Кстовский нефтяной техникум

дисциплина "Математика"

тема: "Исследование функций и построение графиков"

Математика

Составили:

Студентки гр. 06-ЭКО-1Д

Абрамова Ольга и

Александрова Наталья

Исследование функций и построение графиков

Алгоритм исследования:

1) О.О.Ф. и вертикальные асимптоты

Прямая $x=x_0$ является **вертикальной асимптотой** графика функции $y=f(x)$, если хотя бы один из пределов $\lim\limits_{x \to x_0 \pm 0} f(x)$ (правосторонний или левосторонний) равен $\pm\infty$

Прямая $x=x_0$ может быть вертикальной асимптотой графика функции $y=f(x)$, если x_0 – точка разрыва.

2) Четность (нечетность) функции.

Если для любого x из О.О.Ф.

f(-x)=-f(x), то функция нечетная ;

f(-x)=f(x), то функция четная.

3) Корни функции

4) Монотонность функции. Экстремумы.

а) $y';\ y'=0$ найти корни уравнения , отметить их на числовой оси (с учетом О.О.Ф.), определить знак производной на каждом из интервалов ;узнать точки max и min (если они есть);(max;f(max)); (min;f(min)).

Математика

Исследование функций и построение графиков

б)Записать промежутки монотонности функции;

5)Выпуклость функции. Точки перегиба.

а) $y''; y''=0$ найти корни уравнения; отметить их на числовой оси (с учетом О.О.Ф.), определить знак второй производной на каждом из интервалов, указать точки перегиба функции (если есть);(т.п; f(т.п.))

б)указать промежутки выпуклости и вогнутости кривой.

6)Наклонные (горизонтальные) асимптоты.

Прямая у=в является **горизонтальной асимптотой**, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = в$

Если $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x} = к \neq 0$ и $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x) - к * x\right] = в$,

то прямая у=кх+в является наклонной асимптотой графика функции у=f(x)

Математика

Исследование функций и построение графиков

- **7)** Для того, чтобы построить график исследованной функции, нужно:
- ввести прямоугольную систему координат;
- провести асимптоты;
- отметить все характерные точки (корни, точки экстремума, точки перегиба);
- соединить характерные точки кривыми в соответствии с исследованием функции на выпуклость.

Математика

Исследование функций и построение графиков

$$Y = \left(\frac{X-1}{X-2}\right)^2$$

1) О.О.Ф. $X \neq 2$ $\lim\limits_{X\to 2}\left(\frac{X-1}{X-2}\right)^2 = \left(\frac{1}{0}\right) = \infty$

значит прямая X=2 – вертикальная асимптота.

2) функция общего вида, непериодическая.

3) $Y(-X) = \left(\frac{-X-1}{-X-2}\right)^2 = \frac{x^2+2x+1}{x^2+4x+4}$

функция ни четная, ни нечетная

4) $Y = \left(\frac{X-1}{X-2}\right)^2 = 0$

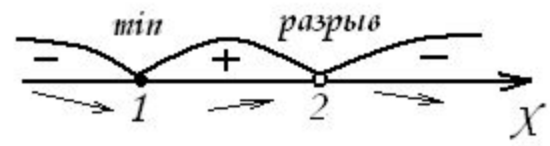
X=1 – корень функции; функция неотрицательная при всех значениях X.

Исследование функций и построение графиков

5) $$Y' = \left(\left(\frac{X-1}{X-2}\right)^2\right)' = 2\left(\frac{X-1}{X-2}\right)\cdot\frac{X-2-(X-1)}{(X-2)^2} = \frac{(2X-2)\cdot(-1)}{(X-2)^3} = \frac{-2\cdot(X-1)}{(X-2)^3},$$

$$Y' = 0$$

$$\frac{-2\cdot(X-1)}{(X-2)^3} = 0;$$ X=1; Y(1)=0

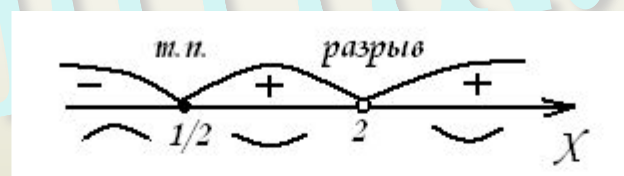


6) $$Y'' = \left(\frac{-2\cdot(X-1)}{(X-2)^3}\right)' = \frac{-2(X-2)^3-(-2X+2)\cdot 3(X-2)^2}{(X-2)^6} = \frac{-2(X-2)^2\cdot(X-2-(X-1)\cdot 3)}{(X-2)^6} =$$

$$= \frac{-2\cdot(X-2-3X+3)}{(X-2)^4} = \frac{-2(1-2X)}{(X-2)^4} = \frac{4X-2}{(X-2)^4}$$

$$Y'' = 0$$

$$\frac{4X-2}{(X-2)^4} = 0, X = \frac{1}{2}$$



$$Y\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{0{,}5-1}{0{,}5-2}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

Исследование функций и построение графиков

7) $$b=\lim_{X\to\infty}f(X)=\lim_{X\to\infty}\left(\frac{X-1}{X-2}\right)^2=\lim_{X\to\infty}\frac{X^2-2X+1}{X^2-4X+4}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{X\to\infty}\left(\frac{1-\frac{2}{X}+\frac{1}{X^2}}{1-\frac{4}{X}+\frac{4}{X^2}}\right)=1$$

Y=1 – горизонтальная асимптота

$$k=\lim_{X\to\infty}\frac{f(X)}{X}=\lim_{X\to\infty}\left(\left(\frac{X-1}{X-2}\right)^2\cdot\frac{1}{X}\right)=\lim_{X\to\infty}\left(\frac{X^2-2X+1}{X(X^2-4X+4)}\right)=\lim_{X\to\infty}\left(\frac{X^2-2X+1}{X^3-4X^2+4}\right)=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=$$

$$=\lim_{X\to\infty}\left(\frac{\frac{X^2}{X^3}-\frac{2X}{X^3}+\frac{1}{X^3}}{\frac{X^3}{X^3}-\frac{4X^2}{X^3}+\frac{4}{X^3}}\right)=\frac{0}{1}=0$$

Наклонных асимптот нет.

Математика

Исследование функций и построение графиков

8) построим график данной функции: