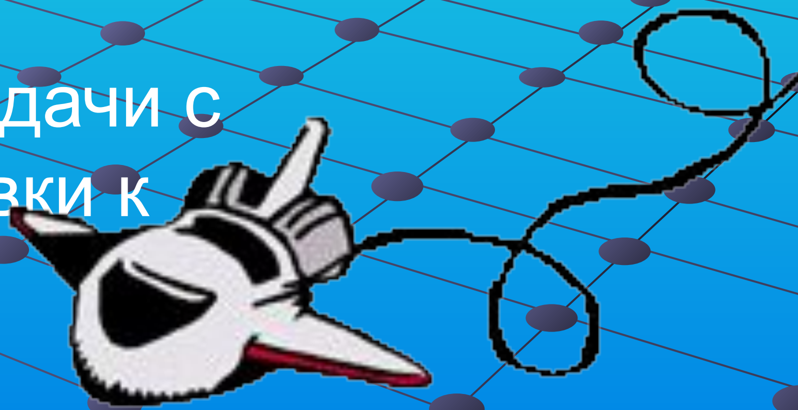
Применение тригонометрии в жизни

Цели и задачи:

Разобрать практическое применение тригонометрии в жизни

- Научиться решать тригонометрические задачи с целью лучшей подготовки к ЕГЭ



История тригонометри

- Слово тригонометрия впервые встречается в 1505 году в заглавии книги немецкого математика Питискуса. Тригонометрия – слово греческое и в буквальном переводе означает измерение треугольников (“ trigonan” – треугольни “ metreo”- измеряю).
- Возникновение тригонометрии связано с землемерием, астрономией и строительным делом.
- Наибольший стимул для развития тригонометрии возник в связи с решением задач астрономии (для решения задач определения местонахождения судна, предсказания затемнения и т.д.) Начиная с 17 в. Тригонометрические функции начали применять к решению уравнений, задач механики, оптики, электричества, радиотехники, для описания колебательных процессов, распространения волн, движения различных механизмов, для изучения переменного электрического тока и т. д.

Из истории тригонометрии

- В 4-5 веках появился специальный термин в трудах по астрономии великого индийского учёного Ариабхаты, именем которого назван первый индийский спутник земли. Именно в его трудах используется понятие sinus. Слово косинус намного моложе. Косинус- это сокращение латинского выражения completely sinus, т.е. « дополнительный синус» cos =sin(90-)). Название «тангенс» происходит от латинского tanger (касаться) и появился этот термин в 1583 году.
- Дальнейшее развитие тригонометрия получила в трудах выдающихся астрономов Николая Коперника(1473-1543), Тихо Браге(1546-1601), Иогана Кеплера(1571-1630) и Франсуа Виета (1540-1603).

Учёные, которые внесли вклад в изучение тригонометрии:

- Древнегреческие учёные Гиппарх (2 в. до н.э.) и Клавдий Птоломей (2 в. н.э.) использовали впервые способы решения треугольников, основанные на зависимостях между сторонами и углами треугольника.
- Арабские учёные Аль-Батани(850-929) и Абу-ль-Вафа внесли значительный вклад в развитие тригонометрии. Мухамед-бен Мухамед (940-998) составил таблицы синусов и тангенсов через 10’ с точностью до 1/604/.
- Азербайджанский астроном и математик Насиреддин Туси Мухамед(1201-1274) и индийский учёный Бхаскара уже знали теорему синусов.
- Математики Древней Греции – Евклид, Архимед, Апполоний Пергский использовали в своих трудах понятие синус (тригонометрические функции).

Определение высоты предмета

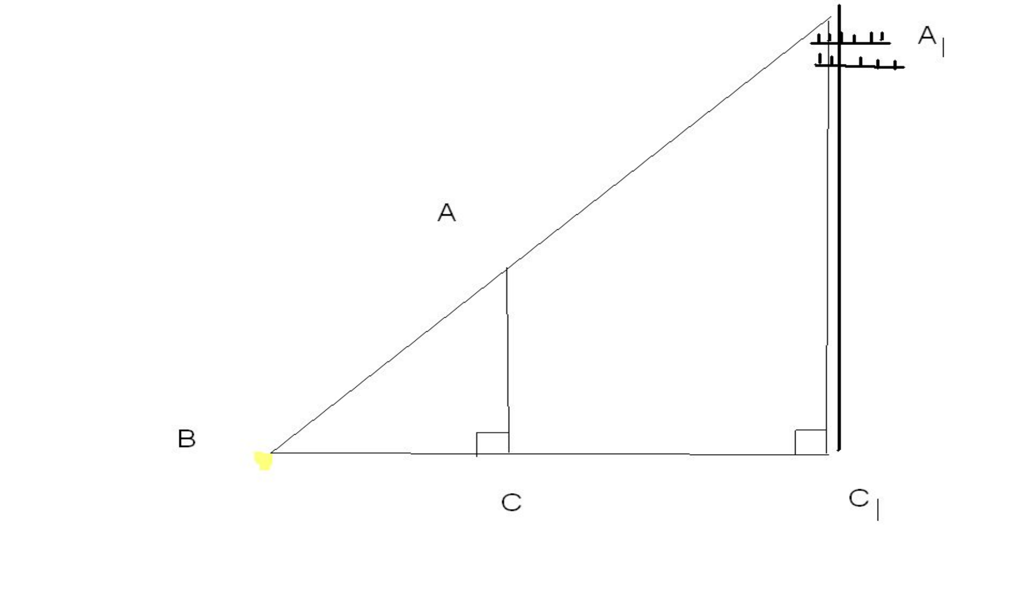
- Предположим, что нам нужно определить высоту какого-нибудь предмета, например высоту телеграфного столба A_1C_1. Для этого поставим на некотором расстоянии от столба шест AC с вращающейся планкой и направим планку на верхнюю точку A_1 столба. Отметим на поверхности земли точку B, в которой прямая A_1A пересекается с поверхностью земли. Прямоугольные треугольники A_1C_1B и ACB подобны по первому признаку подобия треугольников

$$(\angle C = \angle C = 90°, \angle B - общий).$$

Определение высоты предмета (продолжение)

- Из подобия треугольников следует: $\frac{A_1C_1}{AC} = \frac{BC_1}{BC}, откуда A_1C_1 = \frac{AC \times BC_1}{BC}$
- Измерив расстояния BC_1 и BC и зная длину AC шеста, по полученной формуле определяем высоту A_1C_1 телеграфного столба. Если, например, $BC_1=6,3$ м, $BC=2,1$ м, $AC=1,7$м, то

$$AC = \frac{1,7 \times 6,3}{2,1} = 5,1 м.$$



Определение расстояния до недоступной точки

Предположим, что нам нужно найти расстояние от пункта А до недоступного пункта В. Для этого на местности выбираем точку С, провешиваем отрезок АС и измеряем его. Затем с помощью астролябии измеряем углы А и С. На листе бумаги строим какой-нибудь треугольник А1В1С1, у которого $\angle A_1 = \angle A, \angle C_1 = \angle C,$ и измеряем длины сторон А1В1 и АС1 этого треугольника. Так как треугольник АВС пропорционален треугольнику А1В1С1, то

По известным расстояниям АС, А1С1 и А1В1 находим расстояние АВ. Для упрощения вычислений удобно построить треугольник А1В1С1 так, чтобы А1С1: АС=1:1000. Например, если АС=130м, то расстояние А1С1 возьмём равным 130 мм. В этом случае

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}, откуда AB = \frac{AC \times A_1B_1}{A_1C_1}.$$

$$AB = \frac{AC}{A_1C_1} \times A_1B_1 = 1000 \times A_1B_1,$$

Определение расстояния до недоступной точки(продолжение)

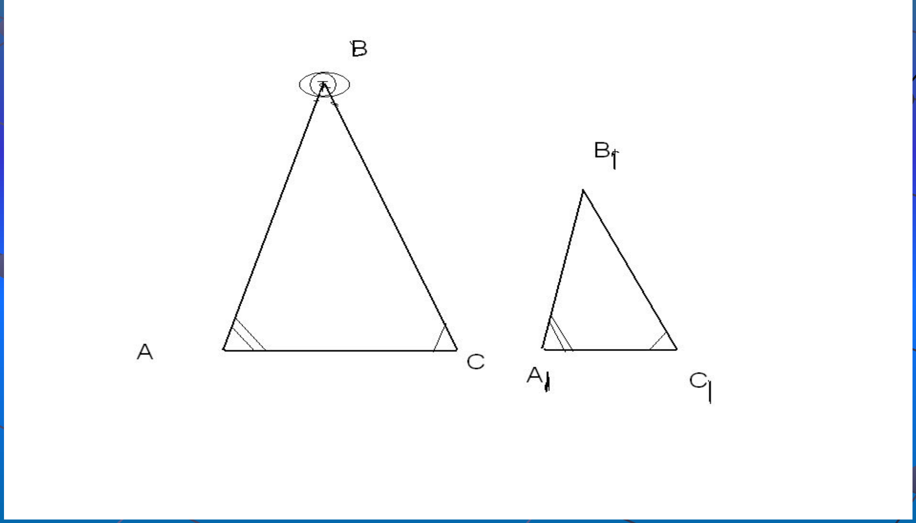
- поэтому, измерив расстояние A_1B_1 в миллиметрах, мы сразу получаем расстояние АВ в метрах.
- ПРИМЕР. Пусть

$$AC = 130 м, \angle A = 73°, \angle C = 58°.$$

- Строим треугольник $A_1B_1C_1$ так, чтобы

$$\angle A_1 = 73°, \angle C_1 = 58°, A_1C_1 = 130 мм.$$

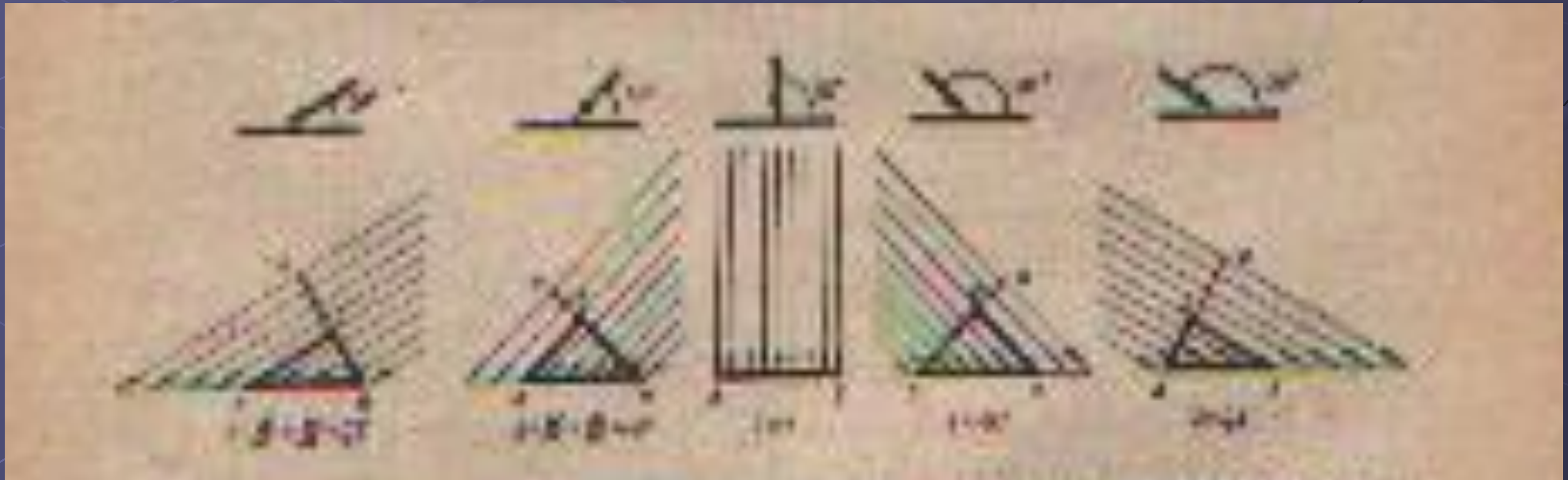
- Измеряем отрезок A_1B_1. Он равен 153 мм, поэтому искомое расстояние равно 153 м.



Почему летом теплее, чем зимой?

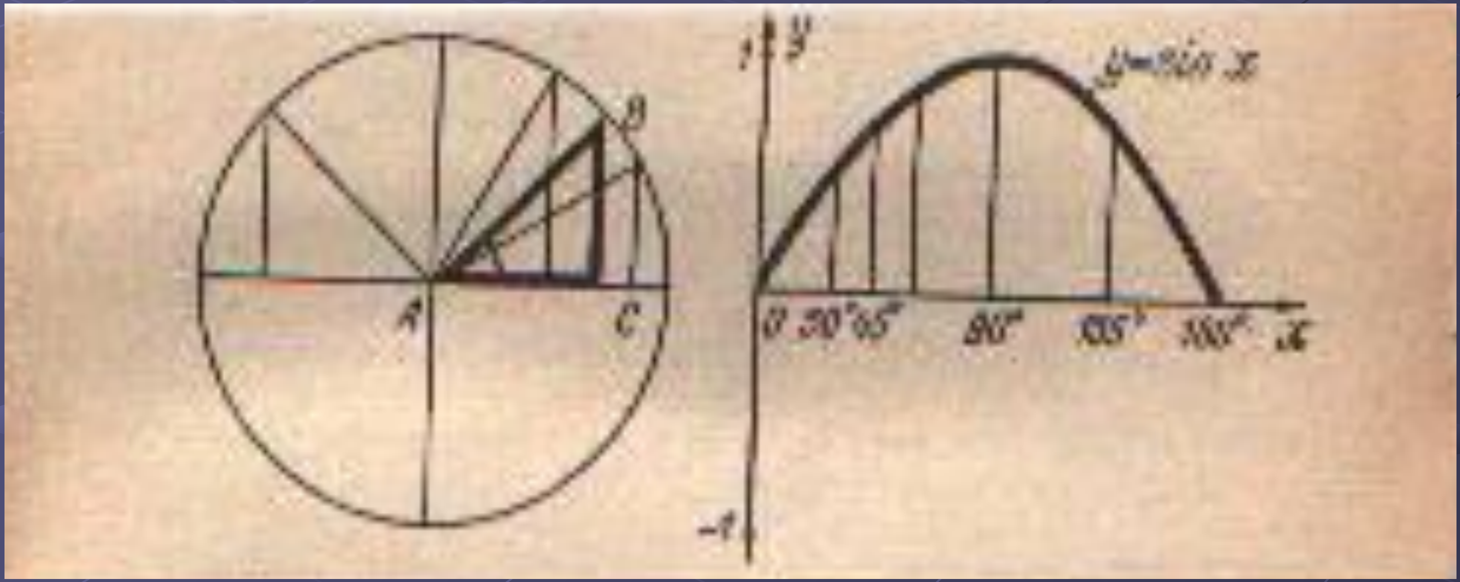
- Все дело в наклоне земной оси по отношению к плоскости земной орбиты (рис.)
- Зимой в умеренных широтах солнце невысоко поднимается над горизонтом, его лучи лишь скользят по земле. Летом в моменты наивысшего подъёма над горизонтом солнце приближается к зениту, его лучи падают почти отвесно на те же участки земного шара.
- ПОТОК ЭНЕРГИИ, ИДУЩЕЙ ОТ Солнца, одинаков во все времена года. Но в зависимости от наклона солнечных лучей она по-разному распределяется по земной поверхности. Больше всего её приходится на заданный участок поверхности при отвесном падении света. Чем меньше угол, который образуют лучи с поверхностью, тем меньше их приходится на тот же участок.

- Именно эту зависимость применяет курортник, загорающий под солнцем юга, когда он поворачивает свой топчан так, чтобы солнечные лучи как можно менее отклонялись от перпендикуляра к плоскости топчана.
- Попытаемся определить: какая доля солнечной энергии, приходящейся на некоторый участок плоскости при отвесном падении лучей, приходится на него при наклонном падении лучей под тем или иным углом?



На поставленный вопрос можно ответить, проследив эволюцию прямоугольного треугольника на приведенных чертежах. Гипотенуза, на которую падают солнечные лучи,- всюду одна и та же. Катет, через который входят падающие на нее лучи,- меняются по длине уменьшаясь вместе с углом, который образует с гипотенузой падающие на него лучи .

Интересующая нас доля энергии равна отношению указанного катета к гипотенузе. Если задан угол, под которым солнечные лучи встречаются с освещаемой поверхностью, нужно отложить его на круговой диаграмме, из точки пересечения его наклонной стороны с окружностью опустить перпендикуляр на горизонтальный диаметр и взять отношение противолежащего катета к гипотенузе. Полученное число и укажет интересующую нас долю солнечной энергии. Число, определённое таким образом и поставленное в соответствие углу, для которого оно определялось , называется синусом угла.



Измерение высоты предмета

Предположим, что требуется определить высоту АН какого-то предмета(рис.). Для этого отметим точку В на определённом расстоянии α от основания Н предмета и измерим угол АВН: $\angle ABH = \alpha.$

По этим данным находим высоту предмета: $AH = \alpha tg\alpha$

Если основание предмета недоступно, то поступим следующим образом. На прямой, проходящей через основание Н предмета, отметим 2 точки В и С на определённом расстоянии α друг от друга и измерим углы АВН и АСВ:

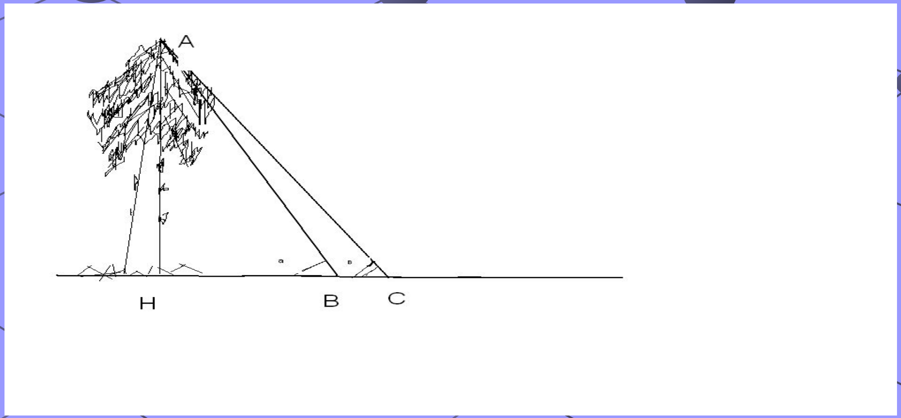
$$\angle ABH = \alpha$$

$$\angle ACB = \beta$$

$$\angle A = \alpha - \beta$$

$$AB = \frac{\alpha \times \sin\beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$AH = \frac{\alpha \times \sin\alpha \times \sin\beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$



Измерение расстояния до недоступной точки

- Найти расстояние d от пункта A до недоступного пункта C (рис.)
- На местности выберем точку B и измерим длину *c* отрезка AB. Измерим углы A и B.

$$\angle A = \alpha$$

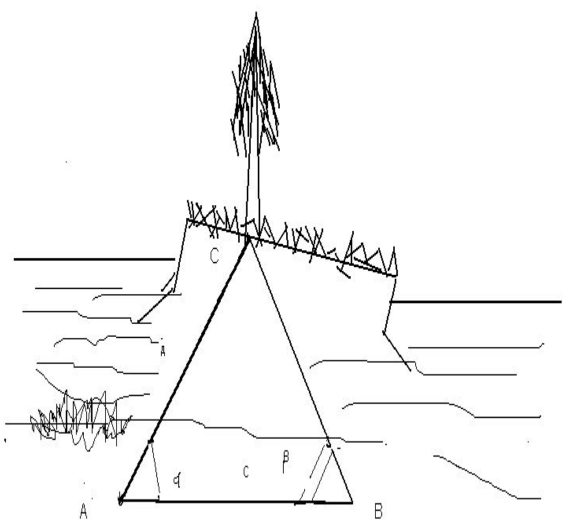
$$\angle B = \beta$$

$$d = AC$$

$$\angle C = 180° - \alpha - \beta; \sin C = \sin(180° - \alpha - \beta) = \sin(\alpha + \beta)$$

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}, Ac = d, AB = c, \angle B = \beta,$$

$$d = \frac{c \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}.$$



Литература

- Л.С.Атанасян. Геометрия. 7-9 кл.
- Энциклопедия юного математика.1987г.
- Ю.В.Пухначёв, Ю.П.Попов. Учись применять математику.