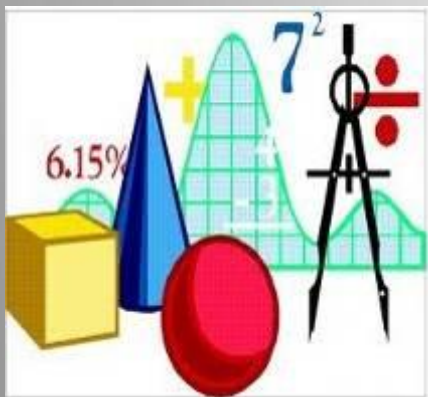


# СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = \cos x$ И ЕЕ ГРАФИК



Автор работы:  
учитель математики и информатики  
МБОУ СОШ №48 ст. Черноерковской  
Кармазин Андрей Андреевич



# Свойства функции

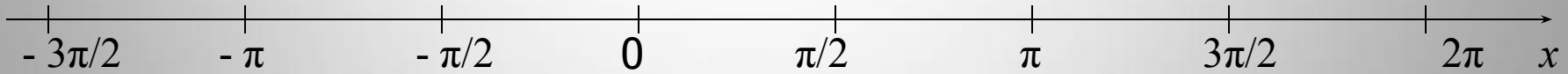
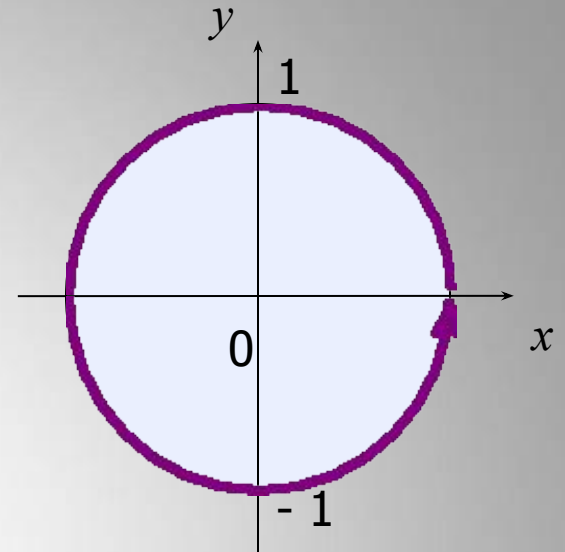
- 1.  $D(y)$
- 2.  $E(y)$
- 3. Четность функции
- 4. Периодичность функции
- 5. Нули функции
- 6. Наибольшее значение
- 7. Наименьшее значение
- 8. Положительные значения
- 9. Отрицательные значения
- 10. Возрастание функции
- 11. Убывание функции



$$y = \cos x$$

**D (y)**

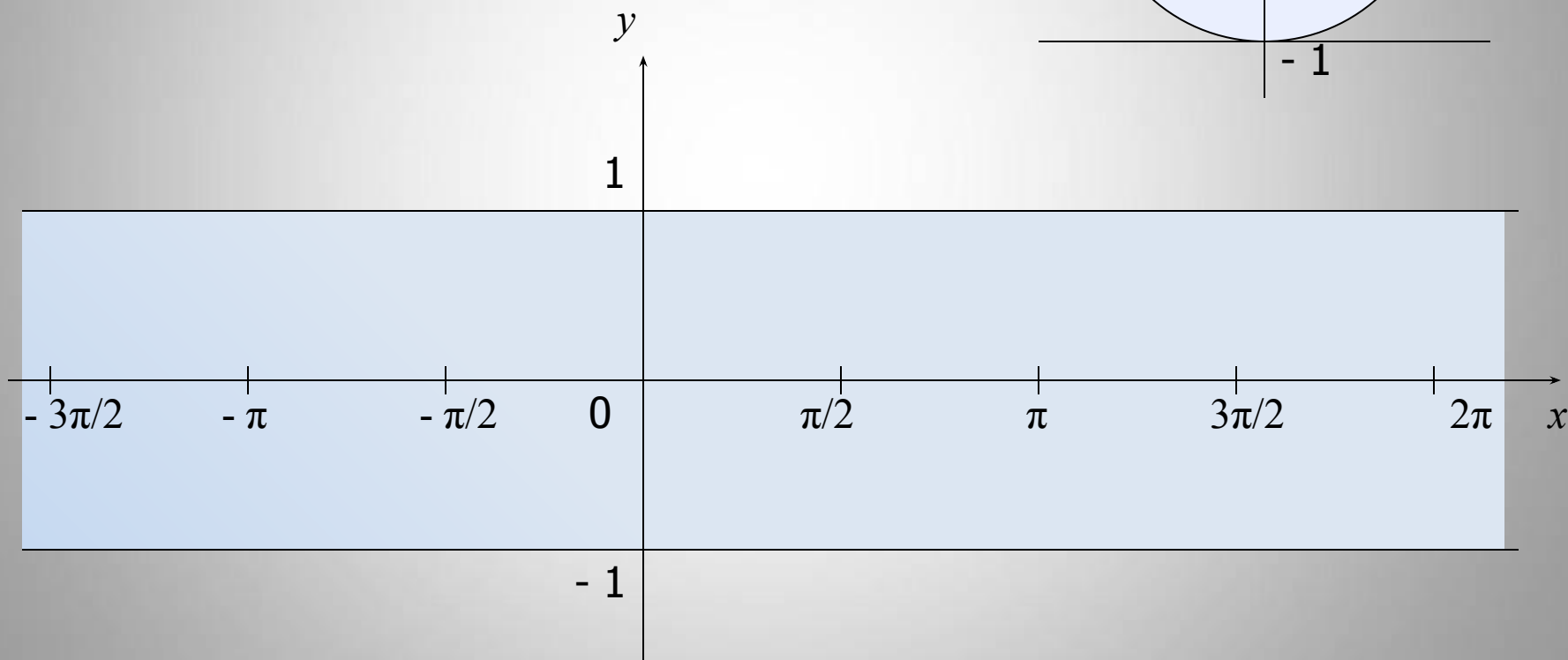
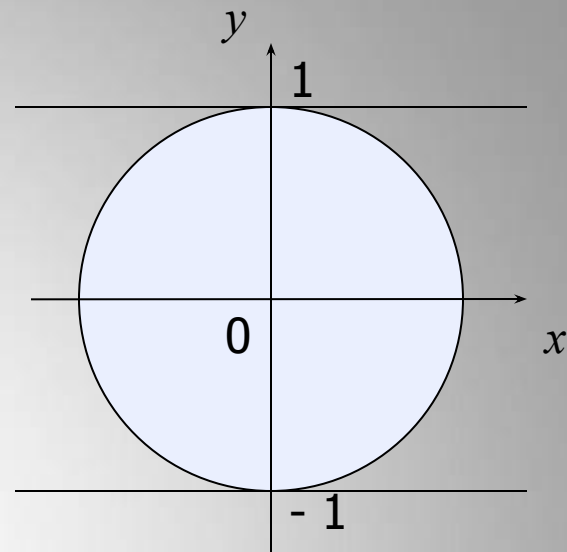
**$x \in \mathbb{R}$**



$$y = \cos x$$

$E(y)$

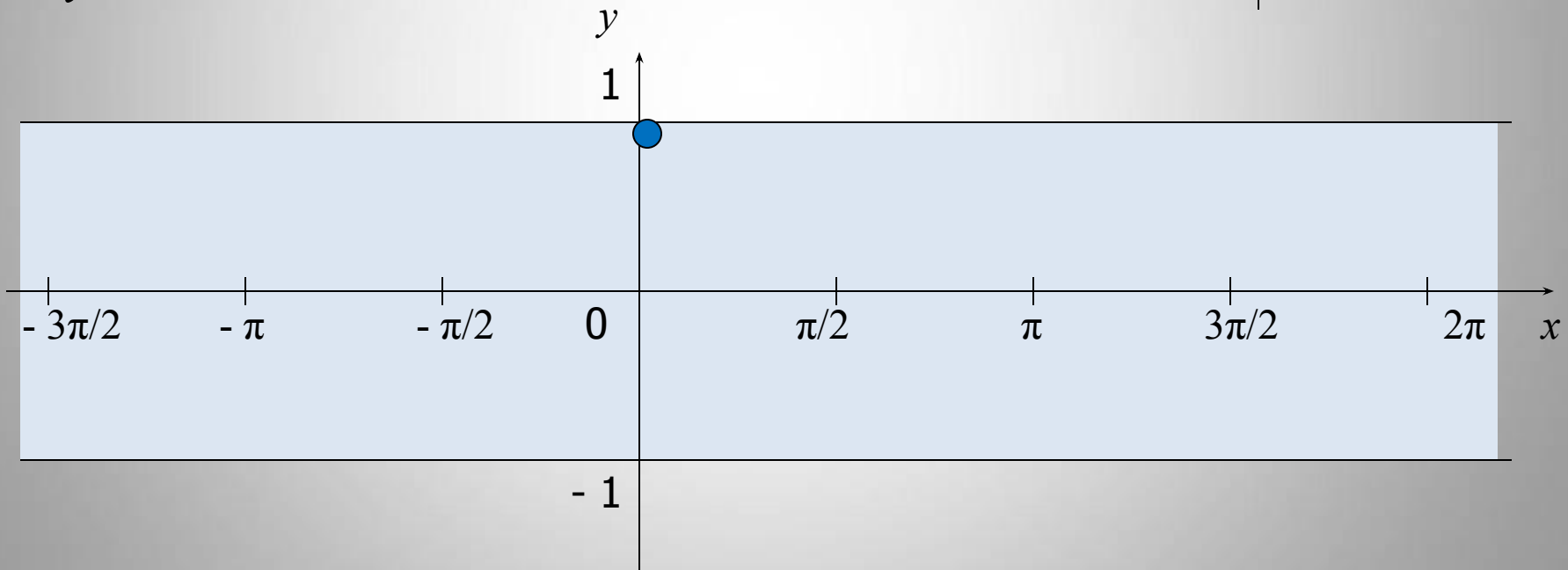
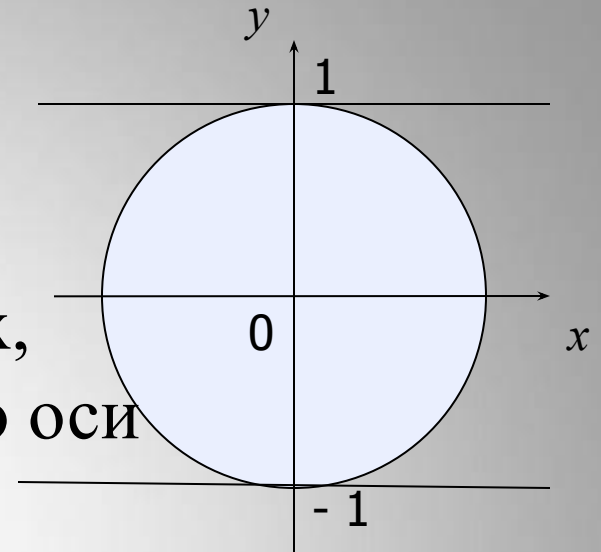
$[-1; 1]$



$$y = \sin x$$

## Четность функции

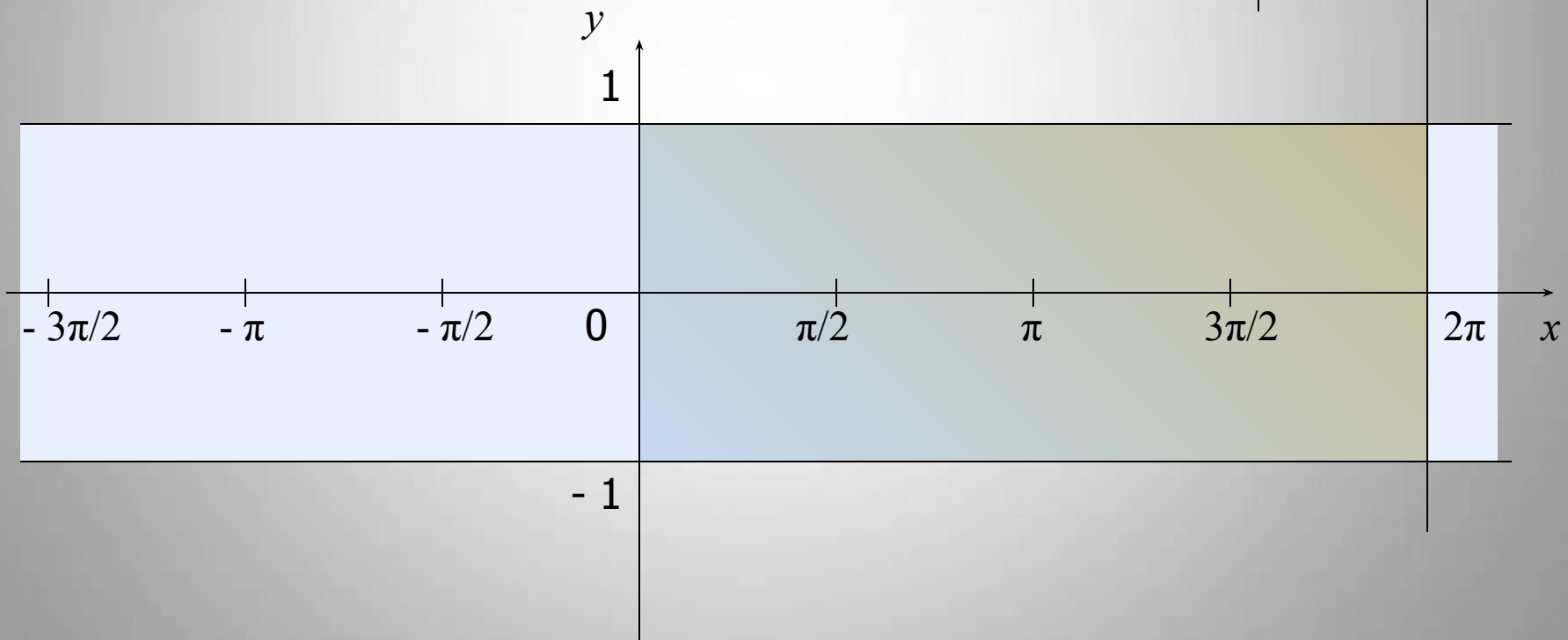
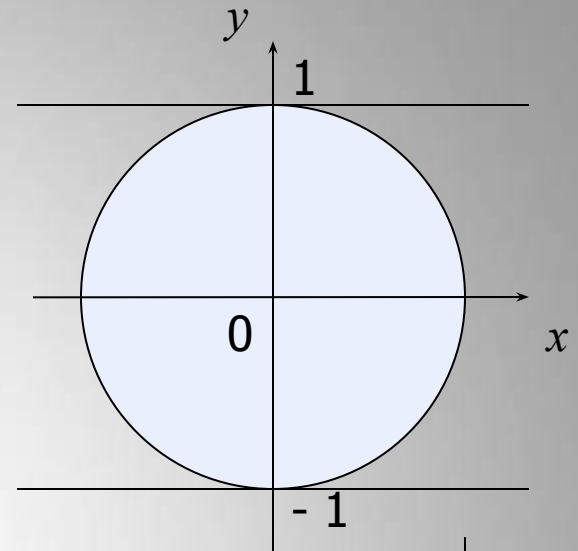
Функция **четная**, т.к.  $\cos(-x) = \cos x$ ,  
график симметричен относительно оси  
 $Oy$



$$y = \cos x$$

## Периодичность функции

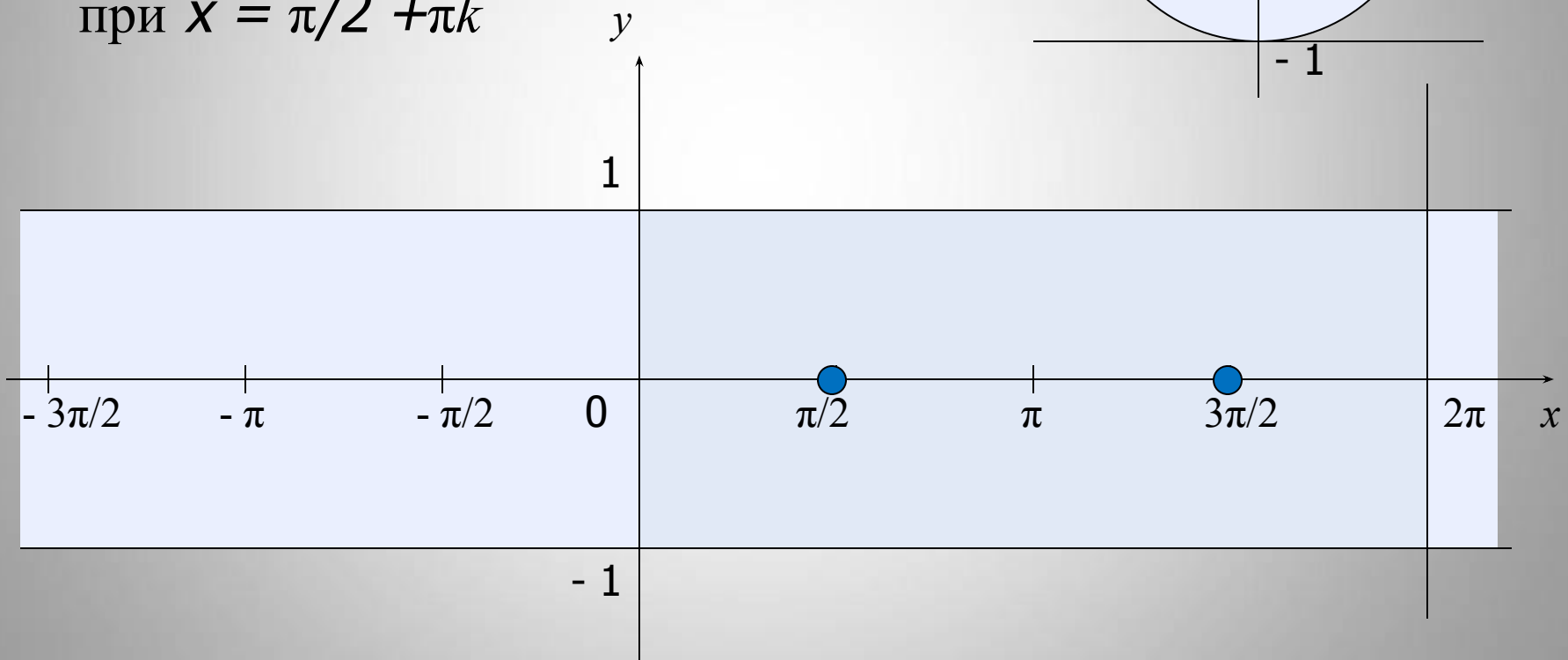
Период функции  $T=2\pi$ ,  
 $\cos(x+2\pi)=\cos x$



$$y = \cos x$$

Нули функции  $\cos x = 0$

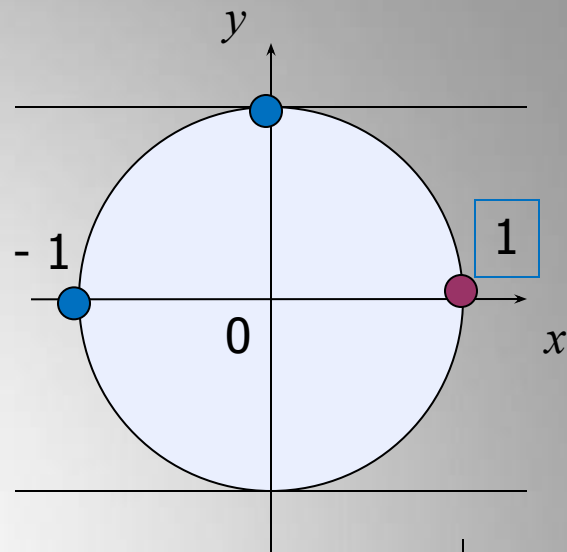
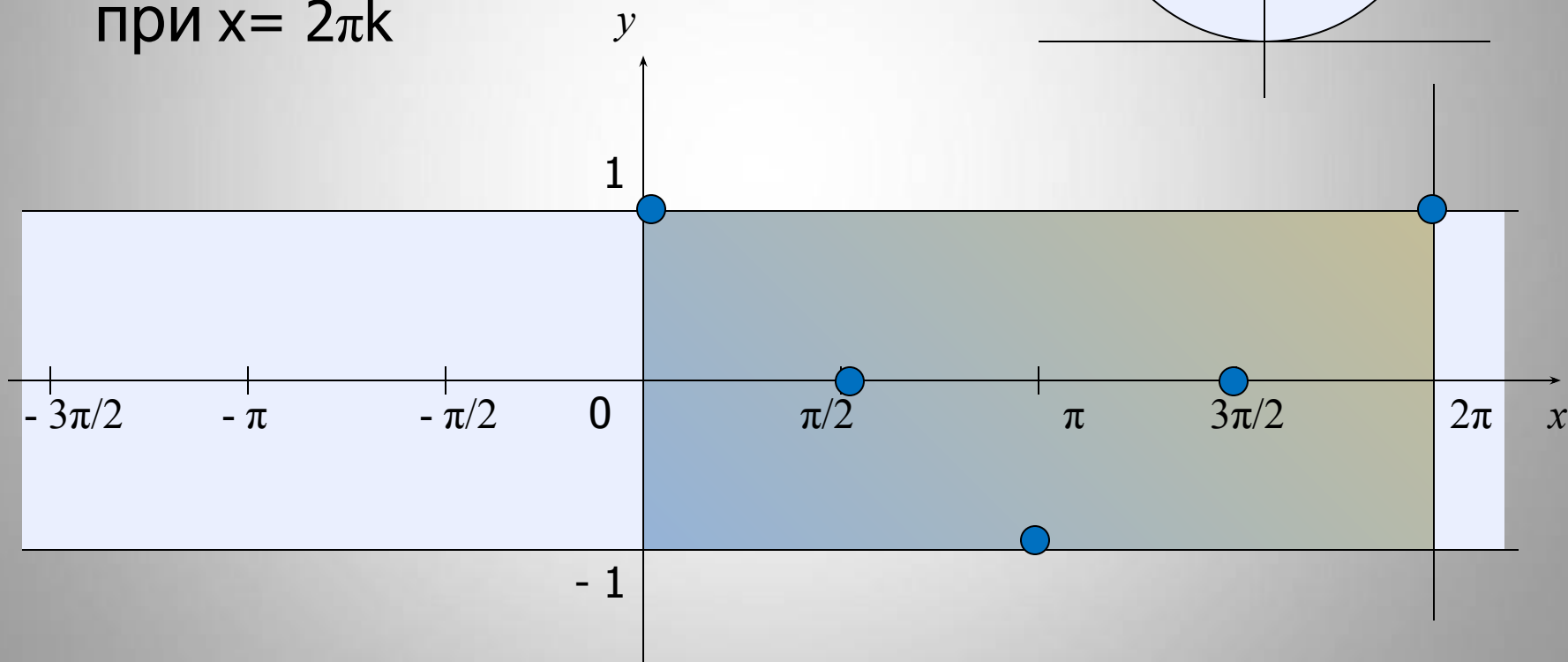
при  $x = \pi/2 + \pi k$



$$y = \cos x$$

Наибольшее значение  $\cos x = 1$

при  $x = 2\pi k$



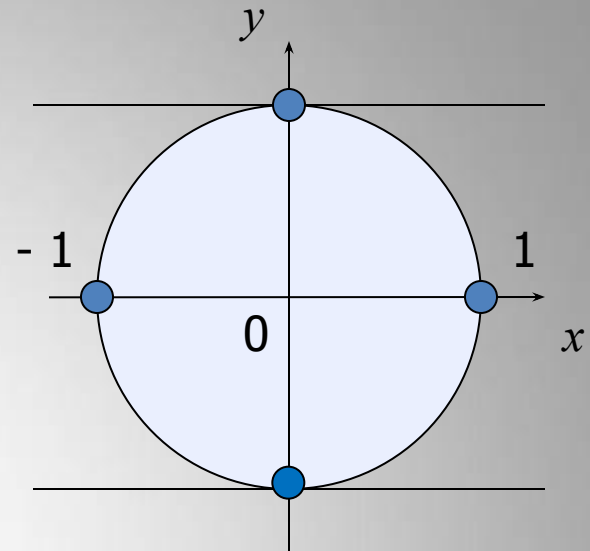
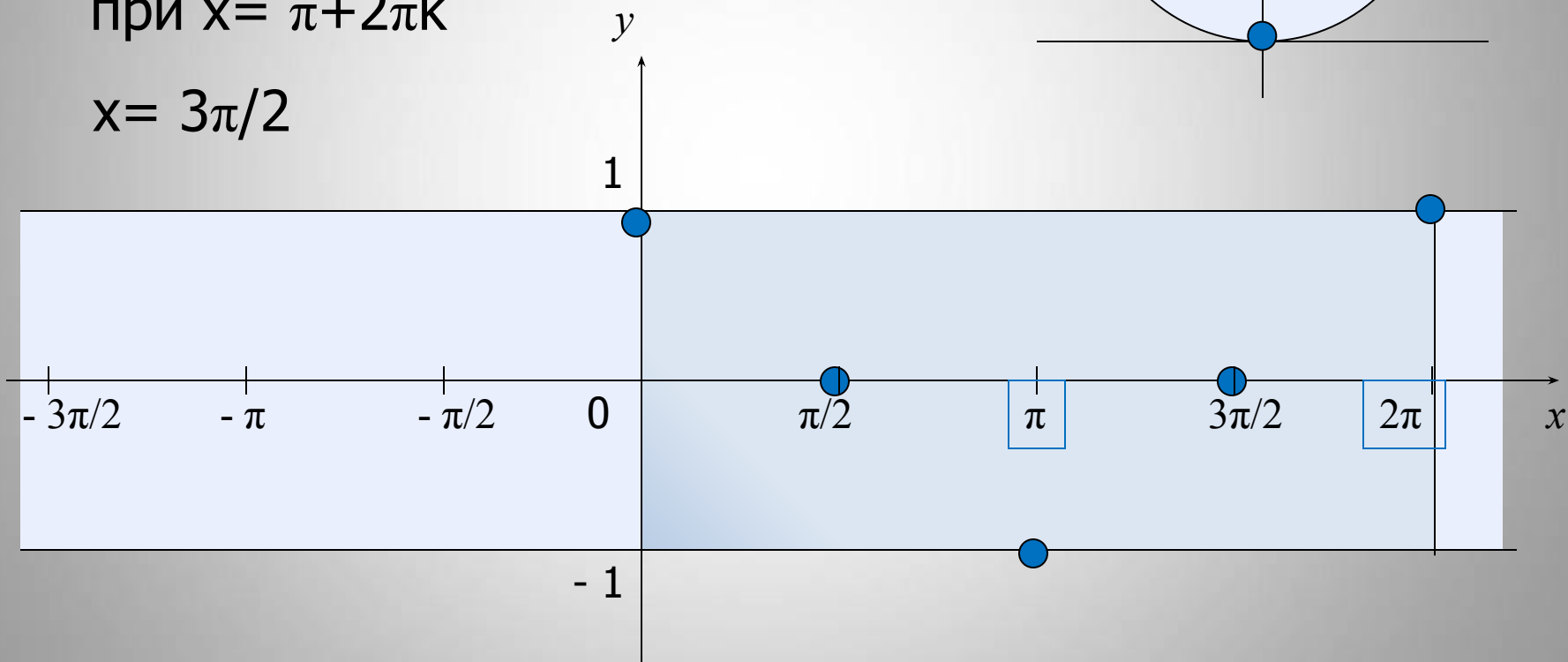


$$y = \cos x$$

Наименьшее значение  $\cos x = -1$

при  $x = \pi + 2\pi k$

$x = 3\pi/2$



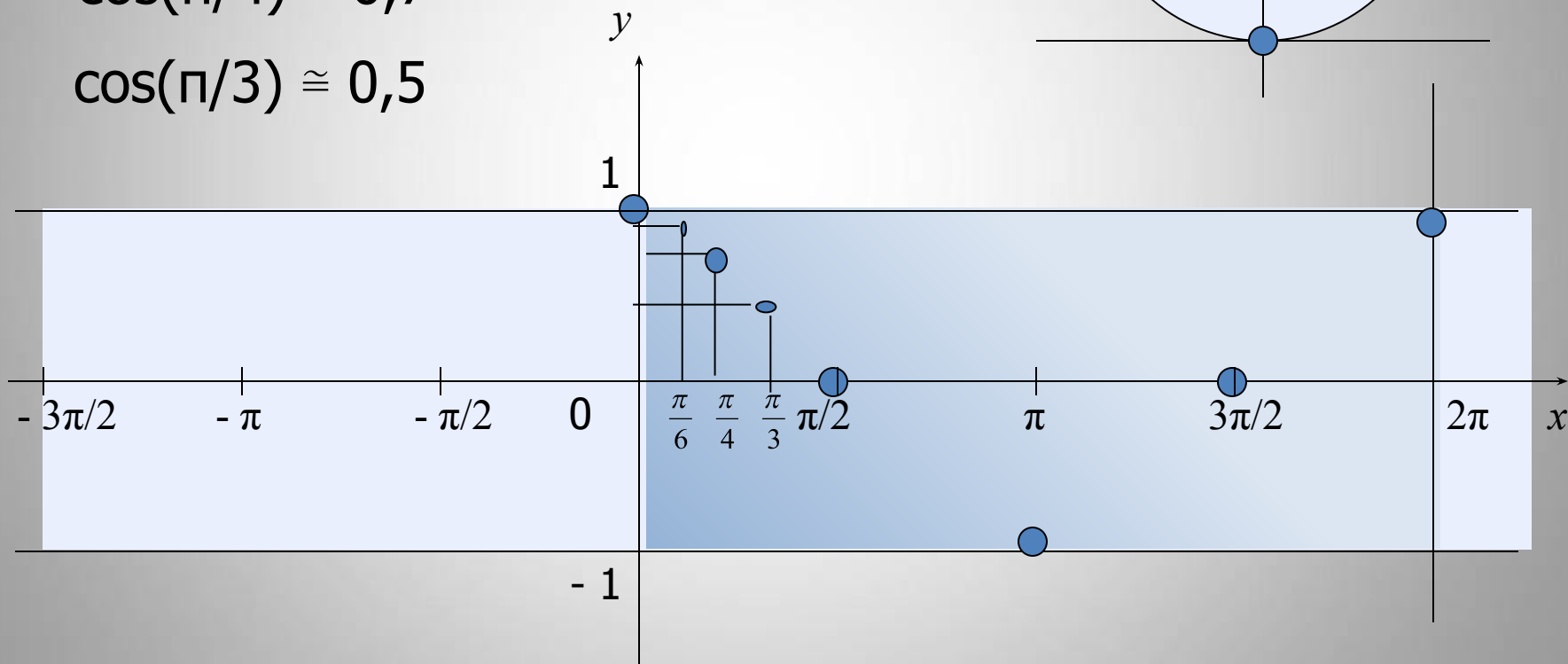
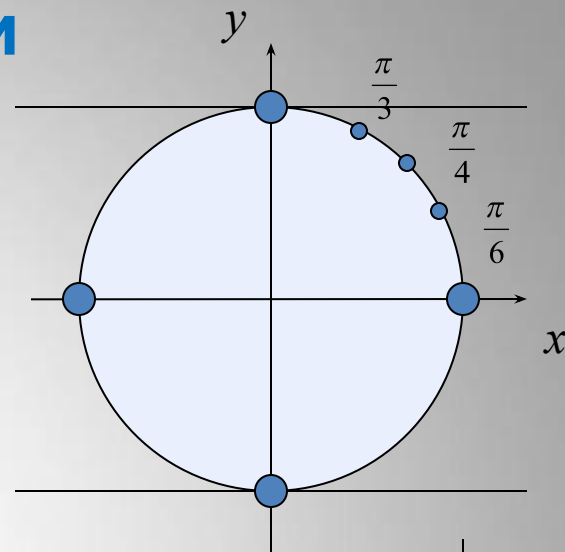
# Построение графика функции

$y = \cos$  на отрезке  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

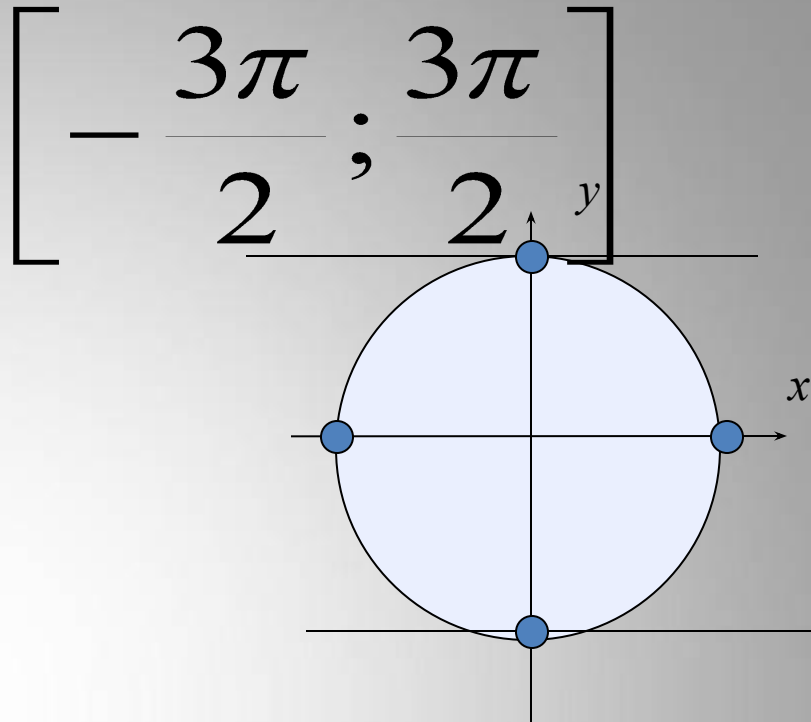
$$\cos(0) = 1$$

$$\cos(\pi/4) \approx 0,7$$

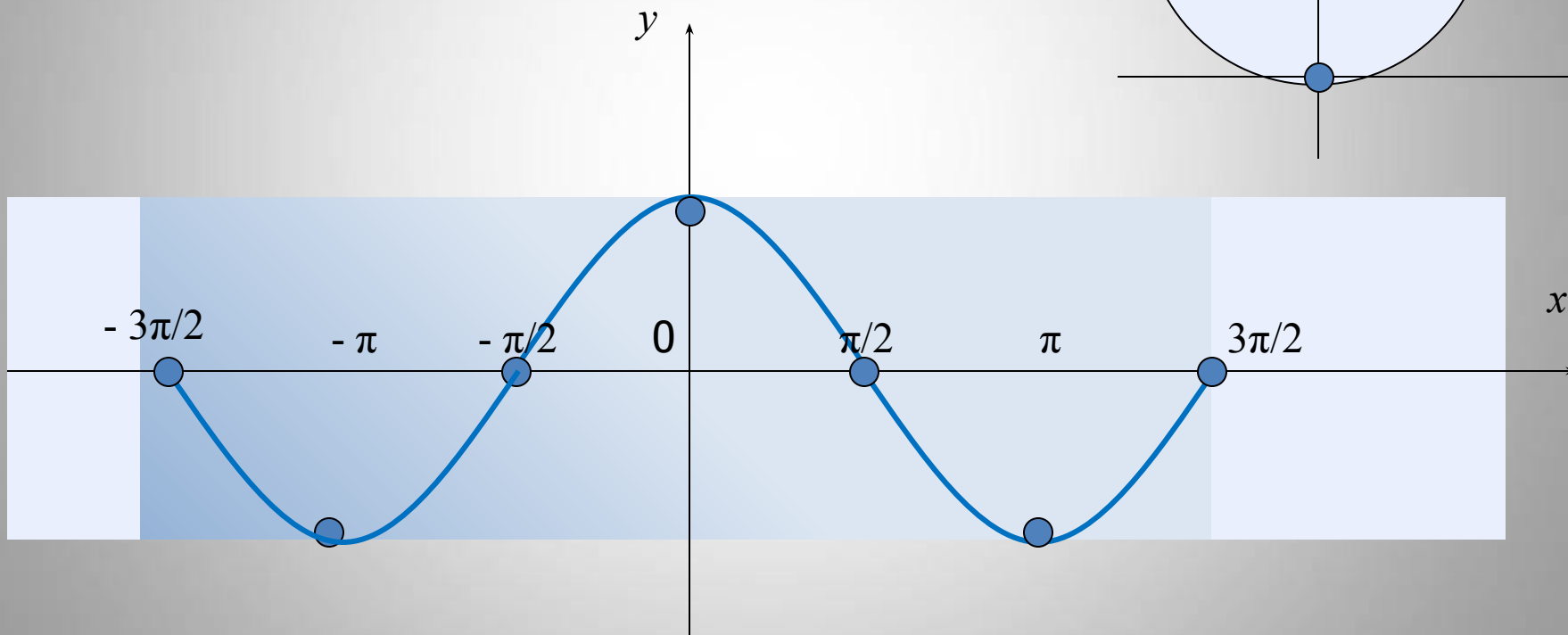
$$\cos(\pi/3) \approx 0,5$$



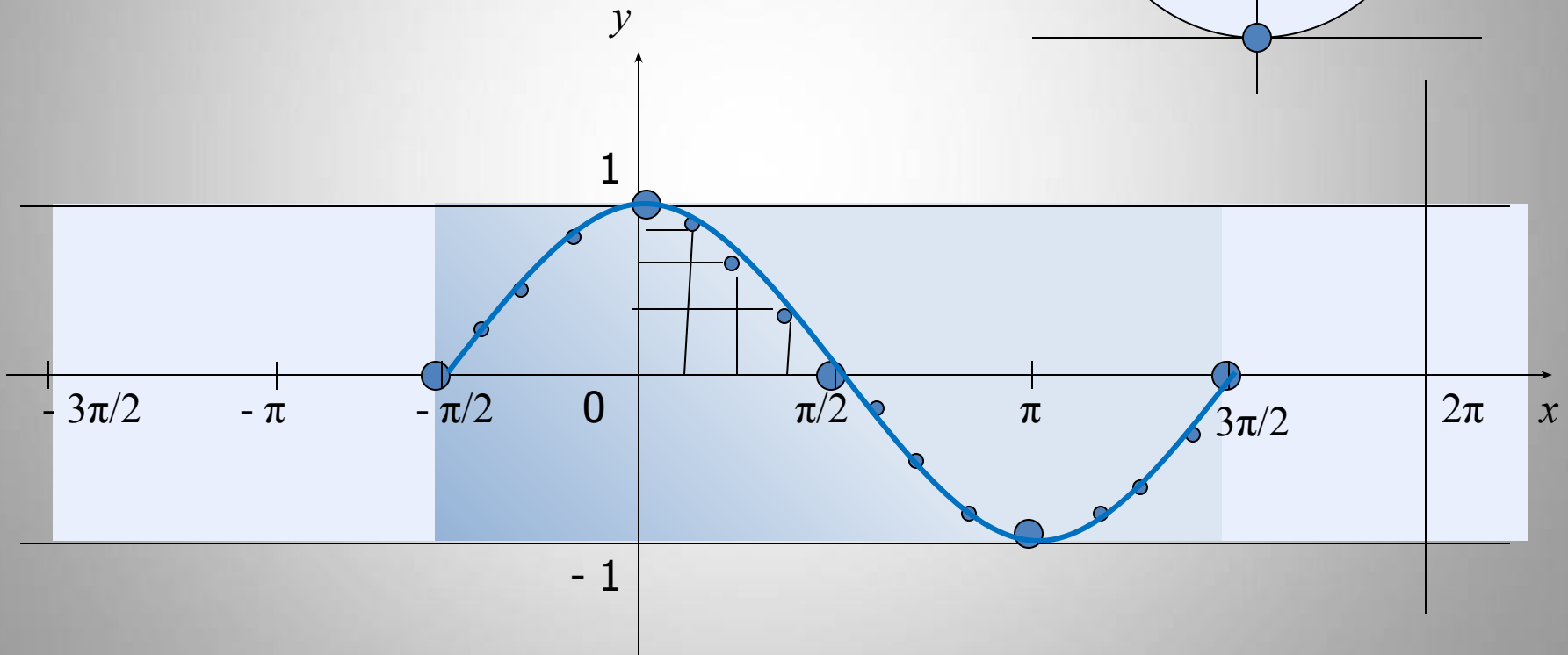
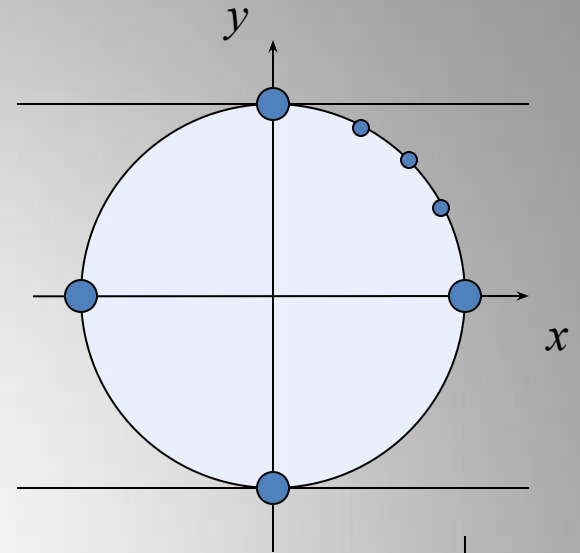
# График функции на отрезке



$$y = \cos x$$

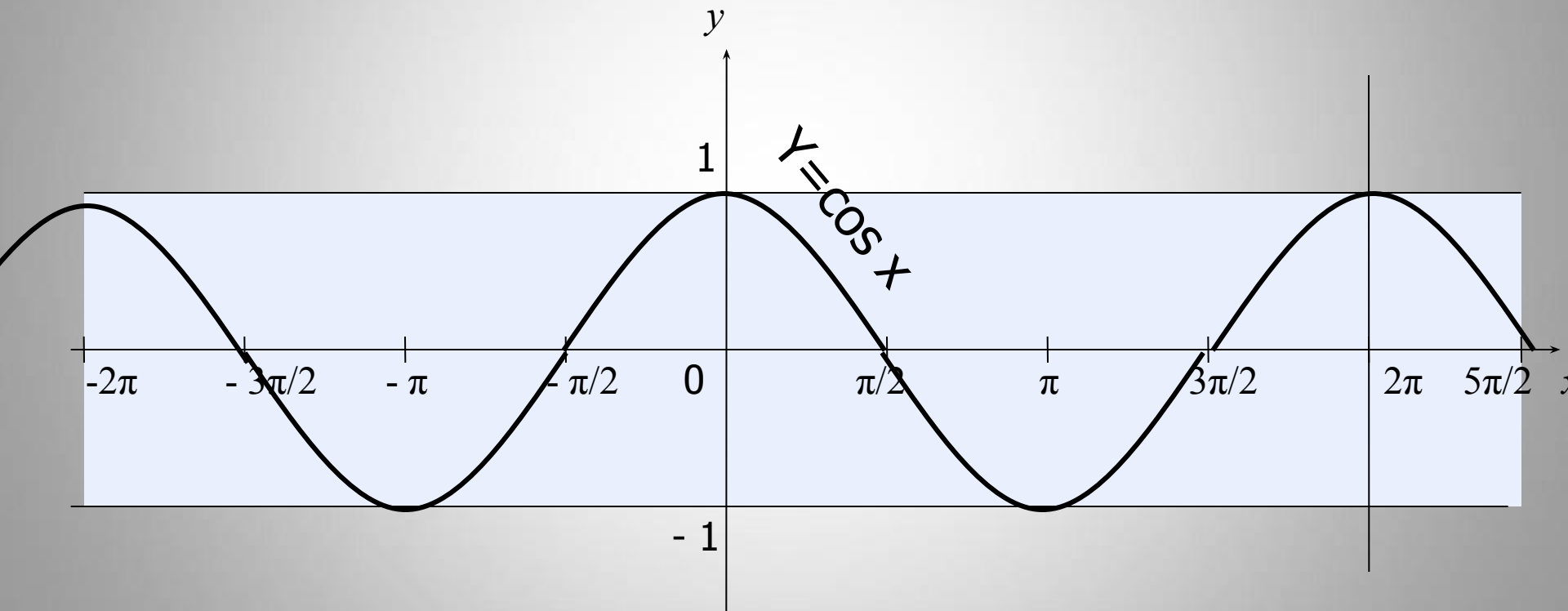


$$y = \cos x$$



$$y = \cos x$$

График функции  $y = \cos x$  называется синусоида

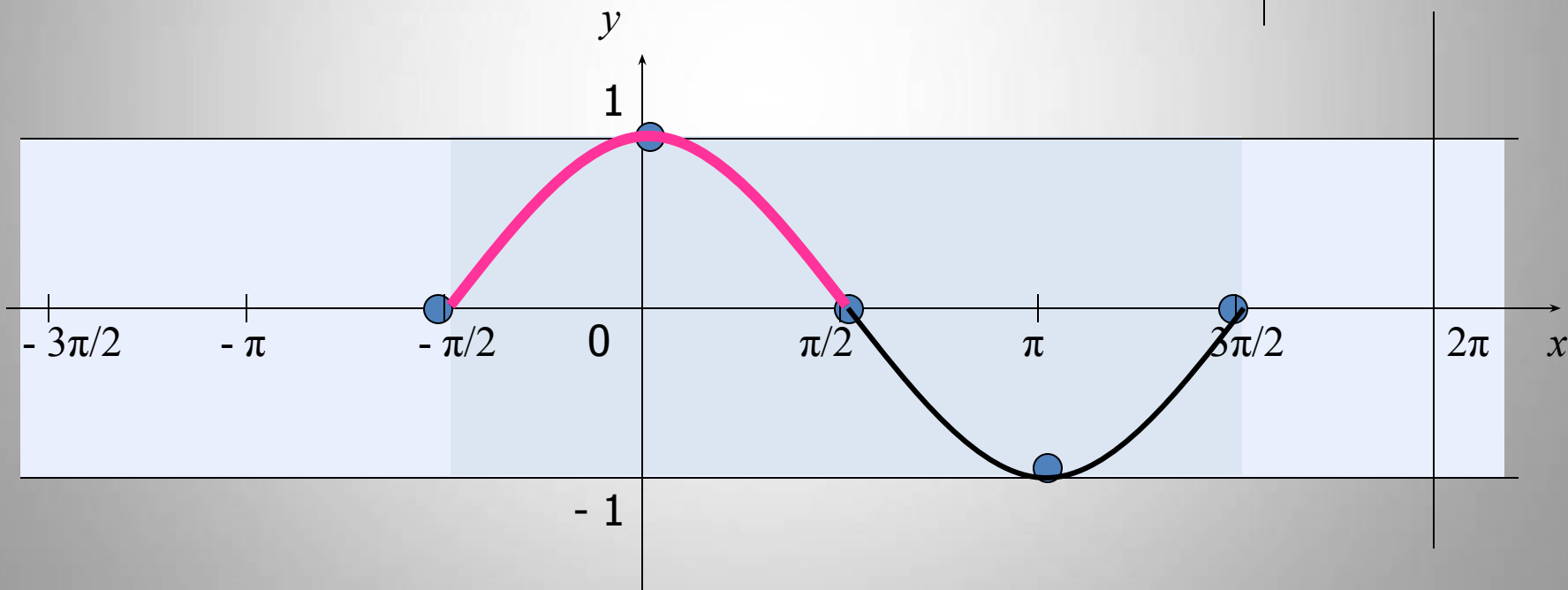
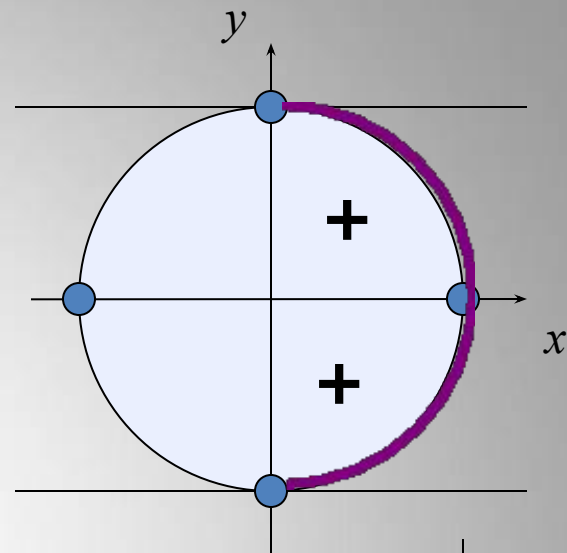


# Промежутки знакопостоянства

$$y = \cos x$$

Положительные значения  $\cos x > 0$

на отрезке  $(-\pi/2 + 2\pi k; \pi/2 + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

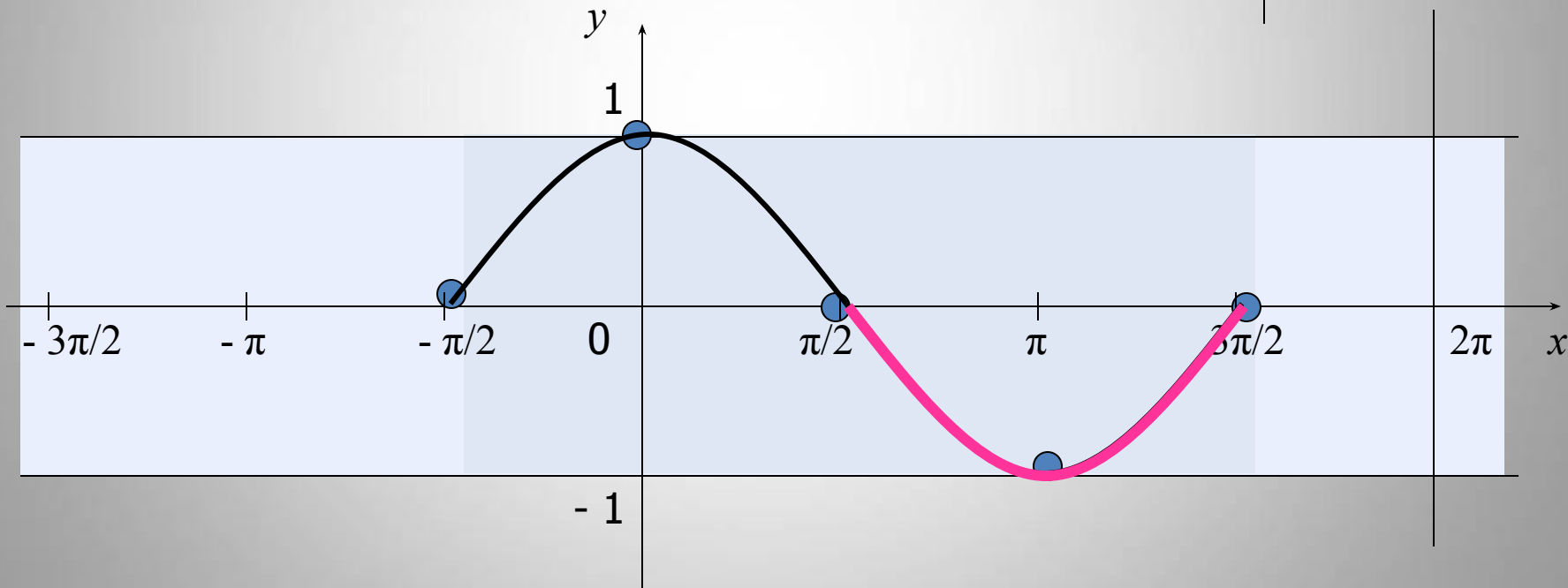
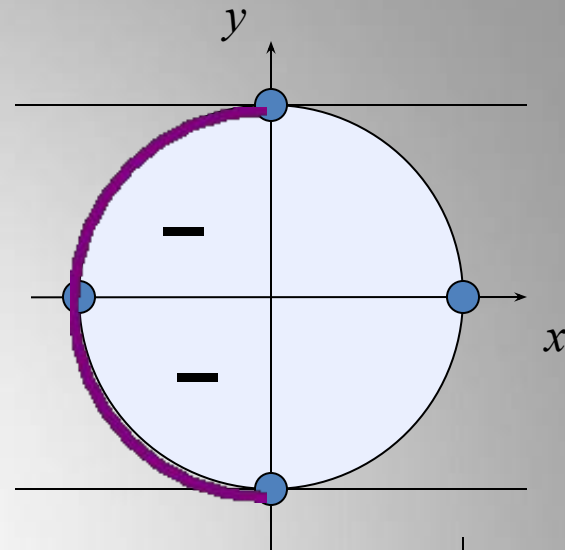


# Промежутки знакопостоянства

$$y = \cos x$$

Отрицательные значения  $\cos x < 0$

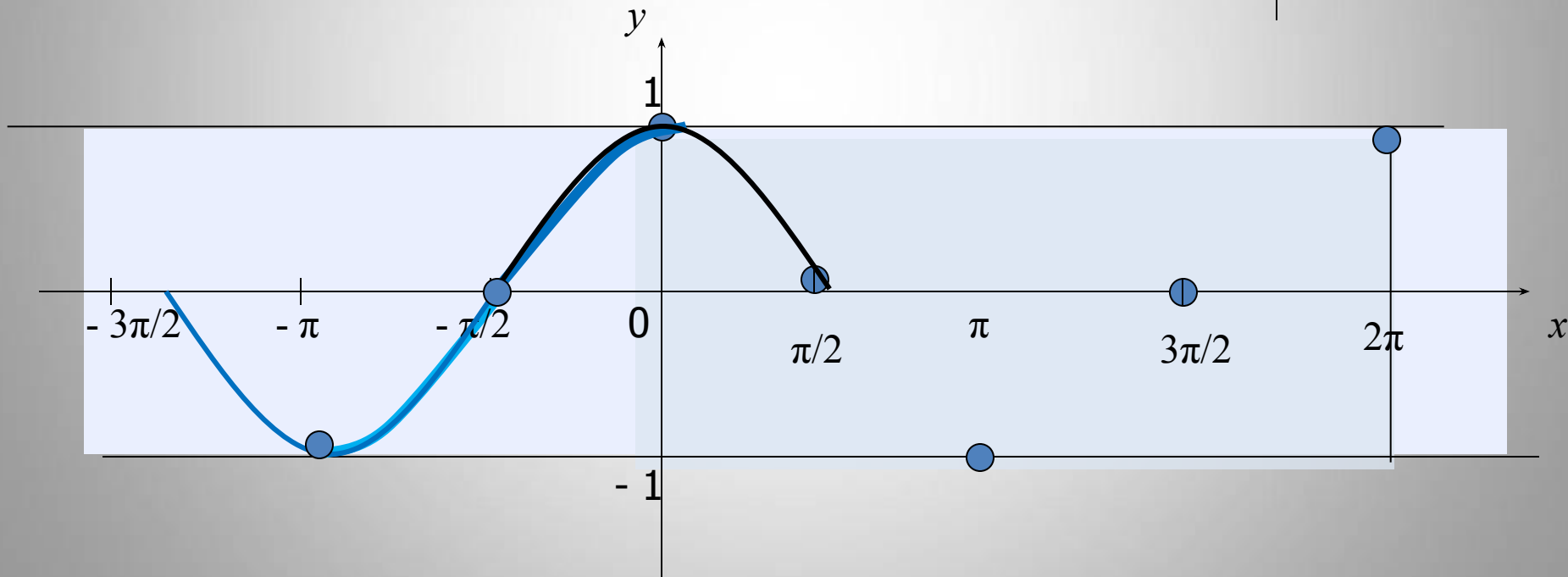
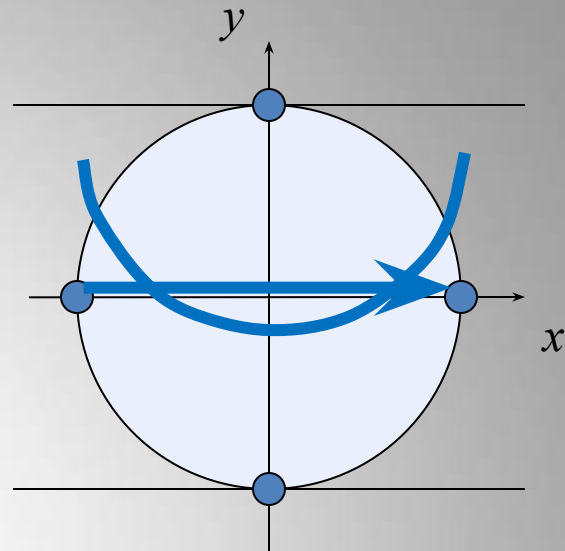
на отрезке  $(\pi/2 + 2\pi k; 3\pi/2 + 2\pi k)$ .  $k \in \mathbb{Z}$



# Промежутки возрастания

$$y = \cos x$$

Функция возрастает  
на отрезке  $[-\pi + 2\pi k; 2\pi k]$

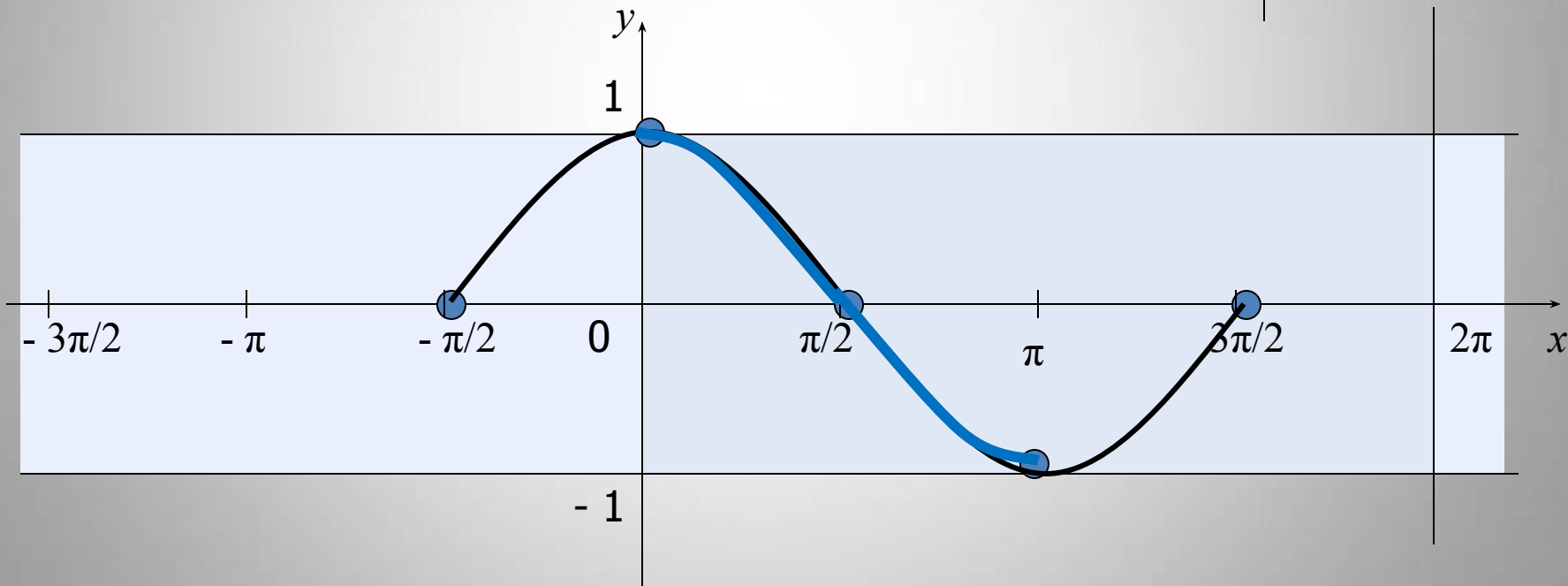
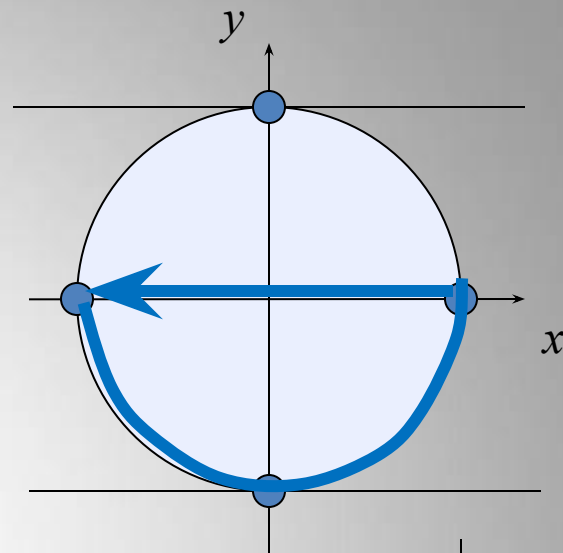




# Промежутки убывания

$$y = \cos x$$

Функция убывает  
на отрезке  $[2\pi k; \pi + 2\pi k]$



# Задача

Сравнить числа  $\cos 2$  и  $\cos 3$

Так как  $\pi = 3,14$ ,  $\frac{\pi}{2} = 1,57$ , то

$$\frac{\pi}{2} < 2 < 3 < \pi$$

Из графика видно, что на отрезке  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  функция  $y = \cos x$  убывает.

Ответ:  $\cos 2 > \cos 3$ .

# Упражнения

Пользуясь свойствами функции  $y = \cos x$ ,  
сравните числа:

$$\cos 100^{\circ} \quad \text{и} \quad \cos 130^{\circ}$$

**Расположить в порядке возрастания числа**  
 **$\cos 1.9$  ;  $\cos 3$ ;  $\cos(-1)$ ;  $\cos(-1.5)$ .**

Числа  $\cos 1.9$  и  $\cos 3$  **положительны**, так как точки  $P(1,9)$  и  $P(3)$  находятся в **1 четверти**.  
Функция  $y=\cos x$  в 1 четверти убывает.  $\cos 3 < \cos 1.9$

Числа  $\cos(-1)$  и  $\cos(-1.5)$  **отрицательны**, так как точка  $P(-1)$  и  $P(-1,5)$  находятся в **3 четверти**.

Функция  $y=\cos x$  в 3 четверти возрастает.

$$\cos(-1) < \cos(-1.5)$$

**Ответ:**

Таким образом, в порядке возрастания эти числа располагаются так:

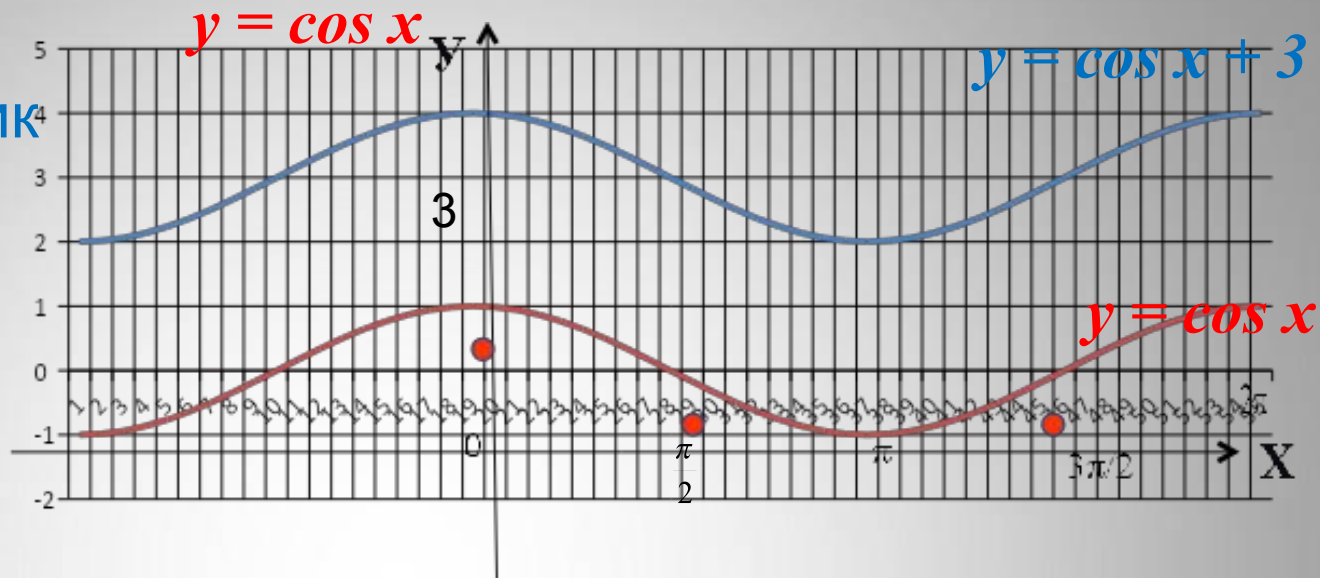
$$\cos(-1.5); \quad \cos(-1); \quad \sin 3; \quad \cos 1.9.$$

# Преобразование графика

# Сдвиг вдоль оси ординат

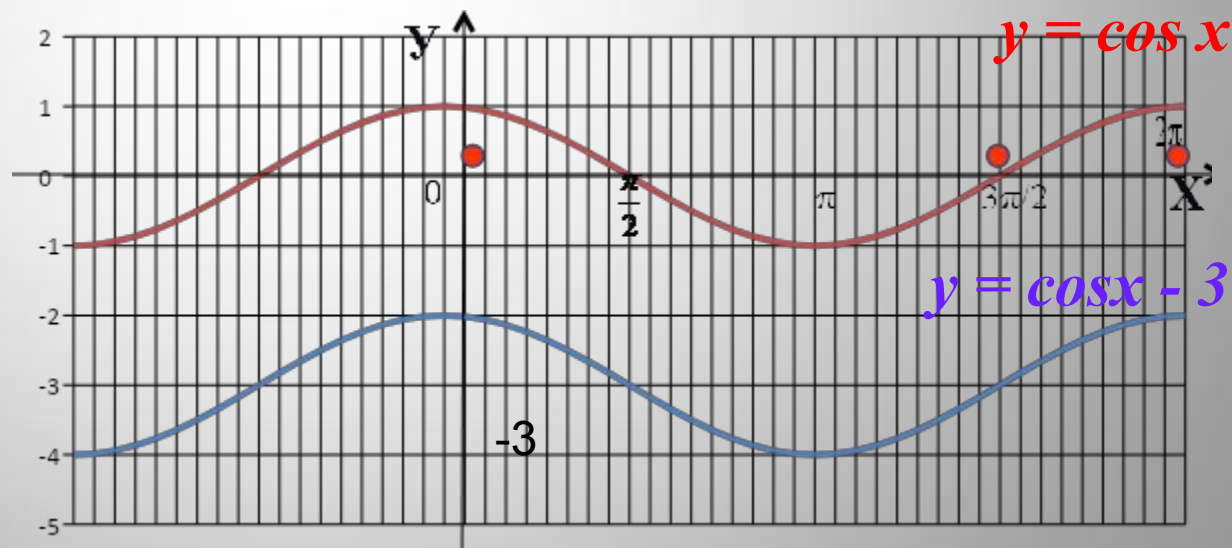
Построить график функции  $y = \cos x + 3$

**+** **вверх**



Построить график функции  $y = \sin x - 3$

**-** **вниз**

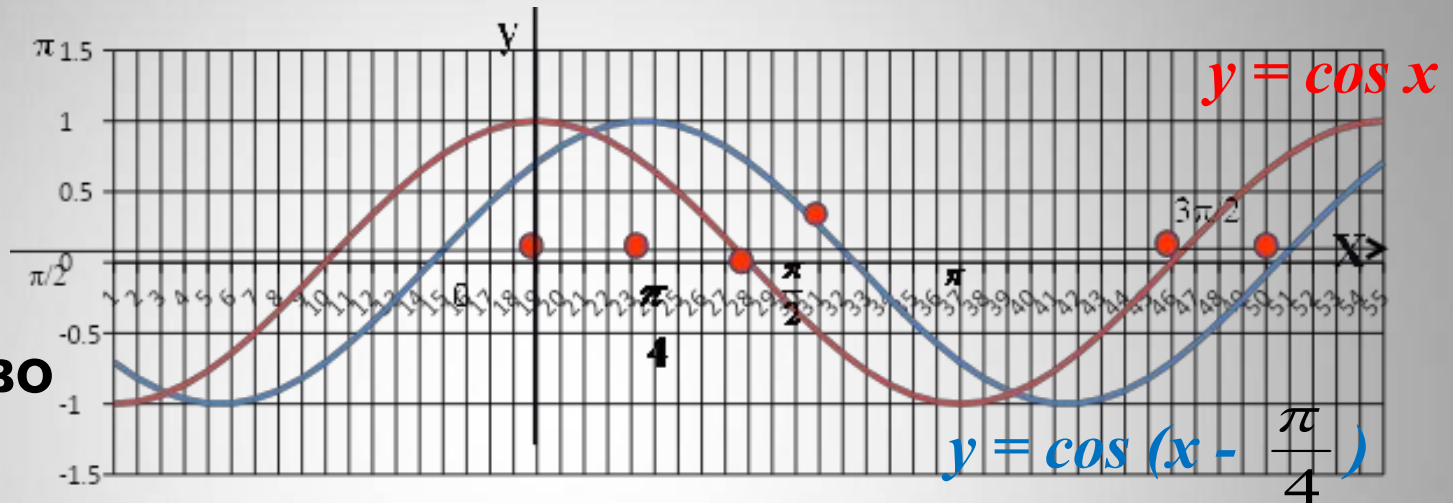


# Сдвиг вдоль оси абсцисс

Построить график функции

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

+

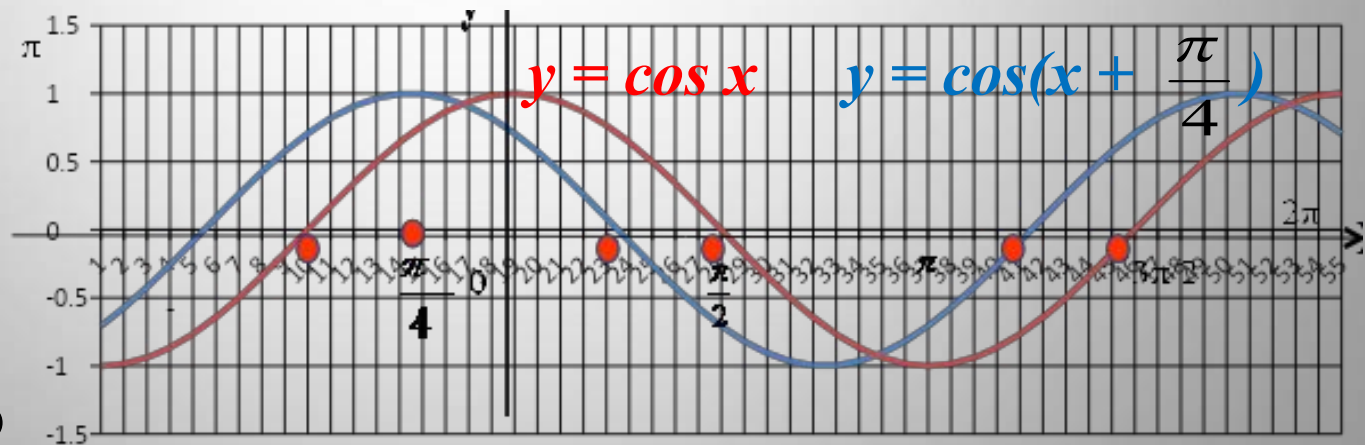


Сдвиг влево

Построить график функции

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

-



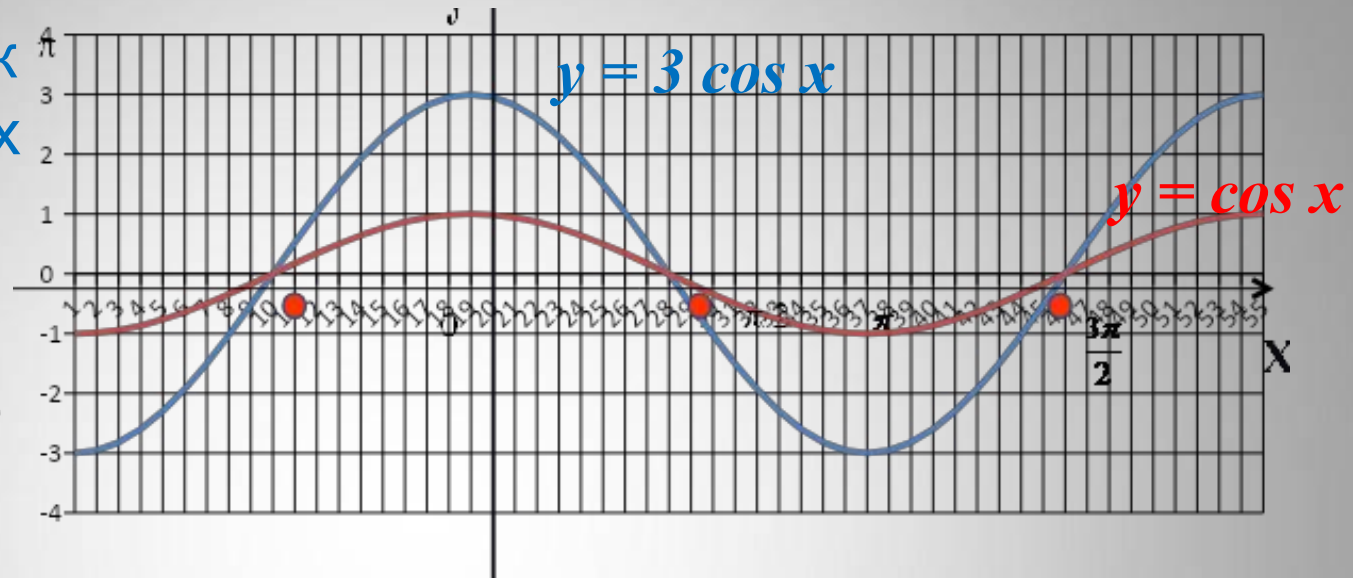
Сдвиг вправо

# Сжатие и растяжение к оси абсцисс

Построить график функции  $y = 3 \cos x$

$$K > 1$$

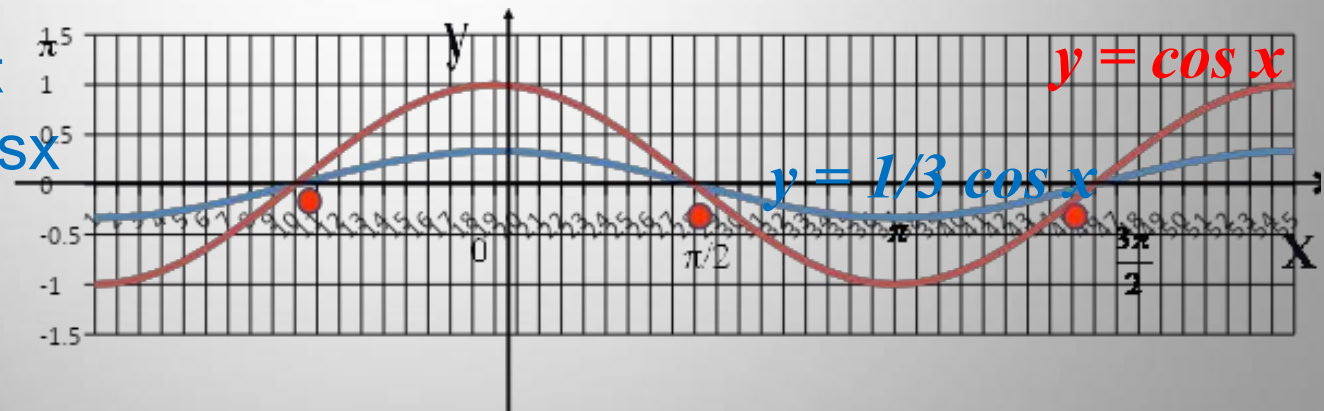
растяжение



Построить график функции  $y = 1/3 \cos x$

$$0 < K < 1$$

сжатие

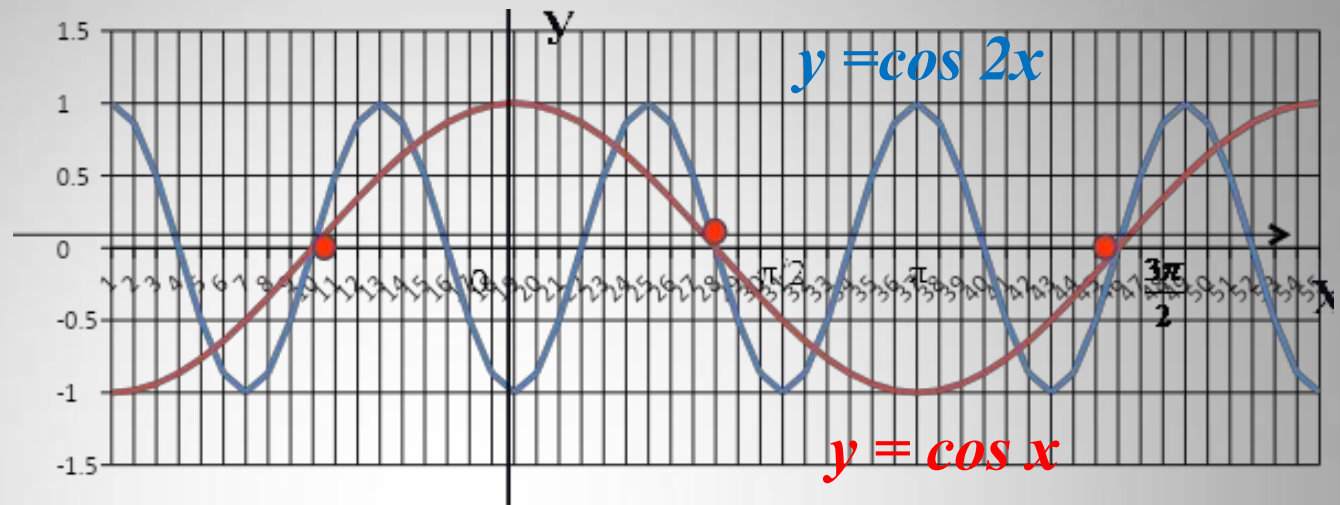


# Сжатие и растяжение к оси ординат

Построить  
график функции  
 $y = \cos 2x$

$$K > 1$$

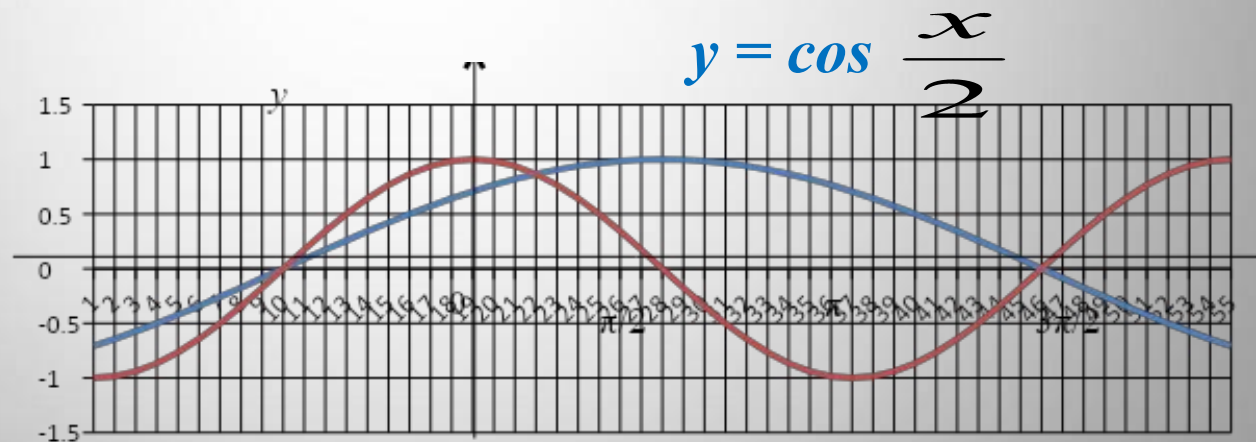
сжатие



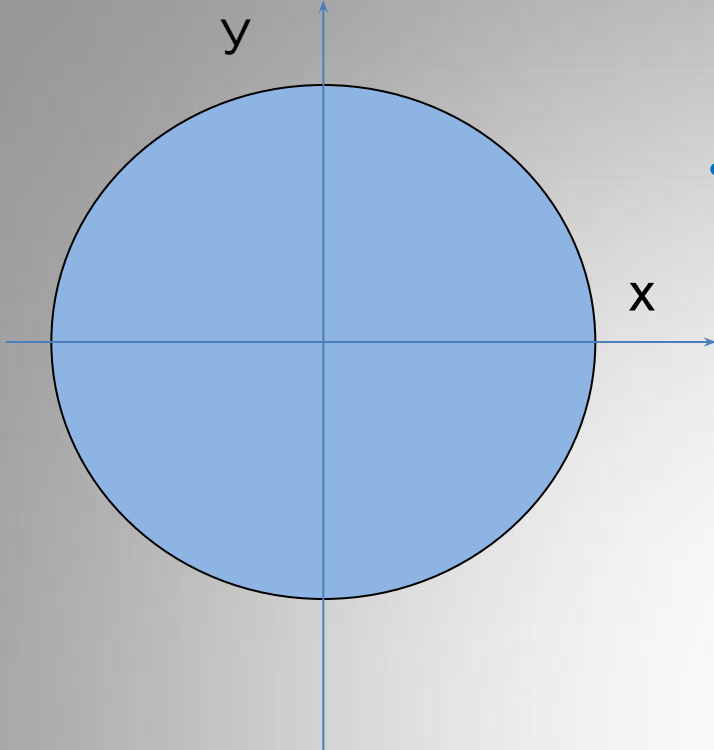
Построить  
график функции  
 $y = \cos \frac{x}{2}$

$$0 < K < 1$$

растяжение







$$y = \cos x$$

- При каких значениях  $x$  функция  $y = \cos x$  принимает значение, равное 0? 1? -1?
- Может ли функция  $y = \cos x$  принимать значение больше 1, меньше -1?
- При каких значениях  $x$  функция  $y = \cos x$  принимает наибольшее (наименьшее) значение?
- Каково множество значений функции  $y = \cos x$ ?

# Список используемых источников

1. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10–11 классов, общеобразовательных учреждений. А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, и др..., «Просвещение», М.: 2010 год.