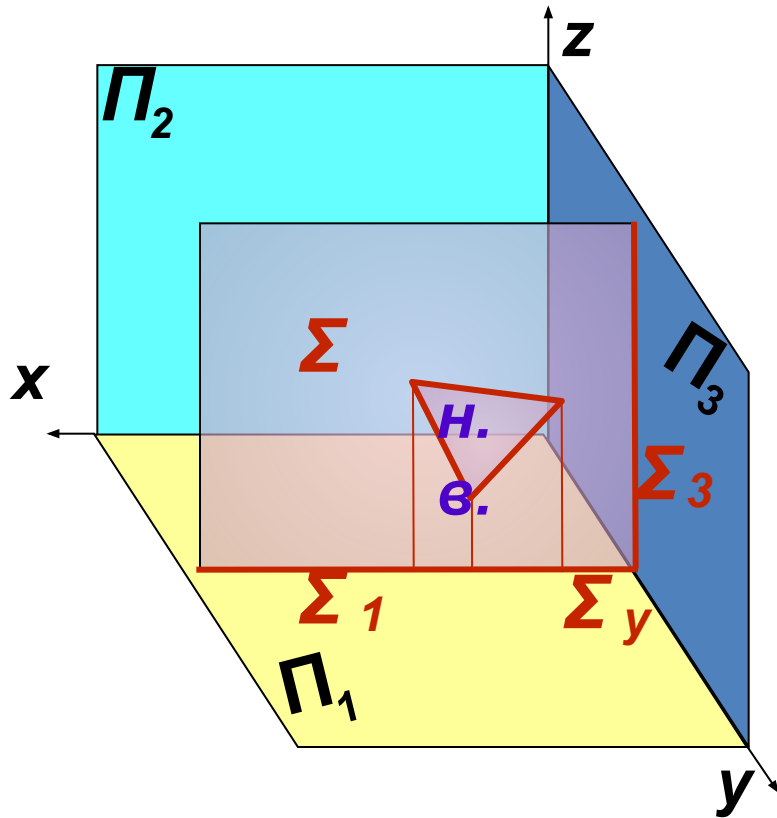
В силу параллельности следы (фронтальный  $\Sigma_2$  и профильный  $\Sigma_3$ ) плоскости  $\Sigma$  будут параллельны соответствующим осям координат. Фигура, задающая плоскость  $\Sigma$ , проецируется в натуральную величину на горизонтальную плоскость проекций



# Фронтальная плоскость уровня ( $\parallel \Pi_2$ )

Пространственная картина

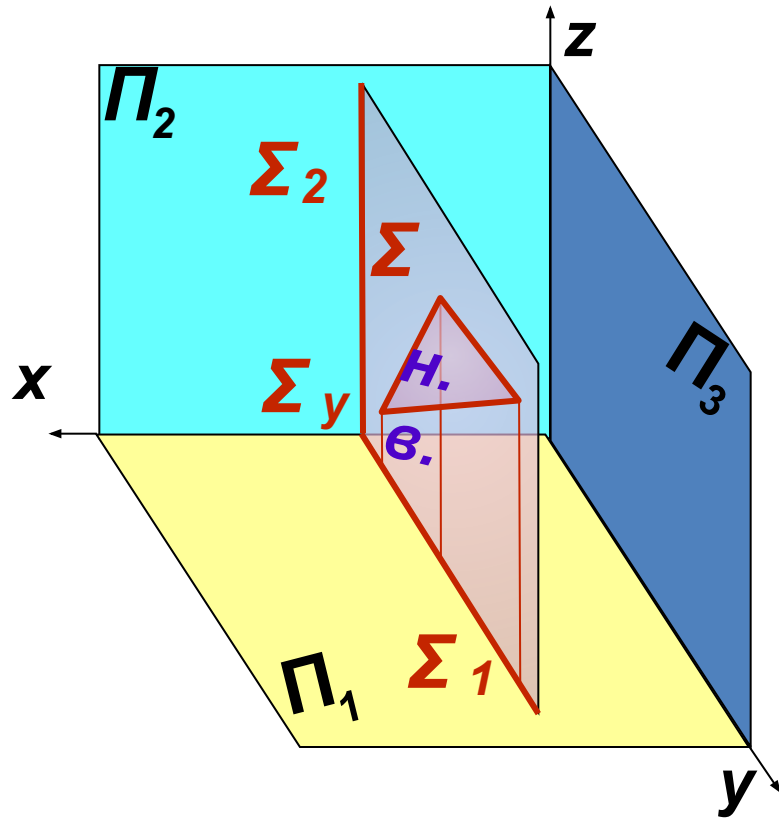
Комплексный чертеж



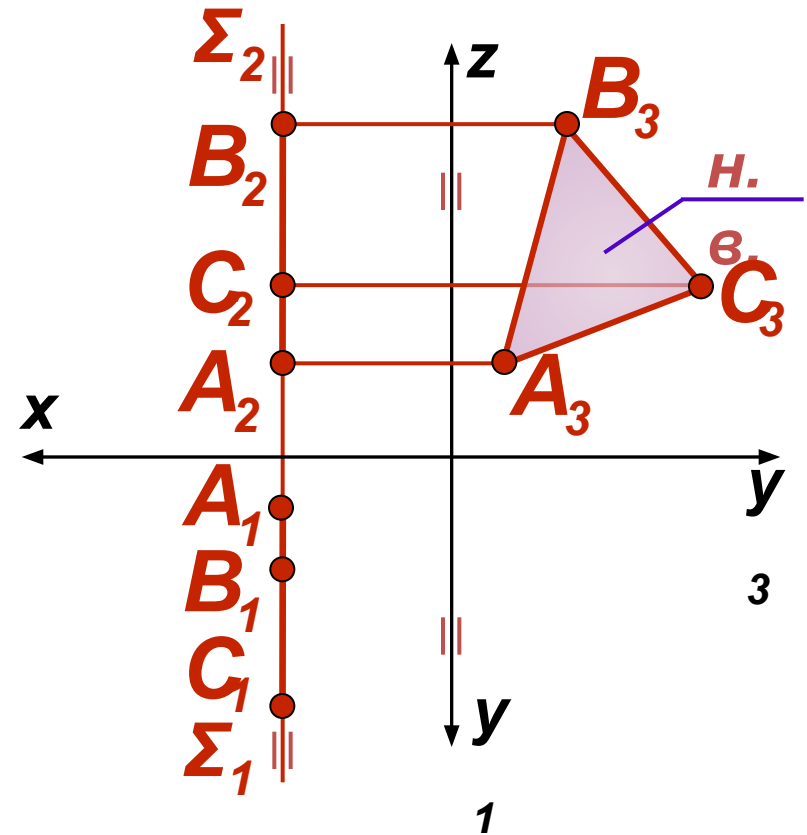
В силу параллельности следы (горизонтальный  $\Sigma_1$  и профильный  $\Sigma_3$ ) плоскости  $\Sigma$  будут параллельны соответствующим осям координат. Фигура, задающая плоскость  $\Sigma$ , изображается в натуральную величину на фронтальной плоскости проекций

# Профильная плоскость уровня ( $\parallel \Pi_3$ )

Пространственная картина



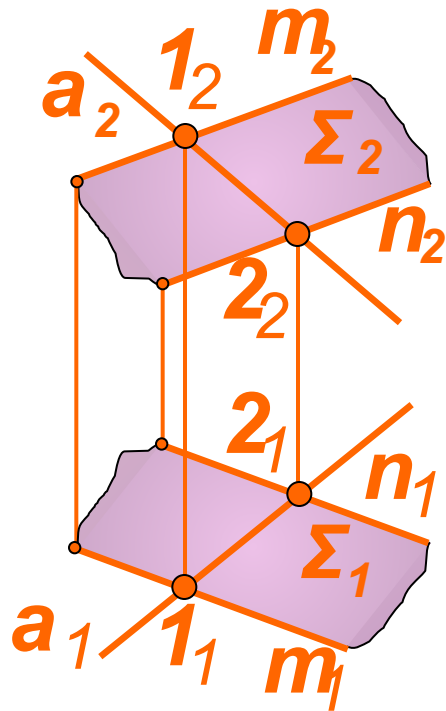
Комплексный чертёж



В силу параллельности следы (горизонтальный  $\Sigma_1$  и фронтальный  $\Sigma_2$ ) плоскости  $\Sigma$  будут параллельны соответствующим осям координат. Фигура, задающая плоскость  $\Sigma$ , проецируется в натуральную величину на профильную плоскость проекций

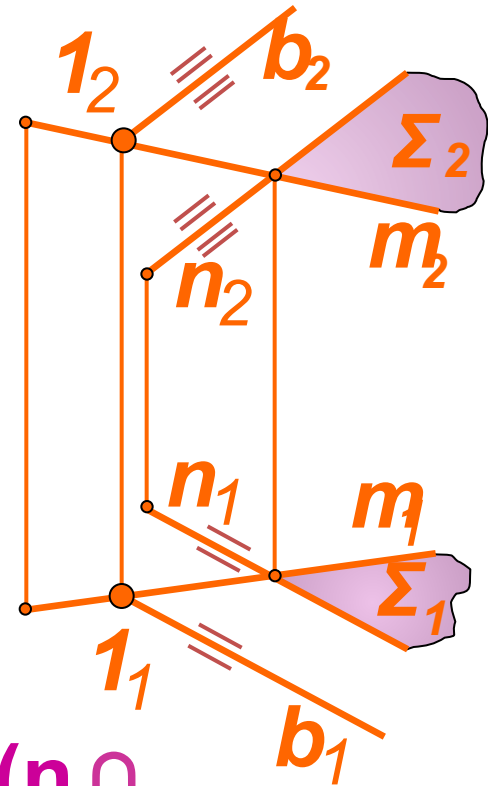
# Принадлежность прямой плоскости

1



$\Sigma(n \parallel$   
 $(m) \in m) \in \Sigma;$   
 $(2 \in (n) \vee 2 \in \Sigma) \Rightarrow$

2

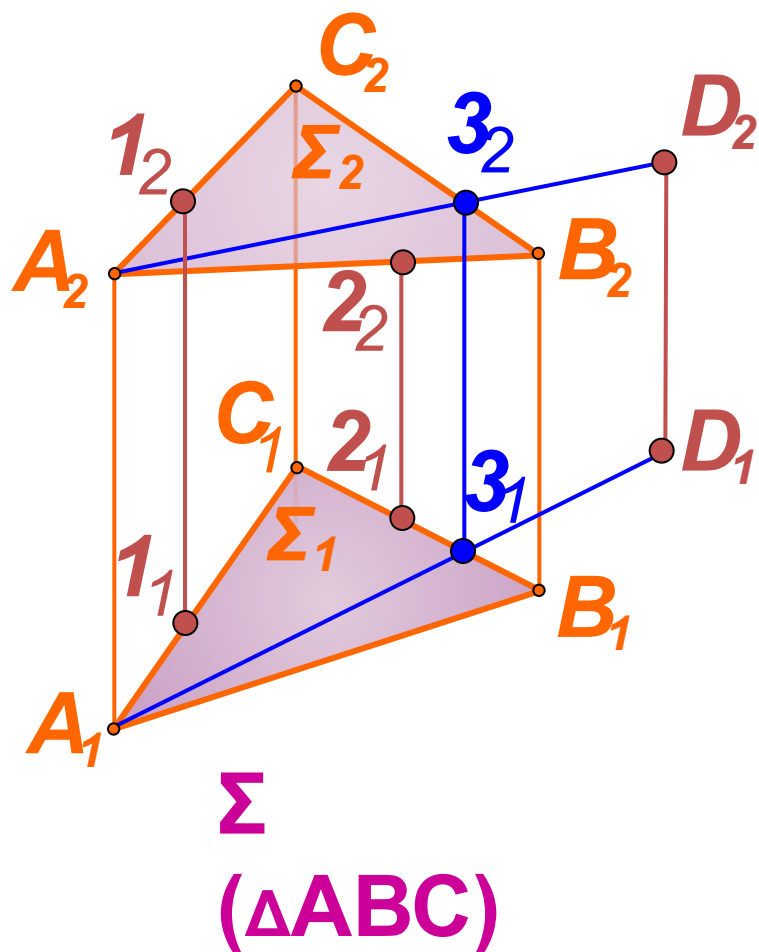


$\Sigma(n \parallel$   
 $(m) \in m) \in \Sigma;$   
 $b \parallel b \Rightarrow$

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит:

- 1) через две точки этой плоскости;
- 2) через одну точку плоскости и параллельно какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости

# Принадлежность точки плоскости



1  $1, 2 \in \Sigma$  - ?

$(1 \in AC)$

~~$\Sigma \in \Sigma$~~

2  $D_2$  - ?, если  $D \in \Sigma$

$\Pi_1: (D_1 \text{ и } A_1) \cap C_1 B_1$

$\text{FB: } 3_2 \in C_2 B_2$

$A_2 \text{ и } 3_2$

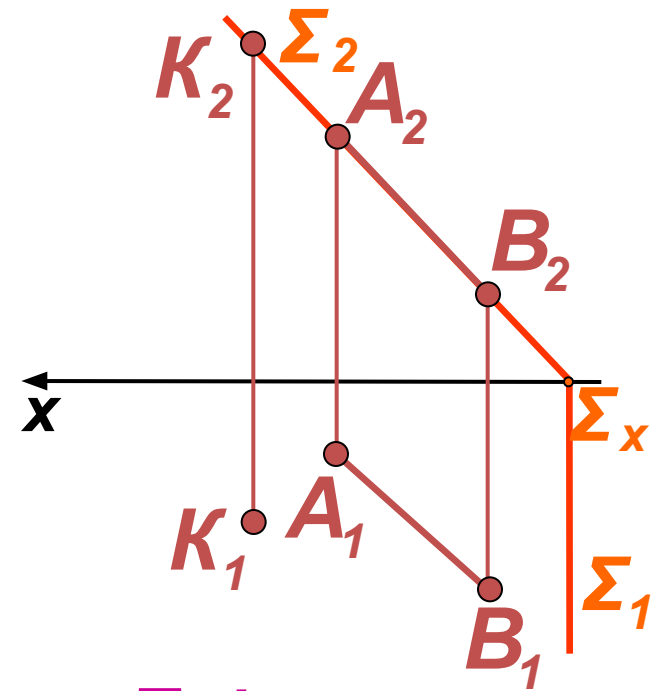
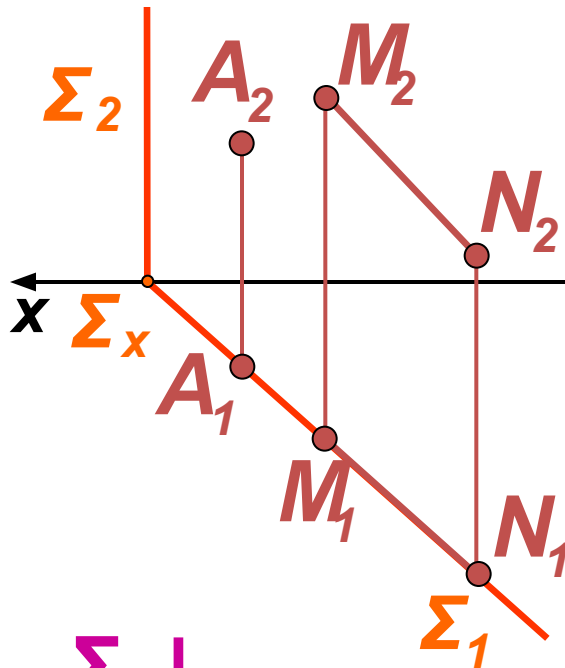
$D_2 \in A_2 3_2$

Точка будет лежать в плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой этой плоскости. Воспользуемся этим положением:

1) при чтении чертежа;

2) при построении точки, лежащей в данной плоскости

# Принадлежность прямой и точки плоскости



$\Sigma \perp$

$A_1 \in \Sigma_1 \Rightarrow A \in \Sigma$

$M_1, N_1 \in \Sigma_1 \Rightarrow$

$M, N \in \Sigma$

$\Sigma \perp$

$K_2 \in \Sigma_2 \Rightarrow K \in \Sigma$

$A_2, B_2 \in \Sigma_2 \Rightarrow$

$A, B \in \Sigma$

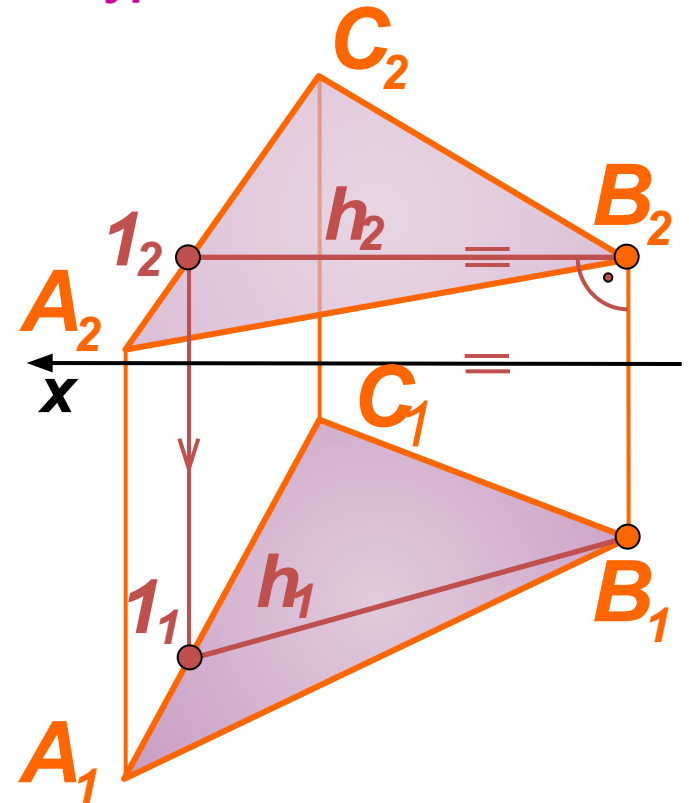
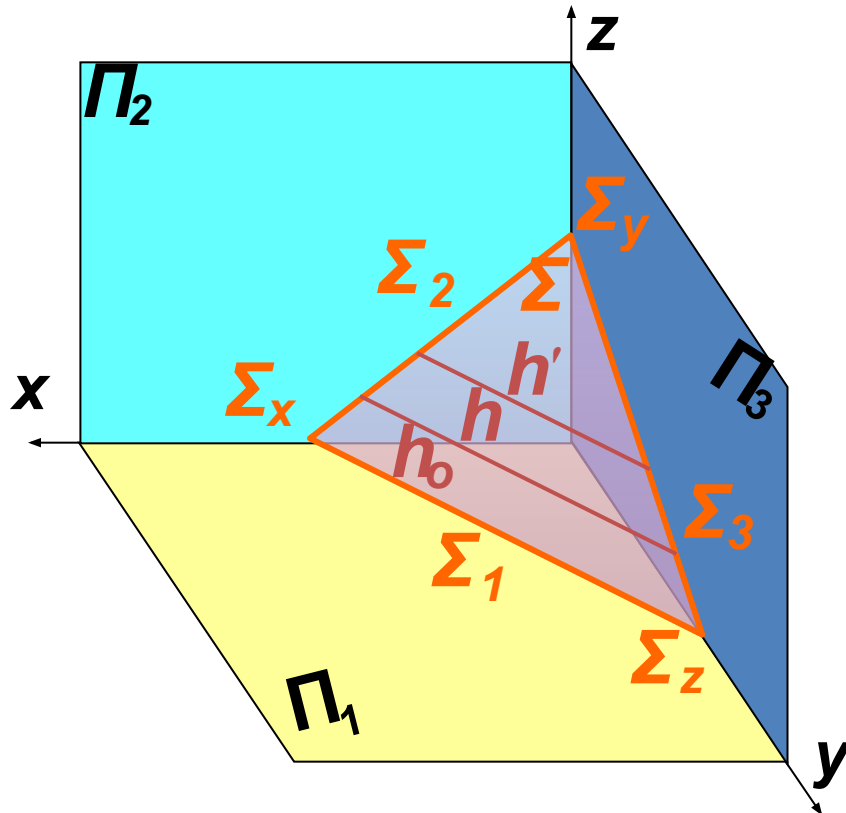
Если плоскость занимает проецирующее положение, то соответствующие проекции всех точек и прямых данной плоскости совпадают с ее следом.

Это собирательное свойство проецирующих плоскостей

# Главные линии плоскости

Горизонталей плоскости бесчисленное множество,  
все они параллельны между собой

Горизонтальный след – это горизонталь нулевого уровня

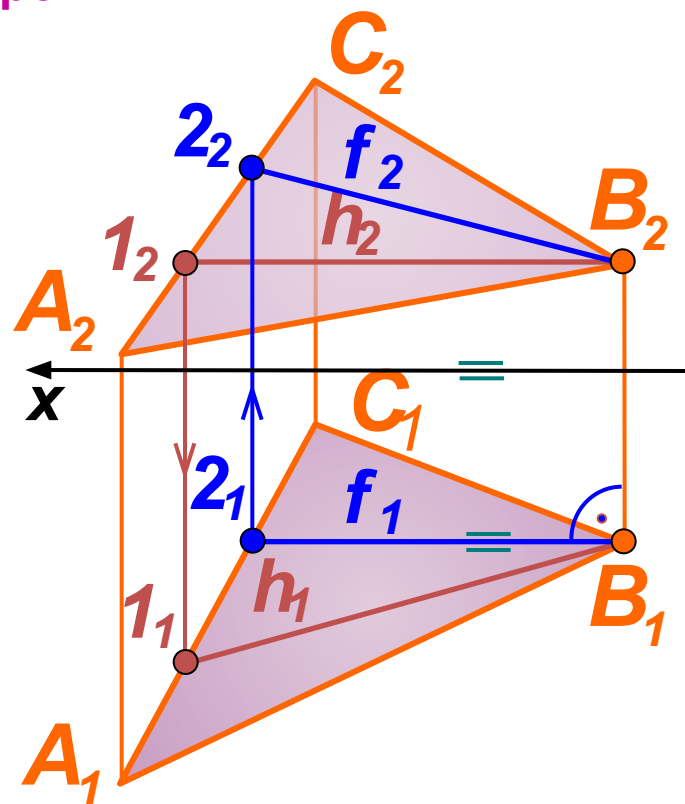
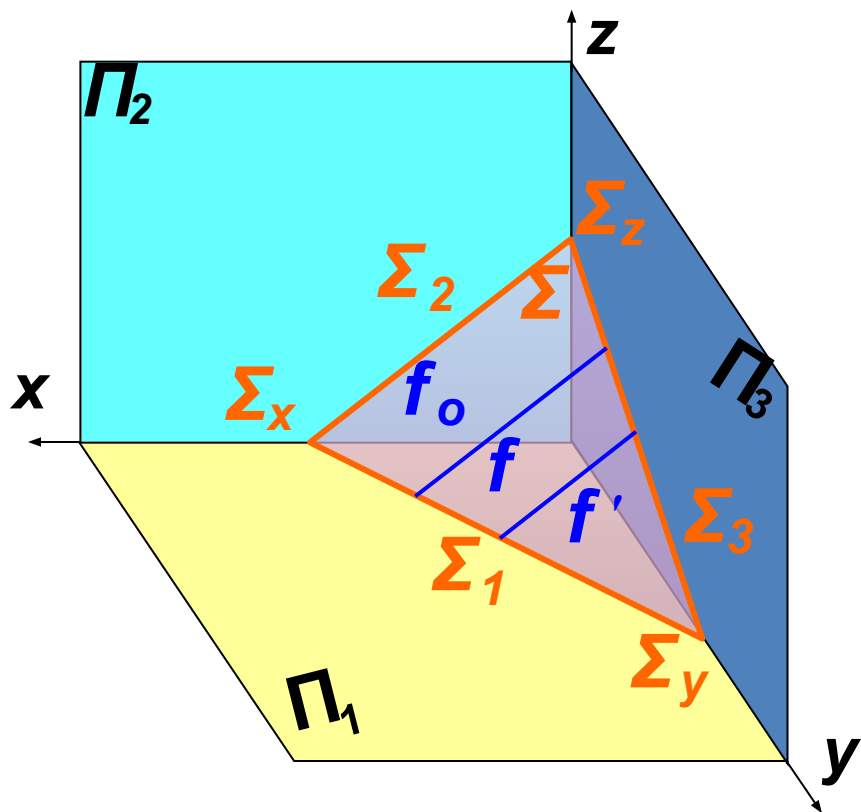


Горизонталь плоскости – это прямая, лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций. Фронтальная проекция горизонтали параллельна оси  $x$ . Положение горизонтали в плоскости определяют две точки (например,  $B$  и  $1$ )

# Главные линии плоскости

Фронталей плоскости бесчисленное множество,  
все они параллельны между собой

Фронтальный след – это фронталь нулевого уровня

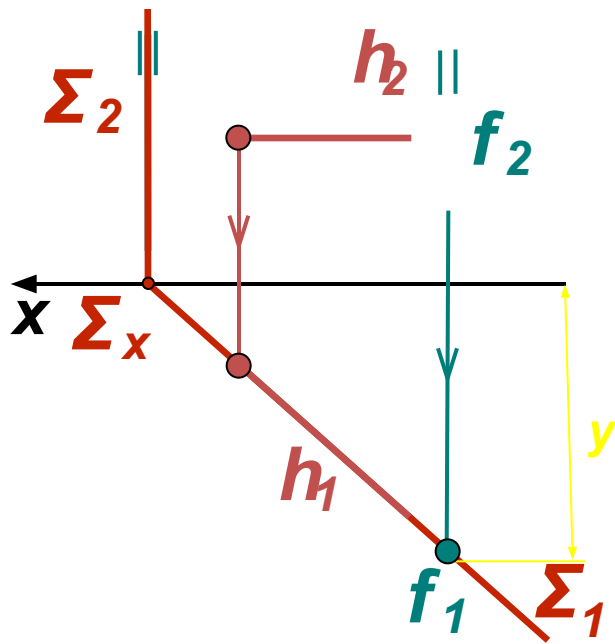


Фронталь плоскости – это прямая, лежащая в плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций.

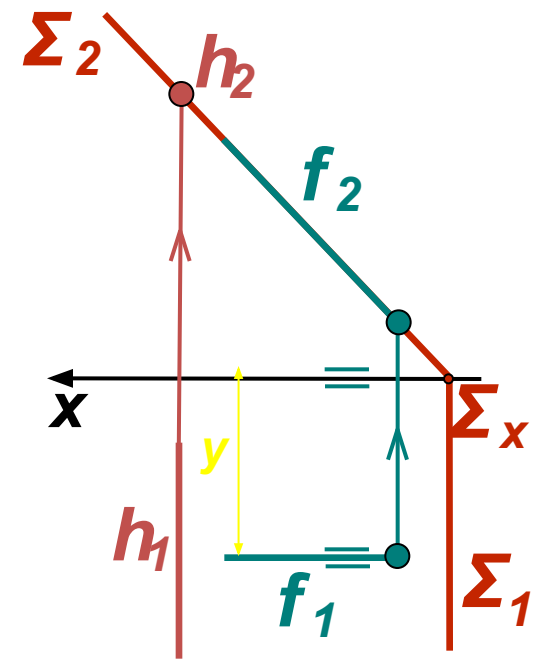
Горизонтальная проекция фронтали параллельна оси  $x$ . Положение фронтали в плоскости определяют две точки (например,  $B$  и  $2$ )

# Главные линии плоскости

В проецирующих плоскостях одна из линий уровня является проецирующей прямой



$\Sigma \perp$   
 $\Pi$



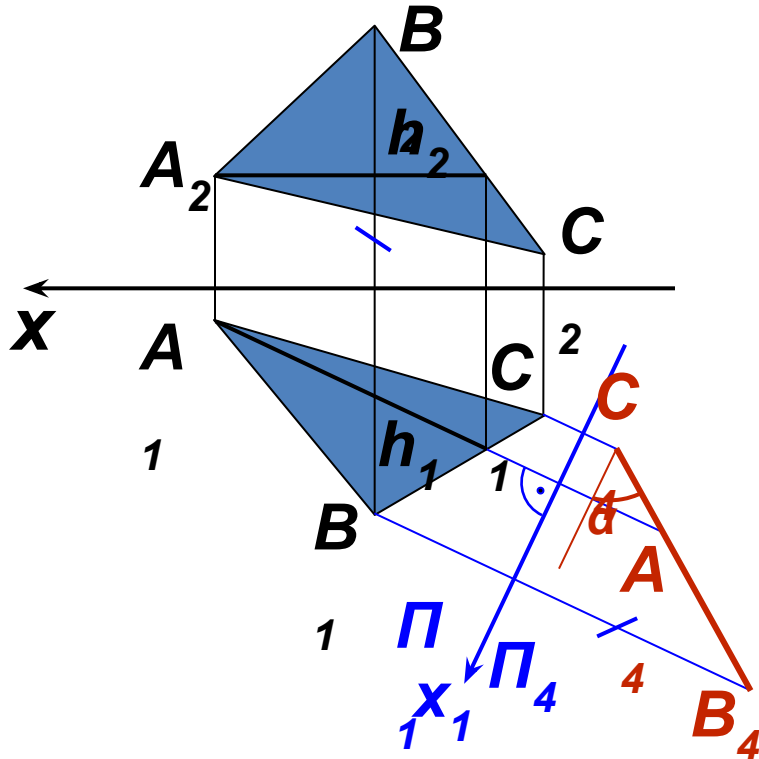
$\Sigma \perp \Pi_2$

Горизонтальная проекция фронтали параллельна оси  $x$ . Фронтальная проекция фронтали параллельна фронтальному следу плоскости или ему принадлежит. Координата  $y$  показывает расстояние от фронтали данной плоскости до фронтальной плоскости проекций



# Метрические задачи

Задача 1. Определить натуральную величину треугольника  $\Sigma$  ( $\triangle ABC$ ) и угол наклона его к плоскости  $\Pi_1$  способом перемены плоскостей проекций

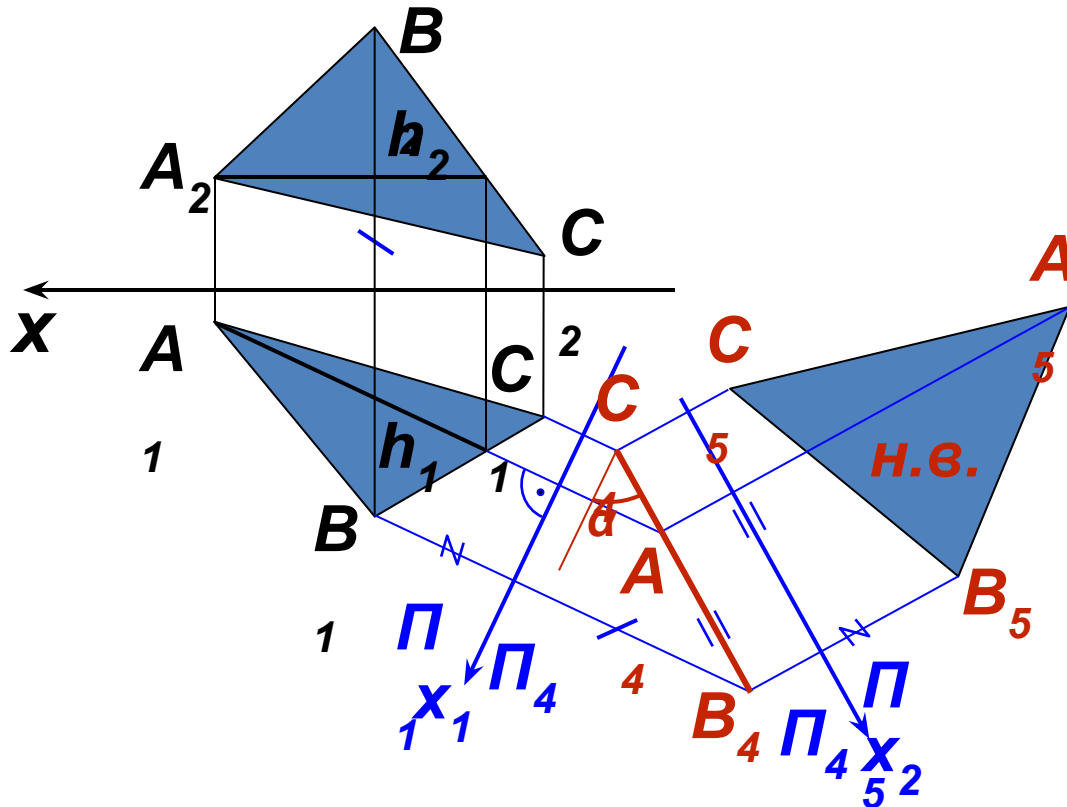


$$\begin{aligned} 1. \quad & \Pi_4 \perp \Pi_1 \\ & \Pi_4 \perp h \in \Sigma \\ & (\triangle ABC) \end{aligned}$$

При первом преобразовании выбираем новую плоскость проекций  $\Pi_4$  перпендикулярно горизонтали плоскости  $h$  так, чтобы она заняла проецирующее положение. На  $\Pi_4$  получаем вырожденную проекцию плоскости (прямую) и ее угол наклона  $\alpha$  к плоскости проекций  $\Pi_1$ .

# Метрические задачи

Задача 1. Определить натуральную величину треугольника  $\Sigma$  ( $\triangle ABC$ ) и угол наклона его к плоскости  $\Pi_1$  способом перемены плоскостей проекций

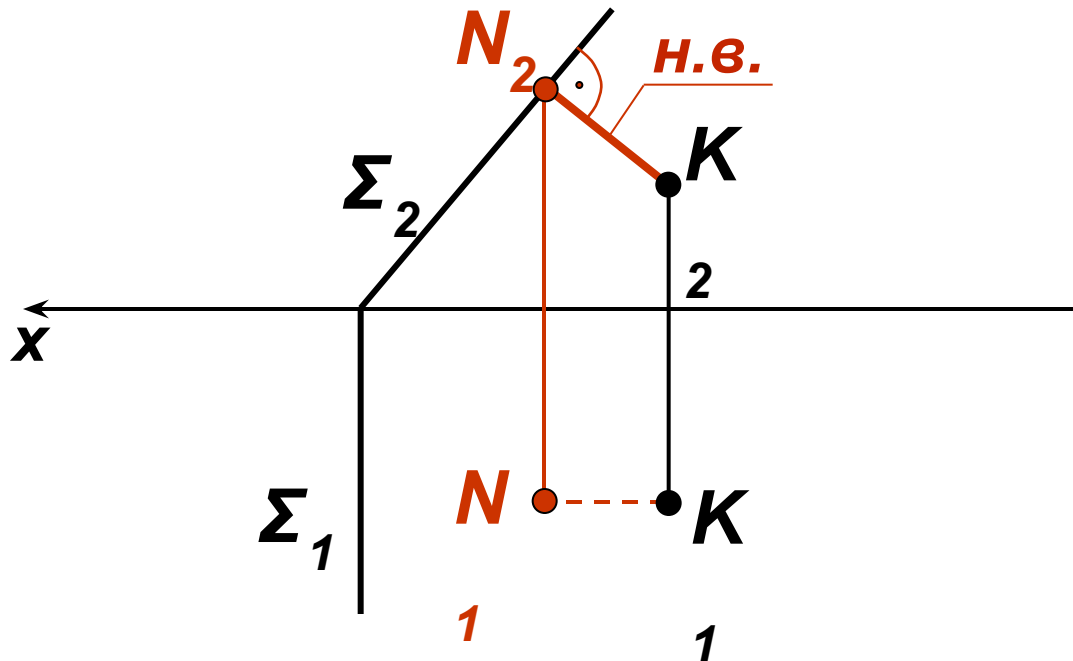


1.  $\Pi_4 \perp \Pi_1$   
 $\Pi_4 \perp h \in \Sigma$   
 $(\triangle ABC)$
2.  $\Pi_5 \perp \Pi_4$   
 $\Pi_5 \parallel \Sigma(\triangle ABC)$

При втором преобразовании выбираем новую плоскость проекций  $\Pi_5$  так, чтобы плоскость заняла положение плоскости уровня. На  $\Pi_5$  строим натуральную величину треугольника

# Метрические задачи

Задача 2. Определить расстояние от точки  $K$  до плоскости частного положения  $\Sigma(\Sigma_1, \Sigma_2)$

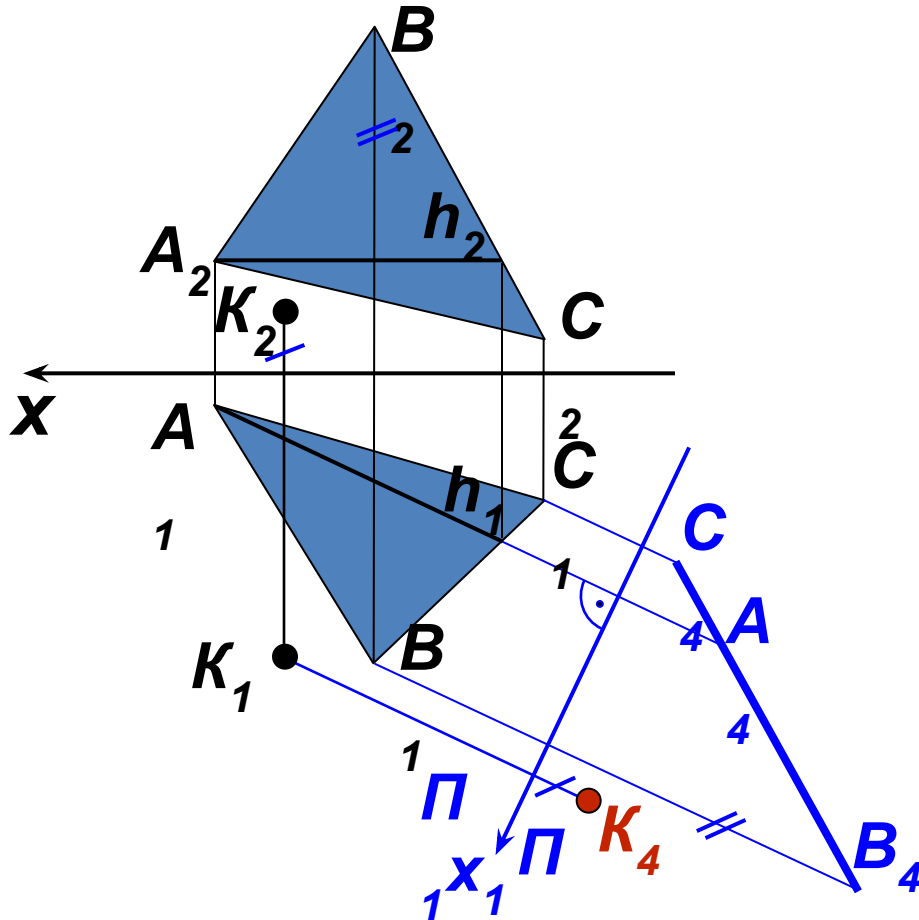


$KN$  -  
искомое  
расстоян  
ие

Проекция искомого расстояния будут перпендикулярны следам данной плоскости. В силу этого  $N_2K_2$  есть натуральная величина расстояния. Перпендикуляр  $NK$  проходит под плоскостью  $\Sigma$ , поэтому его горизонтальная проекция невидима

# Метрические задачи

Задача 3. Определить расстояние от точки  $K$  до плоскости треугольника  $\Sigma(\triangle ABC)$

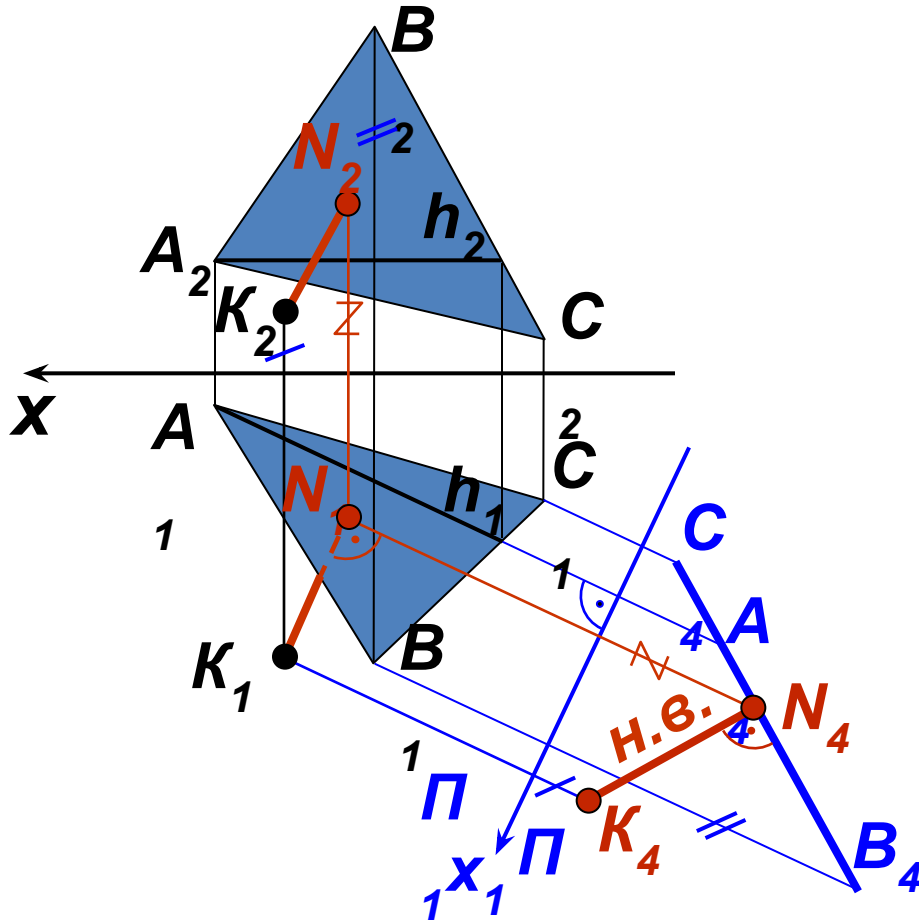


$$\begin{aligned} 1. \quad & \Pi_4 \perp \Pi_1 \\ & \Pi_4 \perp h \in \Sigma \\ & (\triangle ABC) \end{aligned}$$

Выбираем новую плоскость проекций  $\Pi_4$  перпендикулярно горизонтали плоскости  $h$  так, чтобы она заняла проецирующее положение. На  $\Pi_4$  получаем вырожденную проекцию плоскости (прямую) и проекцию точки  $K_4$ .

# Метрические задачи

Задача 3. Определить расстояние от точки  $K$  до плоскости треугольника  $\Sigma(\triangle ABC)$



1.  $\Pi_4 \perp \Pi_1$   
 $\Pi_4 \perp h \in \Sigma$   
( $\triangle ABC$ )
2.  $KN$  -  
искомый  
отрезок

Построение перпендикуляра начинают с плоскости проекций  $\Pi_4$  (см. зад.12), затем строят его проекции на плоскостях  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ . На плоскости проекций  $\Pi_4$  изобразится натуральная величина расстояния от точки  $K$  до плоскости треугольника. Определяют видимость перпендикуляра.