Решение дробных рациональных уравнений

Алгебра 8 класс

$$2x + 5 = 3(8 - x)$$

Целое рациональное уравнение

$$x - \frac{5}{x} = -3x + 19$$

$$\frac{x - 4}{2x + 1} = \frac{x - 9}{x}$$

Дробные рациональные уравнения

Левая и правая части каждого равенства являются рациональными выражениями. Такие уравнения называются рациональными уравнениями.

Решим целое уравнение

$$\frac{x-1}{2}+\frac{2x}{3}=\frac{5x}{6} \quad \Big/ \cdot 6$$ Наименьший общий знаменатель

$$\frac{x-1}{2}\cdot 6+\frac{2x}{3}\cdot 6=\frac{5x}{6}\cdot 6$$

$$3(x-1)+4x=5x$$

$$3x-3+4x=5x$$

$$3x+4x-5x=3$$

$$2x=3$$

$$x=1{,}5$$

Ответ: 1,5

Решим целое уравнение

$$\frac{x-1}{2}+\frac{2x}{3}=\frac{5x}{6} \quad \Big/ \cdot 6$$

$$\frac{x-1}{2}\cdot 6+\frac{2x}{3}\cdot 6=\frac{5x}{6}\cdot 6$$

$$3(x-1)+4x=5x$$

$$3x-3+4x=5x$$

$$3x+4x-5x=3$$

$$2x=3$$

$$x=1{,}5$$

Ответ: 1,5

Решим дробное рациональное уравнение

$$\frac{x-3}{x-5}+\frac{1}{x}=\frac{x+5}{x(x-5)} \quad \Big/ \cdot x(x-5)$$

$$x(x-3)+1(x-5)=x+5$$

$$x^2-3x+x-5=x+5$$

$$x^2-3x+x-x-5-5=0$$

$$x^2-3x-10=0$$

$$D=(-3)^2-4\cdot 1\cdot(-10)=9+40=49$$

$$x_1=\frac{3+\sqrt{49}}{2}=\frac{3+7}{2}=\frac{10}{2}=5$$

$$x_2=\frac{3-\sqrt{49}}{2}=\frac{3-7}{2}=\frac{-4}{2}=-2$$

Если x= 5, то $x(x-5)=0$

Если x= - 2, то $x(x-5)\neq 0$

Ответ: - 2

Решим дробное рациональное уравнение

$$\frac{x-3}{x-5}+\frac{1}{x}=\frac{x+5}{x(x-5)} \Big/ \cdot x(x-5)$$

$$x(x-3)+1(x-5)=x+5$$

$$x^2-3x+x-5=x+5$$

$$x^2-3x+x-x-5-5=0$$

$$x^2-3x-10=0$$

$$D=(-3)^2-4\cdot 1\cdot(-10)=9+40=49$$

$$x_1=\frac{3+\sqrt{49}}{2}=\frac{3+7}{2}=\frac{10}{2}=5$$

$$x_2=\frac{3-\sqrt{49}}{2}=\frac{3-7}{2}=\frac{-4}{2}=-2$$

Если x= 5, то $x(x-5)=0$

Если x= - 2, то $x(x-5)\neq 0$

Ответ: - 2

Алгоритм решения дробно-рационального уравнения:

1) найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
2) умножить обе части уравнения на общий знаменатель;

3) решить получившееся целое уравнение;

4) исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Пример.

$$\frac{2}{x^2-4}-\frac{1}{x^2-2x}=\frac{4-x}{x^2+2x}$$

$$\frac{2}{(x-2)(x+2)}-\frac{1}{x(x-2)}=\frac{4-x}{x(x+2)} \Big/ \cdot x(x-2)(x+2)$$

$$2x-1(x+2)=(4-x)(x-2)$$

$$2x-x-2=4x-8-x^2+2x$$

$$x^2+2x-x-4x-2x-2+8=0$$

$$x^2-5x+6=0$$

$$D=(-5)^2-4\cdot 1\cdot 6=25-24=1$$

$$x_1=\frac{5+\sqrt{1}}{2}=\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3$$

$$x_2=\frac{5-\sqrt{1}}{2}=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Если $x=3$ то $x(x-2)(x+2)\neq 0$

Если $x=2$ то $x(x-2)(x+2)=0$

Ответ: 3

Алгоритм решения дробно-рационального уравнения:

1) найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;

2) умножить обе части уравнения на общий знаменатель;

3) решить получившееся целое уравнение;

4) исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Решите в тетради

- № 600 (а, в, д, з)
- № 601 (а, в, з)

Алгоритм решения дробно-рационального уравнения:

1) найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
2) умножить обе части уравнения на общий знаменатель;
3) решить получившееся целое уравнение;
4) исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Домашнее задание

- П. 25
- № 600 (б, г, е), 601 (б, ж)

Источники

- Ю.Н. Макарычев и др. Алгебра 8, учебник. М.: «Просвещение», 2009