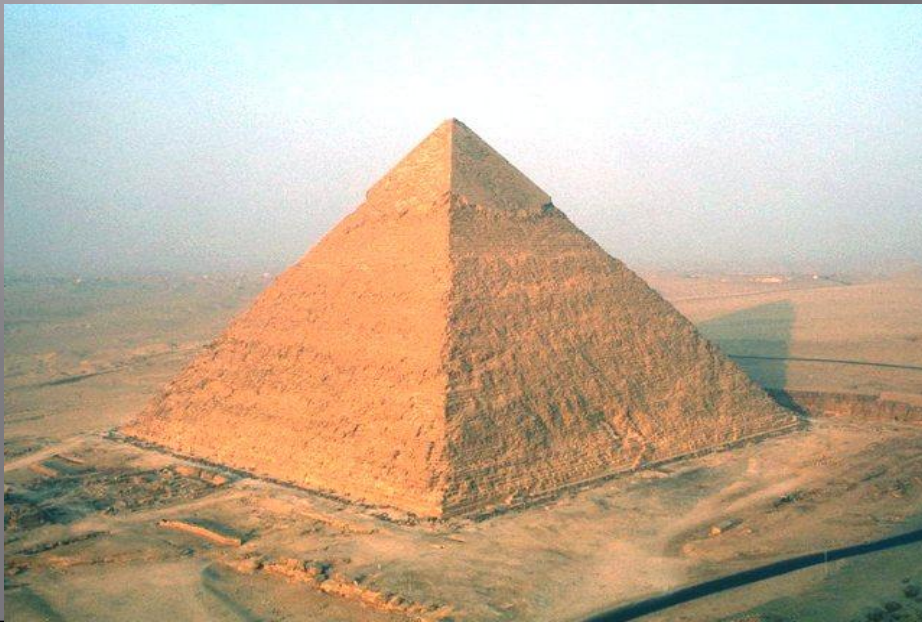
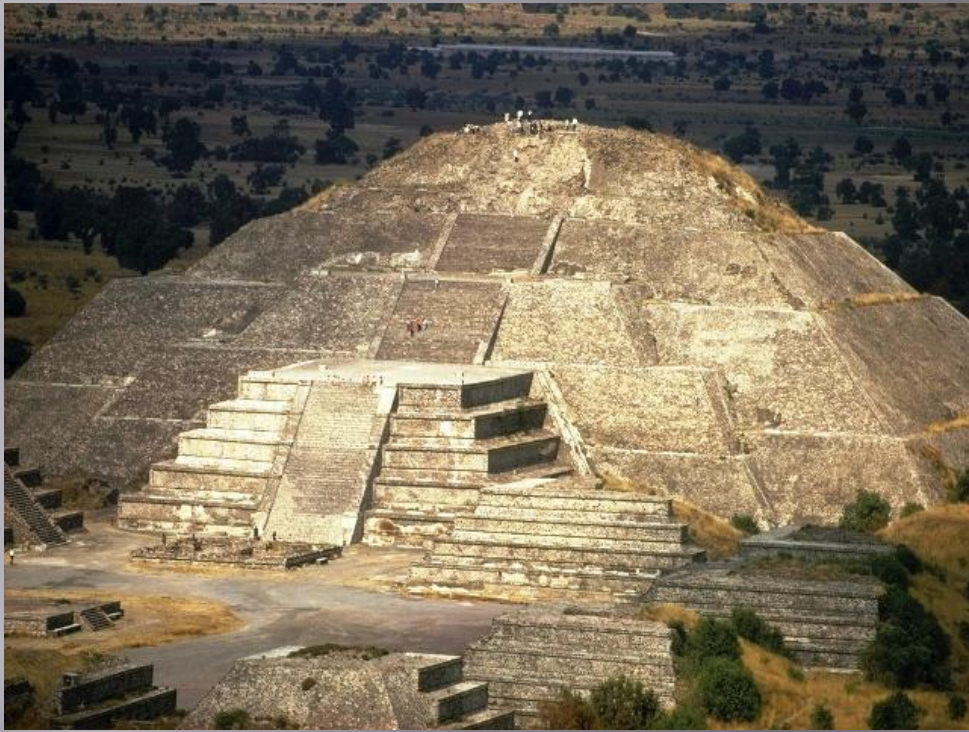


# Пирамиды.







Многопрофильная Гимназия №79

ОТКРЫТЫЙ УРОК  
«ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ  
ПИРАМИДА И ЕЁ  
ПРОЕКЦИЯ»

*Учитель: Волкова Лидия Николаевна*

Город Алматы

2009г.

# Презентацию готовили

- Дасиева Роза,
- Набоко Михаил,
- Ибрагимова Карина,
- Егизбаева Айнура,
- Асанова Эльвира,
- Ускенбаева Мадия.

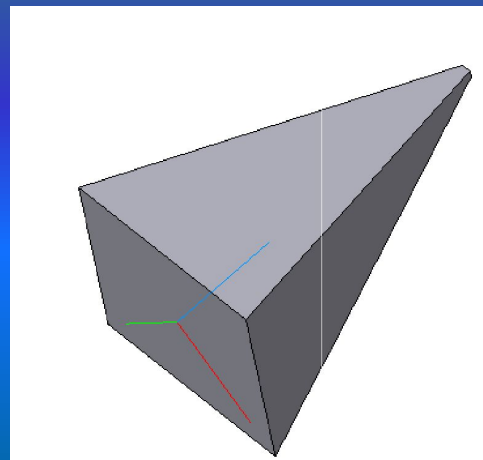
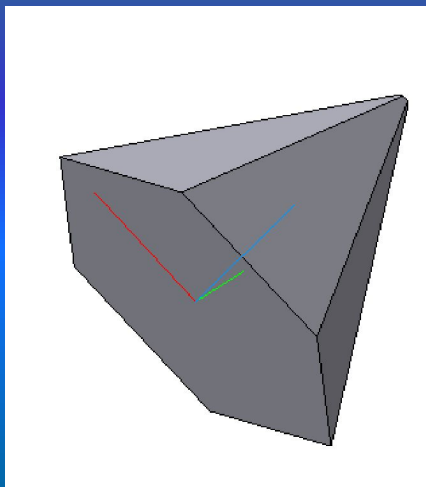
# О слове пирамида.

## Пирамида.

*Слово «пирамида» в геометрию ввели греки, которые, как полагают, заимствовали его у египтян, создавших самые знаменитые пирамиды в мире. Другая теория выводит этот термин из греческого слова «пирос» (рожь) – считают, что греки выпекали хлебцы, имевшие форму пирамиды.*

# Что же такое пирамида?

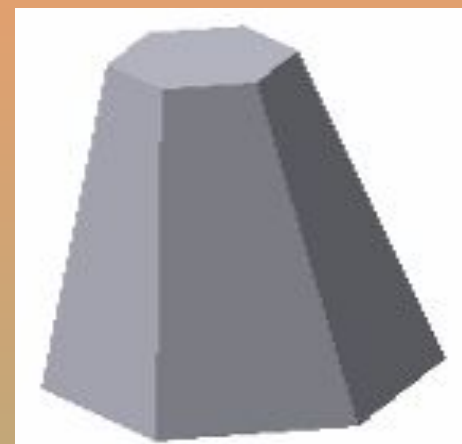
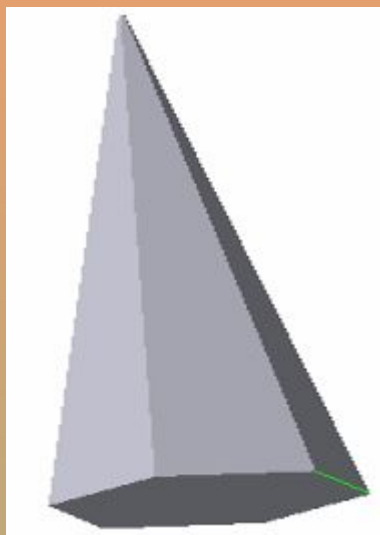
*Пирамида* - многогранник, у которого основание - многоугольник, боковые грани - треугольники, имеющие общую вершину.



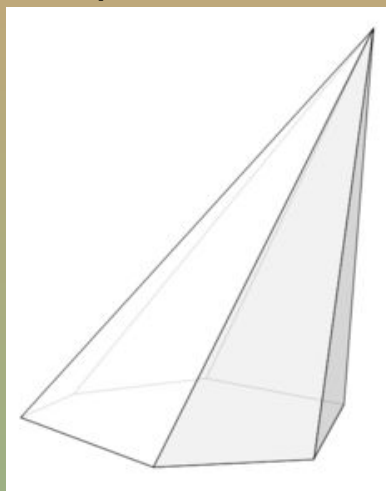
# Какими бывают пирамиды?

Усеченные

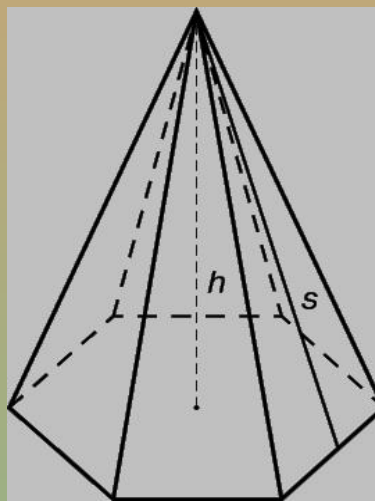
Полные



Неправильная



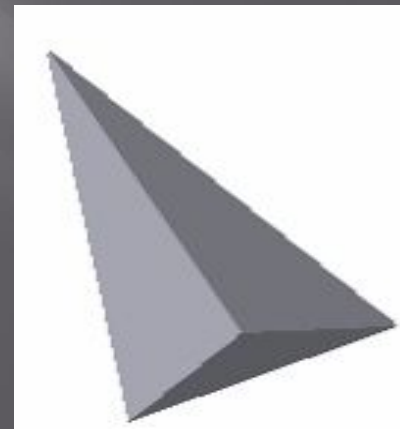
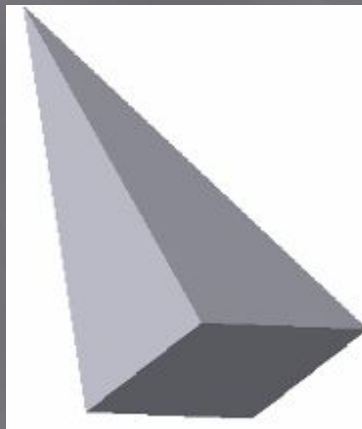
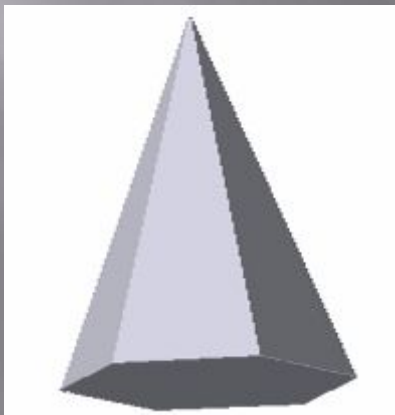
Правильная





# От чего зависит вид пирамиды?

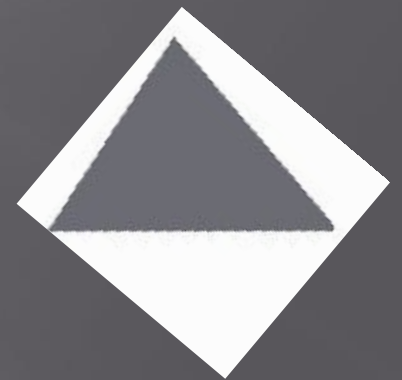
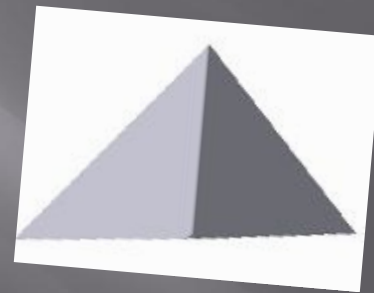
Вид пирамиды зависит от многоугольника, который лежит в основании.

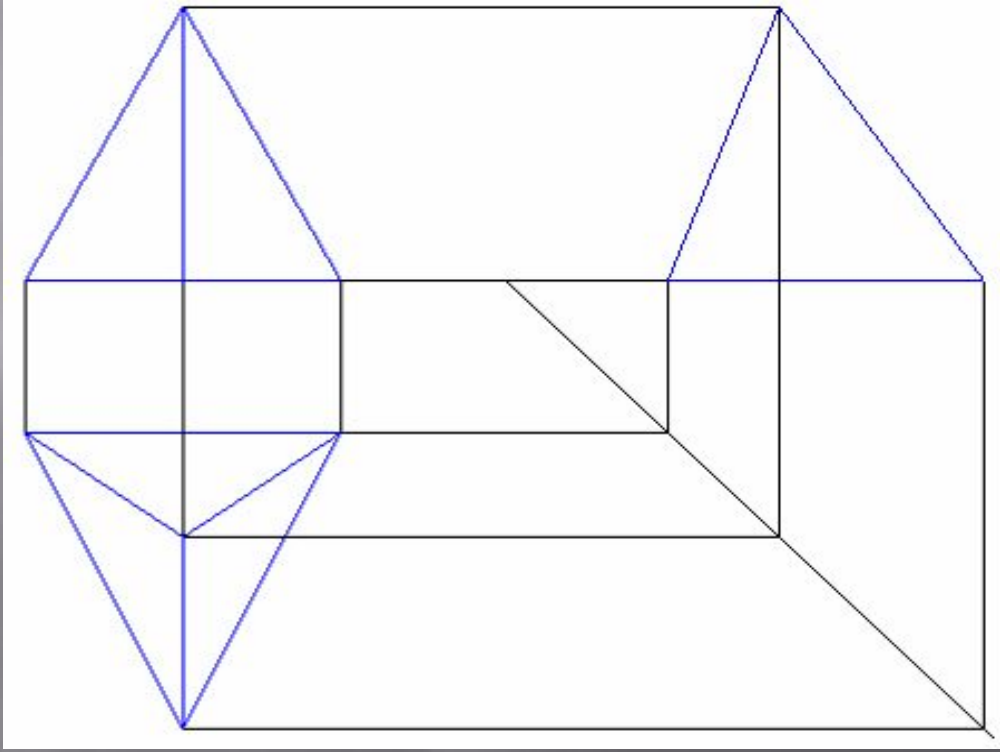




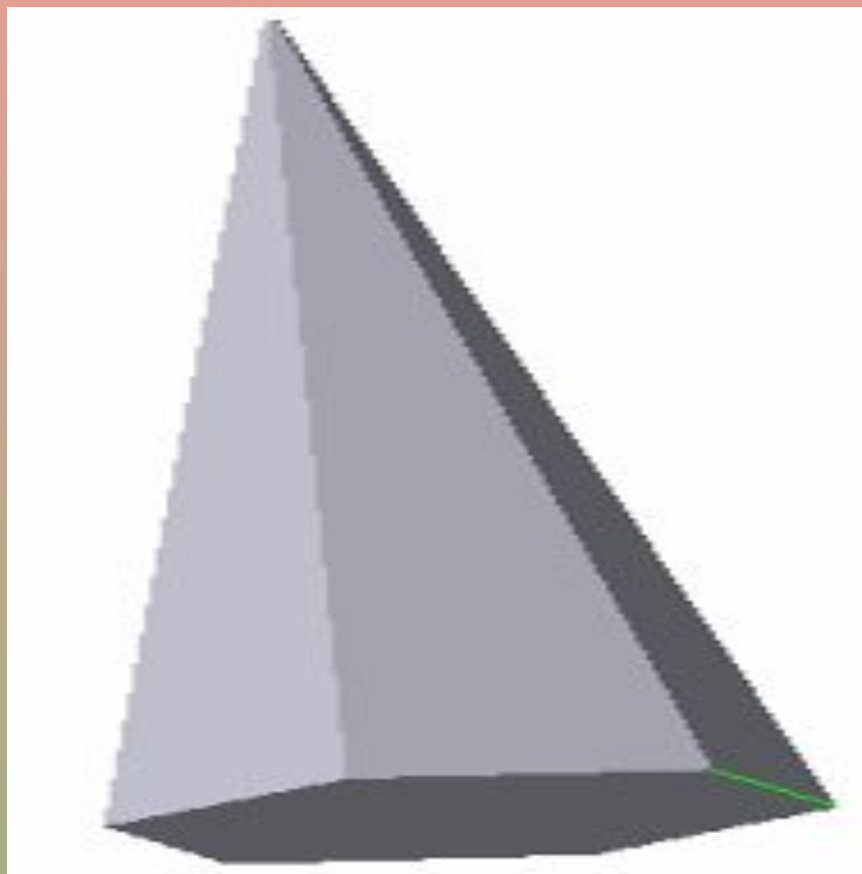
# Проекция пирамиды

- ▣ Пирамида  
треугольная





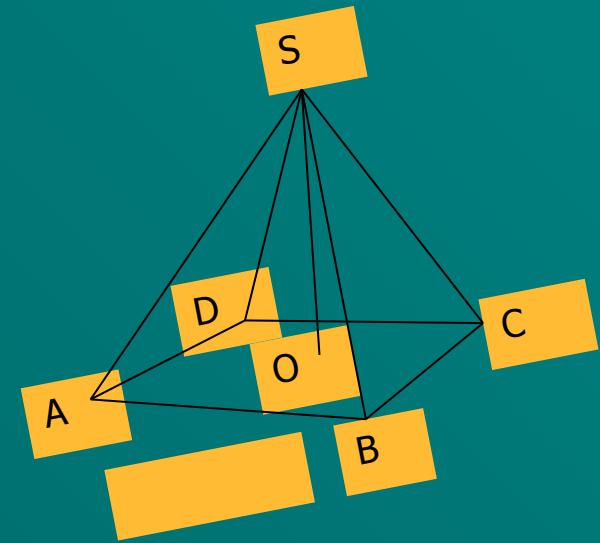
# О полной (не усечённой) пирамиде.



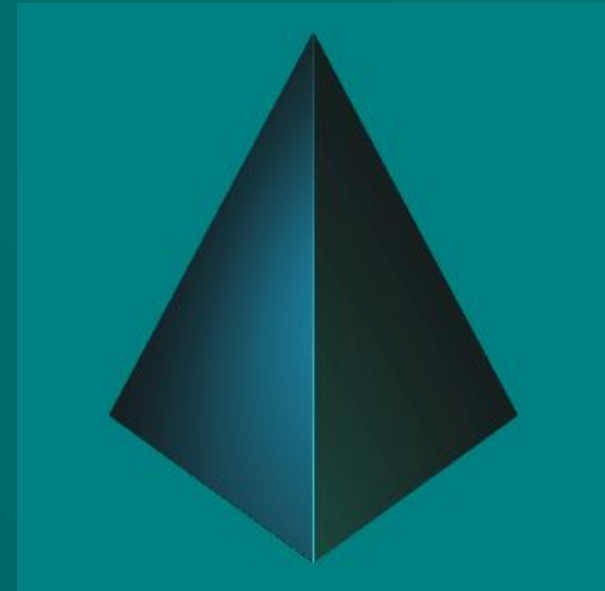
- ▣ **Пирамида** – это многогранник, одна из граней которого – произвольный  $n$  – угольник  $A_1A_2\dots A_n$ , а остальные грани – треугольники с общей вершиной.

Этот  $n$  – угольник  $A_1A_2\dots A_n$  называется **основанием пирамиды**.

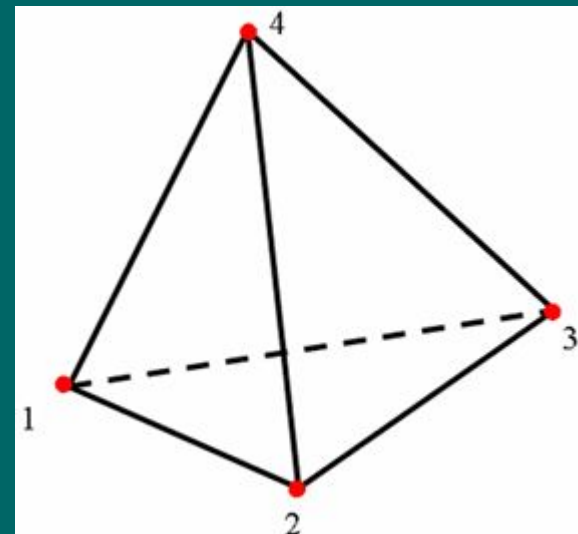
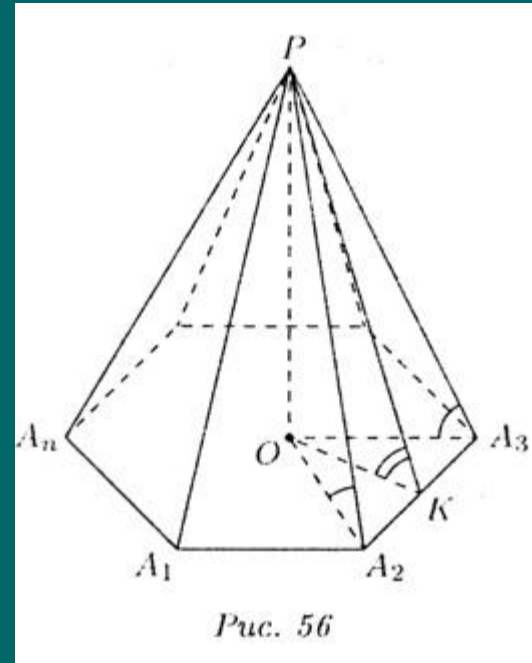
- ▣ Треугольные грани называются **боковыми гранями**.
- ▣ Общая вершина всех боковых граней называется **вершиной** пирамиды.
- ▣ Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания называются **боковыми рёбрами**.
- ▣ Объединение боковых граней пирамиды называется её **боковой поверхностью**.
- ▣ Перпендикуляр, проведённый из вершины пирамиды к плоскости основания, называется **высотой** пирамиды.



ABCD – основание  
S – вершина  
SO – высота



- ▣ Пирамида называется **правильной**, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.
- ▣ Высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины, называется **апофемой** этой пирамиды. Все **апофемы** равны друг другу.
- ▣ Если в основании пирамиды лежит  $n$ -угольник, то пирамида называется  **$n$ -угольной**.
- ▣ Треугольная пирамида называется **тетраэдром**. Тетраэдр задается четырьмя вершинами; грани тетраэдра – четыре треугольника. Тетраэдр называется **правильным**, если все его рёбра равны.





# Свойства пирамиды

- Все боковые рёбра равны между собой.
- Все боковые грани – равные равнобедренные треугольники.
- Все двугранные углы при основании равны.
- Все плоские углы при вершине равны.
- Все плоские углы при основании равны
- Апофемы боковых граней одинаковы по длине.
- В любую правильную пирамиду можно вписать сферу.

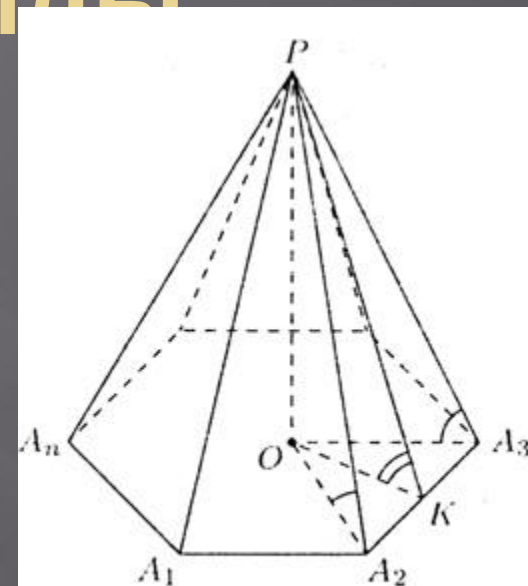
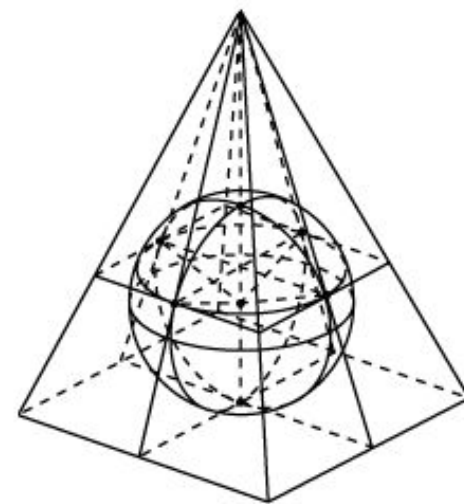


Рис. 56



# Площадь пирамиды

- ▣ **Площадью полной поверхности** пирамиды называется сумма площадей всех её граней.

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

**Площадь боковой поверхности пирамиды** – сумма площадей её боковых граней.

**Площадь боковой грани правильной пирамиды:**

$$S_{\text{бок.гр.}} = 1/2 * t * |g|,$$

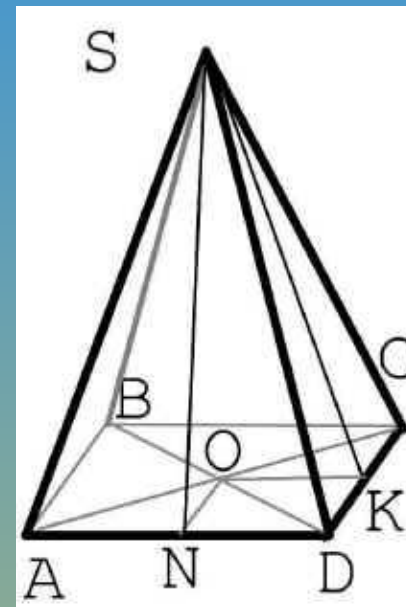
где  $t$  – апофема,

$|g|$  – основание грани

**Площадь боковой поверхности правильной пирамиды:**

$$S_{\text{бок.пов.}} = 1/2 * (P_{\text{осн}} * t),$$

где  $t$  – апофема,  $P$  – периметр основания



# Объём пирамиды

- ▣ **Объём пирамиды**

$$V = (1/3) * S_{\text{осн}} * h,$$

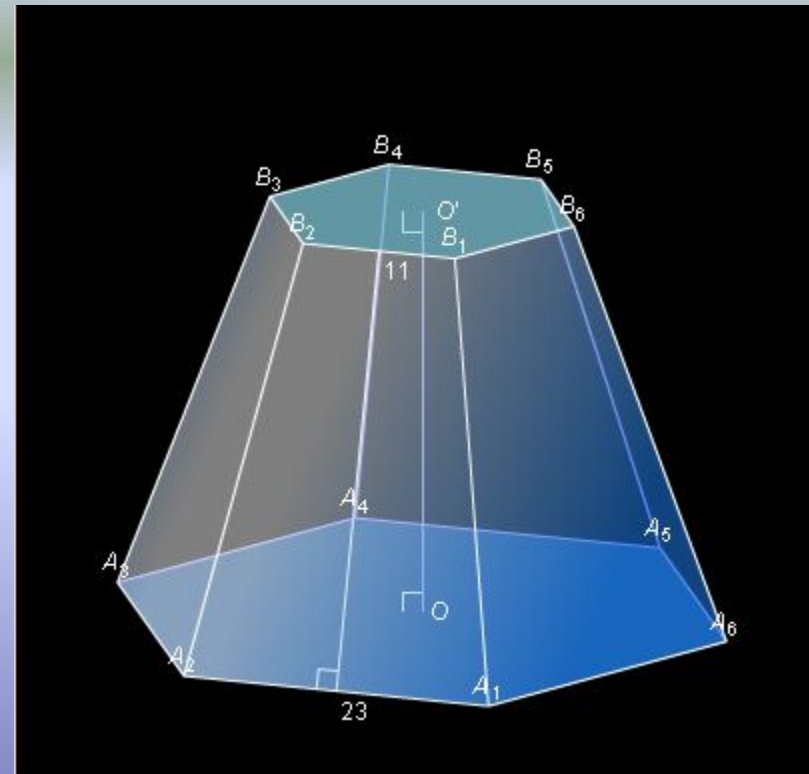
где  $S$  – площадь основания,  $h$  – высота пирамиды.

# Усечённая пирамида

Определение.

*Усечённая пирамида* – это часть пирамиды, лежащая между основанием и параллельным основанию сечением.

Усечённая пирамида является частным случаем пирамиды.



**Основания усечённой пирамиды** – основание исходной пирамиды и многоугольник, полученный при пересечении её плоскостью ( $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$ ).

Отрезки  $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$  называются **боковыми рёбрами** усечённой пирамиды.

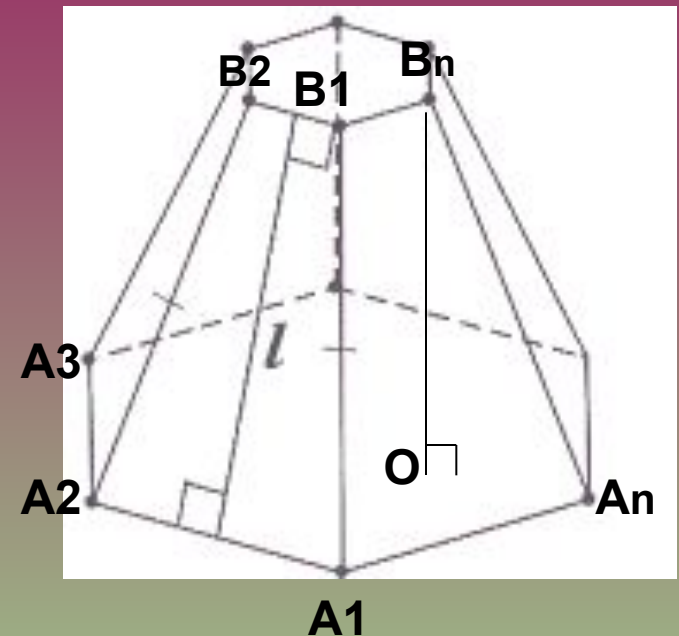
Перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется **высотой** усечённой пирамиды.

Боковые грани усечённой пирамиды – **трапеции**.

Усечённую пирамиду с основаниями  $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$  обозначают так:  $A_1A_2\dots A_nB_1B_2\dots B_n$ .

Усечённая пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию. Основания правильной усечённой пирамиды – **правильные многоугольники**, а боковые грани – **равнобедренные трапеции**.

Высоты этих трапеций называются **апофемами**.





# Свойства усечённой пирамиды.

- 1. Боковые рёбра и высота пирамиды делятся секущей плоскостью на пропорциональные отрезки.
- 2. В сечении получается многоугольник, подобный многоугольнику, лежащему в основании.
- 3. Площади сечения и основания будут относиться между собой, как квадраты их расстояний от вершины пирамиды.

**Площадь поверхности** правильной усечённой пирамиды:

$S = (1/2) * t * (P + P_1)$ , где  $t$  – апофема,  $P$  – периметр оснований,  $P_1$  – периметр боковой поверхности.

**Площадь боковой поверхности** правильной усечённой пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему:

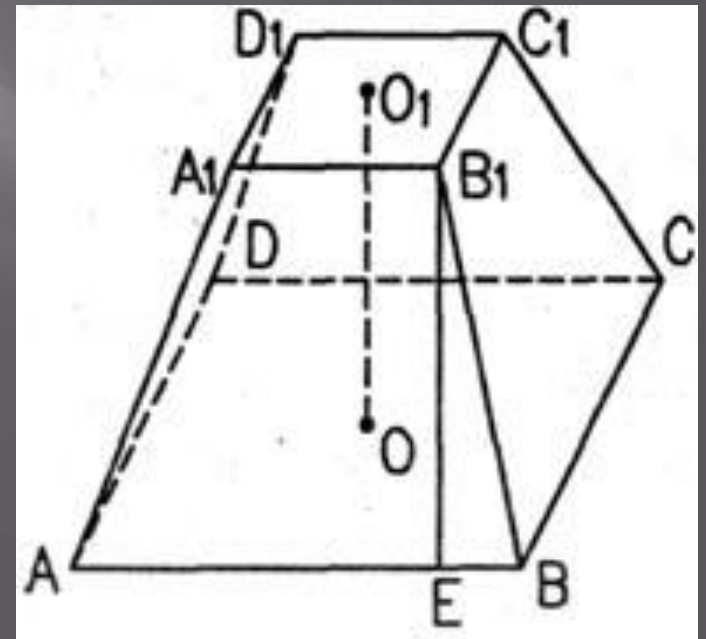
$S_{бок} = 1/2 * (P_в + P_н) * t$ , где  $t$  – апофема,  $P_в$ ,  $P_н$  – периметр верхнего и нижнего оснований

**Объём** усечённой пирамиды:

$V = (1/3) * h * (S1 + \sqrt{S1S2} + S2)$ , где  $S1$ ,  $S2$  – площади оснований.

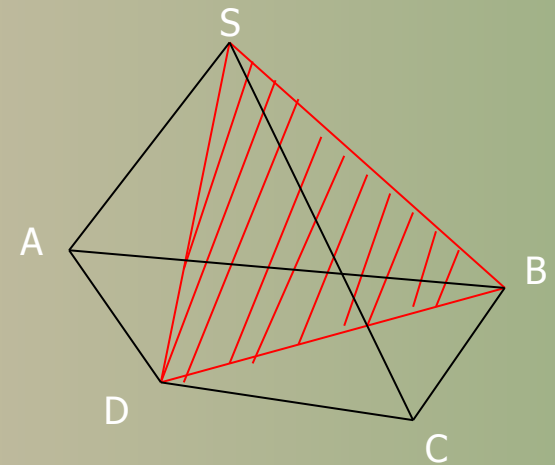
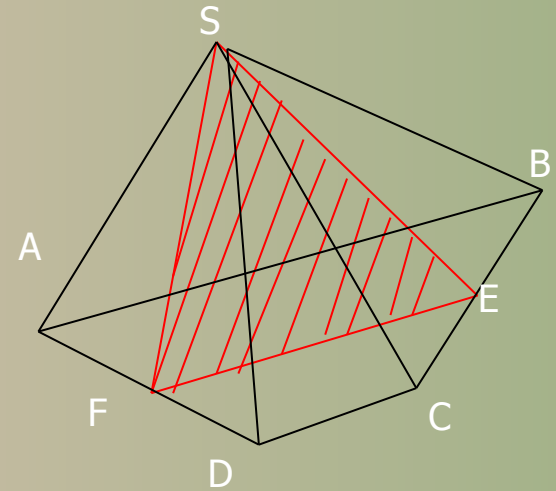
**Площадь боковой грани:**

$S_{бок.гр.} = 1/2 * t * (g + g1)$ , где  $t$  – апофема,  $g$ ,  $g1$  – основания боковой грани.



# Плоские сечения пирамиды

- Сечения пирамиды плоскостями, проходящими через её вершину, представляют собой треугольники.
- В частности, треугольниками являются **диагональные сечения**. Это сечения плоскостями, проходящими через два несоседних боковых ребра пирамиды.

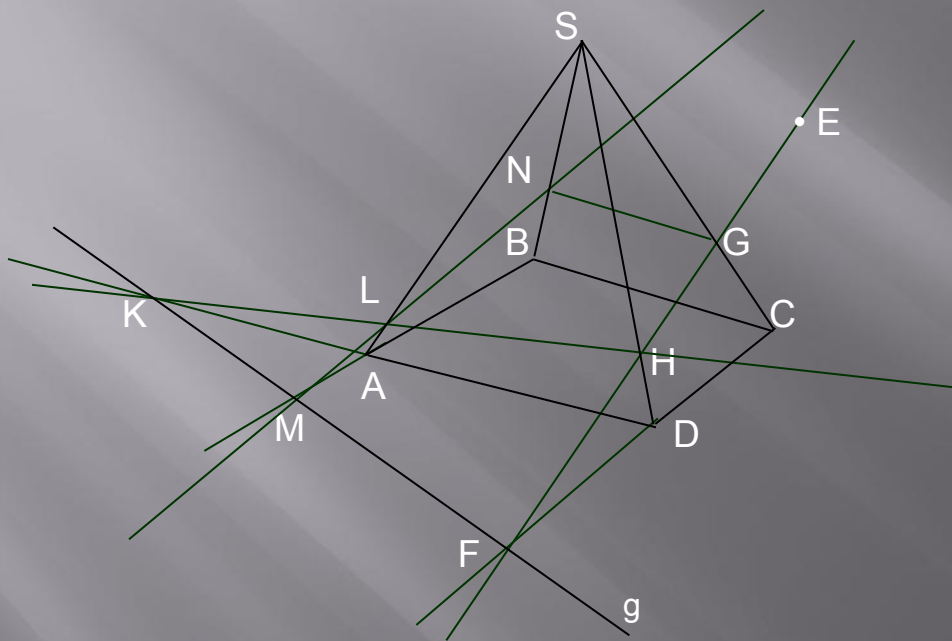


**$\triangle SDB$  – диагональное сечение пирамиды  $SABCD$ .**

# Построение сечения.

Построить сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $g$  и точку  $E \in \text{пл.}(SCD)$ .

Решение:

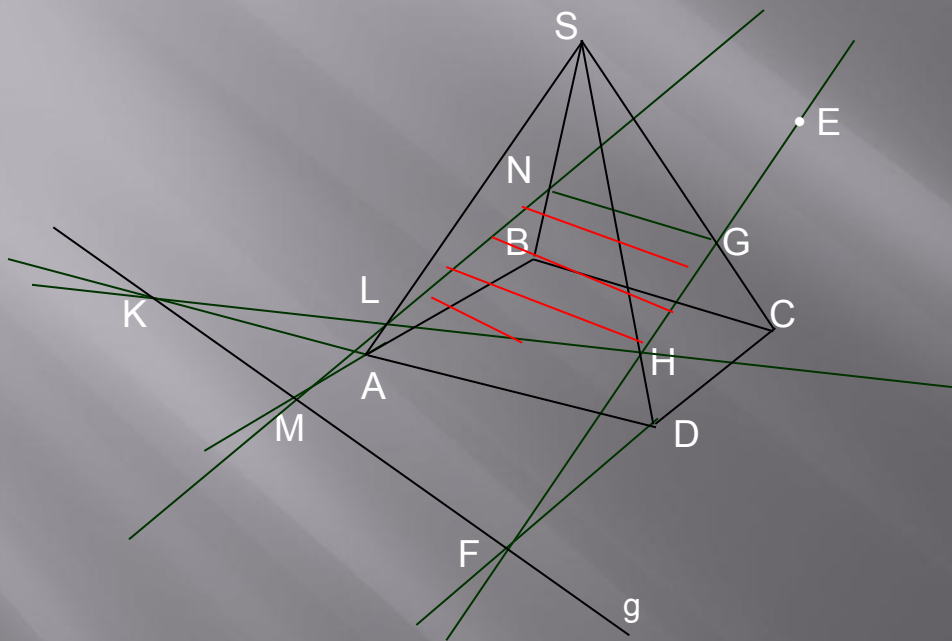


1. Проведем прямую  $CD$ ,  $CD \cap g \equiv F$ ,  $F \in (SCD)$ .
2. Проведем прямую  $FE$ , получим точки пересечения с ребрами пирамиды:  
 $SD \cap FE \equiv H$ ,  $SC \cap FE \equiv G$ .
3. Построим прямую  $AD$ .  $AD \cap g \equiv K$ ,  $K \in (SAD)$ .
4. Через точки  $K$  и  $H$  проведем прямую  $KH$ .  $KH \cap SA \equiv L$ .
5. Построим прямую  $AB$ ,  $AB \cap g \equiv M$ ,  $M \in (SAB)$ .
6. Через точки  $M$  и  $L$  строим  $ML \cap SB \equiv N$ .
7. Соединяем точки  $G, H, L, N$ . Сечение  $GHLN$  построено.

# Построение сечения.

Построить сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $g$  и точку  $E \in \text{пл.}(SCD)$ .

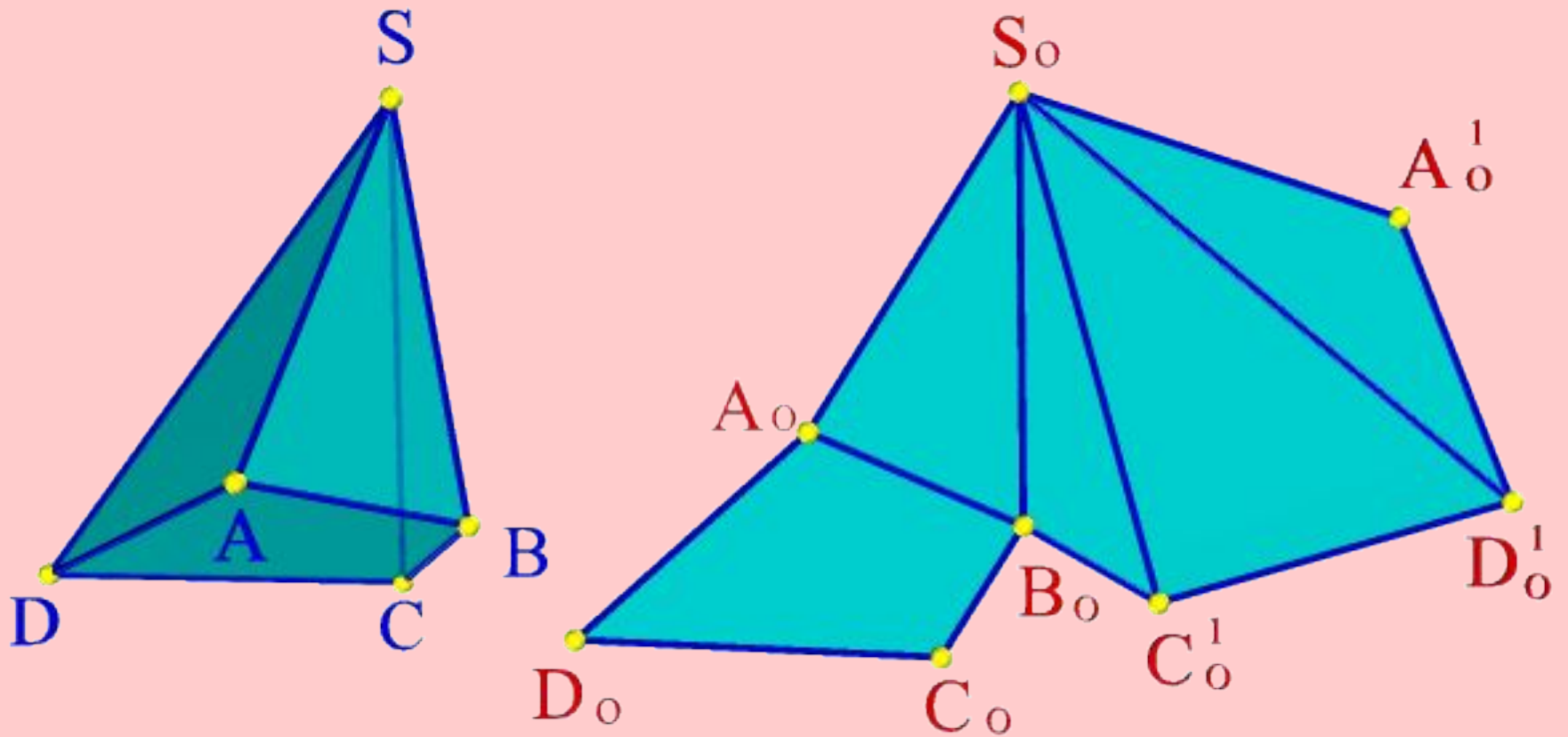
Решение:



1. Проведем прямую  $CD$ ,  $CD \cap g \equiv F$ ,  $F \in (SCD)$ .
2. Проведем прямую  $FE$ , получим точки пересечения с ребрами пирамиды:  
 $SD \cap FE \equiv H$ ,  $SC \cap FE \equiv G$ .
3. Построим прямую  $AD$ .  $AD \cap g \equiv K$ ,  $K \in (SAD)$ .
4. Через точки  $K$  и  $H$  проведем прямую  $KH$ .  
 $KH \cap SA \equiv L$ .
5. Построим прямую  $AB$ ,  $AB \cap g \equiv M$ ,  $M \in (SAB)$ .
6. Через точки  $M$  и  $L$  строим  $ML \cap SB \equiv N$ .
7. Соединяем точки  $G, H, L, N$ . Сечение  $GHLN$  построено.



# Развернутый вид пирамиды





***ВСЕМ СПАСИБО!!!***

***КОНЕЦ!***