

Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Самостоятельная работа

Выполните сложение и вычитание рациональных дробей, расставьте ответы в порядке убывания, и вы узнаете, что наиболее важно для сохранения молодости и здоровья вашей

а) $\frac{5x - 25}{x + 1} + \frac{26 - 4x}{x + 1}$ – болезни,

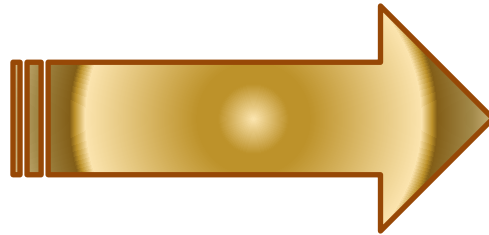
б) $\frac{3x}{3 - x} - \frac{2x + 3}{3 - x}$ – косметические средства,

в) $\frac{6x - 1}{x + 2} + \frac{6x + 25}{x + 2}$ – рациональное питание,

г) $\frac{8a}{3a - 3b} - \frac{2a + 6b}{3(a - b)}$ – сон.

Ответ: а) 1; б) -1; в) 12; г) 2.

Работа с тренажером из
электронного курса
«Витаминная математика».



Изучаем новое

Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями надо свести к сложению и вычитанию дробей с одинаковыми знаменателями. Для этого исходные дроби приводят к общему знаменателю.

Например:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$$

Аналогично:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - cb}{bd}$$



Пример 1

Найдем сумму и разность дробей $\frac{3a}{4b}$ и $\frac{2b}{5a}$

Решение: $\frac{3a}{4b} + \frac{2b}{5a} = \frac{3a \cdot 5a + 2b \cdot 4b}{20ab} = \frac{15a^2 + 8b^2}{20ab};$

$$\frac{3a}{4b} - \frac{2b}{5a} = \frac{3a \cdot 5a - 2b \cdot 4b}{20ab} = \frac{15a^2 - 8b^2}{20ab};$$



Пример 2

Сложим дроби $\frac{3}{4a^2b^3}$ и $\frac{5}{6ab^4}$

Решение:

$$\frac{3}{4a^2b^3} + \frac{5}{6ab^4} = \frac{3 \cdot 6ab^4 + 5 \cdot 4a^2b^3}{24a^3b^7} = \frac{18ab^4 + 20a^2b^3}{24a^3b^7}.$$

Теперь упростим полученную дробь:

$$\frac{18ab^4 + 20a^2b^3}{24a^3b^7} = \frac{2ab^3(9b + 10a)}{24a^3b^7} = \frac{2ab^3(9b + 10a)}{2ab^3 \cdot 12a^2b^4} = \frac{9b + 10a}{12a^2b^4}.$$



Алгоритм сложения (вычитания) алгебраических дробей сводится к двум пунктам:

- 1) Привести все дроби к общему знаменателю. Если дроби уже имеют общий знаменатель, то этот пункт опускают;
- 2) Выполнить сложение (вычитание) полученных дробей с одинаковыми знаменателями.

Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями можно упростить, если приводить дроби не просто к общему знаменателю, а **к наименьшему общему знаменателю.**



Пример 3

Найдем разность дробей

и

—

$$\frac{5a + 7b}{a^2 + ab}$$

$$\frac{7a + 5b}{ab + a^2}$$



Алгоритм приведения дробей к общему знаменателю:

- 1) Разложить все знаменатели на множители.
- 2) Выписать разложение первого знаменателя. Из остальных знаменателей приписать к этому разложению недостающие множители. Это и будет новый знаменатель.
- 3) Найти дополнительные множители для каждой из дробей.
- 4) Найти для каждой дроби новый числитель: произведение старого числителя и дополнительного множителя.
- 5) Записать каждую дробь с новым числителем и новым (общим) знаменателем.



Это хорошо бы знать!

Преобразование рационального выражения, которое является суммой или разностью целого выражения и дроби, сводится к нахождению суммы или разности дробей, т. к. любое целое выражение можно представить в виде дроби со знаменателем 1.



Пример 4

Упростим
выражение

$$1 - a - \frac{a^3}{a+1} + a^2.$$

Решение:

$$\begin{aligned} 1 - a - \frac{a^3}{a+1} + a^2 &= a^2 - a + 1 - \frac{a^3}{a+1} = \frac{a^2 - a + 1}{1} - \frac{a^3}{a+1} = \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1) - a^3}{a+1} = \frac{a^3 + 1^3 - a^3}{a+1} = \frac{1}{a+1}. \end{aligned}$$



Контрольные вопросы

1. Приведение дробей к общему знаменателю. Понятие дополнительного множителя к числителю и знаменателю дроби.
2. Покажите, что сложение и вычитание дробей с разными знаменателями сводится к сложению и вычитанию дробей с одинаковыми знаменателями.
3. Как складываются и вычитаются дроби с разными знаменателями?
4. Сложение (вычитание) целого выражения и дроби.



Творческие задания

Найдите a и b из

тождества:

$$\text{а) } \frac{3}{(x+2)(x+5)} = \frac{a}{x+2} + \frac{b}{x+5};$$

$$\text{б) } \frac{2}{x^2 + 2x - 3} = \frac{a}{x+3} + \frac{b}{x-1};$$

$$\text{в) } \frac{7}{(x-2)(x+4)} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+4};$$

$$\text{г) } \frac{5}{x^2 - x - 6} = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{x+2};$$

Ответы:

$$\text{а) } a = 1, b = -1;$$

$$\text{б) } a = -0,5, b = 0,5;$$

$$\text{(т.к. } x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$$

)

$$a = \frac{7}{6}, b = -\frac{7}{6};$$

в)

$$a = 1, b = -1;$$

$$\text{г) } x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$$

(т.к.

)



Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями