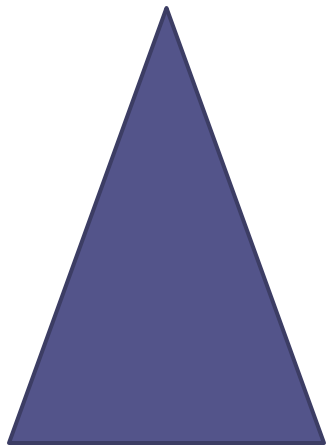


ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НА ЕГЭ

**учитель математики
МКОУ СОШ с УИОП №3
г. Яранска Кировской области
Макарова Вера Евгеньевна**

Теория вероятностей



ЕГЭ



**Теория
вероятностей** –
раздел математики,
изучающий
закономерности
случайных явлений:
случайные события,
случайные величины,
их свойства и операции
над ними



История возникновения теории вероятностей

Возникновение теории вероятностей как науки относят к средним векам и первым попыткам математического анализа азартных игр (орлянка, кости, рулетка). Первоначально её основные понятия не имели строго математического вида, к ним можно было относиться как к некоторым эмпирическим фактам, как к свойствам реальных событий, и они формулировались в наглядных представлениях.





Самые ранние работы учёных в области теории вероятностей относятся к XVII веку. Исследуя прогнозирование выигрыша в азартных играх, Блез Паскаль и Пьер Ферма открыли первые вероятностные закономерности, возникающие при бросании костей.





Под влиянием поднятых и рассматриваемых ими вопросов решением тех же задач занимался и Христиан Гюйгенс. При этом с перепиской Паскаля и Ферма он знаком не был, поэтому методику решения изобрёл самостоятельно.

Его работа, в которой вводятся основные понятия теории вероятностей (понятие вероятности как величины шанса; математическое ожидание для дискретных случаев, в виде цены шанса), а также используются теоремы сложения и умножения вероятностей (не сформулированные явно), вышла в печатном виде на двадцать лет раньше (1657 год) издания писем Паскаля и Ферма (1679 год).

Важный вклад в теорию вероятностей внёс Якоб Бернулли: он дал доказательство закона больших чисел в простейшем случае независимых испытаний.





В первой
половине XIX века
теория
вероятностей
начинает
применяться к
анализу ошибок
наблюдений;
Лаплас и Пуассон
доказали первые
предельные
теоремы.





Во второй половине XIX века основной вклад внесли русские учёные П.Л.Чебышев, А.А.Марков и А.М.Ляпунов. В это время были доказаны закон больших чисел, центральная предельная теорема, а также разработана теория цепей Маркова.

Современный вид теории вероятностей получила благодаря аксиоматизации, предложенной Андреем Николаевичем Колмогоровым. В результате теория вероятностей приобрела строгий математический вид и окончательно стала восприниматься как один из разделов математики.



Вероятность случайного события

Вероятностью события A называется отношение числа m благоприятных для этого события исходов к n числу всех равновозможных исходов

Вероятность выражают в процентах

Вероятность события обозначается большой латинской буквой P (от французского слова *probabilite*, что означает — возможность, вероятность)

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

ЗАДАЧА НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ КЛАССИЧЕСКОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

В сборнике билетов по физике всего 50 билетов, в 12 из них встречается вопрос по конденсаторам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по конденсаторам

Решение:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$m=50-12=38$ –билетов без конденсаторов

$n=50$ –всего билетов

$$P(A) = \frac{38}{50} = 0,76$$

Ответ: **0,76**

Решите самостоятельно:

В сборнике билетов по химии всего 35 билетов, в 7 из них встречается вопрос по кислотам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по кислотам.

Ответ: **0,8**

Основные виды задач



1 вид. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 9 спортсменов из Дании, 3 спортсмена из Швеции, 8 спортсменов из Норвегии и 5 — из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Финляндии

Решение

Всего участвует $n = 9 + 3 + 8 + 5 = 25$ спортсменов.

А т.к. финнов $m = 5$ человек, то вероятность того, что на последнем месте будет спортсмен из Финляндии

$$P = \frac{5}{25} = 0,2$$

В соревновании по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Македонии, 9 спортсменов из Сербии, 7 спортсменов из Хорватии и 5 – из Словении. Порядок в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Македонии

$$m = 4$$

$$n = 25$$

$$P = \frac{4}{25} = 0,16$$



2 вид. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение

$$m = 180 - 8 = 172 \text{ сумки}$$

качественные,

$$n = 180 \text{ всего сумок}$$

$$P = \frac{172}{180} = 0,955... \approx \mathbf{0,96}$$



Фабрика выпускает сумки. В среднем на 80 качественных сумок приходится 8 сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной.

$$m = 80$$

$$n = 80 + 8 = 88$$

$$P = \frac{80}{88} = 0,91$$



3 вид. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Решение Игральные кости - это кубики с 6 гранями. На первом кубике может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Каждому варианту выпадения очков соответствует 6 вариантов выпадения очков на втором кубике. Т.е. $n = 6 \times 6 = 36$. Варианты (исходы эксперимента) будут такие:

1;1 1;2 1;3 1;4 1;5 1;6
2;1 2;2 2;3 2;4 2;5 2;6 и т.д.
6;1 6;2 6;3 6;4 6;5 6;6

Подсчитаем количество исходов (вариантов), в которых сумма очков двух кубиков равна 8: 2;6 3;5; 4;4 5;3 6;2 Всего $m = 5$ вариантов. Найдем вероятность.

$$P = \frac{5}{36} = 0,138 \approx \mathbf{0,14}$$

В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка.

$$m = 3$$

это 1,1,2

1,2,1

2,1,1

$$n = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

$$P = \frac{3}{216}$$



4 вид. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно два раза.

Решение

Всего вариантов $n = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

Благоприятных $m = 3$ варианта: **о; о; р**

о; р; о р; о; о

Вероятность равна

$$P = \frac{3}{8} = \mathbf{0,375}$$



В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

$$m = 1$$

это р, р, р

$$n = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$P = \frac{1}{8} = 0,125$$



5 вид. В сборнике билетов по биологии всего 35 билетов, в 14 из них встречается вопрос по зоологии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по зоологии.

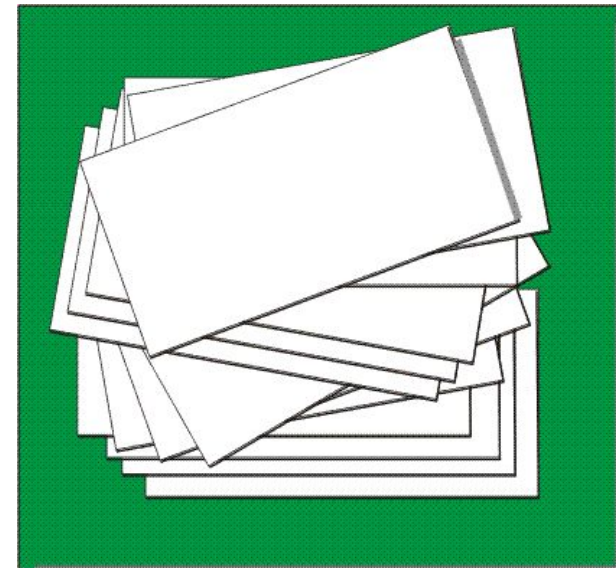
Решение

$m = 35 - 14 = 21$ - билет без зоологии

$n = 35$ – всего билетов

Вероятность равна

$$P = \frac{21}{35} = 0,6$$

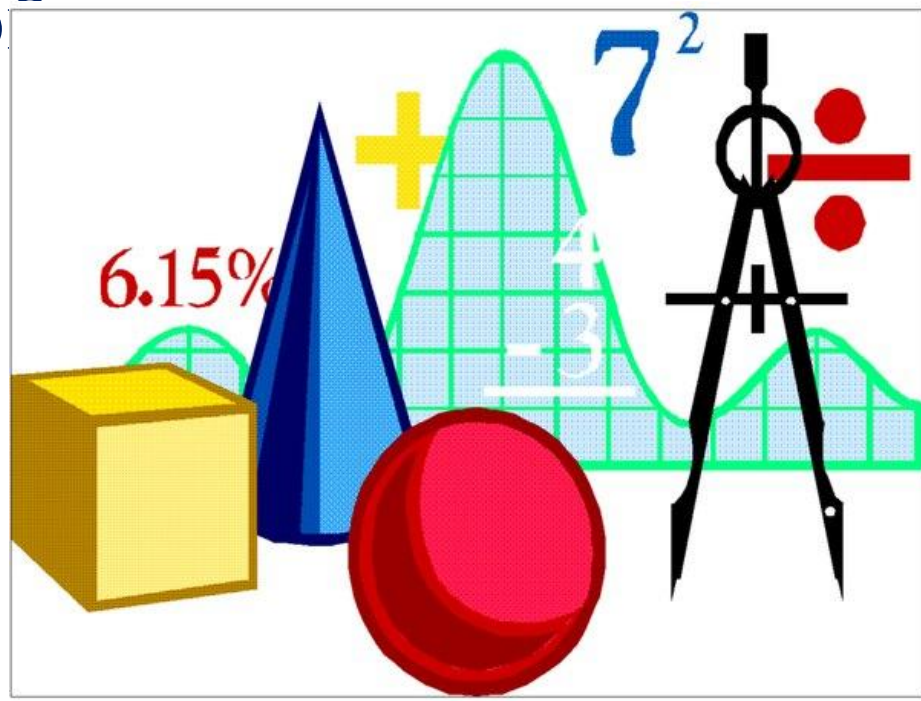


В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 13 из них встречается вопрос по производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по производной.

$$m = 20 - 13 = 7$$

$$n = 20$$

$$P = \frac{7}{20} = 0,35$$



6 вид. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 80 докладов — первые три дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение

1 день – 12 докладов, 2 день – 12 докладов, 3 день – 12 докладов, 4 день – 22 доклада, т.к. $(80 - 3 \times 12) : 2 = 22$

5 день – $m = 22$ доклада. $n = 80$ – всего выступлений.

Вероятность выступления профессора М:

$$P = \frac{22}{80} = \mathbf{0,275}$$

Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 75 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 33 выступления, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

1 день – 33 выступления

2, 3 день – по $(75-33):2=21$ выступление

$m = 21$ $n = 75$

$$P = \frac{21}{75} = 0,28$$

7 вид. В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение

$m = 2000 - 12 = 1988$ - насосов не подтекает

$n = 2000$ – всего насосов

Вероятность, что случайно выбранный насос не подтекает:

$$P = \frac{1988}{2000} = \mathbf{0,994}$$

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает

$$m = 1000 - 4 = 996$$

$$n = 1000$$

$$P = \frac{996}{1000} = 0,996$$

8 вид. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Решение

Так как Руслан Орлов сам с собой играть не может, то вероятность его игры с каким-нибудь спортсменом из России будет ($m = 9$, $n = 25$):

$$P = \frac{9}{25} = 0,36$$

Перед началом первого тура чемпионата по фехтованию участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 36 спортсменов, среди которых 8 участников из России, в том числе Василий Петров. Найти вероятность того, что в первом туре Василий Петров будет играть с каким-либо спортсменом из России?

$$m = 7$$

$$n = 35$$

$$P = \frac{7}{35} = 0,2$$

Найди ошибки

1. Случайные события:
 - Завтра пойдет снег
 - При подбрасывании симметричной монеты выпадет орел
 - Появление более 12 очков при одновременном бросании двух игральных костей
2. Вероятность купить исправную лампочку из 1000, если 3 бракованных, равна $(1000 + 3) / 1000$
3. При бросании симметричной монеты трижды существует $2^3 = 6$ вариантов выпадения очков
4. Если симметричную монету бросить четыре раза, то вероятность того, что орел не выпадет ни разу равна нулю
5. Если из 2000 садовых насосов подтекает 12, то вероятность того, что один случайно выбранный насос не подтекает равна $12 / 2000$

Теория вероятностей



?

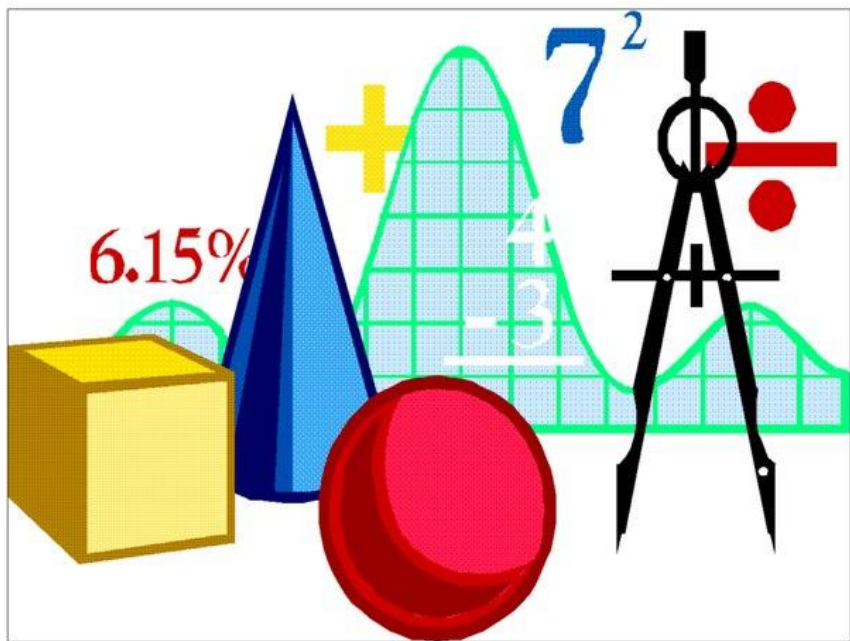
вид задачи

Что узнали нового?

Что вам не понравилось?

Что вас поразило?

**Что хотите узнать
нового?**



Удачи на ЕГЭ!

Источники информации

1. Статья «Теория вероятностей материал»

http://ru.wikipedia.org/wiki/%D2%E5%E0%E8%FF_%E2%E5%E0%E0%FF%F2%ED%E0%F1%F2%E5%E9

2. Статья «Вероятность события»

<http://www.grandars.ru/student/vyssshaya-matematika/veroyatnost-sobytiya.html>

3. Изображение кубиков

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%BA%D1%83%D0%B1%D0%B8%D0%BA%D0%B8&pos=11&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fwww.otoys.ru%2FpicturesNew%2Fsafsof%2Fb_FD-01%28C%29.jpg

4. Изображение кубиков

http://images.yandex.ru/yandsearch?p=1&text=%D0%BA%D1%83%D0%B1%D0%B8%D0%BA%D0%B8&pos=44&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fdg57.odnoklassniki.ru%2FgetImage%3FphotoId%3D264841058557%26photoType%3D6

5. Изображение монеты

http://images.yandex.ru/yandsearch?p=1&text=%D0%BC%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D1%82%D1%8B&pos=43&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fimg.nr2.ru%2Fpict%2Farts1%2F26%2F41%2F264100.jp

6. Изображение сумки

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D1%81%D1%83%D0%BC%D0%BA%D0%B8&pos=3&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fwww.terrawoman.com%2Fforum%2Fuploads%2Fpost-5727-1221129602_thumb.jpg

7. Изображение ядра

http://images.yandex.ru/yandsearch?p=4&text=%D1%82%D0%BE%D0%BB%D0%BA%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5%20%D1%8F%D0%B4%D1%80%D0%B0&pos=128&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fnews.liga.net%2Fupload%2Fresize_cache%2Fiblock%2Fe27%2F380_230_2%2Fe27efaedf1a142e7d535c807c413c0d8.jpg

8. Изображение билетов по биологии

http://images.yandex.ru/yandsearch?p=1&text=%D0%B1%D0%B8%D0%BB%D0%B5%D1%82%D1%8B%20%D0%BF%D0%BE%20%D0%B1%D0%B8%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%B8&pos=39&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fspb.pulscen.ru%2Fsystem%2Fimages%2Fproduct%2F001%2F025%2F904_medium.jpg

ПО МАТЕМАТИКЕ

http://images.yandex.ru/yandsearch?p=4&text=%D0%B1%D0%B8%D0%BB%D0%B5%D1%82%D1%8B%20%D0%BF%D0%BE%20%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B5&pos=121&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2F5ballov.qip.ru%2Ftests%2Fimages%2F23%2F233_front.jpg

9. Изображение теории вероятности и кости

http://images.yandex.ru/yandsearch?p=1&text=%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%20%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%BE%D1%8F%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8&pos=47&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fwww.zhaba.ru%2F_pics%2F0mwzvuf4o75slk7d.jpg

10. Изображение: Блез Паскаль

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%91%D0%BB%D0%B5%D0%B7%20%D0%9F%D0%B0%D1%81%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D1%8C%20&pos=14&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fwww.proyectosalohogar.com%2Fdiversos_temas%2F04-pascal.gif

11. Изображение: Пьер Ферма

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%9F%D1%8C%D0%B5%D1%80%20%D0%A4%D0%B5%D1%80%D0%BC%D0%B0%20%20&pos=5&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fplus.maths.org%2Fissue47%2Ffeatures%2Fpieprzak%2FFermat.jpg

12. Изображение: Христиан Гюйгенс

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%A5%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%B0%D0%BD%20%D0%93%D1%8E%D0%B9%D0%B3%D0%B5%D0%BD%D1%81%20&pos=15&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fprofile.ak.fbcdn.net%2Fhprofile-ak-ash3%2F50553_41937570121_3742_q.jpg

13. Изображение: Якоб Бернулли

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%AF%D0%BA%D0%BE%D0%B1%20%D0%91%D0%B5%D1%80%D0%BD%D1%83%D0%BB%D0%BB%D0%B8&pos=7&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fpomnipro.ru%2Fresources%2Fimage%2Fmemorypage_17065_medium.jpeg

14. Изображение: Лаплас

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%9B%D0%B0%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D1%81&pos=4&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fwww.calend.ru%2Fimg%2Fcontent_events%2Fi2%2F2258_small.gif

15. Изображение: Пуассон

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%9F%D1%83%D0%B0%D1%81%D1%81%D0%BE%D0%BD%20&pos=0&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fmaths.bcpst2.den.free.fr%2Findex_fichiers%2FPoisson.jpg

16. Изображение: П.Л.Чебышев

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%9F.%D0%9B.%D0%A7%D0%B5%D0%B1%D1%8B%D1%88%D0%B5%D0%B2&pos=7&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Falain.camanes.free.fr%2Fimages%2Fchebyshev_pafnouty_lvovich-1821_1894.jpg

17. Изображение: А.А.Марков

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%90.%D0%90.%D0%9C%D0%B0%D1%80%D0%BA%D0%BE%D0%B2&pos=1&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fupload.wikimedia.org%2Fwikipedia%2Fcommons%2F7%2F70%2FAAMarkov.jpg

18. Изображение: А.М.Ляпунов

http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%90.%D0%9C.%D0%9B%D1%8F%D0%BF%D1%83%D0%BD%D0%BE%D0%B2&pos=3&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fimg.nr2.ru%2Fpict%2Farts1%2F12%2F59%2F125982.jp

19. Изображение: Андрей Николаевич Колмогоров.
http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D0%90%D0%BD%D0%B4%D1%80%D0%B5%D0%B9%20%D0%9D%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%B0%D0%B5%D0%B2%D0%B8%D1%87%20%D0%9A%D0%BE%D0%BB%D0%BC%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B2.&pos=5&uinfo=sw-1349-sh-605-fw-1124-fh-448-pd-1&rpt=simage&img_url=http%3A%2F%2Fwww.kolmogorov.info%2Fkolmogorov-m.jpg