Решение дробных рациональных уравнений

Алгебра 8 класс

$$2x + 5 = 3(8 - x)$$

Целое рациональное уравнение

$$x - \frac{5}{x} = -3x + 19$$

$$\frac{x-4}{2x+1} = \frac{x-9}{x}$$

Дробные рациональные уравнения

Левая и правая части каждого равенства являются рациональными выражениями. Такие уравнения называются рациональными уравнениями.

Решим целое уравнение

$$\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{5x}{6}$$
 / · 6 Наименьший общий знаменатель

$$\frac{x-1}{2} \cdot 6 + \frac{2x}{3} \cdot 6 = \frac{5x}{6} \cdot 6$$

$$3(x-1) + 4x = 5x$$

$$3x - 3 + 4x = 5x$$

$$3x + 4x - 5x = 3$$

$$2x = 3$$

$$x = 1.5$$

Ответ: 1,5

Решим целое уравнение

$$\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{5x}{6}$$
 \left\ \cdot \text{6}

$$\frac{x-1}{2} \cdot 6 + \frac{2x}{3} \cdot 6 = \frac{5x}{6} \cdot 6$$

$$3(x-1) + 4x = 5x$$

$$3x - 3 + 4x = 5x$$

$$3x + 4x - 5x = 3$$

$$2x = 3$$

$$x = 1.5$$

Ответ: 1,5

Решим дробное рациональное уравнение

$$\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{5x}{6} \quad / \cdot 6$$

$$\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)} \quad / \cdot x(x-5)$$

$$\frac{x-1}{2} \cdot 6 + \frac{2x}{3} \cdot 6 = \frac{5x}{6} \cdot 6$$

$$3(x-1) + 4x = 5x$$

$$3x - 3 + 4x = 5x$$

$$3x + 4x - 5x = 3$$

$$2x = 3$$

$$\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)} \quad / \cdot x(x-5)$$

$$x(x-3) + 1(x-5) = x+5$$

$$x^2 - 3x + x - 5 = x+5$$

$$x^2 - 3x + x - x - 5 - 5 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{49}}{2} = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{49}}{2} = \frac{3-7}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Если x= 5, то
$$x(x-5) = 0$$

Если x= - 2, то
$$x(x-5) \neq 0$$

Ответ: - 2

Решим дробное рациональное уравнение

$$\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)} / \cdot x(x-5)$$

$$x(x-3) + 1(x-5) = x + 5$$

$$x^2 - 3x + x - 5 = x + 5$$

$$x^2 - 3x + x - x - 5 - 5 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{49}}{2} = \frac{3 + 7}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{49}}{2} = \frac{3 - 7}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Если
$$x = 5$$
, то $x(x - 5) = 0$

Если x= - 2, то
$$\chi(\chi - 5) \neq 0$$

Ответ: - 2

Алгоритм решения дробнорационального уравнения:

- **1)** найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
- 2) умножить обе части уравнения на общий знаменатель;

- **3)** решить получившееся целое уравнение;
- **4)** исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Пример.

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x(x-2)} = \frac{4-x}{x(x+2)} / \cdot x(x-2)(x+2)$$

$$2x - 1(x + 2) = (4 - x)(x - 2)$$

$$2x - x - 2 = 4x - 8 - x^2 + 2x$$

$$x^2 + 2x - x - 4x - 2x - 2 + 8 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2} = \frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2} = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Если
$$x = 3$$
 то $x(x - 2)(x + 2) \neq 0$

Если
$$x = 2$$
 то $x(x - 2)(x + 2) = 0$

Алгоритм решения дробно- рационального уравнения:

- **1)** найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
- **2)** умножить обе части уравнения на общий знаменатель;
- решить получившееся целое уравнение;
- **4)** исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Ответ: 3

Решите в тетради

- № 600 (а, в, д, з)
- Nº 601 (a, в, з)

Алгоритм решения дробно- рационального уравнения:

- **1)** найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
- **2)** умножить обе части уравнения на общий знаменатель;
- **3)** решить получившееся целое уравнение;
- **4)** исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Домашнее задание

- **■** Π. 25
- № 600 (б, г, е), 601 (б, ж)

Источники

■ Ю.Н. Макарычев и др. Алгебра 8, учебник. М.: «Просвещение», 2009