

# Математический проект.



## Квадратные уравнения



Выполнил: ученик 8 «а»  
Купцов А.

Руководитель:



# Немного из истории

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне.

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики.

Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до нашей эры вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения.

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводя только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены. Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилонии, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.

# Франсуа Виет



**Пусть вспомнится  
известный всем  
Виет,  
открывший формулу  
для уравнения.**



# Теорема Виета.

Если приведенное квадратное уравнение  $x^2+px+q=0$  имеет действительные корни, то их сумма равна  $-p$ , а произведение равно  $q$ , то есть

$$x_1 + x_2 = -p ,$$

$$x_1 x_2 = q$$

*(сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену).*

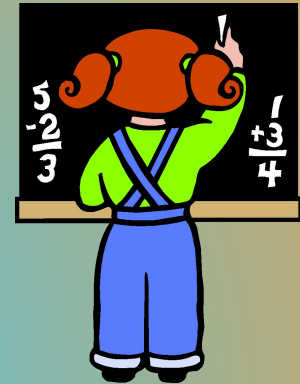
# Не верите? Проверьте!

$$X^2 - 14X + 24 = 0$$

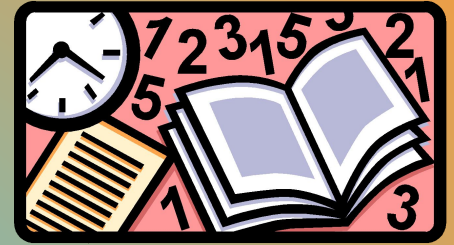
$$D = b^2 - 4ac = 196 - 96 = 100$$

$$X_1 = 2, X_2 = 12$$

$$X_1 + X_2 = 14, X_1 \cdot X_2 = 24$$



# Угадываем корни



$$X^2 + 3X - 10 = 0$$

$X_1 \cdot X_2 = -10$ , значит корни имеют разные  
знаки

$X_1 + X_2 = -3$ , значит больший по модулю  
корень - отрицательный

Подбором находим корни:  $X_1 = -5$ ,  $X_2 = 2$

# Игра "Домино"

Реши устно уравнения:

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x = 3, x = 4 \quad x^2 + 18x + 32 = 0$$

$$x = -16, x = -2 \quad x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$x = -2, x = 7 \quad x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x = -3, x = -2 \quad x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x = 2, x = 6 \quad x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$x = -4, x = -1 \quad x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = -1, x = 6$$



## Определение квадратного уравнения.

Квадратным уравнением называется уравнение вида  $ax^2+bx+c=0$ , где  $x$  - переменная,  $a, b, c$  - некоторые числа, причем  $a \neq 0$ .

## Алгоритм решения квадратного уравнения:

Найти число, называемое дискриминантом квадратного уравнения и равное  $D=b^2-4ac$ .

- если  $D < 0$ , то данное квадратное уравнение не имеет корней;

- если  $D = 0$ , то данное квадратное уравнение имеет единственный корень,

который равен  $x = -\frac{b}{2a}$

если  $D > 0$ , то данное квадратное уравнение имеет два корня, которые равны

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a};$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

## Решение примера.

$$3x^2 + 9 = 12x - x^2$$

$$3x^2 + 9 - 12x + x^2 = 0$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$D = (-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 144 - 144 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{-12}{8} = \frac{3}{2}$$

Ответ:

$$x = \frac{3}{2}$$

Например, решаю квадратное уравнение.

$$3X^2 - 18X + 24 = 0$$

$$\square D_1 = K^2 - ac = 9^2 - 3 \cdot 24 = 72 - 24 = 48 > 0$$

$$\square X_1 = \frac{-K - \sqrt{D_1}}{a} = \frac{9 - 3}{3} = 2$$

$$\square X_2 = \frac{-K + \sqrt{D_1}}{a} = \frac{9 + 3}{3} = 4$$



Неплохо, но мало твоей работы, добавить жизни и интереса, чтобы это было твоим проектом, а не чужим... Подумай и доработай!!! Сейчас тебе только школьный курс, презентация к простому школьному уроку, **а проект должен выходить за рамки учебника**.

Добавить слайды: «обоснование выбора данной темы», «цели и задачи моей работы», «этапы работы над проектом», "Квадратные уравнения" в заданиях ГИА по математике,. Как рассматриваются квадратные уравнения в заданиях повышенной сложности?, : самостоятельные или тестовые и контрольные работы по теме(2 варианта) , можно рассмотреть графическое решение кв уравнений, решение кв уравнений с параметром и много разного. в конце-используемая литература и ресурсы(ссылки на сайты).

Проект "Квадратные уравнения" направлен не только на знакомство с уравнениями второй степени и с основными способами их решения, а также на углубление знаний и умений учащихся по данной теме через рассмотрение заданий повышенной сложности.

Вопросы, направляющие проект

Основополагающий вопрос

Как решить уравнение второй степени?

Учебные вопросы

Какое уравнение называется квадратным? Полные и неполные квадратные уравнения. Какое квадратное уравнение называется приведённым, а какое неприведённым? Формулы корней квадратного уравнения. Дискриминант. Теорема Виета. Обратная теорема теореме Виета. Способы решения неполных квадратных уравнений.

Примеры продуктов проектной деятельности учащихся: самостоятельные и контрольные работы по теме

**Материалы по сопровождению и поддержке проектной деятельности**

Учебник по алгебре 8 кл. под ред. Теляковского - М.:Просвещение, 2003

Учебник по алгебре 8 кл. под ред. Дорофеева

Алгебра и геометрия в таблицах: 7-11 классы /авт.-сост. О.А.Коноплева - СПб.:Тригон, 2006

Опорные конспекты по математике: Школьнику, учителю, абитуриенту/Ю.С.Савченко

Дидактические материалы по алгебре 8 кл./авторы В.И.Жохов, Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк

Самостоятельные и контрольные работы по алгебре 8кл.(дифференцированные работы)/Ершов

Тестовые задания по алгебре для 9 кл./авт. Ю.В.Балашов, Ю.М.Балашова



### **В помощь:**

Актуальность выбранной темы состоит в том, что в последние годы выпускные и вступительные экзамены проводятся в форме тестирования, поэтому учащиеся должны уметь быстро ориентироваться среди данных вариантов ответов, а для этого надо знать и уметь применять эффективные способы решения. Ведь ЕГЭ выявляет не только знания, которые дают на уроке, но и умение ориентироваться в предложенной схеме, уровень тестовой культуры, а также психологическую готовность демонстрировать свои знания и умения в непривычной обстановке.

Практическая значимость изучаемой темы. Уравнения – язык алгебры, квадратные уравнения – это фундамент, на котором построено величественное здание алгебры. Изученные способы решения квадратных уравнений будут применяться и при дальнейшем изучении математики, при решении уравнений, сводящихся к решению квадратных.

#### Реальная ситуация

складывается так, что тестовая форма контроля знаний требует умения быстро выбрать корни квадратного уравнения, экономить время, школьные учебники не отражают различные способы решения квадратных уравнений, нет готового материала, чтобы отработать навыки.

#### Желаемая ситуация

складывается так, что учащиеся владеют несколькими приемами решения квадратных уравнений и умеют выбрать рациональный способ решения, не затрачивая много времени, под рукой имеется методическое пособие, содержащее способы решения квадратных уравнений и все это позволит лучше, качественнее подготовиться к сдаче экзаменов по математике.

Отсюда выделяем проблему:

Отсутствие в учебниках различных способов решения квадратных уравнений лишает возможности применения рациональных способов.

#### Цель проекта:

Разработать методическое пособие для учащихся, содержащее различные способы решения квадратных уравнений, выделить эффективные способы.

Задачи, которые должны решить:

1. Сбор информации из справочников, учебников
2. Изучение разных приемов решения квадратных уравнений
3. Выбор рациональных способов решения
4. Печать и оформление работы в соответствии с современными требованиями
5. Презентация продукта проекта

Выдвигаем гипотезу:

Если изучить различные способы решения квадратных уравнений, то будет необходимая база знаний и появится возможность выбора рациональных способов решения квадратных уравнений, собранными в методическое пособие материалами смогут воспользоваться учащиеся 8-9 классов

Данную гипотезу можно превратить в реальность следующим образом:

изучить различные способы решения квадратных уравнений по разным источникам;

для удобства пользования собрать их и оформить в виде методички.

Для этого использовала следующие методы и приемы:

самостоятельное продумывание;

знакомство со специальной литературой;

беседа и консультация с учителем

Многу были рассмотрены имеющиеся в школьной библиотеке и в кабинете математики учебники, методическая литература, справочники и энциклопедии для школьников для изучения разных способов решения квадратных уравнений.

В пособии «История развития математики» Глейзер Г. И рассматривает историю развития квадратных уравнений в разную эпоху. Неполные квадратные уравнения и частные виды полных квадратных уравнений умели решать вавилоняне ( 2 тыс. лет до н. э.) Некоторые виды квадратных уравнений могли решать древнегреческие математики, сводя их решения к геометрическим построениям. Приемы решения уравнений без обращения к геометрии дает Диофант Александрийский (III в.), которые до настоящего времени не сохранились.

Правило решения квадратных уравнений дал индийский ученый Брахмагупта (V II в.) В трактате «Китаб аль-джебр валь-мукабала» хорезмский математик аль-Хорезми разъясняет приемы решения уравнений. Общее правило решения квадратных уравнений было сформулировано немецким математиком М. Штифелем (1487-1567). После трудов нидерландского математика А. Жирара (1595-1632), а также Декарта и Ньютона способ решения квадратных уравнений принял современный вид. Формулы, выражающие зависимость корней уравнения от его коэффициентов, были выведены Виетом в 1591 г.

В учебнике алгебры 8 класса под редакцией С. А. Теляковского основное внимание уделяется решению уравнений вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , по формуле корней. Рекомендуется ознакомить учащихся с формулами Виета, выражающими зависимость между корнями квадратного уравнения и его коэффициентами. Теорема Виета не относится к обязательному материалу.

В учебнике алгебры 8 класса, автор Мордкович А.Г., излагает решение квадратных уравнений, используя метод разложения левой части уравнения на множители, метод выделения полного квадрата, графическим способом, по формуле корней и теореме Виета.

В газете «Математика», приложении «Первое сентября», и в книге Гайштут А.Г. «Искусственные способы решения уравнений и систем» излагается решение квадратных уравнений по свойству коэффициентов и способом «переброски».

В ходе изучения разнообразных способов решения квадратных уравнений я их выписывала на отдельных листах - карточках, а затем для удобства пользования собрала в мини-брошюру (методичку). В методичке рассмотрены десять способов решения квадратных уравнений, приведены решения уравнений, иллюстрирующие применение рациональных способов, а также уравнения для самостоятельного решения. Разработанное и оформленное методическое пособие я раздала всем своим одноклассникам. После презентации, в 8 классе провели урок-закрепление «Решение квадратных уравнений различными способами».