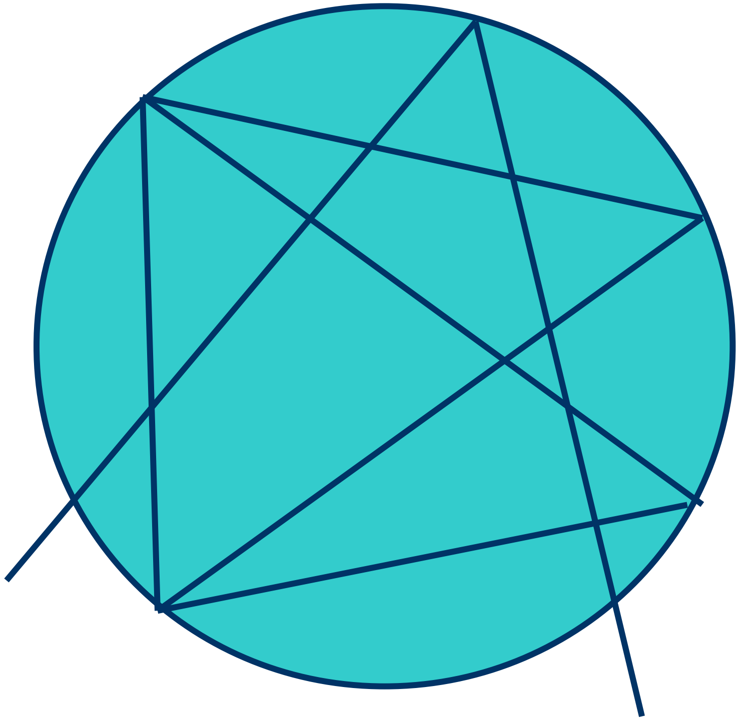
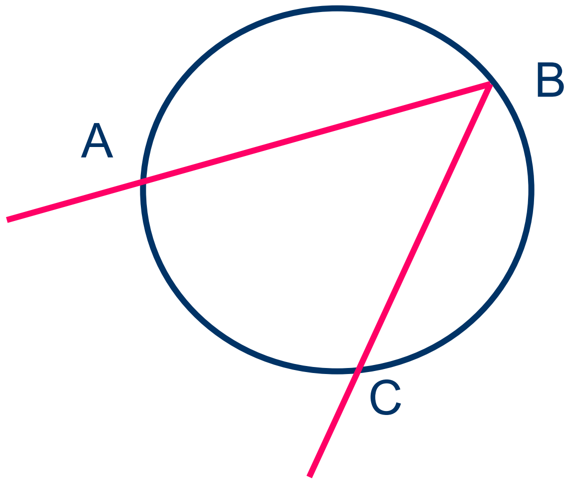
Вписанный угол

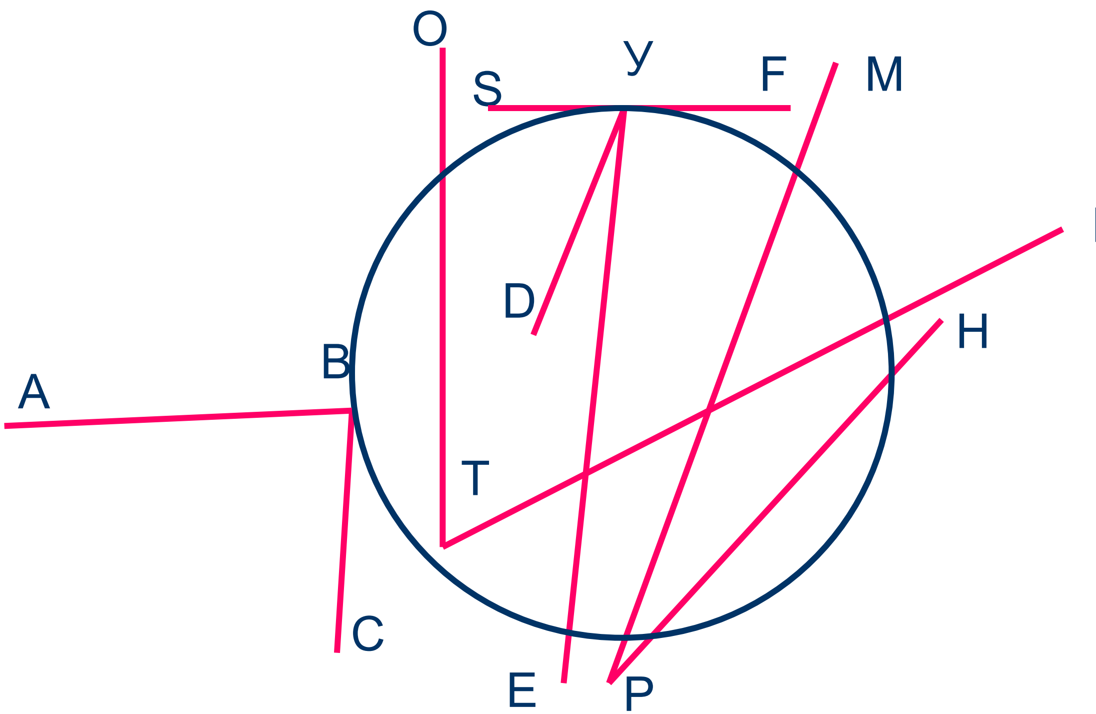


Вписанный угол

Определение. **Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают её, называется вписанным.**



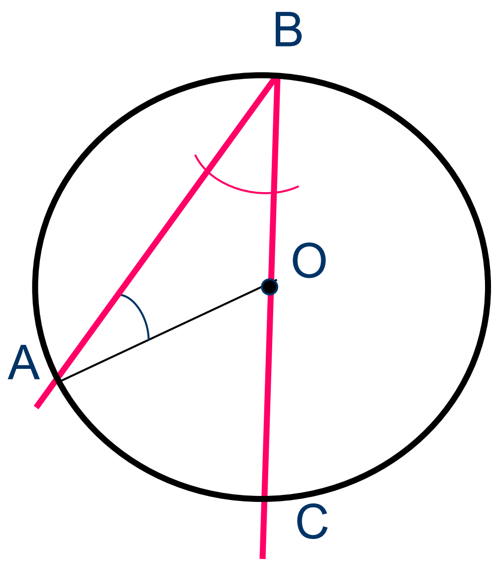
∠ABC - вписанный



Назови вписанный угол

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r), $\angle ABC$ – вписанный.

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2} \smile AC$.

Доказательство:

<u>1 случай.</u> ВС проходит через центр окружности.

Проведём OA. Тогда дуга AC меньше полуокружности.

$\angle AOC$ – центральный, значит $\angle AOC = \smile AC$

$\triangle ABC$ – равнобедренный, значит, $\angle B = \angle A$

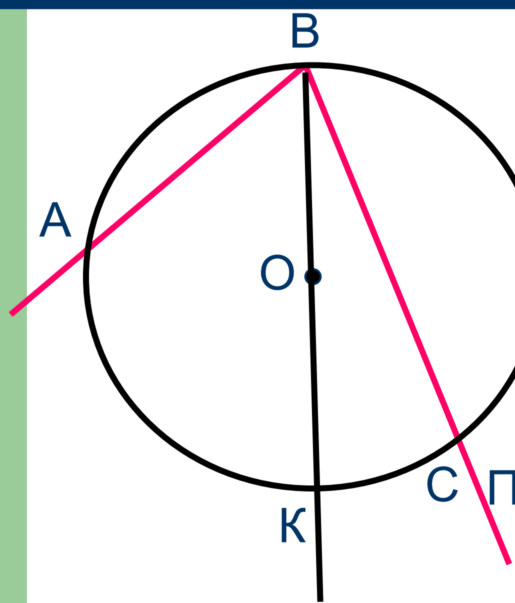
$\angle AOC$ – внешний угол $\triangle ABC$, значит, $\angle AOC = \angle A + \angle B = 2\angle B$

Следовательно, $2\angle B = \smile AC$.

Значит, $\angle ABC = \frac{1}{2} \smile AC$

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r),
$\angle$ ABC – вписанный.

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2}\smile AC$.

Доказательство:

<u>2случай.</u> Центр окружности лежит внутри угла ABC.

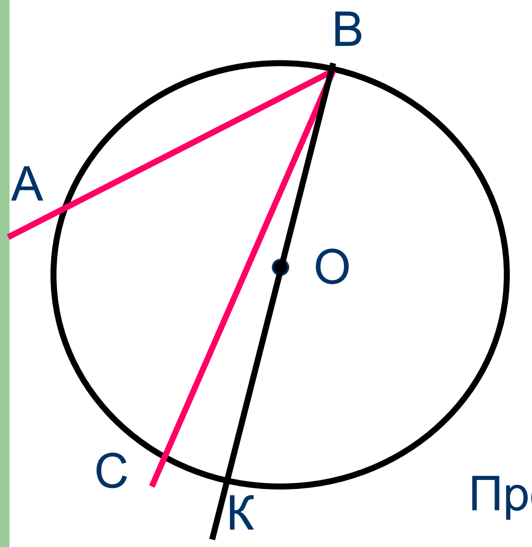
Проведём луч BO, который пересекает дугу AC в точке K.

$\angle$ ABK и $\angle$CBK – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$\angle ABC = \angle ABK + \angle CBK = \frac{1}{2}\smile AK + \frac{1}{2}\smile CK = \frac{1}{2}(\smile AK + \smile CK) =$
$= \frac{1}{2}\smile AC$.

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(О;r),
$\angle ABC$ - вписанный.

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2} \smile AC$.

Доказательство:

<u>3 случай.</u> Центр окружности лежит вне угла АВС.

Проведём луч ВО, который пересекает Окр(О;r) в точке К.

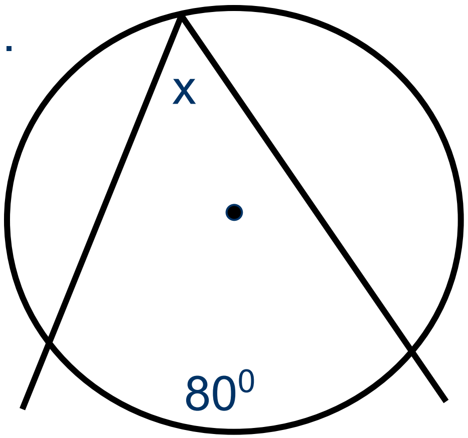
$\angle ABK$ и $\angle CBK$ – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$\angle ABC = \angle ABK - \angle CBK = \frac{1}{2} \smile AK - \frac{1}{2} \smile CK = \frac{1}{2} (\smile AK - \smile CK) =$
$= \frac{1}{2} \smile AC$.

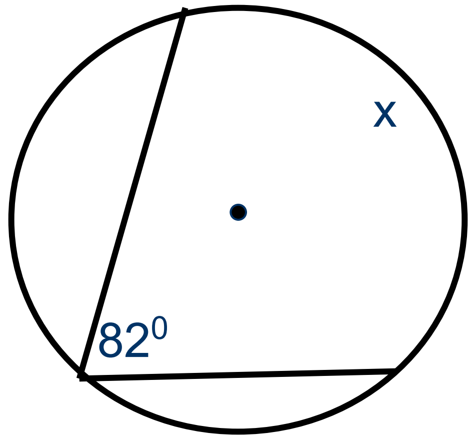
Реши задачи

Найти: x

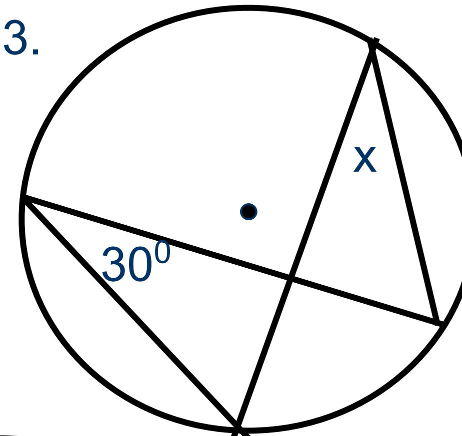
1.



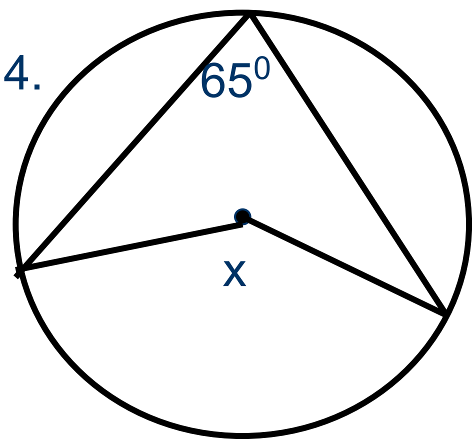
2.



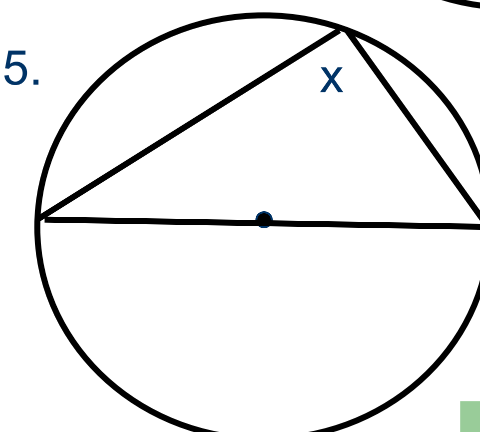
3.



4.



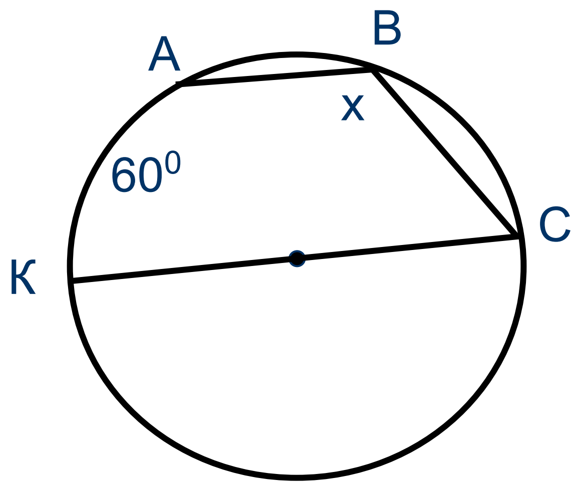
5.



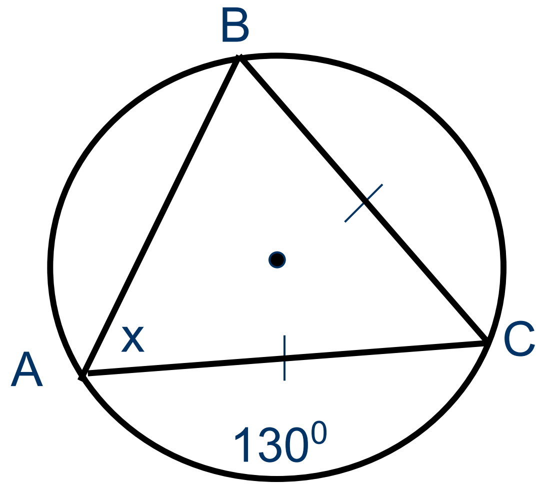
Реши задачи

Найти: x

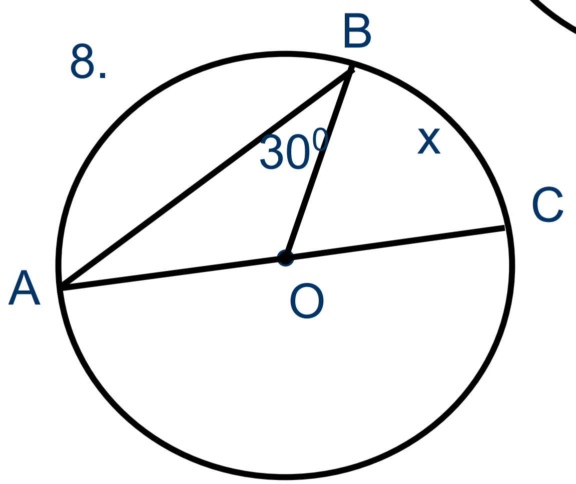
6.



7.



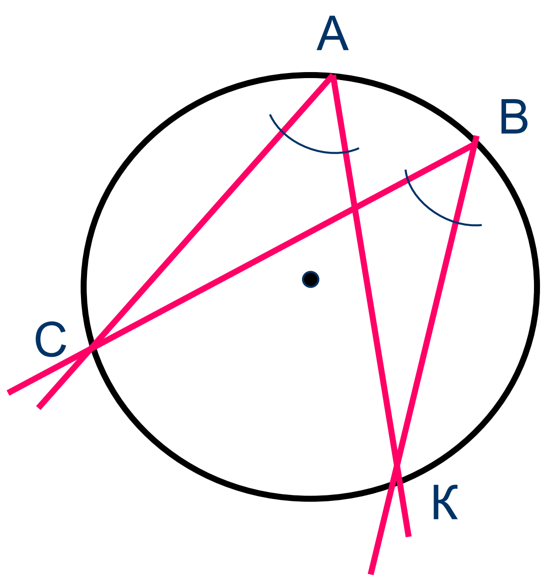
8.

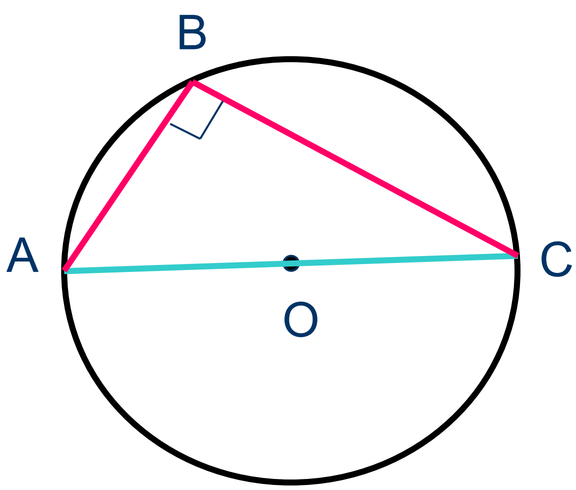


Следствия

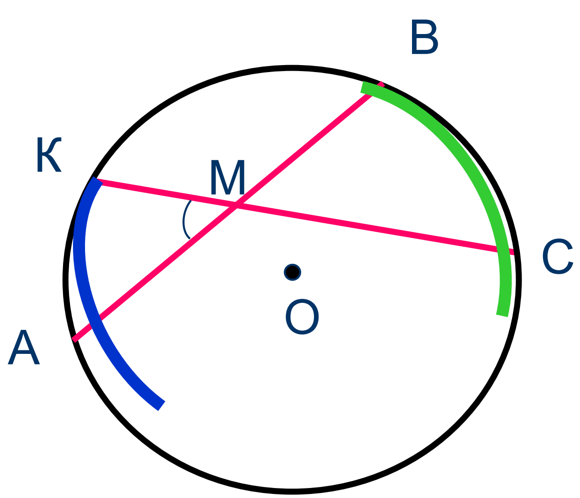
1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.

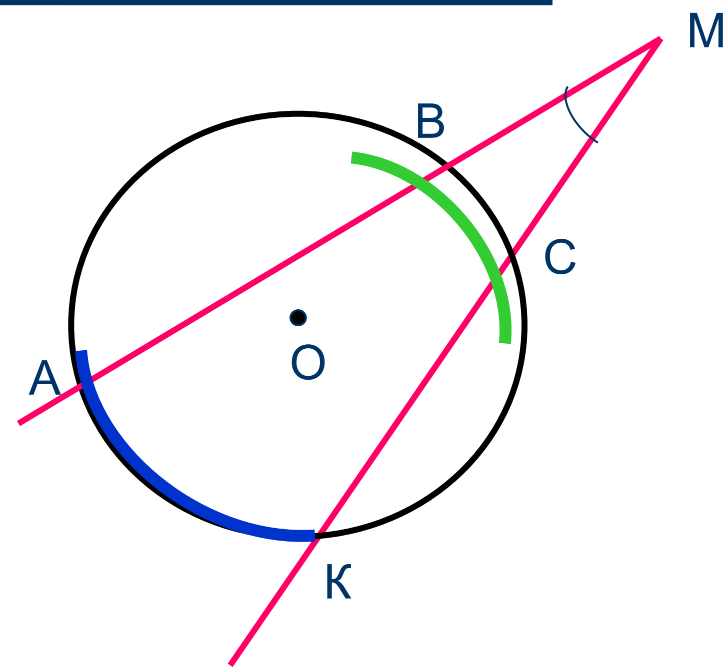




Нужные выводы

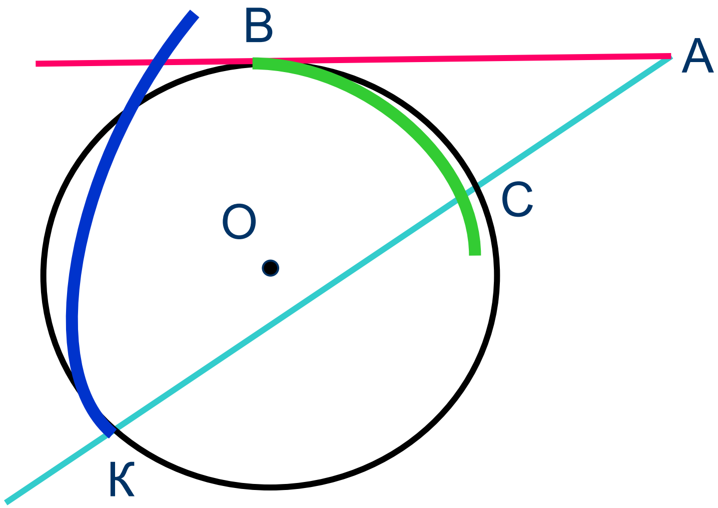


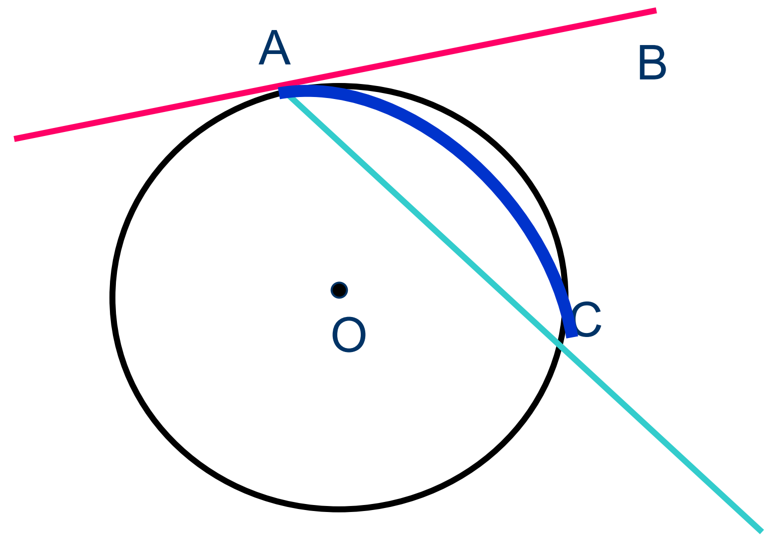
∠ АМК = ½ (◡АК + ◡ВС)



∠ АМК = ½ (◡АК - ◡ВС)

Нужные выводы



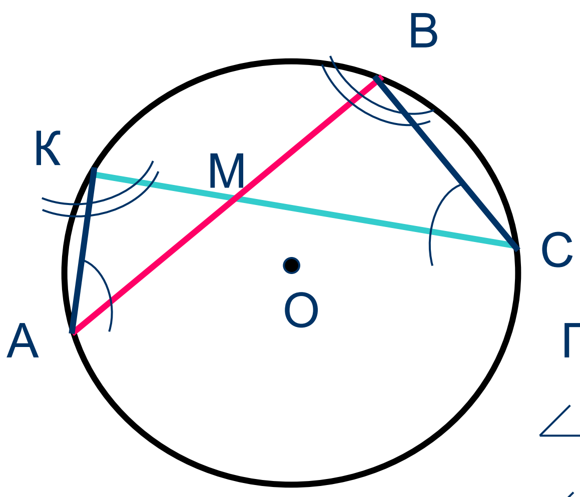


$\angle BAK = \frac{1}{2}(\smile BK - \smile BC)$

$\angle BAC = \frac{1}{2} \smile AC$

Свойство пересекающихся хорд

Теорема. Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.



Дано: Окр.(O;r),
M – точка пересечения хорд AB и CK.

Доказать: AM · BM = CM · KM.

Доказательство:

Проведём AK и BC. Рассмотрим △AKM и △BCM.

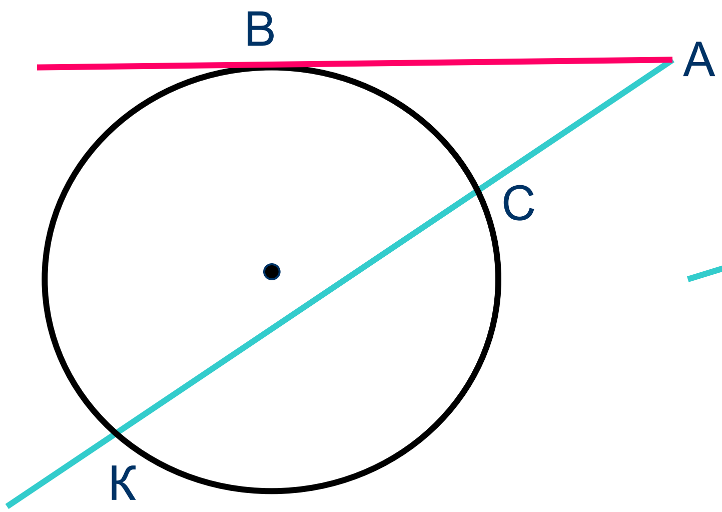
∠A = ∠C, как вписанные, опирающиеся на ◡BK.

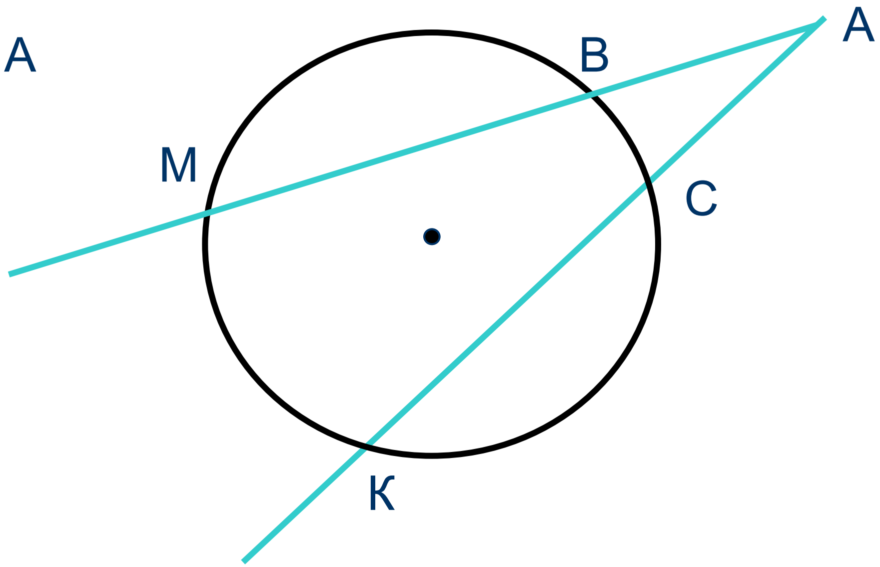
∠K = ∠B, как вписанные, опирающиеся на ◡AC.

Значит, △AKM и △BCM подобны, следовательно, сходственные стороны пропорциональны:

$\frac{AM}{CM} = \frac{KM}{BM}$, а, значит, AM · BM = CM · KM.

Нужные свойства



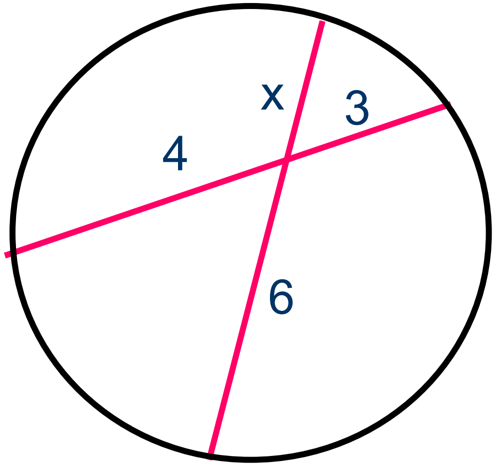


$AB^2 = AK \cdot AC$

$AM \cdot AB = AK \cdot AC$

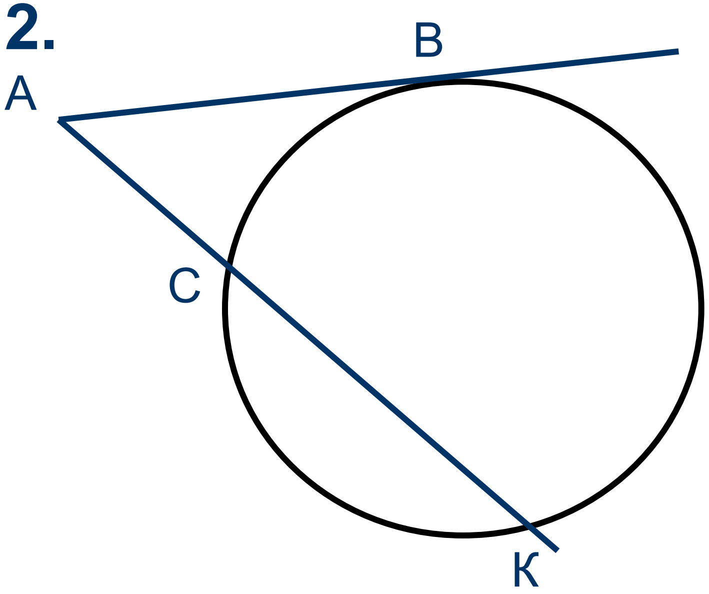
Реши задачи

1. Найти **x**



2

2.



Дано: АК = 9, АС =4.
Найти: АВ.

6

Желаю успехов в учёбе

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.