

Кстовский нефтяной техникум

дисциплина "Математика"

тема: "Исследование функций и построение графиков"

Составили:

Студентки гр. 06-ЭКО-1Д

Абрамова Ольга и

Александрова Наталья

Исследование функций и построение графиков

Алгоритм исследования:

1) О.О.Ф. и вертикальные асимптоты

Прямая $x=x_0$ является **вертикальной асимптотой** графика функции $y=f(x)$, если хотя бы один из пределов (правосторонний или левосторонний) равен $\pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow x_0 \pm 0} f(x)$$

Прямая $x=x_0$ может быть вертикальной асимптотой графика функции $y=f(x)$, если x_0 – точка разрыва.

2) Четность (нечетность) функции.

Если для любого x из О.О.Ф.

$f(-x)=-f(x)$, то функция нечетная ;

$f(-x)=f(x)$, то функция четная.

3) Корни функции

4) Монотонность функции. Экстремумы.

а) найти корни уравнения , отметить их на числовой оси (с учетом О.О.Ф.), определить знак производной на каждом из интервалов ; узнать точки \max и \min (если они есть); (\max ; $f(\max)$); (\min ; $f(\min)$).

Исследование функций и построение графиков

б) Записать промежутки монотонности функции;

5) Выпуклость функции. Точки перегиба.

а) $y''; y'' = 0$ найти корни уравнения; отметить их на числовой оси (с учетом О.О.Ф.), определить знак второй производной на каждом из интервалов, указать точки перегиба функции (если есть); (т.п; $f(\text{т.п.})$)

б) указать промежутки выпуклости и вогнутости кривой.

б) Наклонные (горизонтальные) асимптоты.

Прямая $y=v$ является **горизонтальной асимптотой**, если $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = v$

Если $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = k \neq 0$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - k \cdot x] = v$,

то прямая $y=kx+v$ является наклонной асимптотой графика функции $y=f(x)$



Исследование функций и построение графиков

- **7)** Для того, чтобы построить график исследованной функции, нужно:
 - ввести прямоугольную систему координат;
 - провести асимптоты;
 - отметить все характерные точки (корни, точки экстремума, точки перегиба);
 - соединить характерные точки кривыми в соответствии с исследованием функции на выпуклость.

Математика



Исследование функций и построение графиков

$$Y = \left(\frac{X-1}{X-2} \right)^2$$

1) О.О.Ф. $X \neq 2$ $\lim_{X \rightarrow 2} \left(\frac{X-1}{X-2} \right)^2 = \left(\frac{1}{0} \right) = \infty$

значит прямая $X=2$ – вертикальная асимптота.

2) функция общего вида, непериодическая.

3) $Y(-X) = \left(\frac{-X-1}{-X-2} \right)^2 = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 4x + 4}$

функция ни четная, ни нечетная

4) $Y = \left(\frac{X-1}{X-2} \right)^2 = 0$

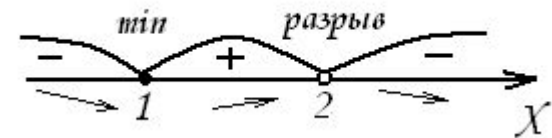
$X=1$ – корень функции; функция неотрицательная при всех значениях X .

Исследование функций и построение графиков

$$5) Y' = \left(\left(\frac{X-1}{X-2} \right)^2 \right)' = 2 \left(\frac{X-1}{X-2} \right) \cdot \frac{X-2 - (X-1)}{(X-2)^2} = \frac{(2X-2) \cdot (-1)}{(X-2)^3} = \frac{-2 \cdot (X-1)}{(X-2)^3},$$

$$Y' = 0$$

$$\frac{-2 \cdot (X-1)}{(X-2)^3} = 0; \quad X=1; \quad Y(1)=0$$

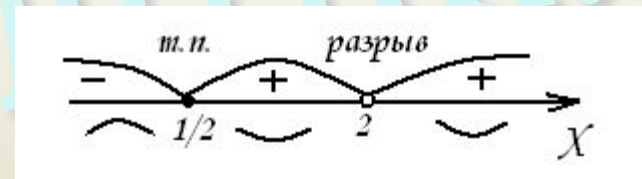


$$6) Y'' = \left(\frac{-2 \cdot (X-1)}{(X-2)^3} \right)' = \frac{-2(X-2)^3 - (-2X+2) \cdot 3(X-2)^2}{(X-2)^6} = \frac{-2(X-2)^2 \cdot (X-2 - (X-1) \cdot 3)}{(X-2)^6} =$$
$$= \frac{-2 \cdot (X-2-3X+3)}{(X-2)^4} = \frac{-2(1-2X)}{(X-2)^4} = \frac{4X-2}{(X-2)^4}$$

$$Y'' = 0$$

$$\frac{4X-2}{(X-2)^4} = 0, \quad X = \frac{1}{2}$$

$$Y\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{0,5-1}{0,5-2} \right)^2 = \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$$



Исследование функций и построение графиков

$$7) b = \lim_{X \rightarrow \infty} f(X) = \lim_{X \rightarrow \infty} \left(\frac{X-1}{X-2} \right)^2 = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{X^2 - 2X + 1}{X^2 - 4X + 4} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{X \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - \frac{2}{X} + \frac{1}{X^2}}{1 - \frac{4}{X} + \frac{4}{X^2}} \right) = 1$$

$Y=1$ – горизонтальная асимптота

$$k = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{f(X)}{X} = \lim_{X \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{X-1}{X-2} \right)^2 \cdot \frac{1}{X} \right) = \lim_{X \rightarrow \infty} \left(\frac{X^2 - 2X + 1}{X(X^2 - 4X + 4)} \right) = \lim_{X \rightarrow \infty} \left(\frac{X^2 - 2X + 1}{X^3 - 4X^2 + 4} \right) = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) =$$
$$= \lim_{X \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{X^2}{X^3} - \frac{2X}{X^3} + \frac{1}{X^3}}{\frac{X^3}{X^3} - \frac{4X^2}{X^3} + \frac{4}{X^3}} \right) = \frac{0}{1} = 0$$

Наклонных асимптот нет.



Исследование функций и построение графиков

8) построим график данной функции:

