Тема:

«Решение логарифмических неравенств»

Цель урока:

- *Обобщить теоретические знания по теме «Решение логарифмических неравенств»*
- *Рассмотреть методы выполнения заданий на решение логарифмических неравенств.*

Определение:

Логарифмическими неравенствами называют неравенства вида

где а – положительное число, отличное от 1, и неравенства, сводящиеся к этому виду.

Алгоритм

- ***При a > 1***

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) > g(x), \end{cases}.$$

- ***При 0 < a < 1***

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < g(x). \end{cases}.$$

$$\log_3(2x-4) > \log_3(14-x)$$

Решение:

$$\begin{cases} 2x-4>0 \\ 14-x>0 \\ 2x-4>14-x \end{cases}$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x-3) > \log_{\frac{1}{3}}(14-x)$$

Решение:

$$\begin{cases} 2x-4>0 \\ 14-x>0 \\ 2x-4<14-x \end{cases}$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(16+4x-x^2)\le -4$$

Решение:

$$-4=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}=\log_{\frac{1}{2}}16$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(16+4x-x^2)\le \log_{\frac{1}{2}}16$$

$$\begin{cases}16+4x-x^2>0\\16+4x-x^2\ge 16\end{cases}$$

$$16+4x-x^2\ge 16$$

$$x(4-x)\ge 0$$

$$0\le x\le 4$$

Область определения:

№	Формула	Условия
1	$y = \log_a f(x)$	$f(x) > 0$
2	$y = \log_{g(x)} b$	$\begin{cases} g(x) > 0; \\ g(x) \neq 1. \end{cases}$
3	$y = \log_{g(x)} f(x)$	$\begin{cases} g(x) > 0; \\ g(x) \neq 1; \\ f(x) > 0. \end{cases}$

Задание для 1 группы

1) $\log_2 x \geq 4$

2) $\log_2 x \leq -3$

3) $\log_2 x < \frac{1}{2}$

4) $\log_2 x > -\frac{1}{2}$

Ответы к заданиям 1 группы

№	Неравенства	Варианты ответов	
1	$\log_{\frac{1}{5}}(3-2x) > -1$	1) $[-1;1,5)$ 3) $(-\infty;-1)\cup(1,5;+\infty)$	2) $(-1;1,5)$ 4) нет решений
2	$\log_{\frac{1}{3}}(5x-1) > 0$	1) $\left(\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right)$ 3) $\left[\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right)$	2) $\left(-\infty;\frac{1}{5}\right)\cup\left(\frac{2}{5};+\infty\right)$ 4) нет решений
3	$\log_3(2x+1) < \log_3 5$	1) $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$ 3) $\left[-\frac{1}{2};2\right)$	2) $\left(-\frac{1}{2};2\right)$ 4) $(-\infty;2)$
4	$\log_2(2x-1) > \log_2(x+1)$	1) $(2;+\infty)$ 3) $[2;+\infty)$	2) $\left[\frac{1}{2};2\right)$ 4) $(-\infty;2)$

Задания для 2 и 3 группы

- 1) $$\log_{\frac{1}{8}}(x-7) > -\frac{2}{3}$$
- 2) $$\log_2(3-2x) - \log_2 13 < 0$$
- 3) $$\log_3(x-1) \geq 1 + \log_3 2$$
- 4) $$\log_{\frac{1}{3}}(x+2) - \log_9(x+2) > -\frac{3}{2}$$

Самостоятельная работа для 2 группы

- 1) $\log_2(5x-9) \le \log_2(3x+1)$
- 2) $\lg(x^2-8) \le \lg(2-9x)$
- 3) $\log_2(x^2-6x+24) < 4$

Самостоятельная работа для 3 группы

- 1) $\log_2^2 x > 4\log_2 x - 3$
- 2) $\log_2^2 x^2 - 15\log_2 x - 4 \le 0$
- 3) $\log_2(7-x) + \log_2 x \ge 1 + \log_2 3$

Решение заданий 2 группы

1) $$\log_2(5x-9) \le \log_2(3x+1)$$

$$\begin{cases} 5x-9>0 \\ 3x+1>0 \\ 5x-9 \le 3x+1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>1{,}8 \\ x>-\dfrac{1}{3} \\ 2x \le 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x>1{,}8 \\ x \le 5 \end{cases}$$

$1{,}8 < x \le 5$

2) $$\lg(x^2-8) \le \lg(2-9x)$$

$$\begin{cases} x^2-8>0 \\ 2-9x>0 \\ x^2-8 \le 2-9x \end{cases} \quad \begin{cases} x^2>8 \\ x<\dfrac{2}{9} \\ x^2+9x-10 \le 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>2\sqrt{2} \\ x<-2\sqrt{2} \end{array}\right. \\ x<\dfrac{2}{9} \\ -10 \le x \le 1 \end{cases}$$

$-10 \le x < -2\sqrt{2}$

Решение заданий 2 группы

3) $$\log_2(x^2 - 6x + 24) < 4$$

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 24 > 0 \\ x^2 - 6x + 24 < 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x - \text{любое} \\ x^2 - 6x + 8 < 0 \end{cases} \quad 2 < x < 4$$

Решение заданий 3 группы

1) $\log_2^2 x > 4\log_2 x - 3$

$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 > 0$

$\log_2 x = t$

$t^2 - 4t + 3 > 0$

$\left[\begin{array}{l} t < 1 \\ t > 3 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \log_2 x < 1 \\ \log_2 x > 3 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 0 \\ x > 8 \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} 0 < x < 2 \\ x > 8 \end{array}\right.$

Решение заданий 3 группы

2) $$\log_2^2 x^2 - 15\log_2 x - 4 \le 0$$

$$4\log_2^2 - 15\log_2 x - 4 \le 0$$

$$\log_2 x = t$$

$$4t^2 - 15t - 4 \le 0$$

$$t_1 = 4$$

$$t_2 = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} \le t \le 4$$

$$-\frac{1}{4} \le \log_2 x \le 4$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \le x \le 16 \end{cases}$$

$$\sqrt[4]{0,5} \le x \le 16$$

Решение заданий 3 группы

3) $$\log_2(7-x)+\log_2 x \geq 1+\log_2 3$$

$$\log_2 x(7-x) \geq \log_2 6$$

$$\begin{cases} x(7-x)>0 \\ x(7-x)\geq 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 0<x<7 \\ -x^2+7x-6\geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 0<x<7 \\ 1\leq x\leq 6 \end{cases}$$

Домашнее задание

- *I группе: №1576-1577(в, г);*
- *II группе: №1578-1583(г);*
- *III группе №1584-1589 (г).*