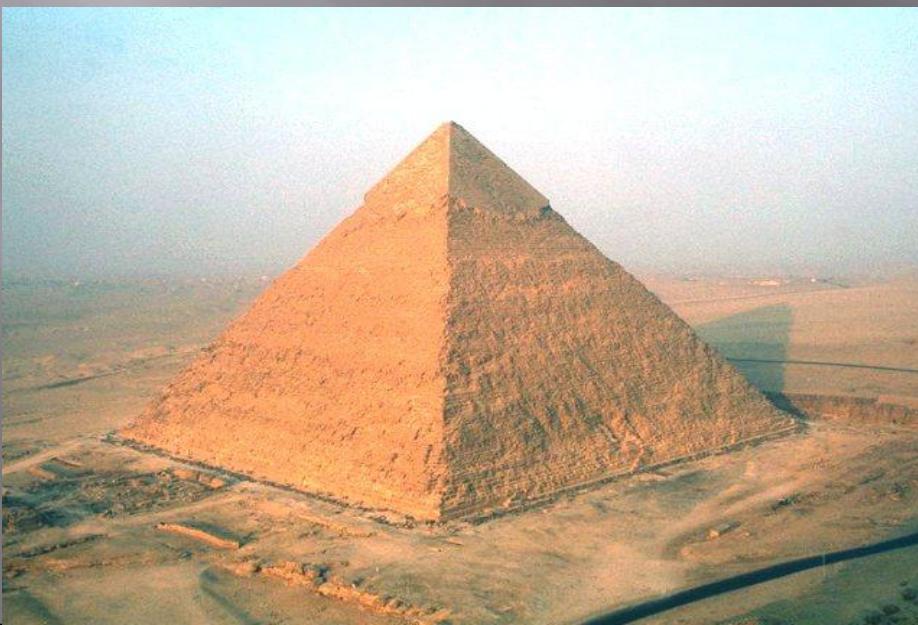
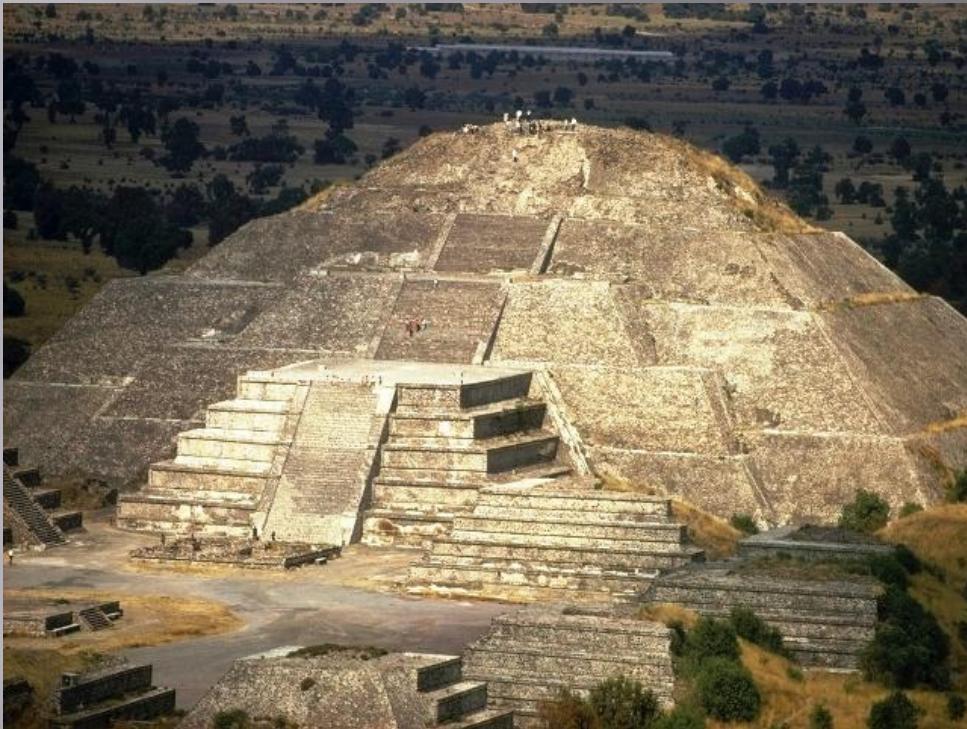


Пирамиды.





Многопрофильная гимназия №79

ОТКРЫТЫЙ УРОК
«ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ
ПИРАМИДА И ЕЁ
ПРОЕКЦИЯ»

Учитель: Волкова Лидия Николаевна

Город Алматы

2009г.

Презентацию готовили

- Дасиева Роза,
- Набоко Михаил,
- Ибрагимова Карина,
- Егизбаева Айнурा,
- Асанова Эльвира,
- Ускенбаева Мадия.

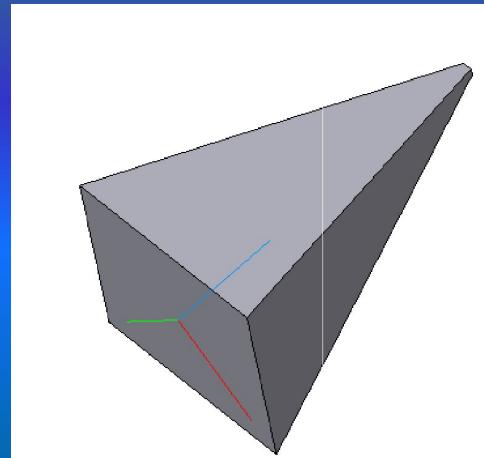
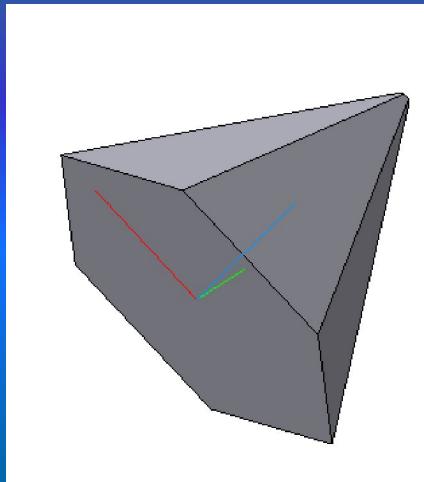
О слове пирамида.

Пирамида.

Слово «пирамида» в геометрию ввели греки, которые, как полагают, заимствовали его у египтян, создавших самые знаменитые пирамиды в мире. Другая теория выводит этот термин из греческого слова «пирос» (ржь) – считают, что греки выпекали хлебцы, имевшие форму пирамиды.

Что же такое пирамида?

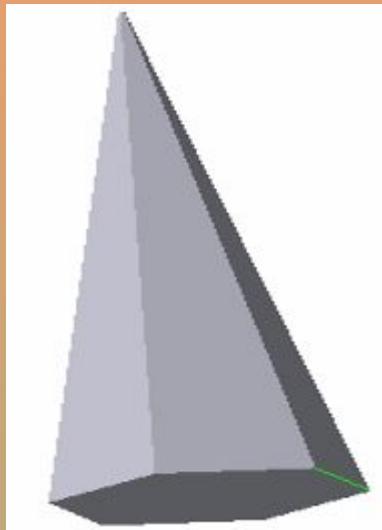
Пирамида- многогранник, у которого основание- многоугольник, боковые грани- треугольники, имеющие общую вершину.



Какие бывают пирамиды?

Усеченные

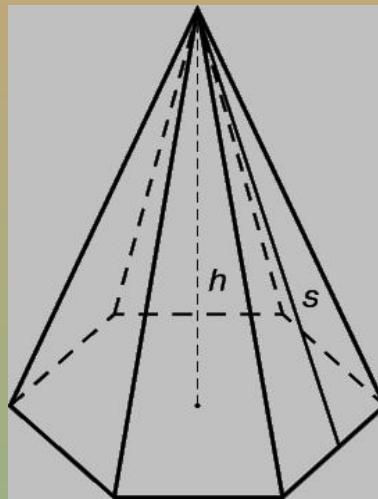
Полные



Неправильная

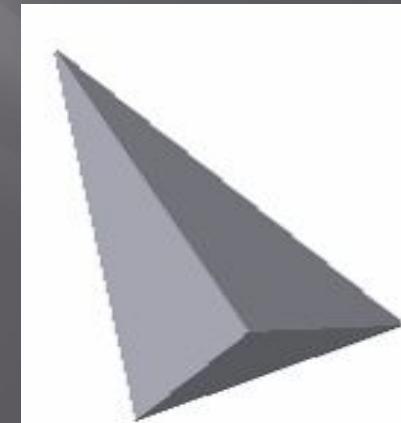
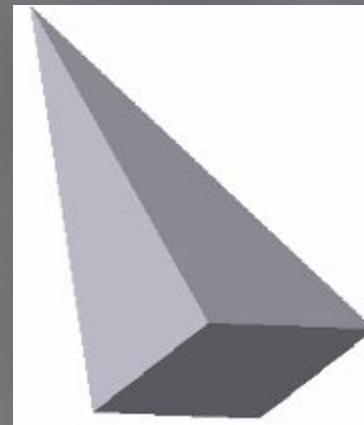
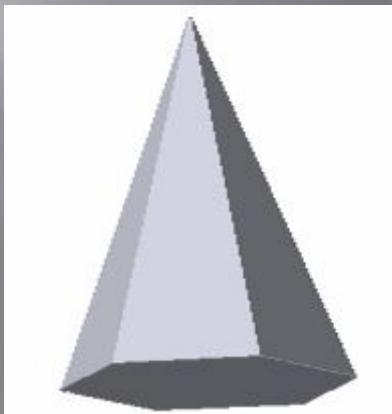


Правильная



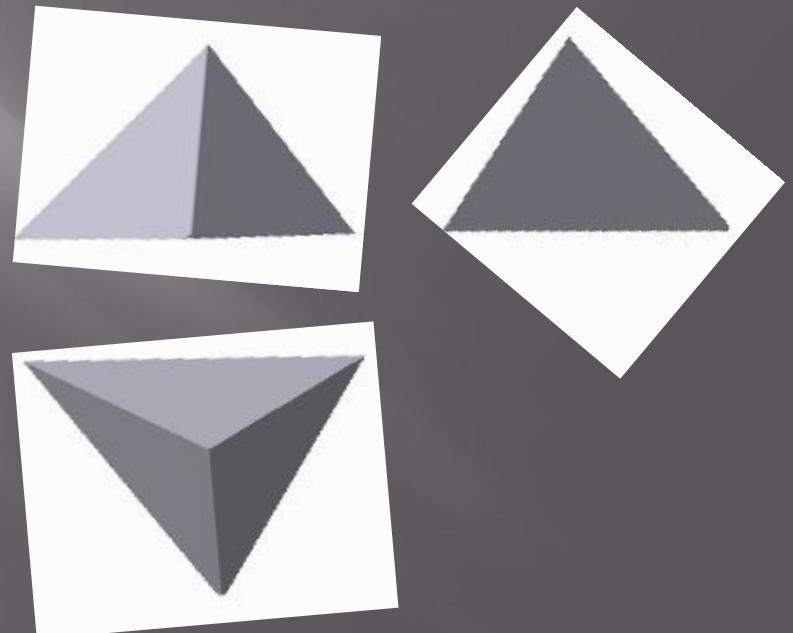
От чего зависит вид пирамиды?

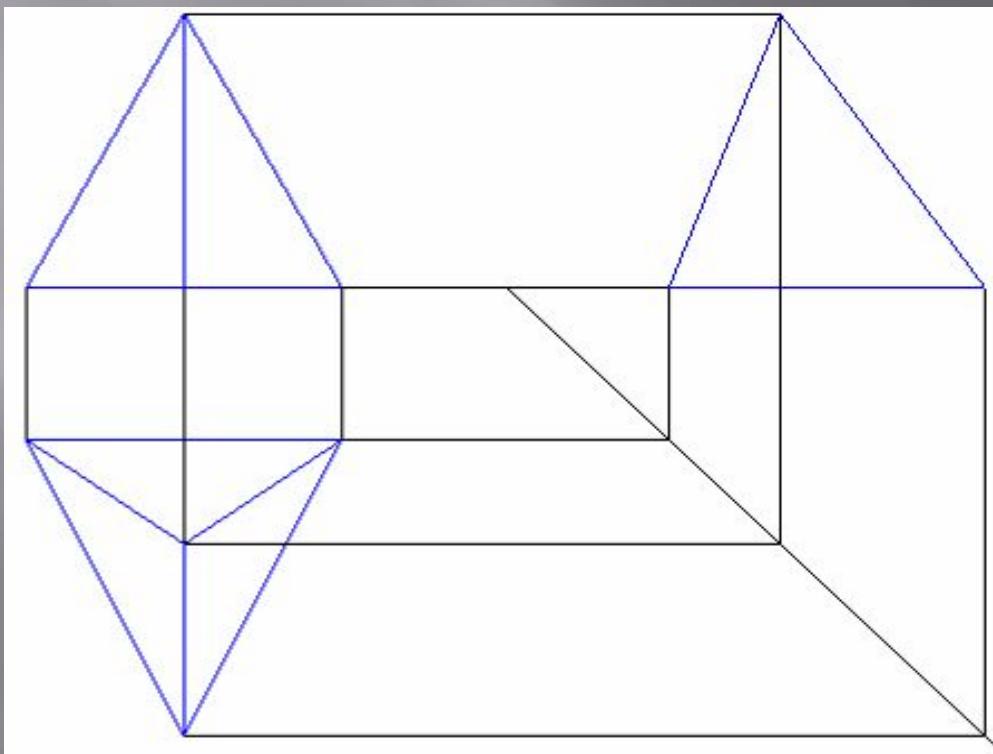
Вид пирамиды зависит от многоугольника, который лежит в основании.



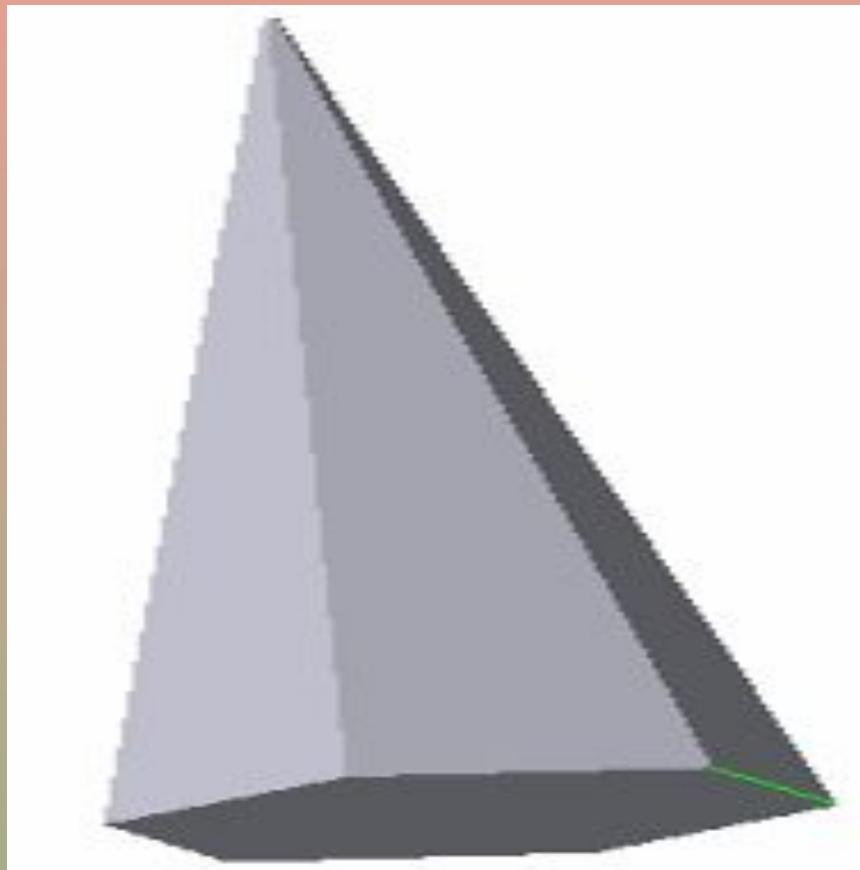
Проекция пирамиды

- Пирамида
треугольная





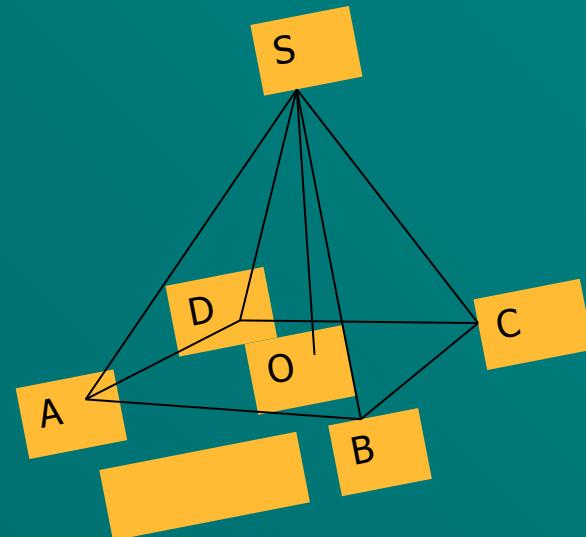
О полной (не усечённой) пирамиде.



- **Пирамида** – это многогранник, одна из граней которого – произвольный n – угольник $A_1A_2\dots A_n$, а остальные грани – треугольники с общей вершиной.

Этот n – угольник $A_1A_2\dots A_n$ называется **основанием пирамиды**.

- Треугольные грани называются **боковыми гранями**.
- Общая вершина всех боковых граней называется **вершиной** пирамиды.
- Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания называются **боковыми рёбрами**.
- Объединение боковых граней пирамиды называется её **боковой поверхностью**.
- Перпендикуляр, проведённый из вершины пирамиды к плоскости основания, называется **высотой** пирамиды.



ABCD – основание
S – вершина
SO – высота



□ Пирамида называется ***правильной***, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

□ Высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины, называется ***апофемой*** этой пирамиды . Все апофемы равны друг другу.

□ Если в основании пирамиды лежит n -угольник, то пирамида называется ***n-угольной***.

□ Треугольная пирамида называется ***тетраэдром***. Тетраэдр задается четырьмя вершинами; грани тетраэдра – четыре треугольника. Тетраэдр называется ***правильным***, если все его рёбра равны.

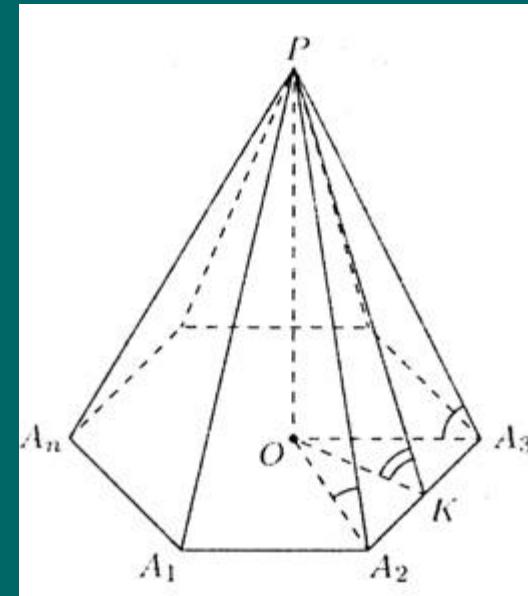
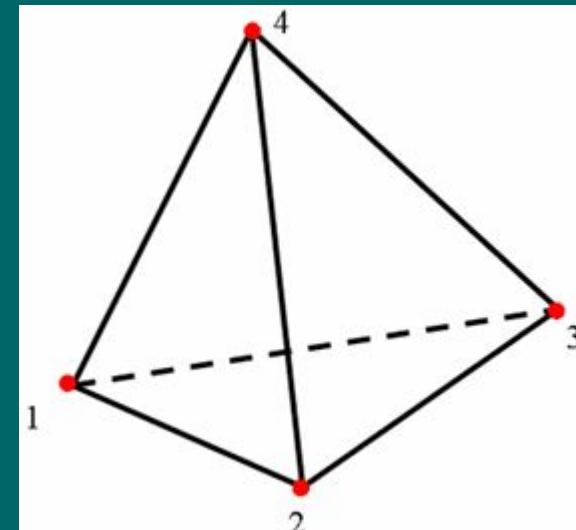


Рис. 56



Свойства пирамиды

- Все боковые рёбра равны между собой.
- Все боковые грани – равные равнобедренные треугольники.
- Все двугранные углы при основании равны.
- Все плоские углы при вершине равны.
- Все плоские углы при основании равны
- Апофемы боковых граней одинаковы по длине.
- В любую правильную пирамиду можно вписать сферу.

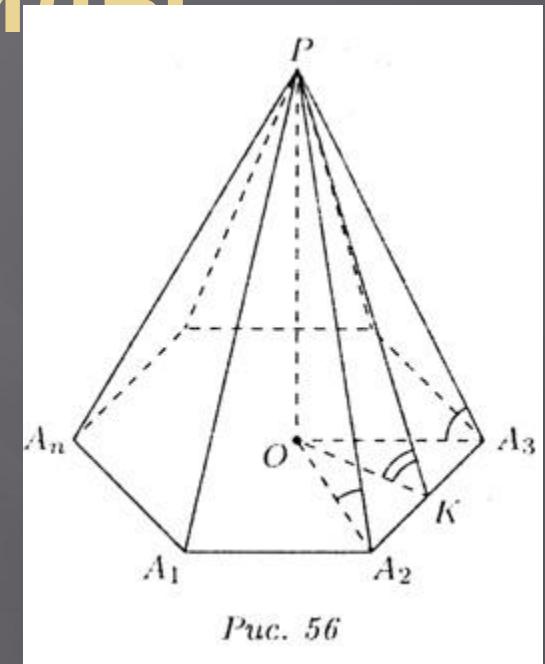
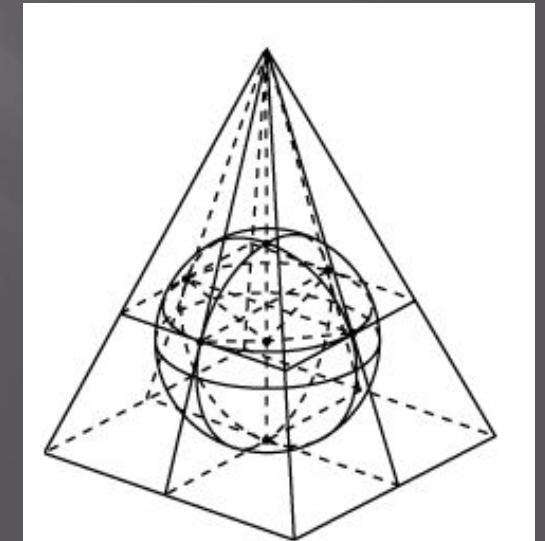


Рис. 56



Площадь пирамиды

- **Площадью полной поверхности** пирамиды называется сумма площадей всех её граней.

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

Площадь боковой поверхности пирамиды – сумма площадей её боковых граней.

**Площадь
боковой грани
правильной
пирамиды:**

**Площадь боковой
поверхности правильной
пирамиды:**

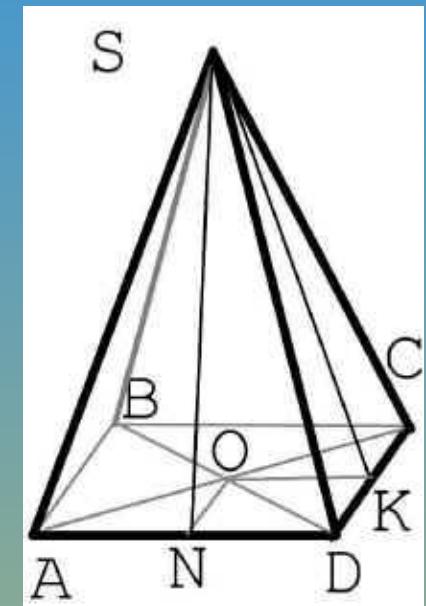
$$S_{\text{бок.гр.}} = 1/2 * m * /g/,$$

где m – апофема,

$/g/$ - основание грани

$$S_{\text{бок.пов.}} = 1/2 * (P_{\text{осн}} * m),$$

где m – апофема, P – периметр основания



Объём пирамиды

□ Объём пирамиды

$$V = (1/3) * S_{осн} * h,$$

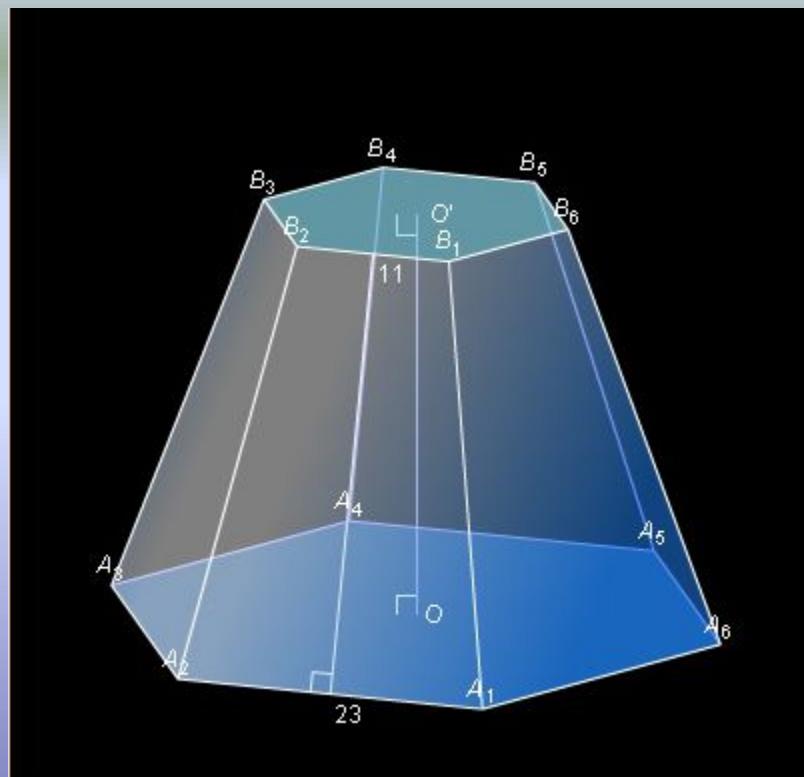
где S – площадь основания, h – высота пирамиды.

Усечённая пирамида

Определение.

Усечённая пирамида – это часть пирамиды, лежащая между основанием и параллельным основанию сечением.

Усечённая пирамида является частным случаем пирамиды.



Основания усечённой пирамиды – основание исходной пирамиды и многоугольник, полученный при пересечении её плоскостью ($A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$).

Отрезки $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$ называются **боковыми рёбрами** усечённой пирамиды.

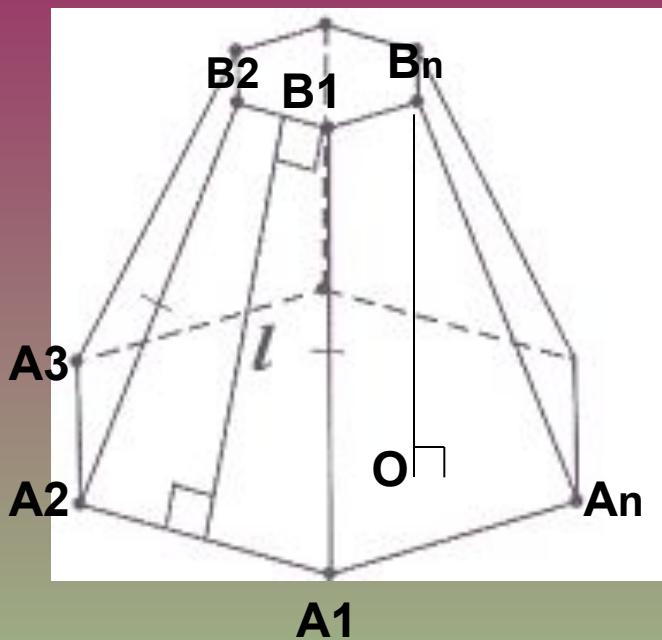
Перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется **высотой** усечённой пирамиды.

Боковые грани усечённой пирамиды – **трапеции**.

Усечённую пирамиду с основаниями $A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$ обозначают так: $A_1A_2\dots A_nB_1B_2\dots B_n$.

Усечённая пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию. Основания правильной усечённой пирамиды – **правильные многоугольники**, а боковые грани – **равнобедренные трапеции**.

Высоты этих трапеций называются **апофемами**.



Свойства усечённой пирамиды.

- 1. **Боковые рёбра и высота пирамиды делятся секущей плоскостью на пропорциональные отрезки.**
- 2. **В сечении получается многоугольник, подобный многоугольнику, лежащему в основании.**
- 3. **Площади сечения и основания будут относится между собой, как квадраты их расстояний от вершины пирамиды.**

Площадь поверхности правильной усечённой пирамиды:

$S = (1/2) * m * (P + P_1)$, где m – апофема, P – периметр оснований, P_1 – периметр боковой поверхности.

Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему:

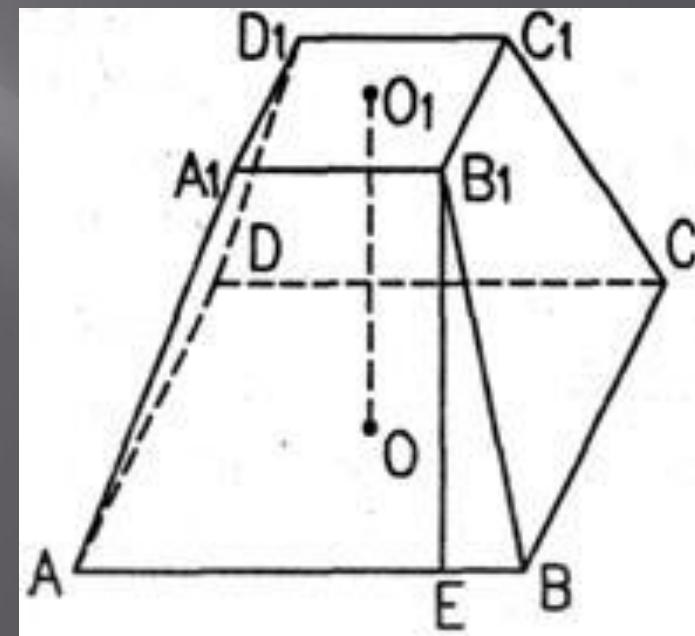
$S_{бок} = 1/2 * (P_{в} + P_{н}) * m$, где m – апофема, $P_{в}$, $P_{н}$ – периметр верхнего и нижнего оснований

Объём усечённой пирамиды:

$V = (1/3) * h * (S1 + \sqrt{S1S2} + S2)$, где $S1$, $S2$ – площади оснований.

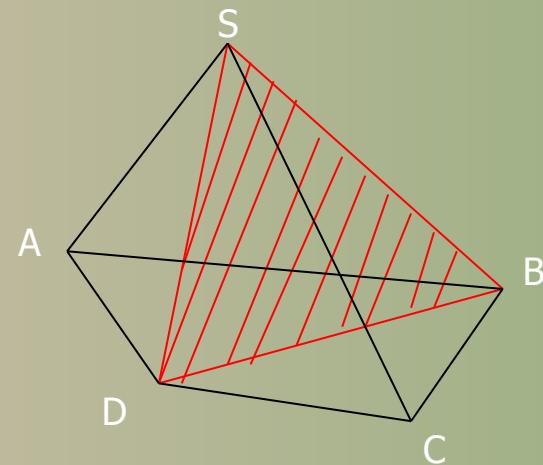
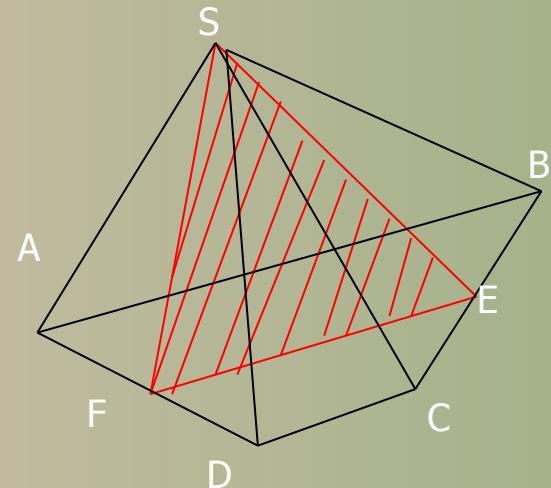
Площадь боковой грани:

$S_{бок.гр.} = 1/2 * m * (g + g1)$, где m – апофема, g , $g1$ – основания боковой грани.



Плоские сечения пирамиды

- Сечения пирамиды плоскостями, проходящими через её вершину, представляют собой треугольники.
- В частности, треугольниками являются **диагональные сечения**. Это сечения плоскостями, проходящими через два несоседних боковых ребра пирамиды.

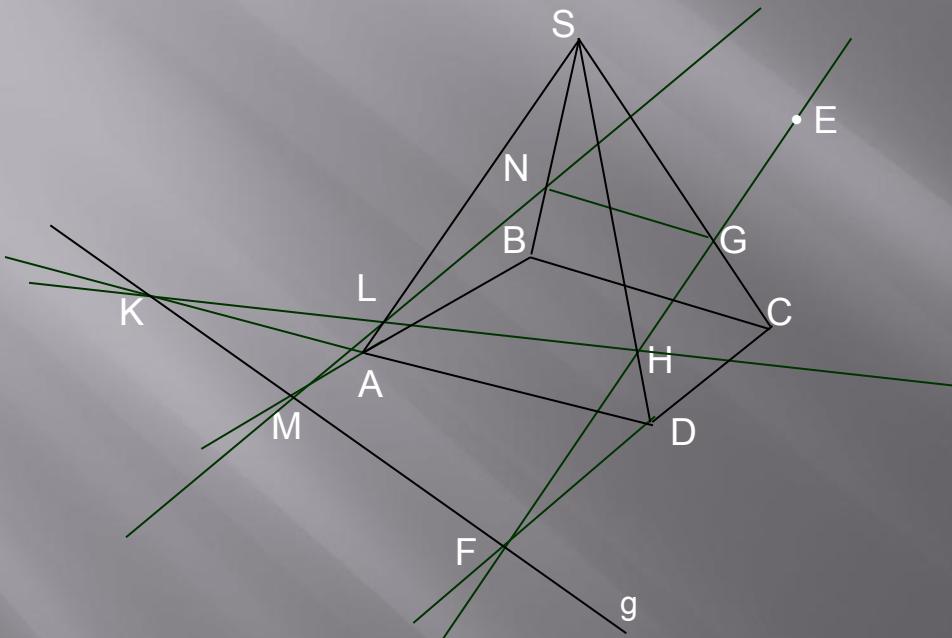


ΔSDB – диагональное сечение пирамиды SABCD.

Построение сечения.

Построить сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через прямую g и точку $E \in \text{пл.}(SCD)$.

Решение:

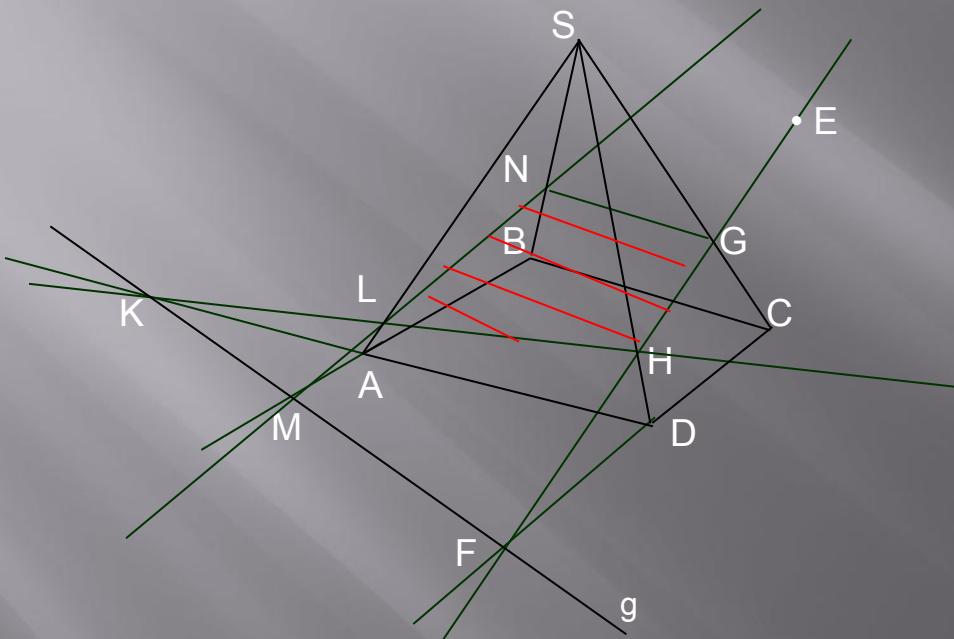


1. Проведем прямую CD , $CD \cap g \equiv F$, $F \in (\text{SCD})$.
2. Проведем прямую FE , получим точки пересечения с ребрами пирамиды:
 $SD \cap FE \equiv H$, $SC \cap FE \equiv G$.
3. Построим прямую AD . $AD \cap g \equiv K$, $K \in (\text{SAD})$.
4. Через точки K и H проведем прямую KN .
 $KN \cap SA \equiv L$.
5. Построим прямую AB , $AB \cap g \equiv M$, $M \in (\text{SAB})$.
6. Через точки M и L строим $ML \cap SB \equiv N$.
7. Соединяем точки G , H , L , N . Сечение $GHLM$ построено.

Построение сечения.

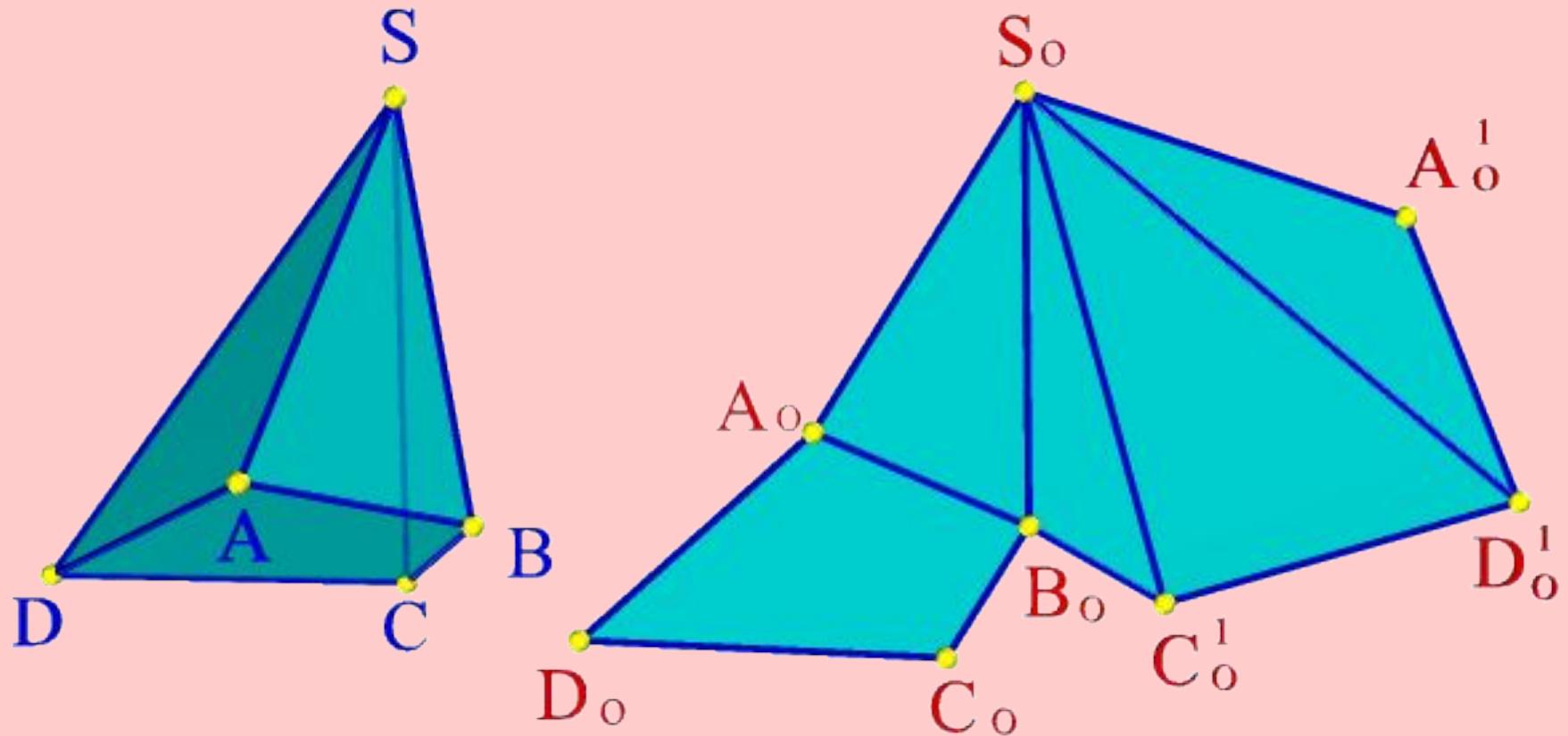
Построить сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через прямую g и точку $E \in \text{пл.}(SCD)$.

Решение:



1. Проведем прямую CD , $CD \cap g \equiv F$, $F \in (\text{SCD})$.
2. Проведем прямую FE , получим точки пересечения с ребрами пирамиды:
 $SD \cap FE \equiv H$, $SC \cap FE \equiv G$.
3. Построим прямую AD . $AD \cap g \equiv K$, $K \in (\text{SAD})$.
4. Через точки K и H проведем прямую KH .
 $KH \cap SA \equiv L$.
5. Построим прямую AB , $AB \cap g \equiv M$, $M \in (\text{SAB})$.
6. Через точки M и L строим $ML \cap SB \equiv N$.
7. Соединяем точки G , H , L , N . Сечение $GHLM$ построено.

Развернутый вид пирамиды





ВСЕМ СПАСИБО!!!

КОНЕЦ!

A painting of the Great Pyramids of Giza in Egypt. In the foreground, there are several ancient Egyptian structures, including a temple with columns and a sphinx. The pyramids are prominent in the background under a cloudy sky. A large, semi-transparent yellow text block is overlaid on the image, containing the Russian words "ВСЕМ СПАСИБО!!!" (Everyone, thank you!!!) and "КОНЕЦ!" (The end!).