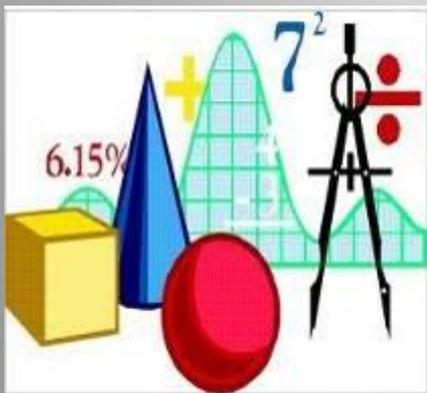
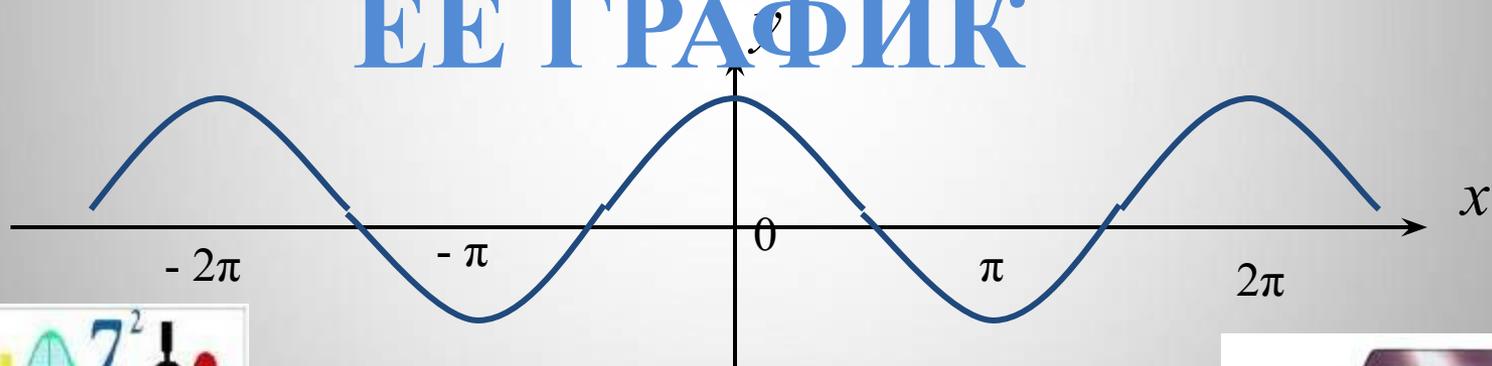


СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = \cos x$ И ЕЕ ГРАФИК



Автор работы:
учитель математики и информатики
МБОУ СОШ №48 ст. Черноерковской
Кармазин Андрей Андреевич



Свойства функции

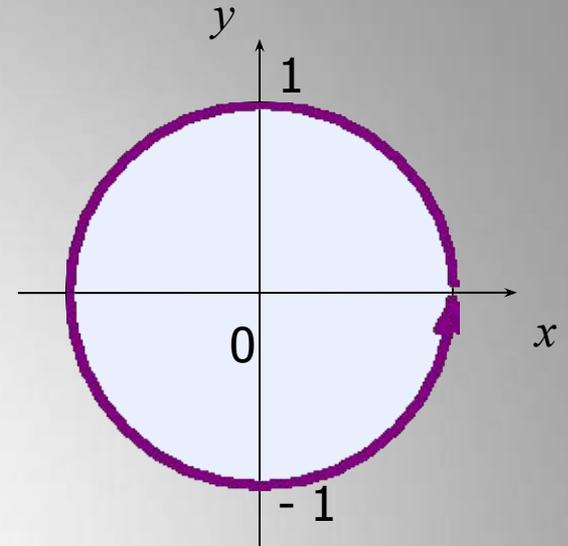
- 1. $D(y)$
- 2. $E(y)$
- 3. Четность функции
- 4. Периодичность функции
- 5. Нули функции
- 6. Наибольшее значение
- 7. Наименьшее значение
- 8. Положительные значения
- 9. Отрицательные значения
- 10. Возрастание функции
- 11. Убывание функции



$$y = \cos x$$

D (y)

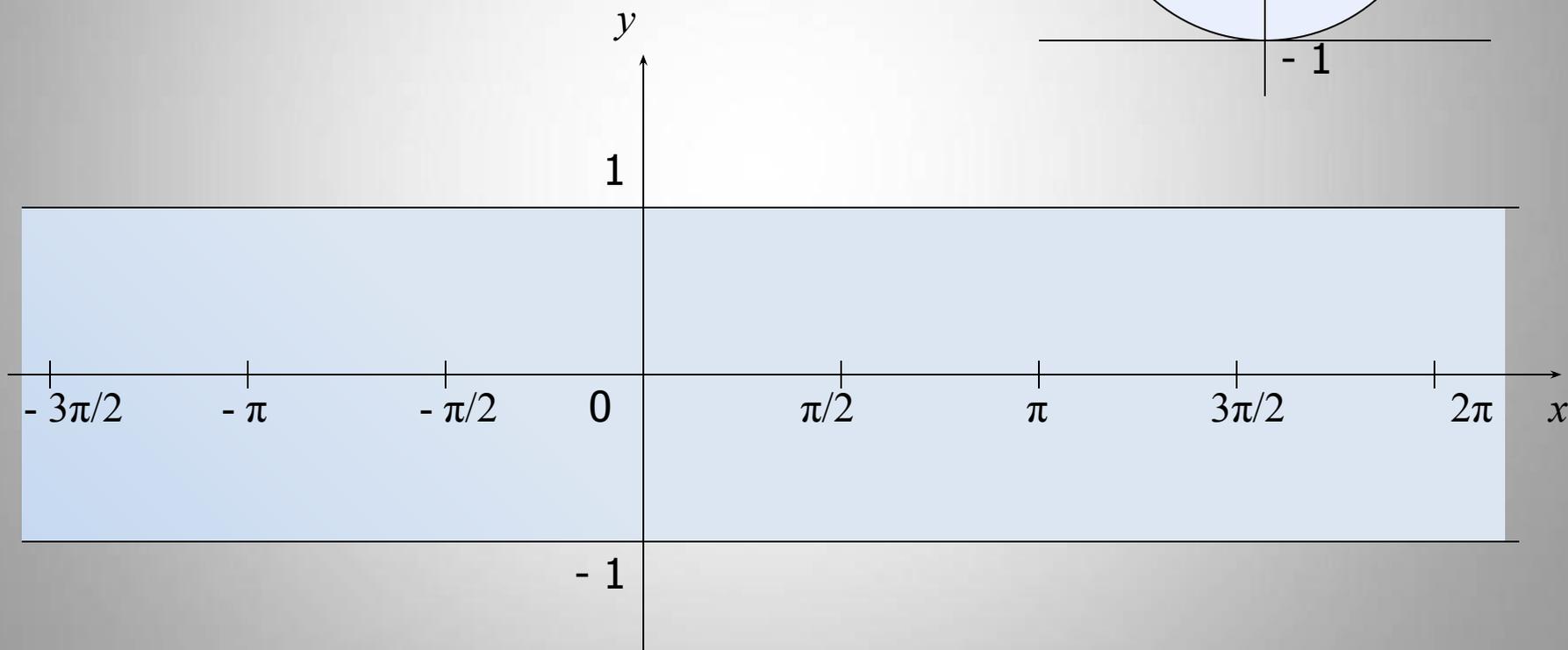
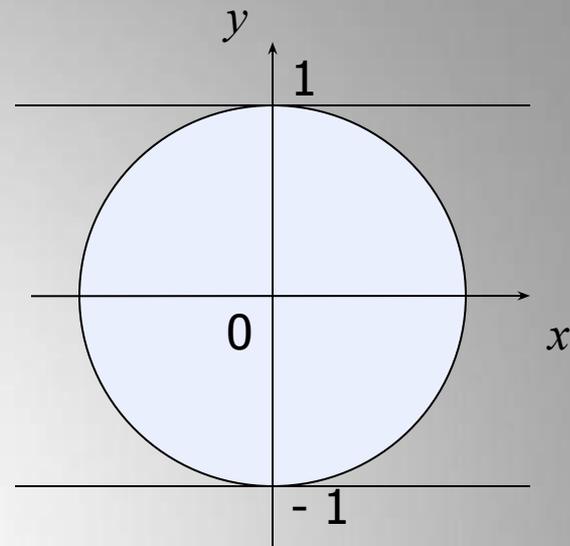
$x \in \mathbb{R}$



$$y = \cos x$$

$E(y)$

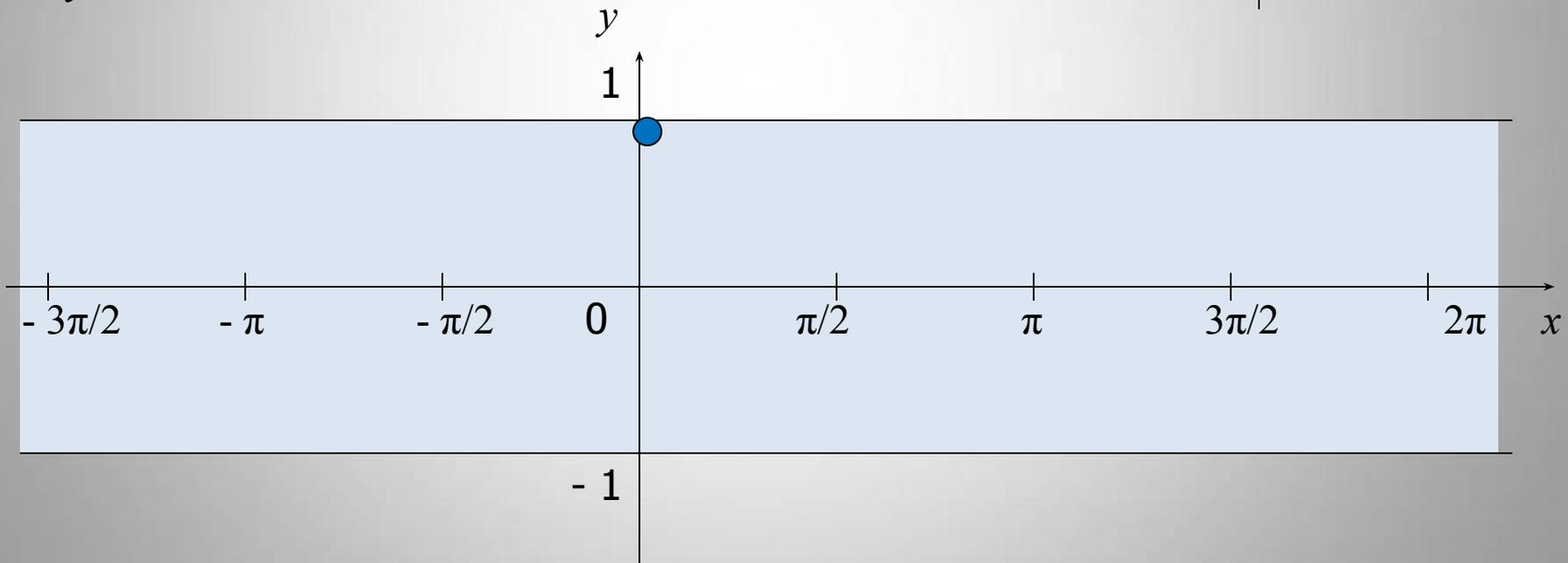
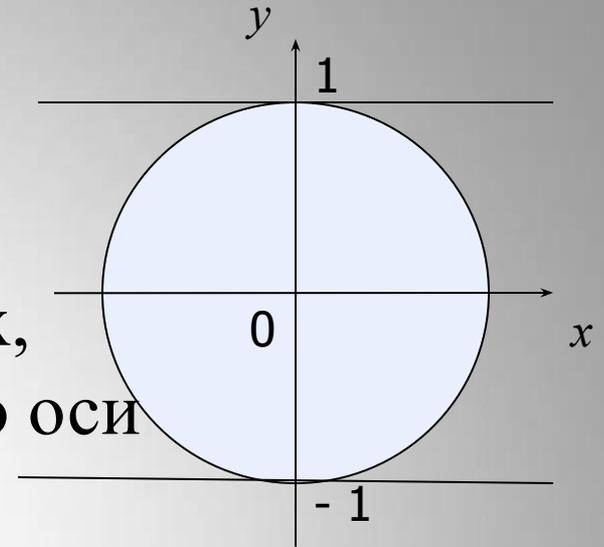
$[-1; 1]$



$$y = \sin x$$

Четность функции

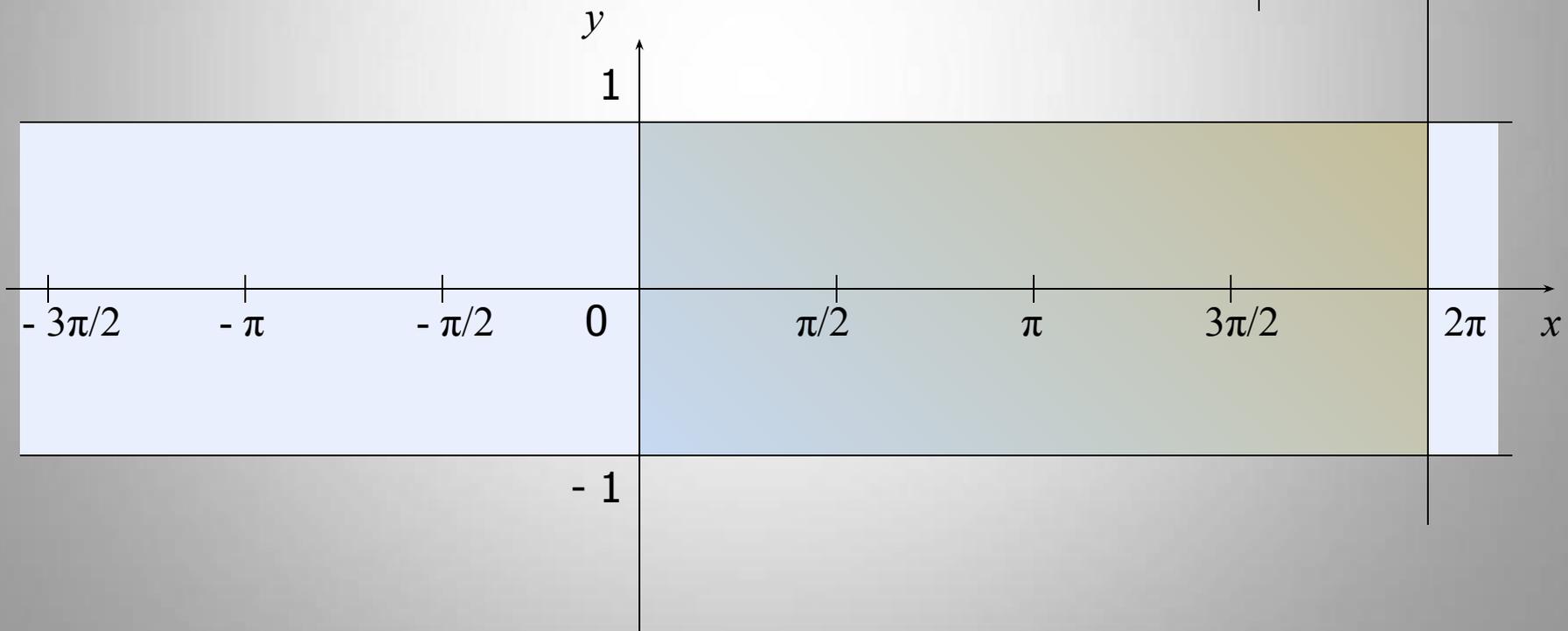
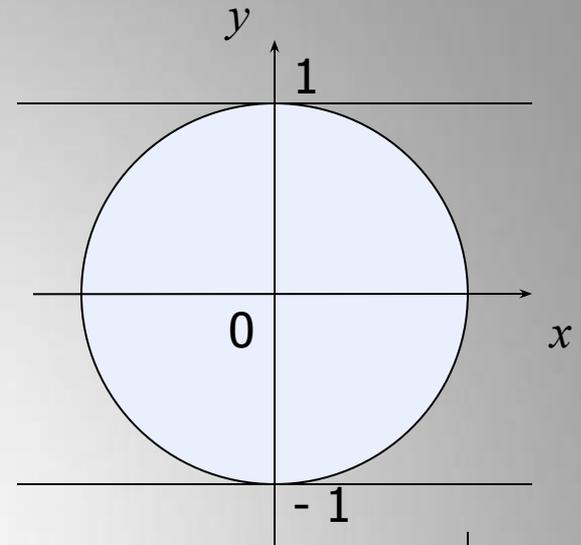
Функция **четная**, т.к. $\cos(-x) = \cos x$,
график симметричен относительно оси
 Oy



$$y = \cos x$$

Периодичность функции

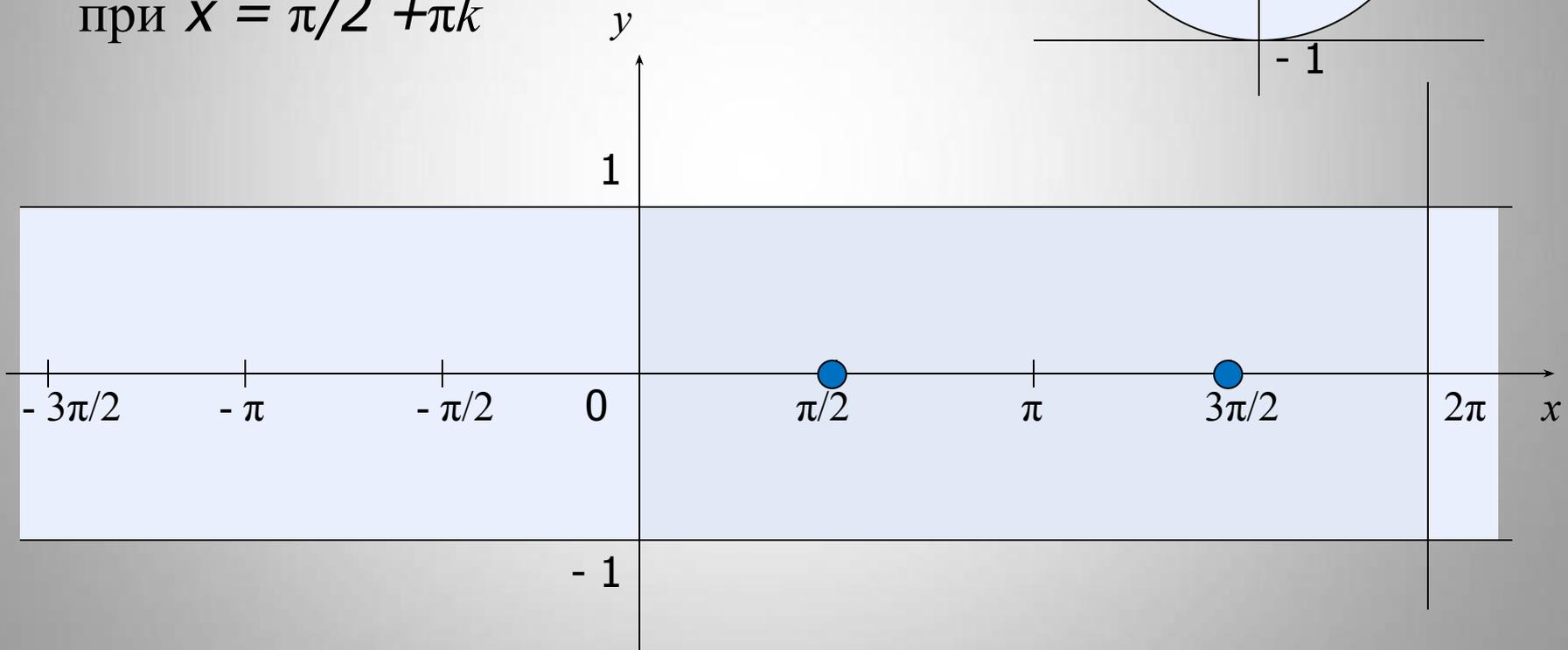
Период функции $T=2\pi$,
 $\cos(x+2\pi)=\cos x$



$$y = \cos x$$

Нули функции $\cos x = 0$

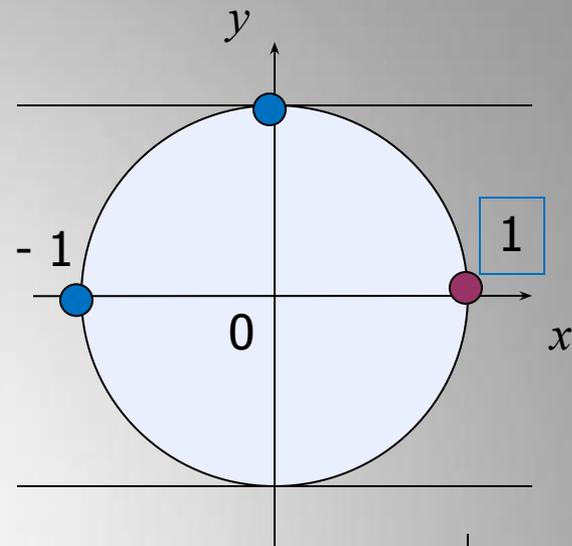
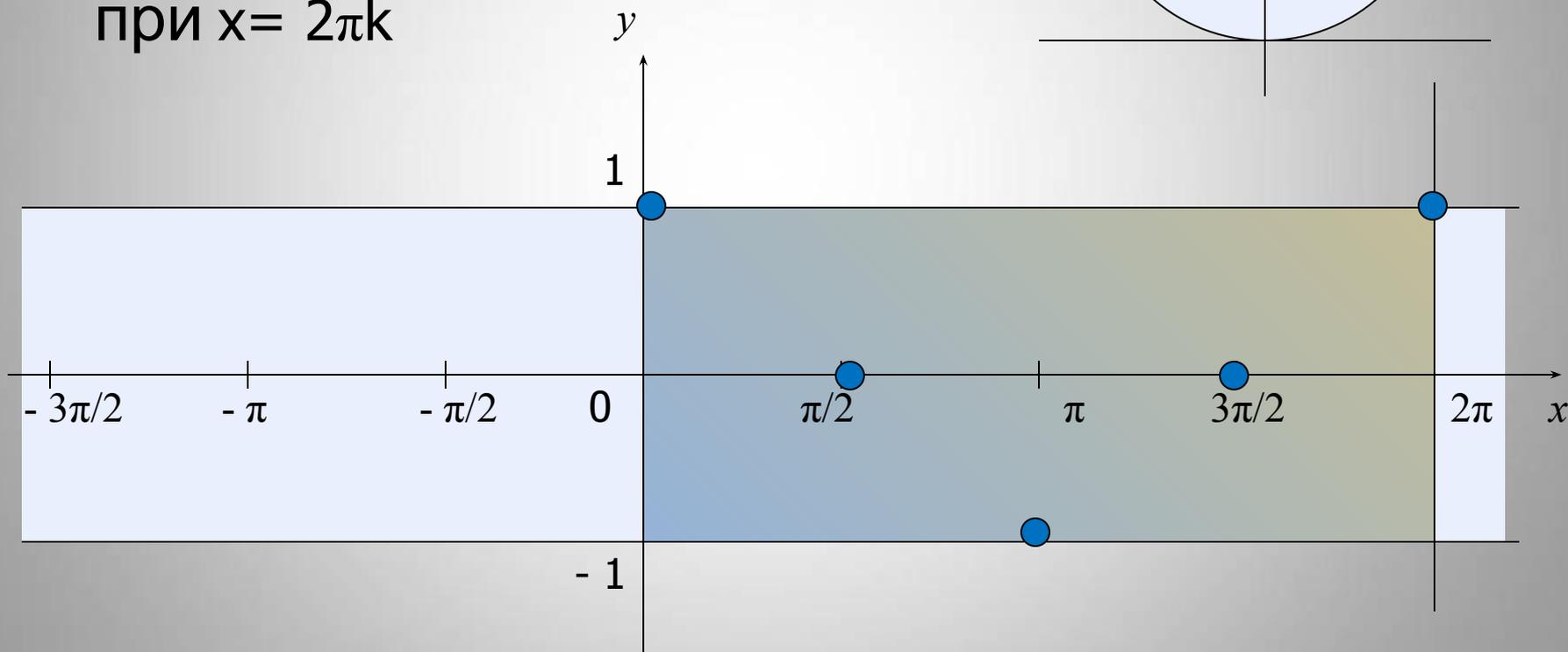
при $x = \pi/2 + \pi k$



$$y = \cos x$$

Наибольшее значение $\cos x = 1$

при $x = 2\pi k$

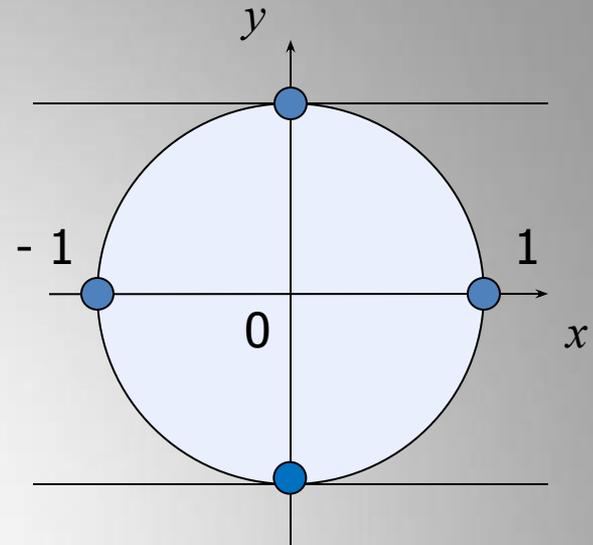
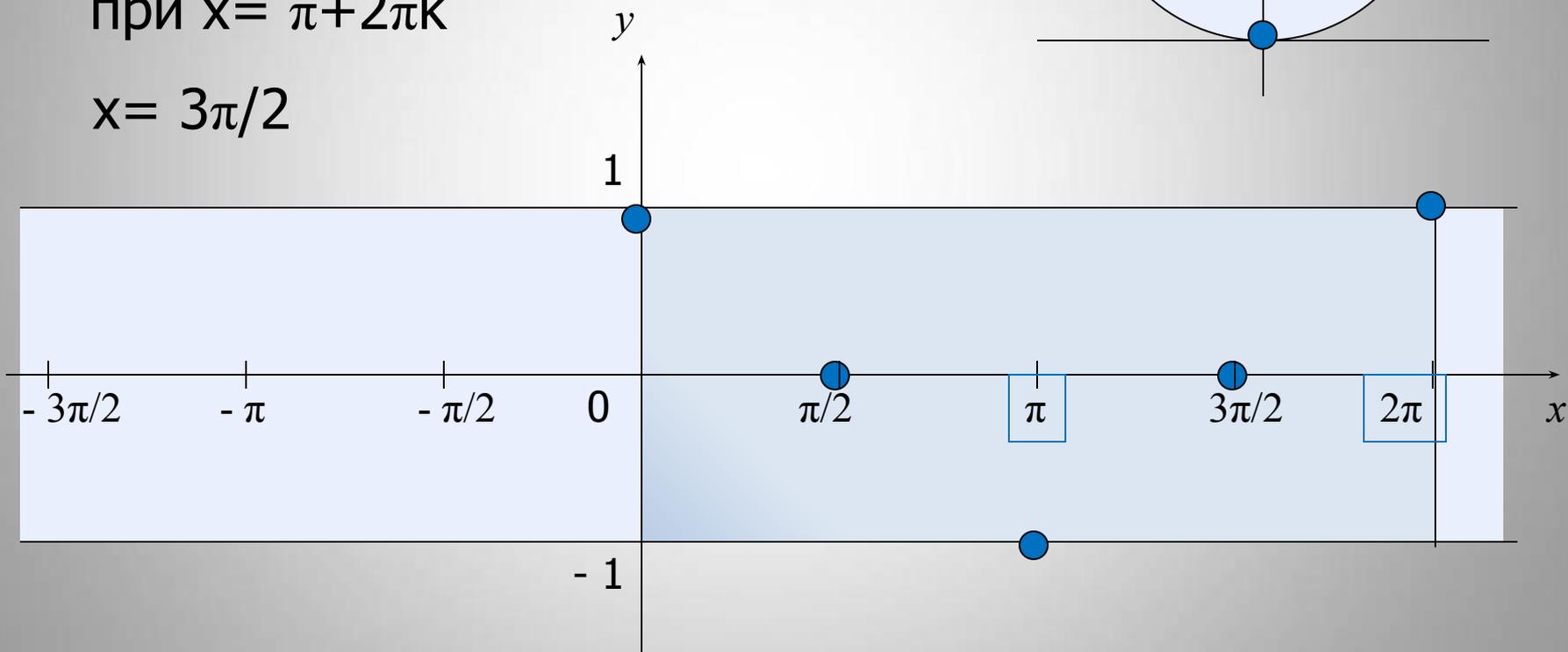


$$y = \cos x$$

Наименьшее значение $\cos x = -1$

при $x = \pi + 2\pi k$

$x = 3\pi/2$



Построение графика функции

$y = \cos$ на отрезке $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

$$\cos(0) = 1$$

$$\cos(\pi/4) \approx 0,7$$

$$\cos(\pi/3) \approx 0,5$$

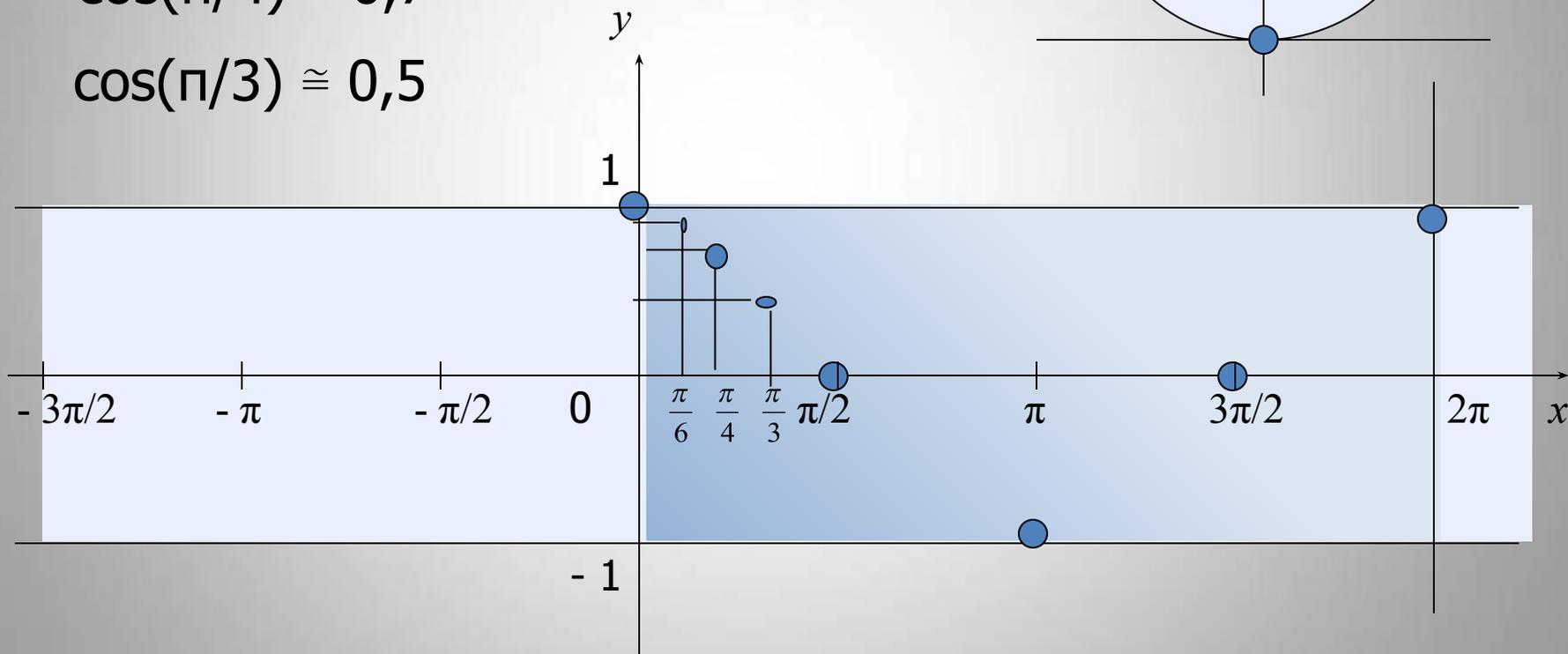
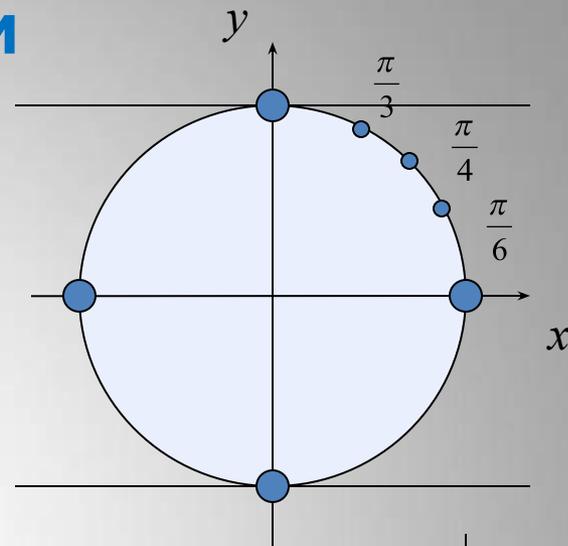
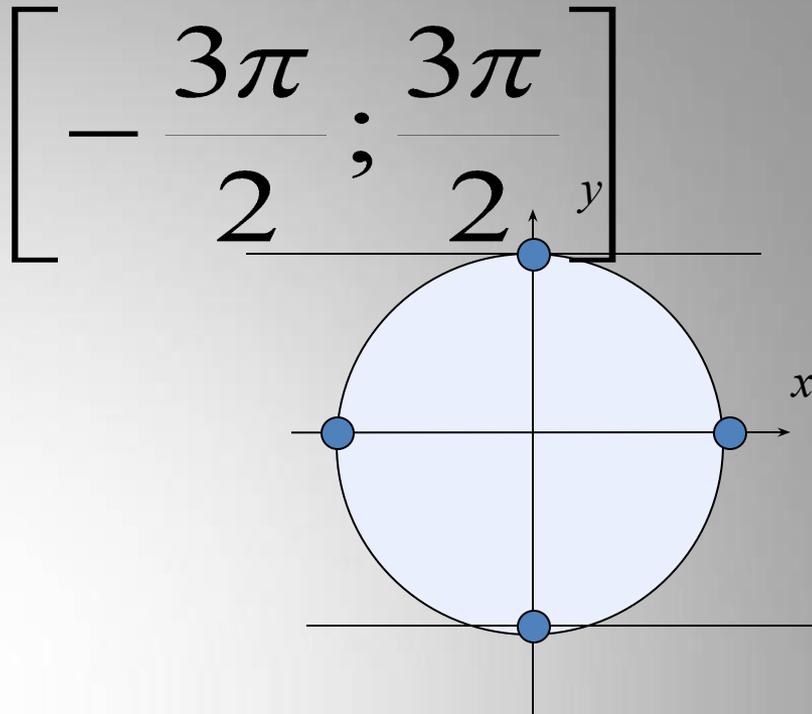
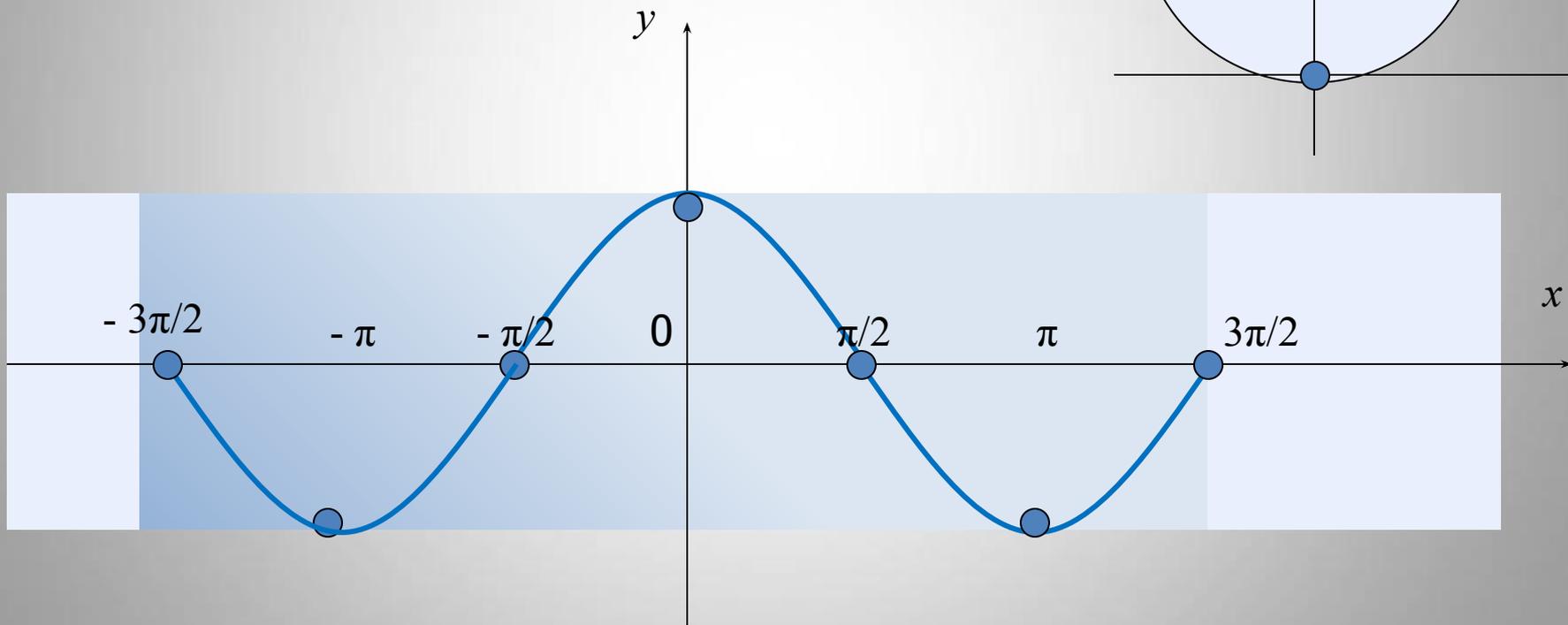


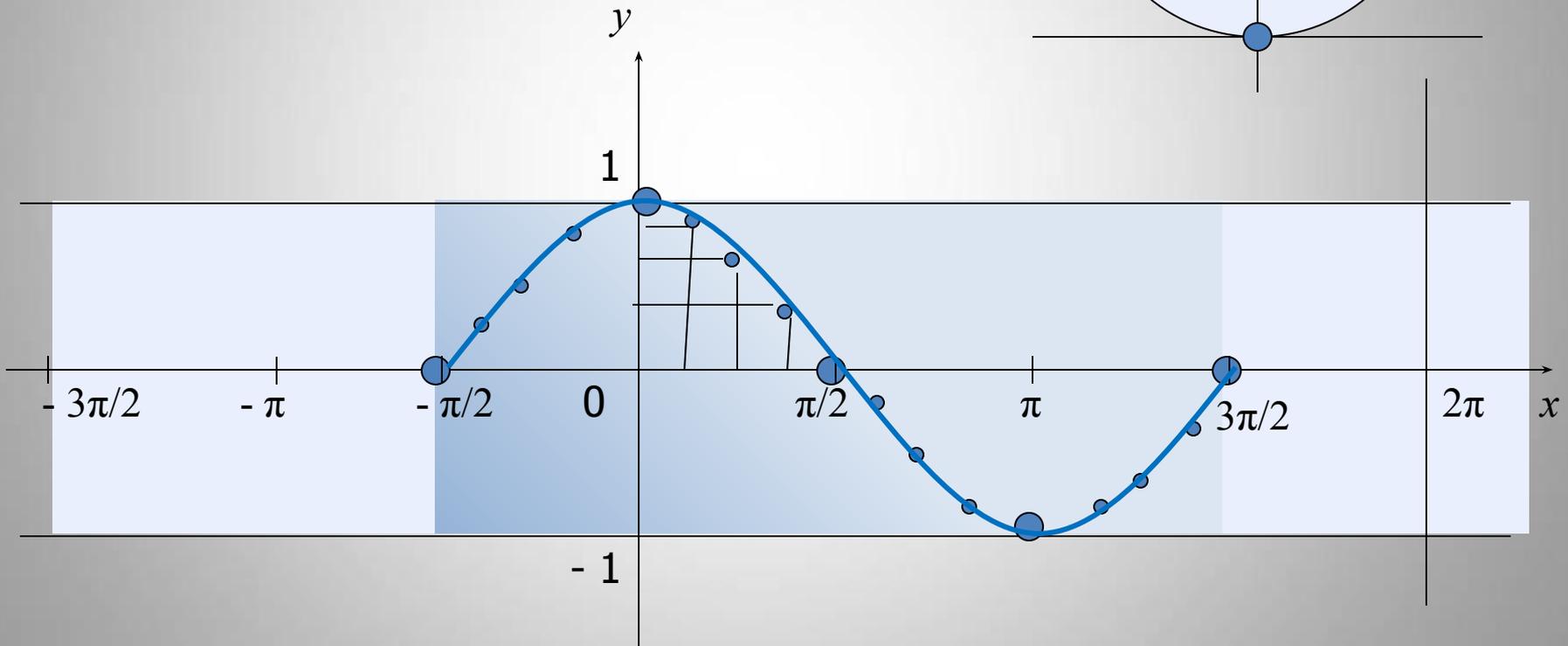
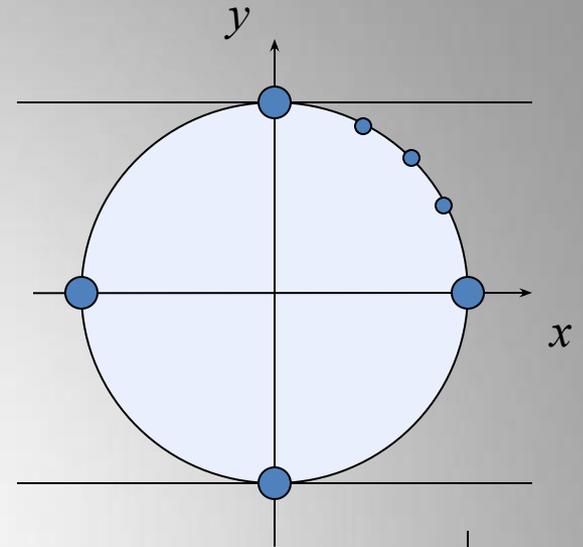
График функции на отрезке



$$y = \cos x$$

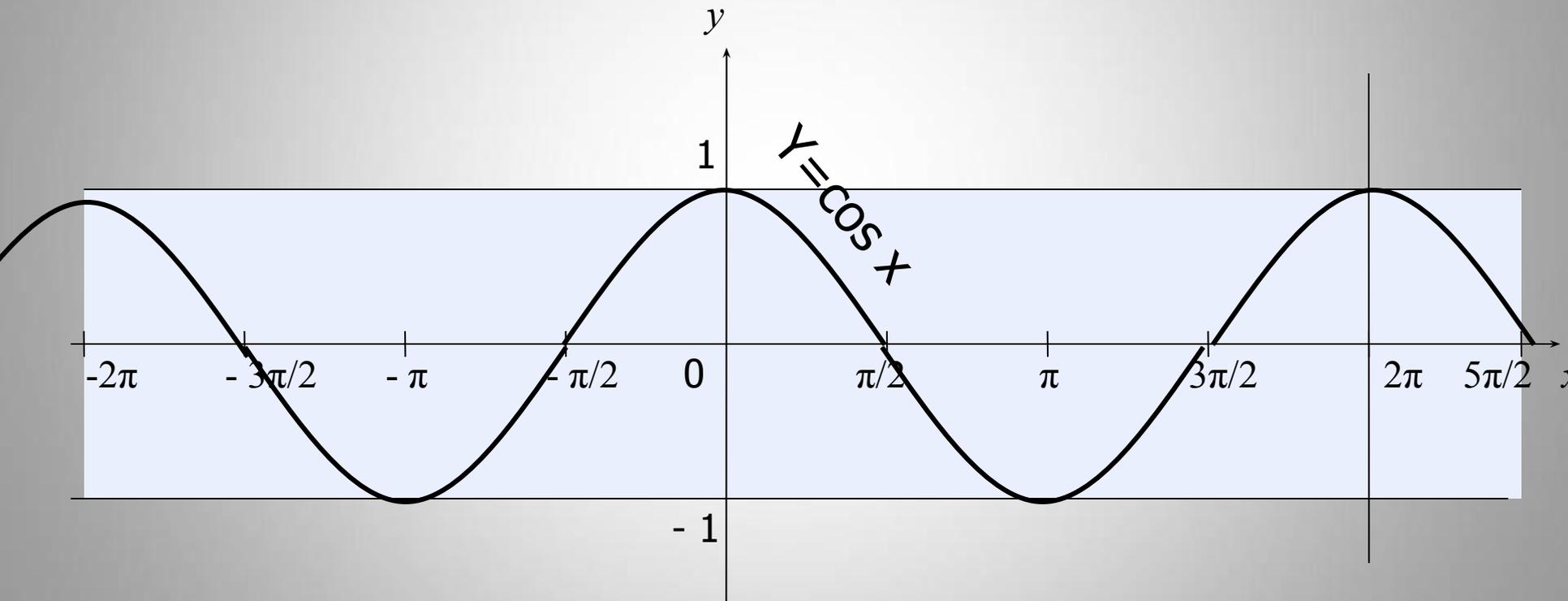


$$y = \cos x$$



$$y = \cos x$$

График функции $y = \cos x$ называется синусоида

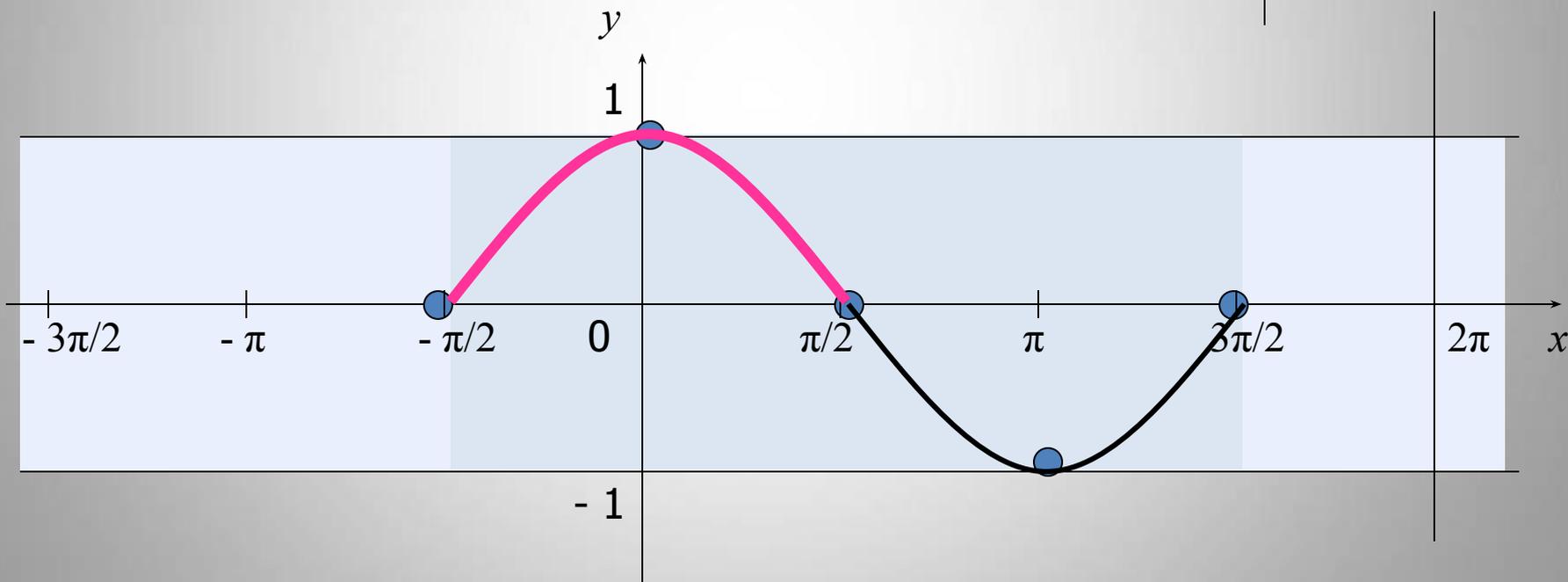
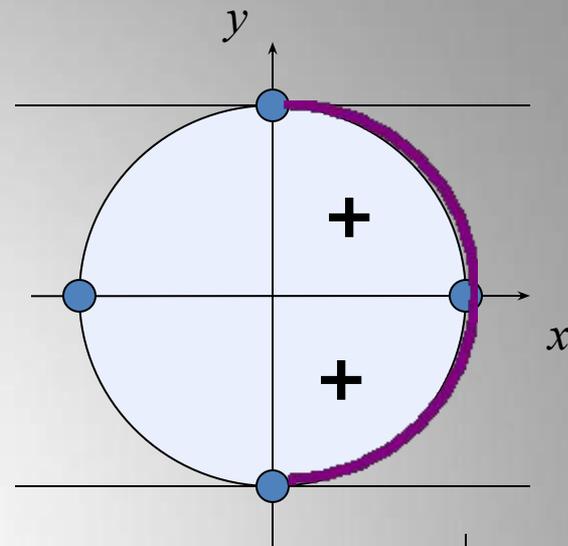


Промежутки знакопостоянства

$$y = \cos x$$

Положительные значения $\cos x > 0$

на отрезке $(-\pi/2 + 2\pi k; \pi/2 + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

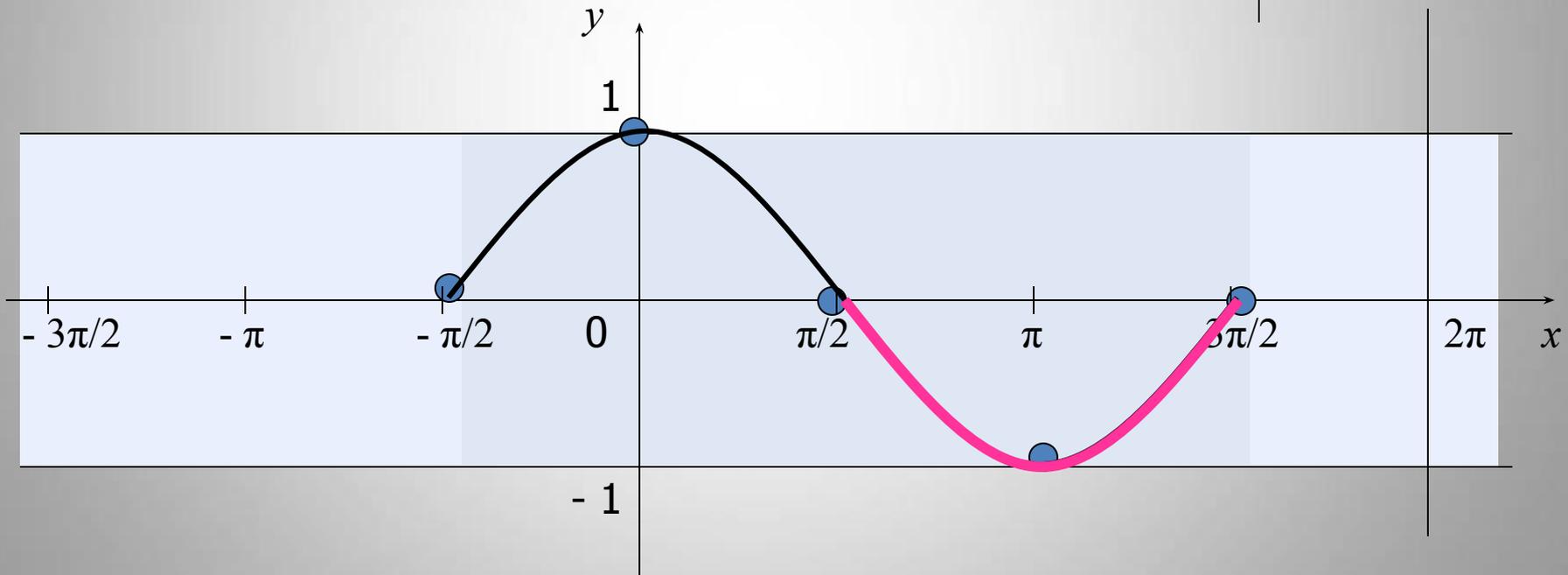
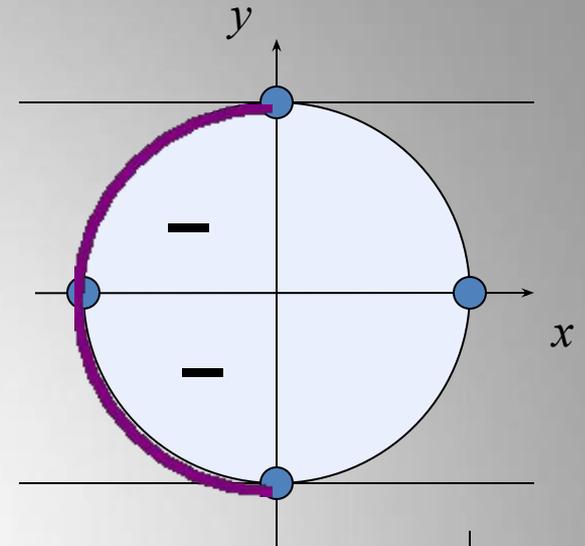


Промежутки знакопостоянства

$$y = \cos x$$

Отрицательные значения $\cos x < 0$

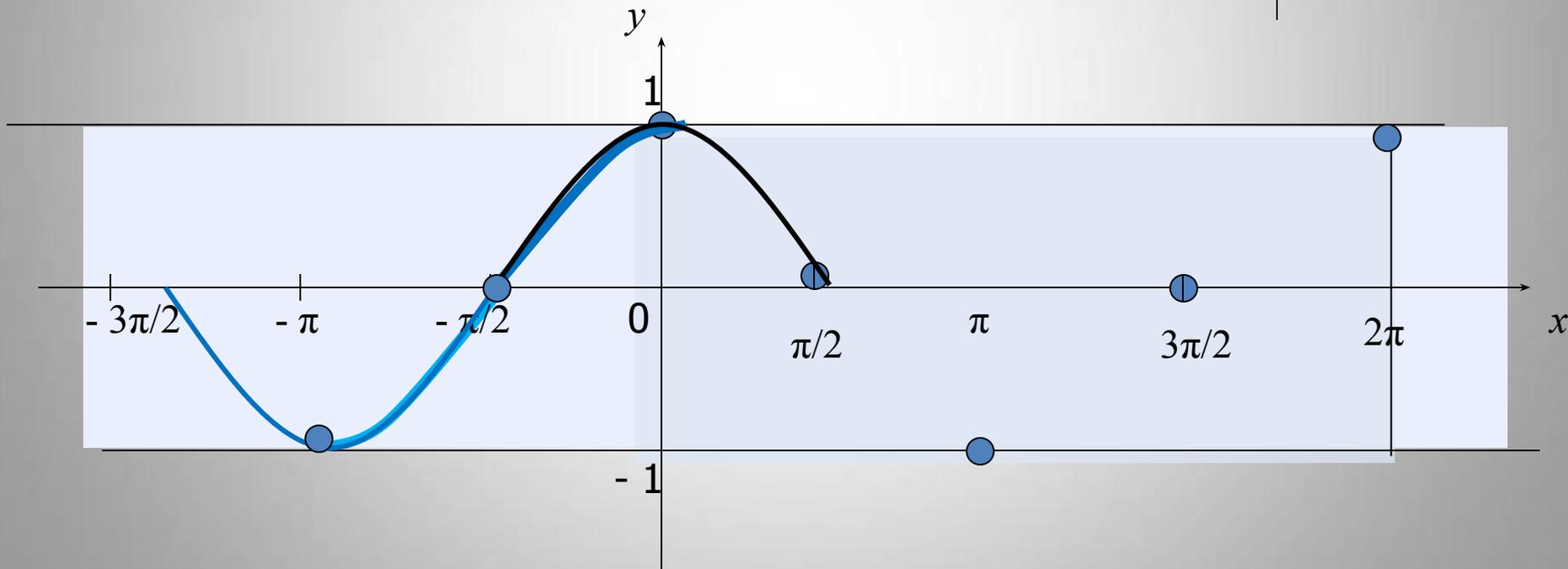
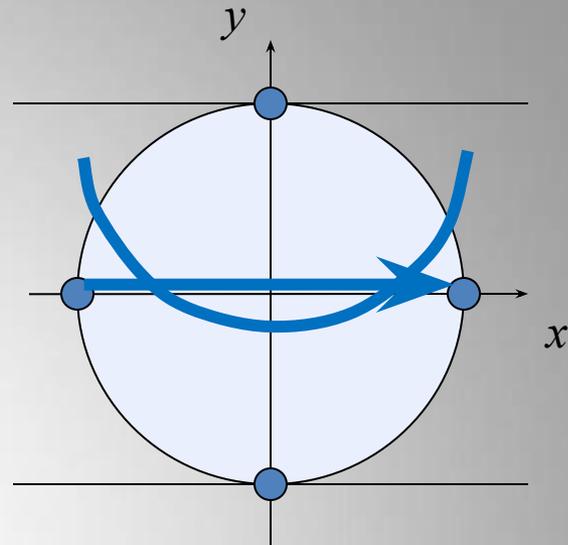
на отрезке $(\pi/2 + 2\pi k; 3\pi/2 + 2\pi k)$. $k \in \mathbb{Z}$



Промежутки возрастания

$$y = \cos x$$

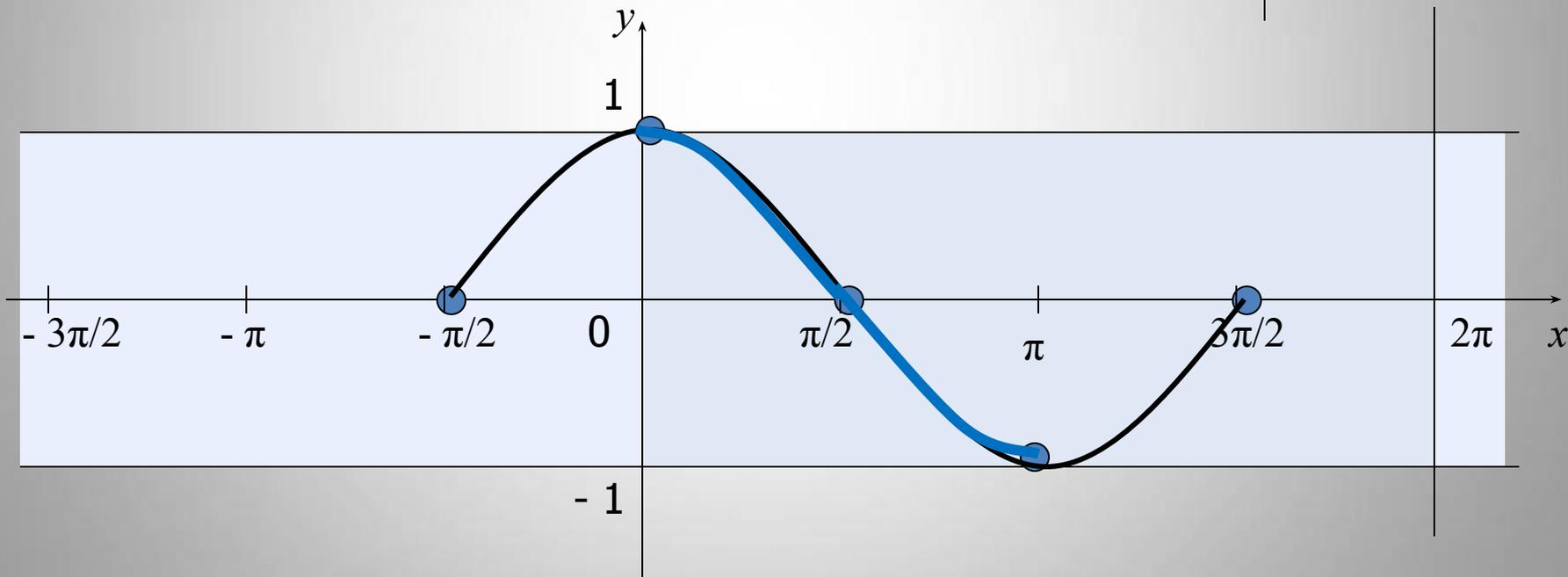
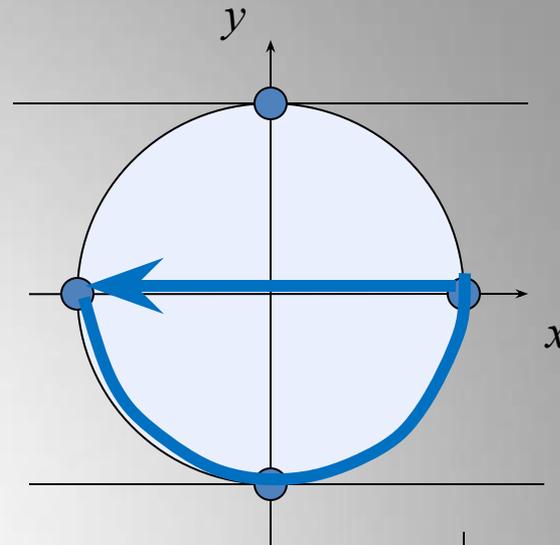
Функция возрастает
на отрезке $[-\pi + 2\pi k; 2\pi k]$



Промежутки убывания

$$y = \cos x$$

Функция убывает
на отрезке $[2\pi k; \pi + 2\pi k]$



Задача

Сравнить числа $\cos 2$ и $\cos 3$

Так как $\pi = 3,14$, $\frac{\pi}{2} = 1,57$, то

$$\frac{\pi}{2} < 2 < 3 < \pi$$

Из графика видно, что на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ функция $y = \cos x$ убывает.

Ответ: $\cos 2 > \cos 3$.

Упражнения

Пользуясь свойствами функции $y = \cos x$,
сравните числа:

$$\cos 100^{\circ} \quad \text{и} \quad \cos 130^{\circ}$$

Расположить в порядке возрастания числа
 $\cos 1.9$; $\cos 3$; $\cos(-1)$; $\cos(-1.5)$.

Числа $\cos 1.9$ и $\cos 3$ **положительны**, так как точки $P(1,9)$ и $P(3)$ находятся в **1 четверти**.
Функция $y=\cos x$ в 1 четверти убывает. $\cos 3 < \cos 1.9$

Числа $\cos(-1)$ и $\cos(-1.5)$ **отрицательны**, так как точка $P(-1)$ и $P(-1,5)$ находятся в **3 четверти**.

Функция $y=\cos x$ в 3 четверти возрастает.

$$\cos(-1) < \cos(-1.5)$$

Ответ:

Таким образом, в порядке возрастания эти числа располагаются так:

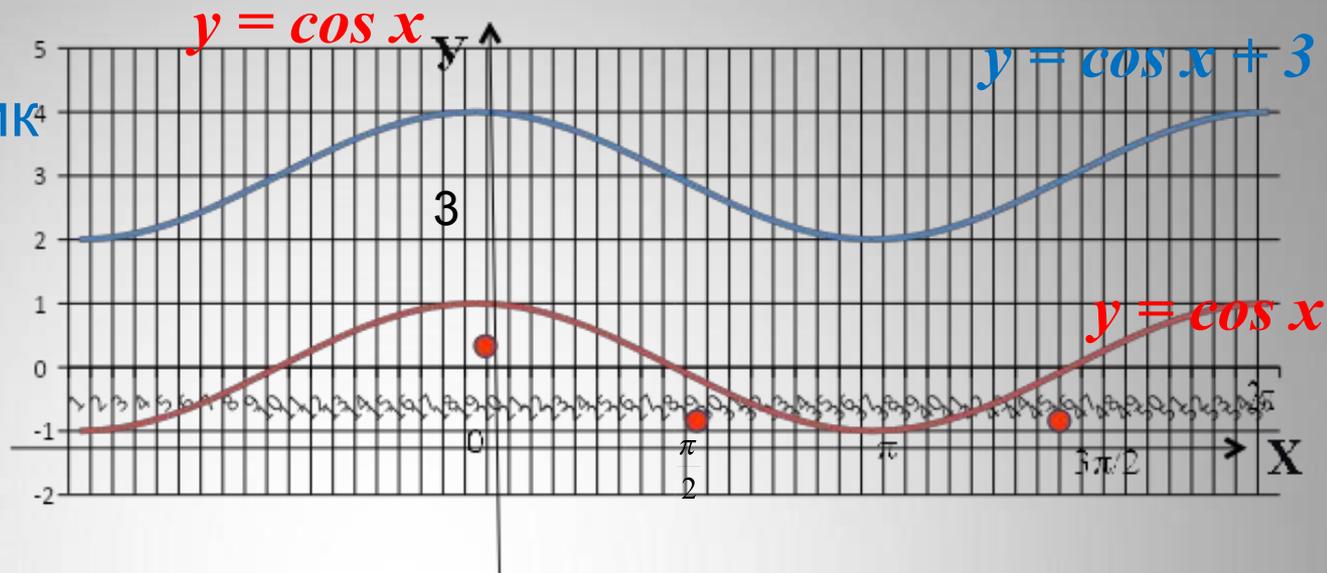
$$\cos(-1.5); \quad \cos(-1); \quad \sin 3; \quad \cos 1.9.$$

Преобразование графика

Сдвиг вдоль оси ординат

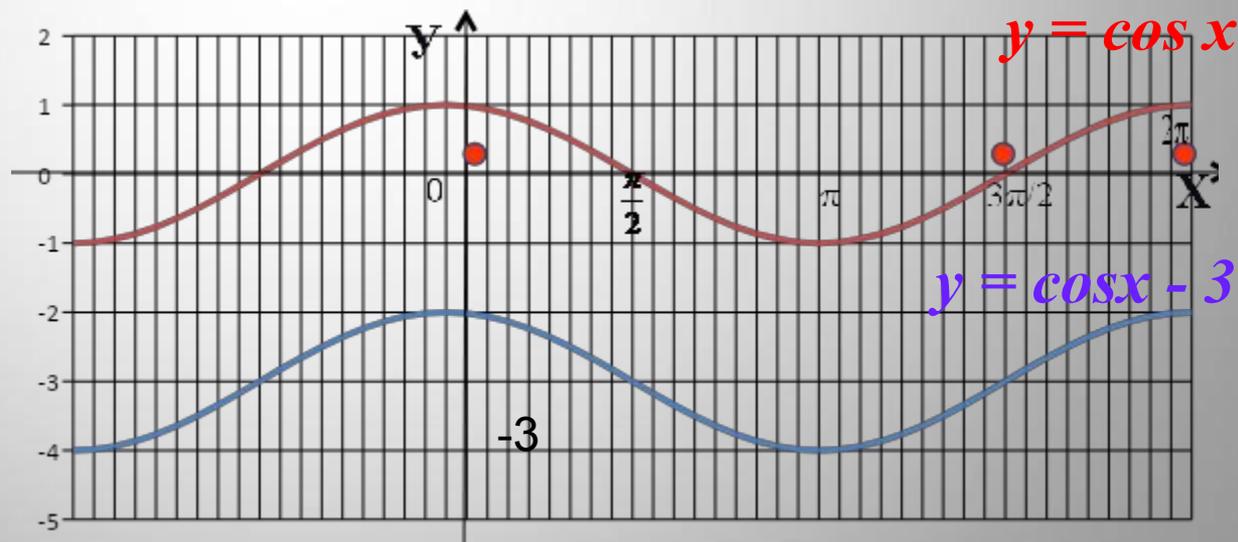
Построить график функции $y = \cos x + 3$

+ **вверх**



Построить график функции $y = \sin x - 3$

- **вниз**



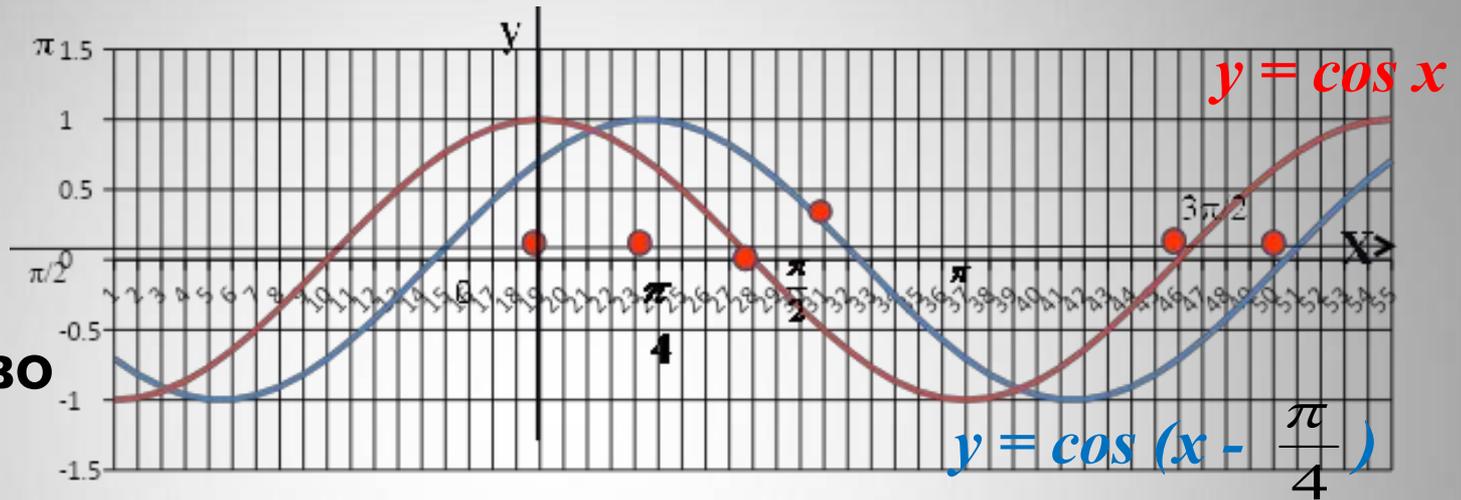
Сдвиг вдоль оси абсцисс

Построить график функции

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

+

Сдвиг влево

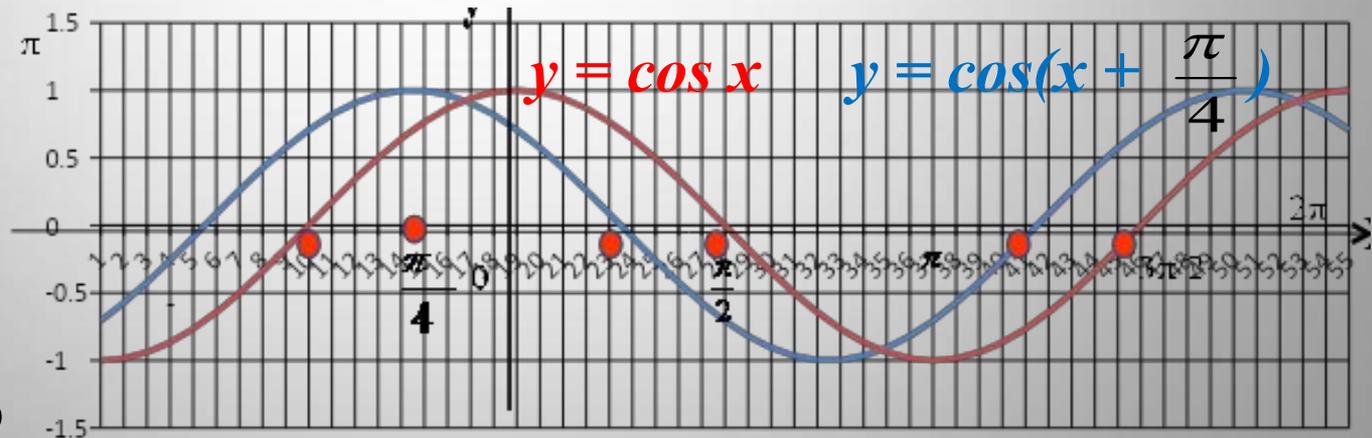


Построить график функции

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

-

Сдвиг вправо

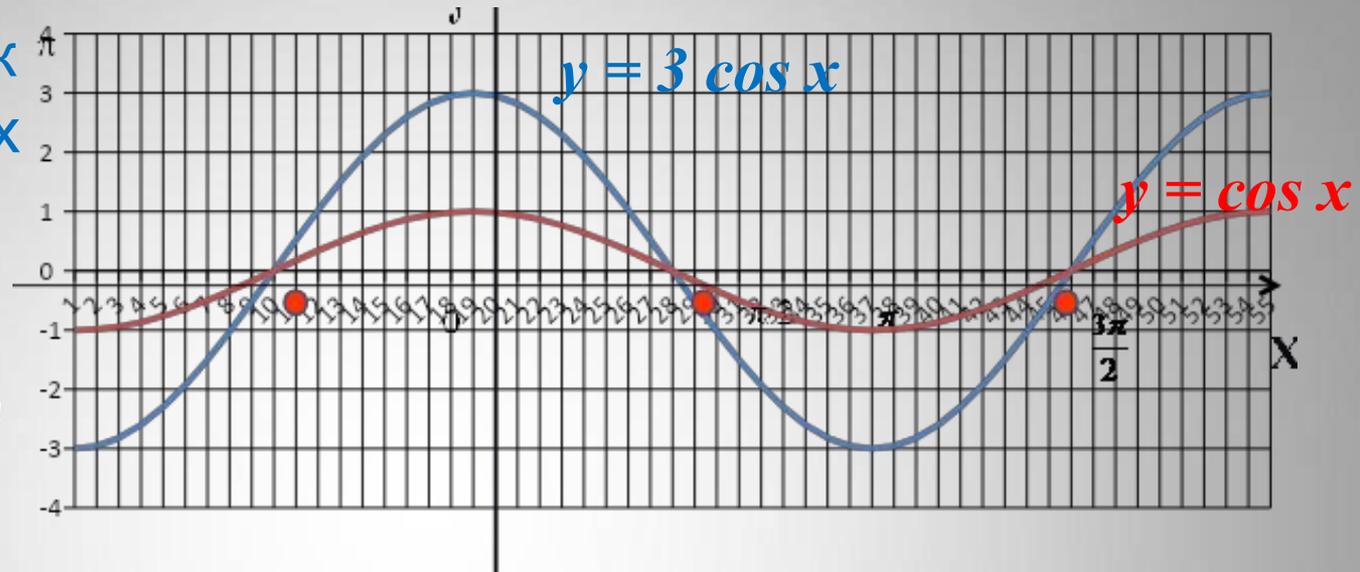


Сжатие и растяжение к оси абсцисс

Построить график функции $y = 3 \cos x$

$$K > 1$$

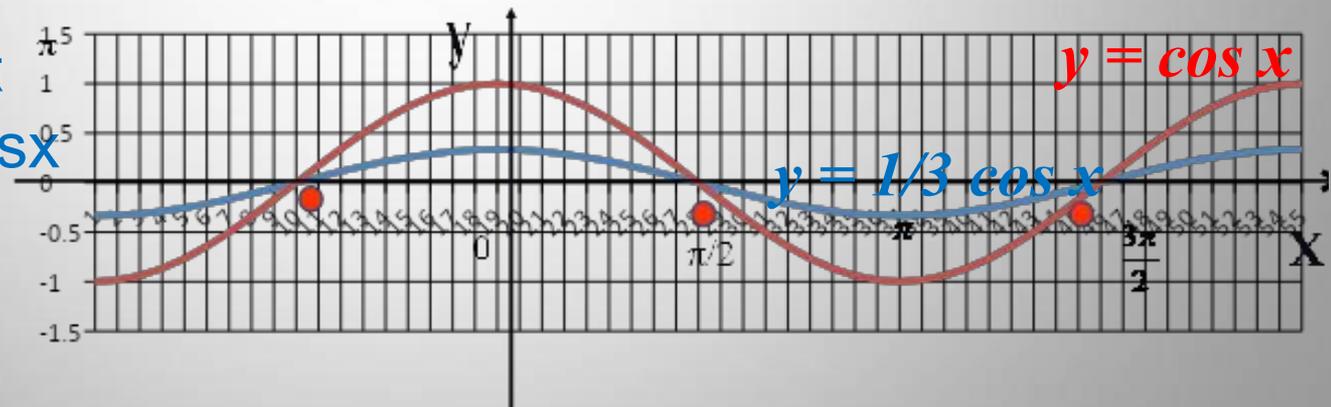
растяжение



Построить график функции $y = 1/3 \cos x$

$$0 < K < 1$$

сжатие

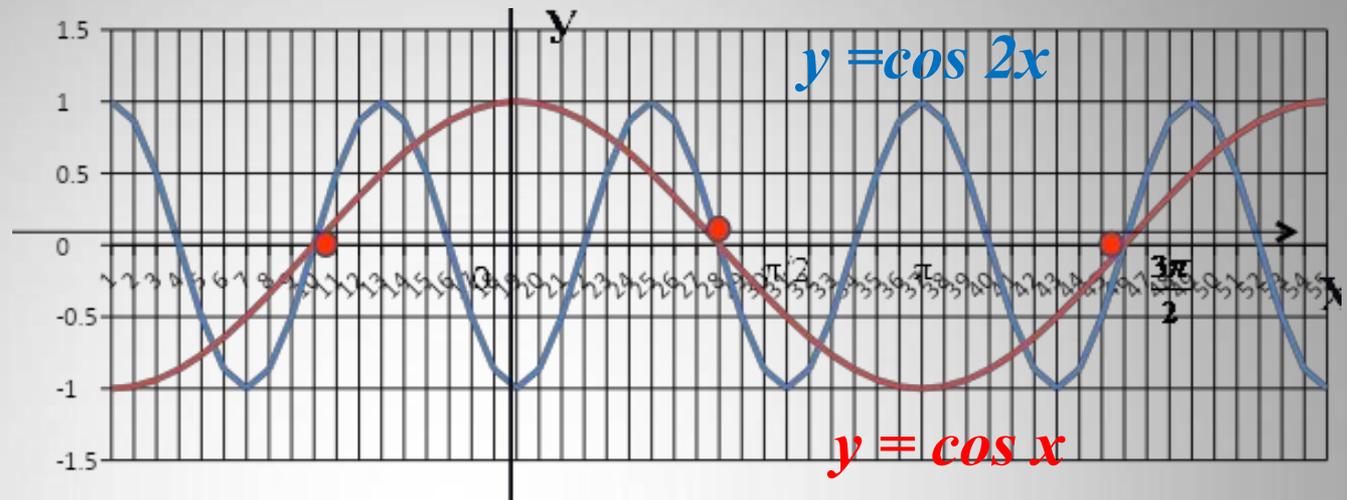


Сжатие и растяжение к оси ординат

Построить
график функции
 $y = \cos 2x$

$$K > 1$$

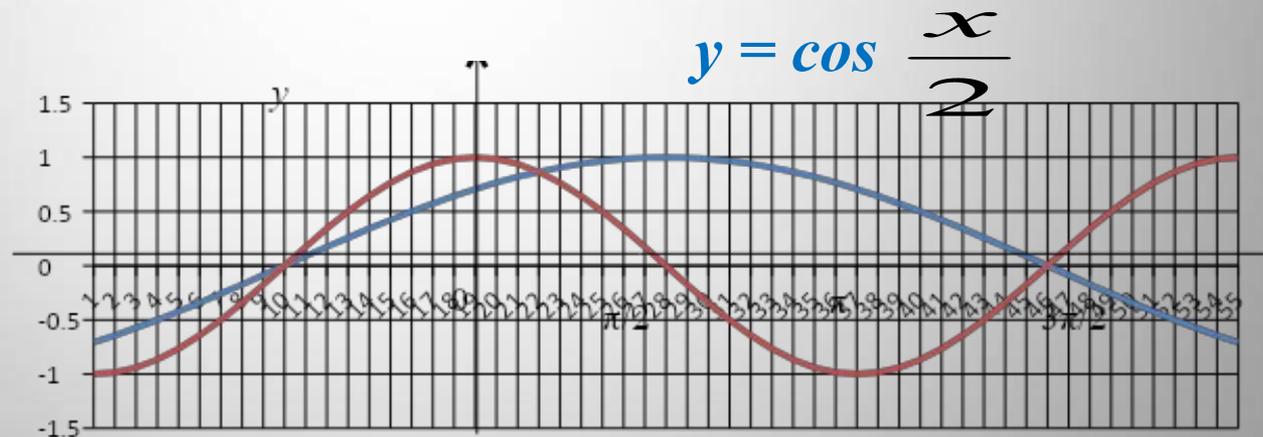
сжатие

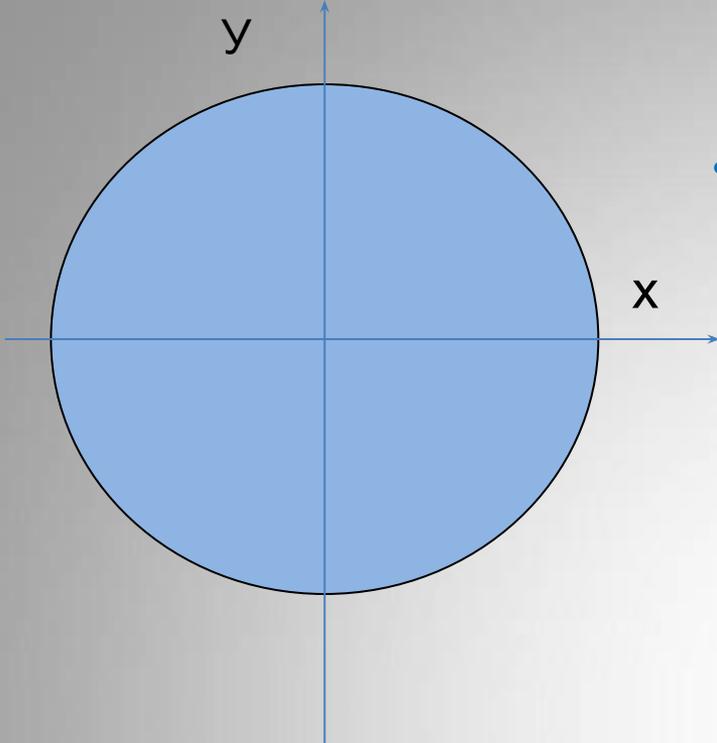


Построить
график функции
 $y = \cos \frac{x}{2}$

$$0 < K < 1$$

растяжение





$$y = \cos x$$

- При каких значениях x функция $y = \cos x$ принимает значение, равное 0? 1? -1?
- Может ли функция $y = \cos x$ принимать значение больше 1, меньше -1?
- При каких значениях x функция $y = \cos x$ принимает наибольшее (наименьшее) значение?
- Каково множество значений функции $y = \cos x$?

Список используемых источников

1. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10–11 классов, общеобразовательных учреждений. А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, и др..., «Просвещение», М.: 2010 год.