
Концепции современного естествознания
Лекция 4

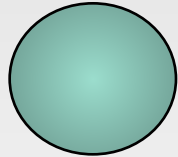
Теория относительности

Часть 2.

Масса и энергия в СТО

Релятивистская динамика

Механика Ньютона



Масса

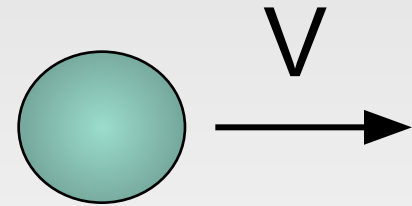
m

Импульс

$$p = 0$$

Энергия

$$E = 0$$



m

$$p = mv$$

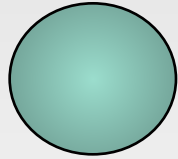
$$E_{\text{kin}} = \frac{p^2}{2m} = \frac{mv^2}{2}$$

Законы сохранения ЭТИХ величин в замкнутой системе

Принципы, из которых Эйнштейн выводит формулы релятивистской динамики

1. Принцип **соответствия** – при малых скоростях переходят в классические
2. Уравнения должны быть **инвариантны** относительно преобразований **Лоренца**

Релятивистская динамика



Масса

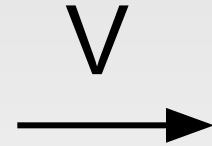
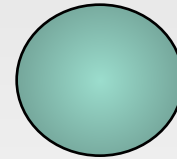
m

Импульс

$$p = 0$$

Энергия

$$E_0 = mc^2$$



m


$$p = \frac{vE}{c^2}$$

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$

Закон сохранения один – **энергии-импульса**
Но не массы (может переходить в энергию)

Энергия-импульс

Один закон
сохранения


$$\sqrt{E^2 - p^2 c^2} = mc^2$$

Энергия-импульс замкнутой системы
сохраняется.

Является **инвариантом** во всех системах
отсчета

Самое важное следствие

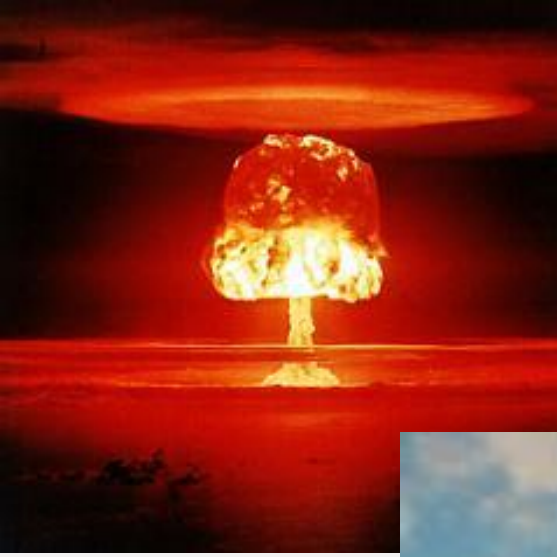
Эквивалентность массы и энергии

$$E_0 = mc^2$$

Энергия
покоя

В механике Ньютона энергия
покоящегося тела была равна нулю

Эта энергия – основа всей атомной и ядерной энергетики



Предельные случаи уравнений энергии-импульса

Движение со скоростью света

$$p = \frac{vE}{c^2} \quad \Rightarrow \quad \text{При } v = c \quad E = pc$$

Релятивистская
формула для импульса

Подставляем в $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$

$$\downarrow$$
$$m = 0$$

Если частица движется со скоростью света,
то ее масса равна нулю

Предельные случаи уравнений энергии-импульса

Движение со скоростью света

Обратное тоже верно – если масса частицы равна нулю, то она может двигаться только со скоростью света

фотон



Нет системы отсчета, где он покоится.

Поэтому **нет системы отсчета «фотон»**

(в связанной с объектом СО он покоится)

Предельные случаи уравнений энергии-импульса

Энергия и масса при малых скоростях

$$E_0 = mc^2$$

Энергия покоя

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$E = mc^2 \gamma$$

Полная энергия движущегося тела

$$E_{kin} = E - E_0 = mc^2 (\gamma - 1)$$

Кинетическая энергия

$$E_{kin} = \frac{mv^2}{2} + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \dots$$

Равна классической – принцип соответствия

Почти 0 при малых v

Пределные случаи уравнений энергии-импульса

Энергия и масса при малых скоростях

Релятивистский импульс

$$p = \frac{vE}{c^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Откуда, выражая E через m, получаем

$$p = mv \cdot \gamma$$

При малых
скоростях $\gamma \sim 1$

Принцип соответствия

Следствия уравнений энергии-импульса

Неаддитивность массы

Масса, определяемая из уравнения энергии-импульса

$$\sqrt{E^2 - pc^2} = mc^2$$

$$m^2 = \frac{E^2}{c^4} - \frac{p^2}{c^2}$$

Эта масса **неаддитивна** – масса системы тел

меньше суммы их масс на **энергию взаимодействия**

Следствия уравнений энергии-импульса

Неаддитивность массы

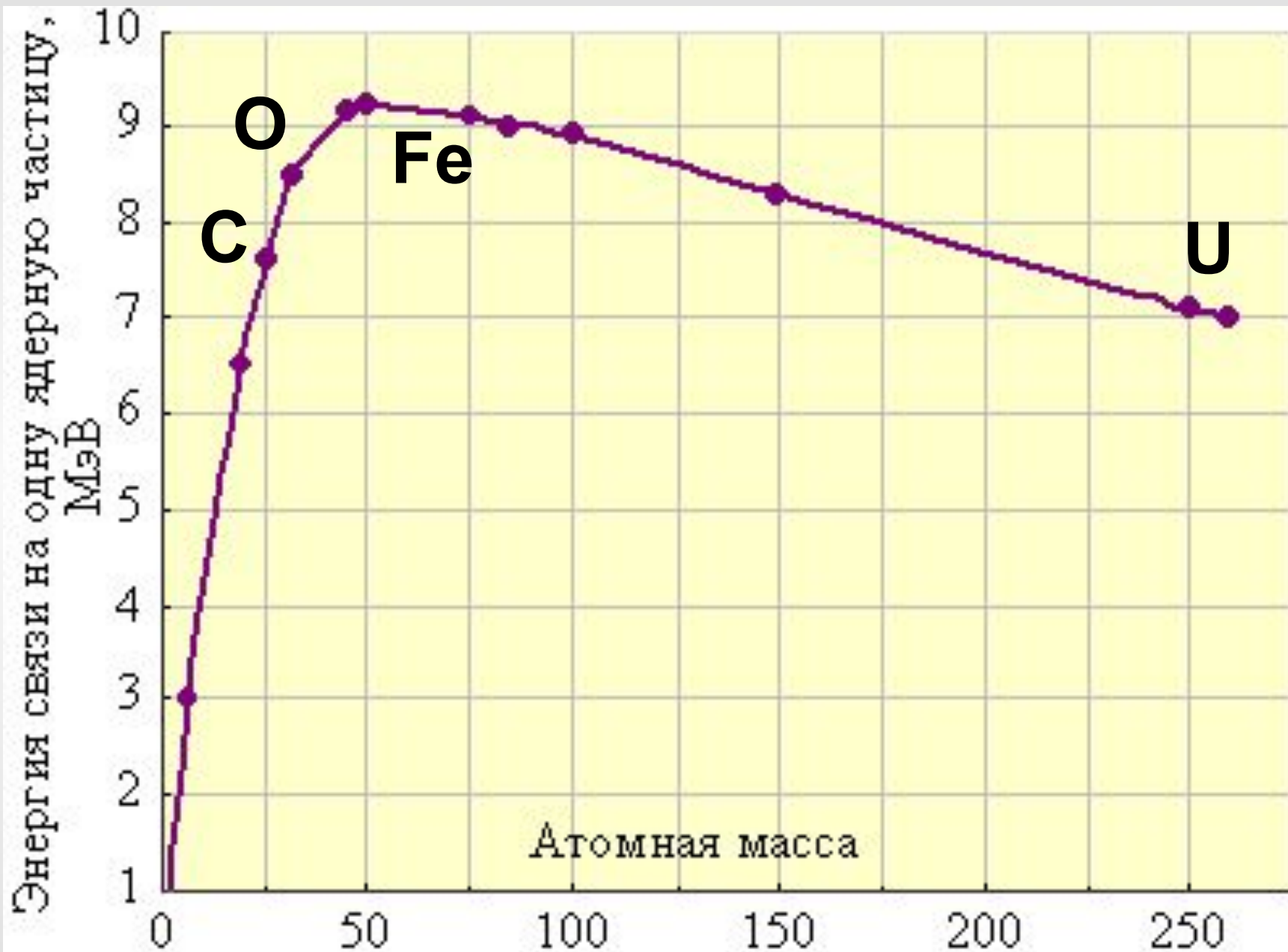
Дефект масс атомных ядер

$$E_{\text{я}} = E_{\text{пр}} + E_{\text{н}} + \Delta E_{\text{вз}}$$

$$m_{\text{я}} = m_{\text{пр}} + m_{\text{н}} + \Delta m_{\text{вз}}$$

Масса ядра **меньше** суммы
масс частиц
на **энергию взаимодействия**

$$\Delta m_{\text{вз}} = \frac{\Delta E_{\text{вз}}}{c^2}$$



Понятие массы

Классическая механика

Количество вещества

Сохраняется

Мера инертности

$$a = \frac{F}{m}$$

СТО

Эквивалентна энергии
Может переходить в
излучение (фотоны)

Сохраняется не масса, а
полная энергия-импульс

Нет. Ускорение зависит не
только от силы, но и от
скорости частицы и **угла**
между ней и силой.

Релятивистские формулы для массы и ускорения подтверждены экспериментами на элементарных частицах в ускорителях.

Итоги по СТО

Теория не только примирила принцип относительности и постоянство c , но и была **эстетически красива**

Оказалось, что геометрические свойства мира неевклидовы.

Пространство и время взаимосвязаны, и все объекты движутся в них с постоянной скоростью **c**

Проблемы, которые оставались

Как передается гравитация?

Если мгновенно, то это противоречит выводу СТО о невозможности передачи информации со скоростью больше c (нарушается причинность)

Проблемы, которые оставались

В чем природа гравитации?

Ньютон оставил «руководство пользователя» по гравитации, не объяснив, как она устроена.

Проблемы, которые оставались

Почему ускоренное движение выделено?

Чем именно отличается ускоренно движущаяся система отсчета?

Почему на нее не распространяется принцип эквивалентности?

Гениальная идея Эйнштейна

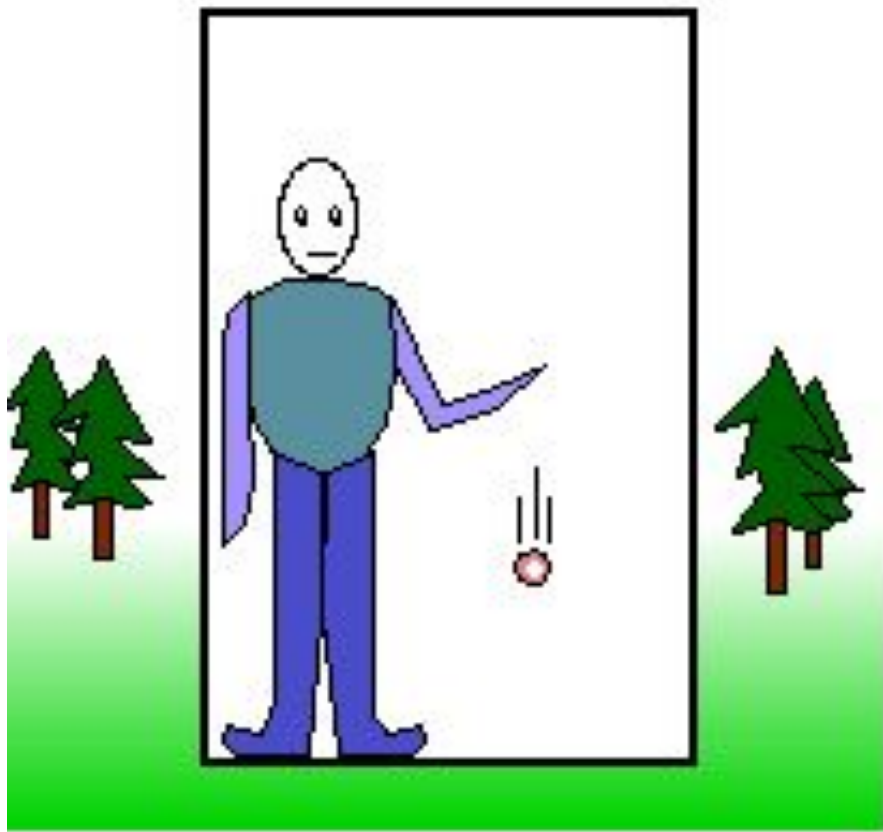
Гравитация = Ускорение



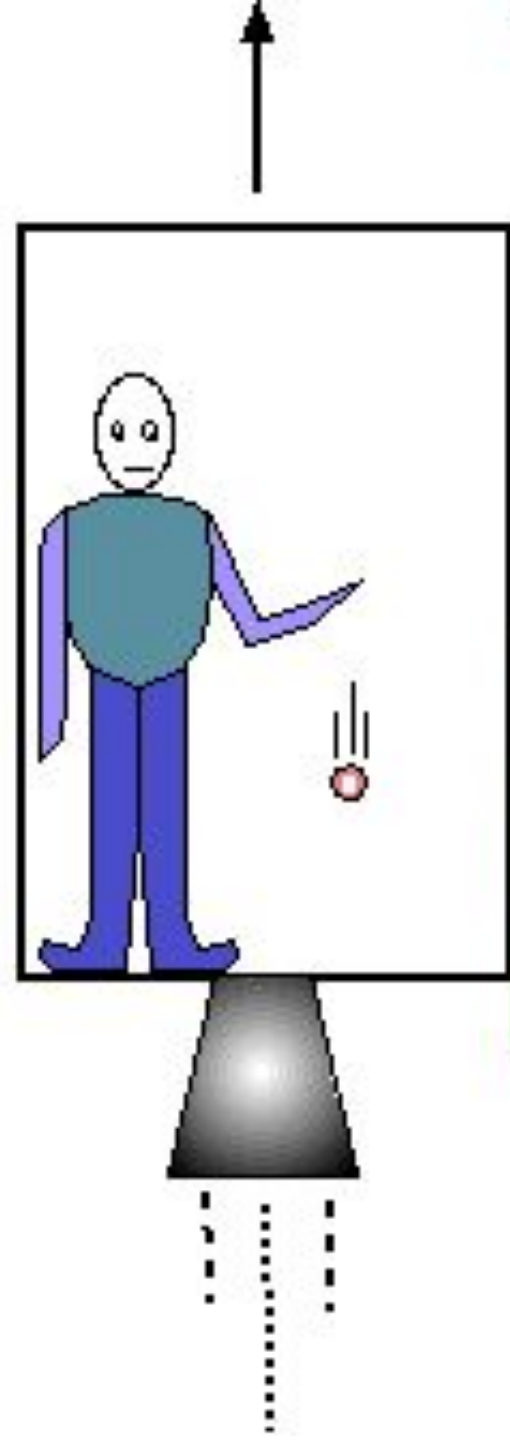
Принцип эквивалентности

Принцип эквивалентности в формулировке Эйнштейна

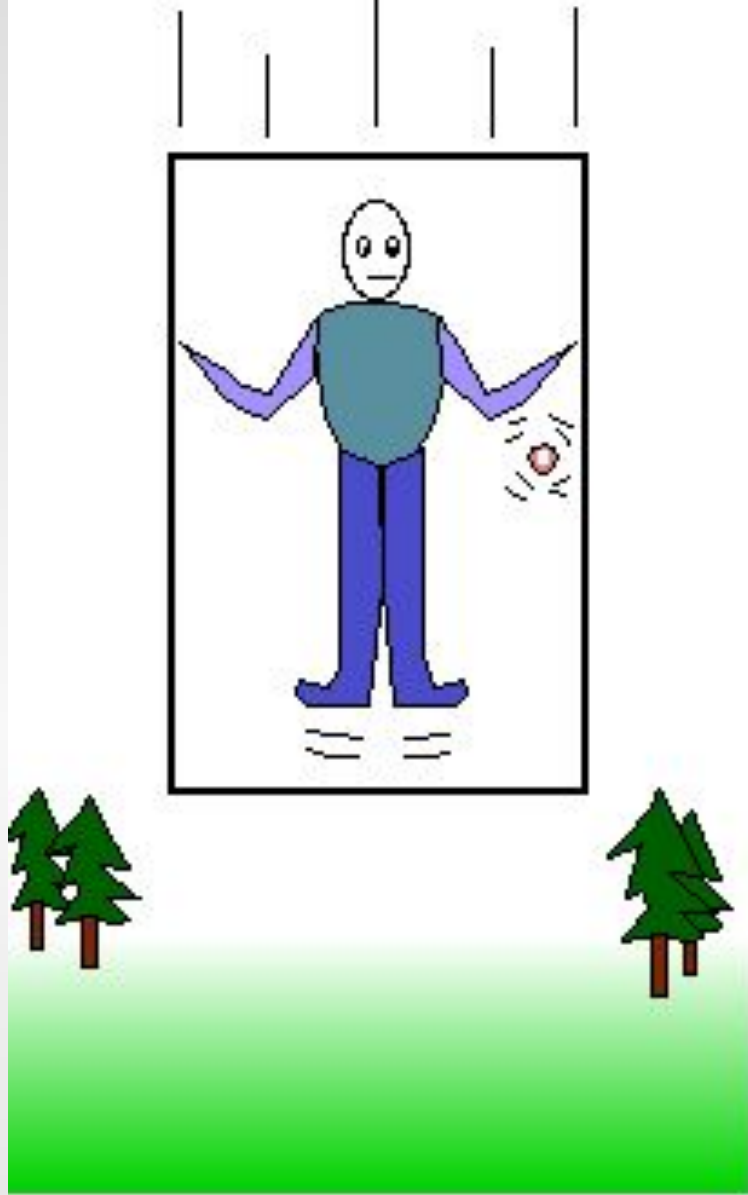
В поле тяготения (малой пространственной протяженности) все происходит так, как в пространстве **без тяготения**, если в нем вместо инерциальной системы отсчета ввести систему, **ускоренную** относительно нее.



Гравитация



Ускорение



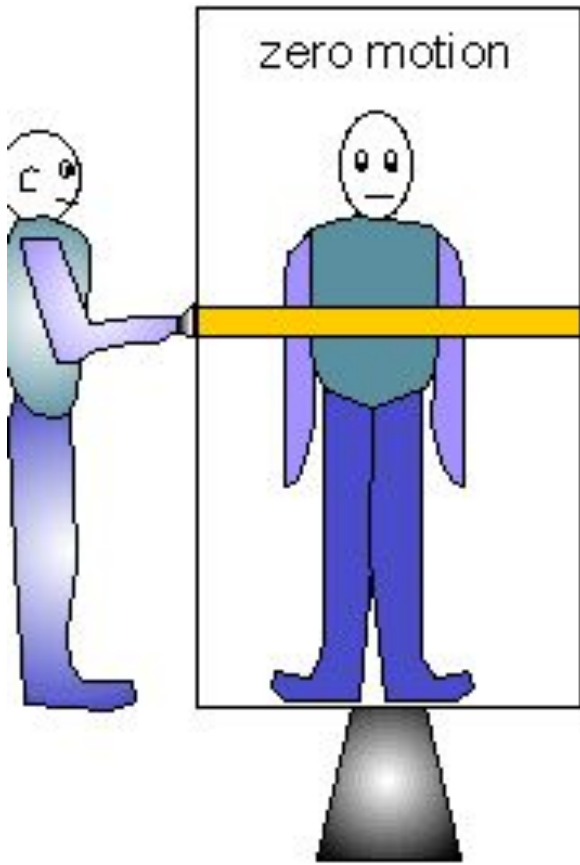
Движение с ускорением в гравитационном поле = невесомость (инерциальная система)

Общая

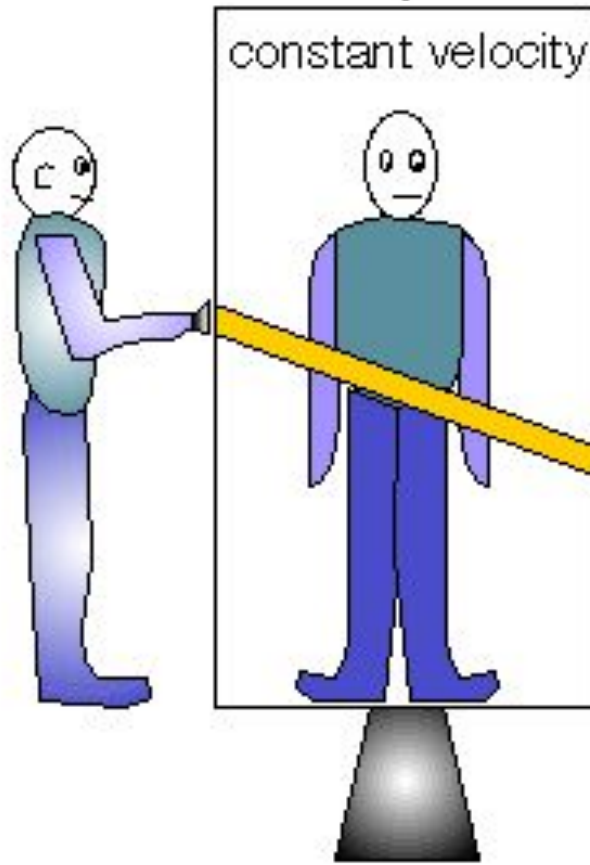
теория относительности

Ускорение = **гравитация** =
искривление 4-мерного
пространства-времени

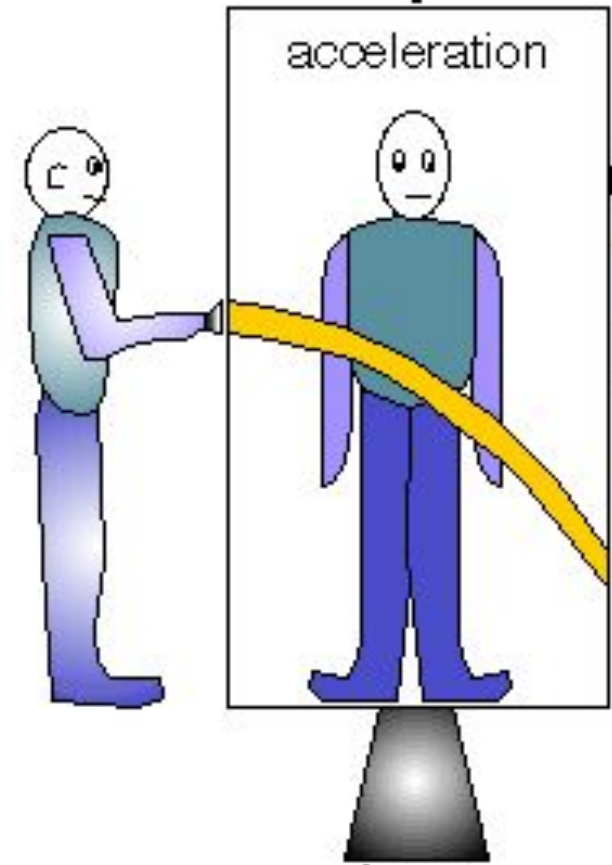
$V = 0$



V



Ускорение



Движение луча света с точки зрения наблюдателя в лифте

Вывод Эйнштейна –
почему искривляется луч света в
ускоренном лифте?

Луч движется по **геодезической** –
кратчайшему расстоянию между точками

Он искривляется, потому что **пространство
кривое**

Гравитация и ускорение – это изменение
геометрических свойств **пространства-
времени**

Гравитация – это не сила

А изменение свойств
пространства

Все тела в одном гравитационном поле
получают **одинаковое ускорение**

Плоское пространство (нулевая кривизна)

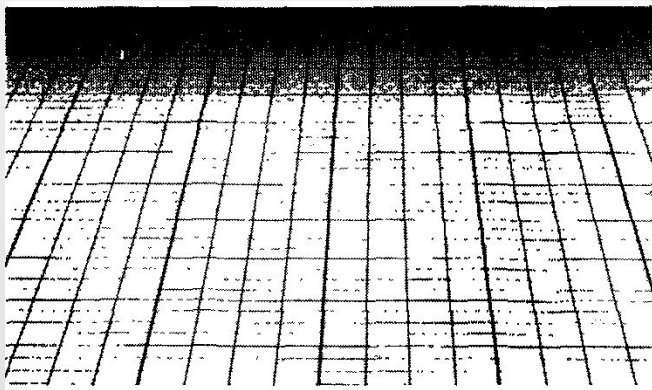
Евклидово (в одной СО)

Однородно:

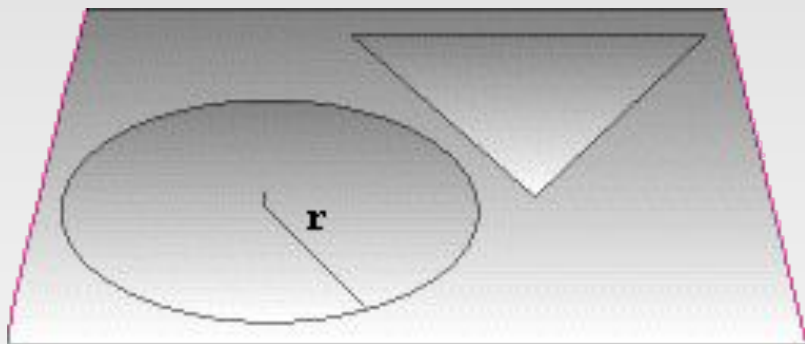
кратчайшее расстояние между точками –

геодезическая – не меняется в разных

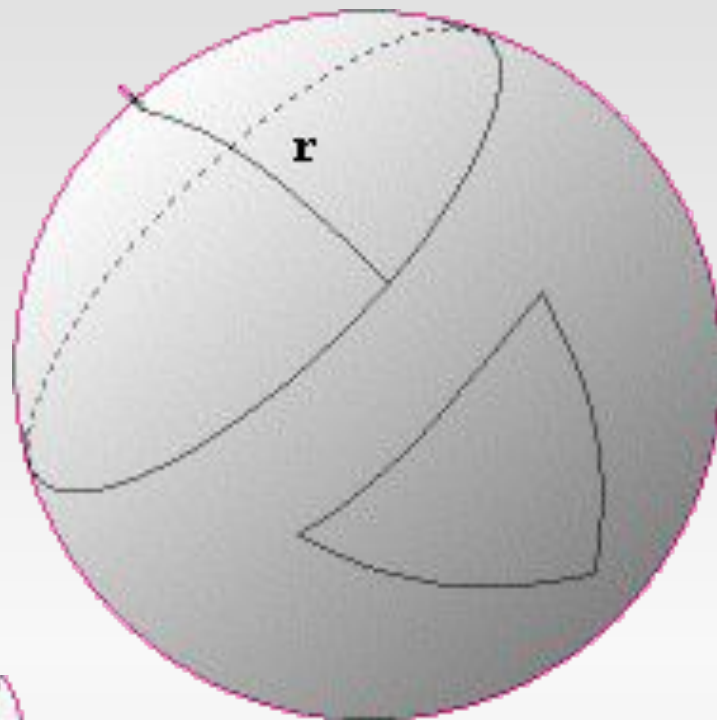
местах СО и является **прямой**



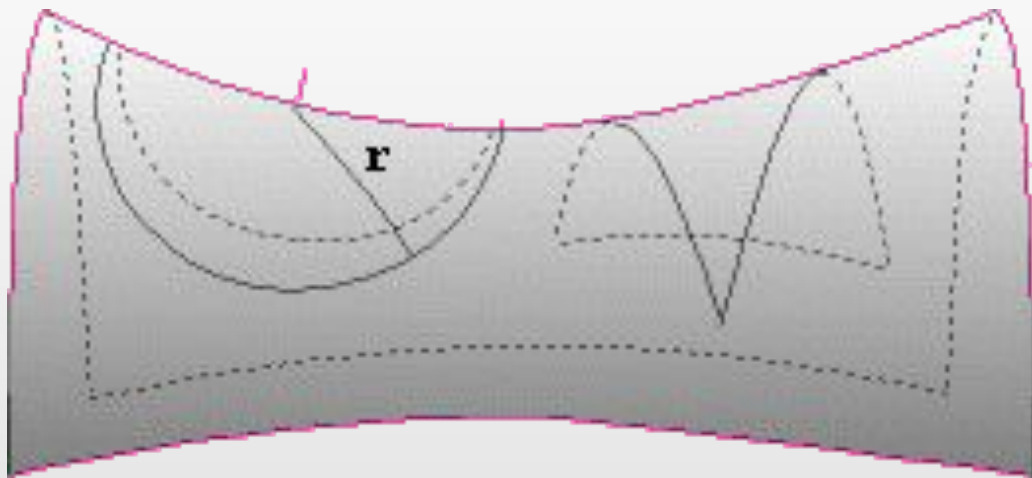
Плоское пространство
может быть евклидовым
и псевдоевклидовым
(Минковского)



Плоское евклидово



Пр-во Римана
(+) кривизна



Пр-во Лобачевского
(-) кривизна

Геодезическая – кратчайшее расстояние между точками



На искривленной поверхности не является прямой!

$$ds^2 = \sum g_{ij} dx_i dx_j$$

Метрический тензор пр-ва
определяет его кривизну

n-мерное
евклидово

$$g_{ij} = \delta_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

4-мерное
неевклидово
Минковского

$$g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

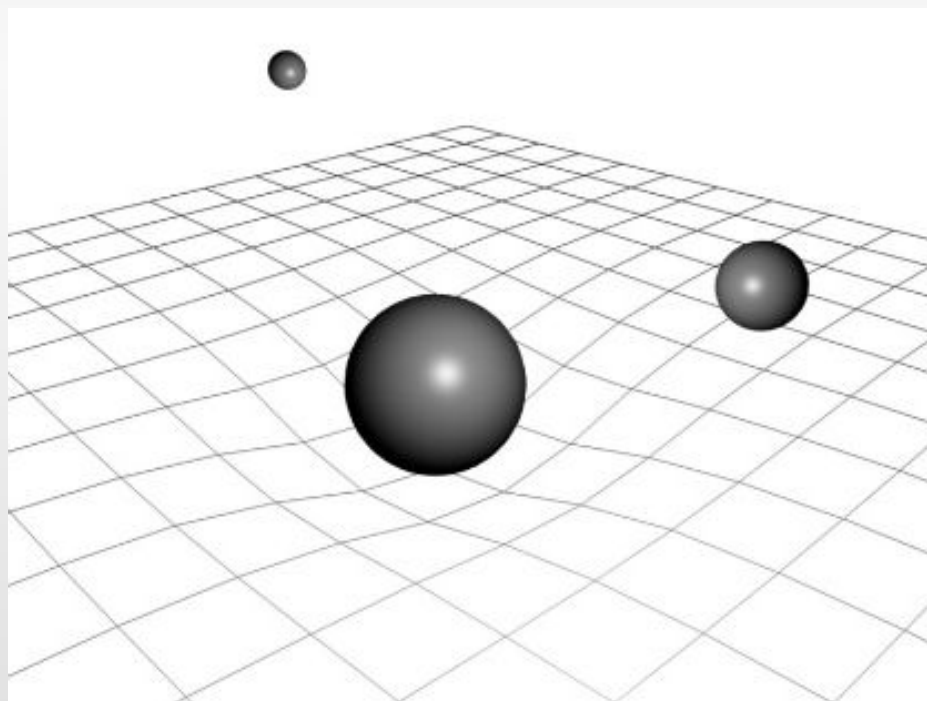
3-мерная сфера

$$g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

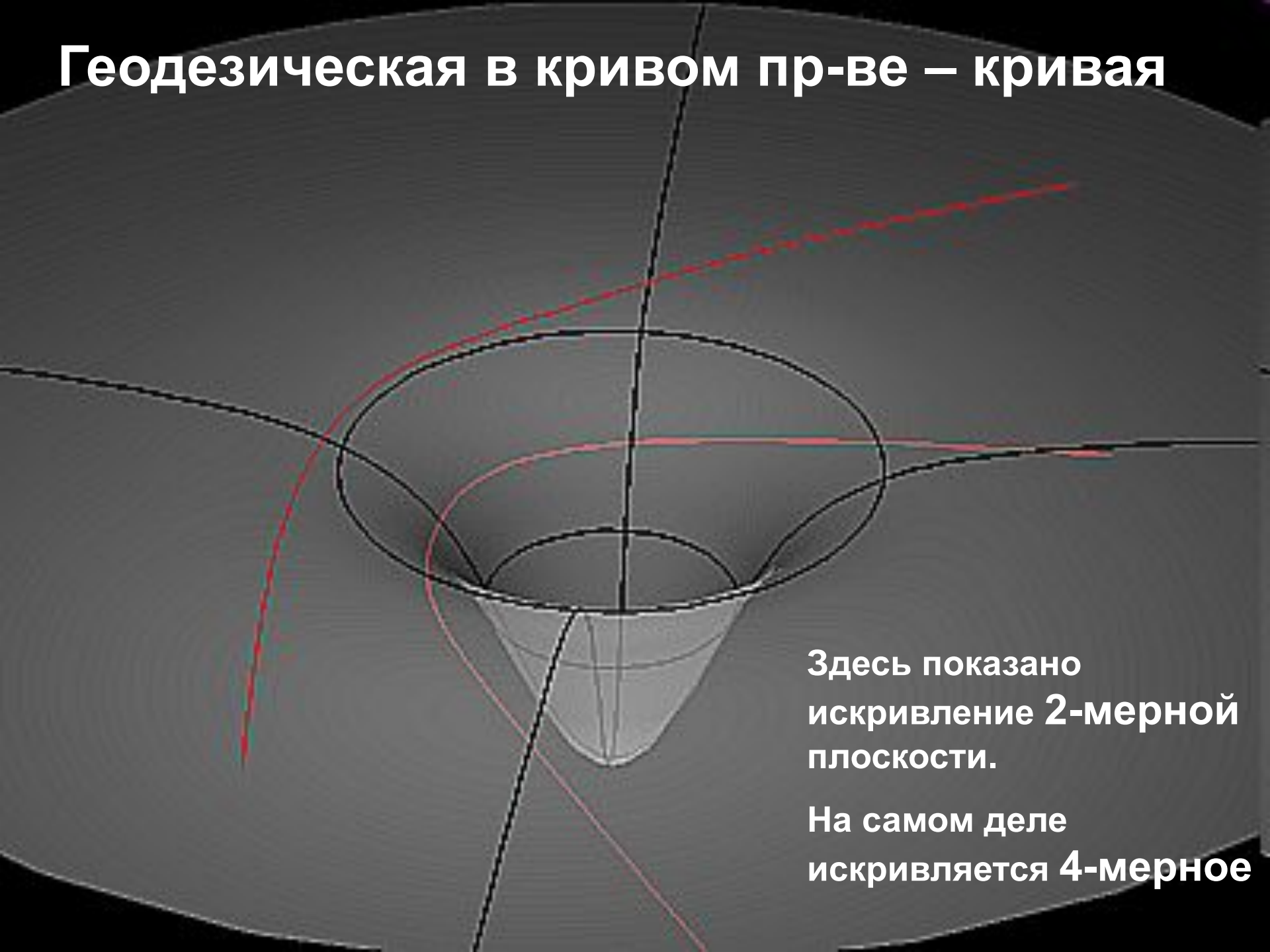
Что делает пространство-время кривым?

Эйнштейн:

Присутствие материи

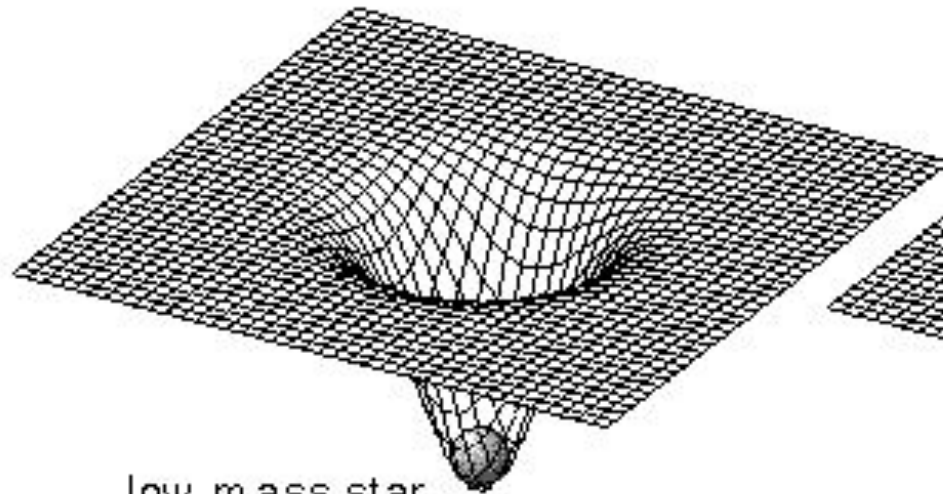


Геодезическая в кривом пр-ве – кривая

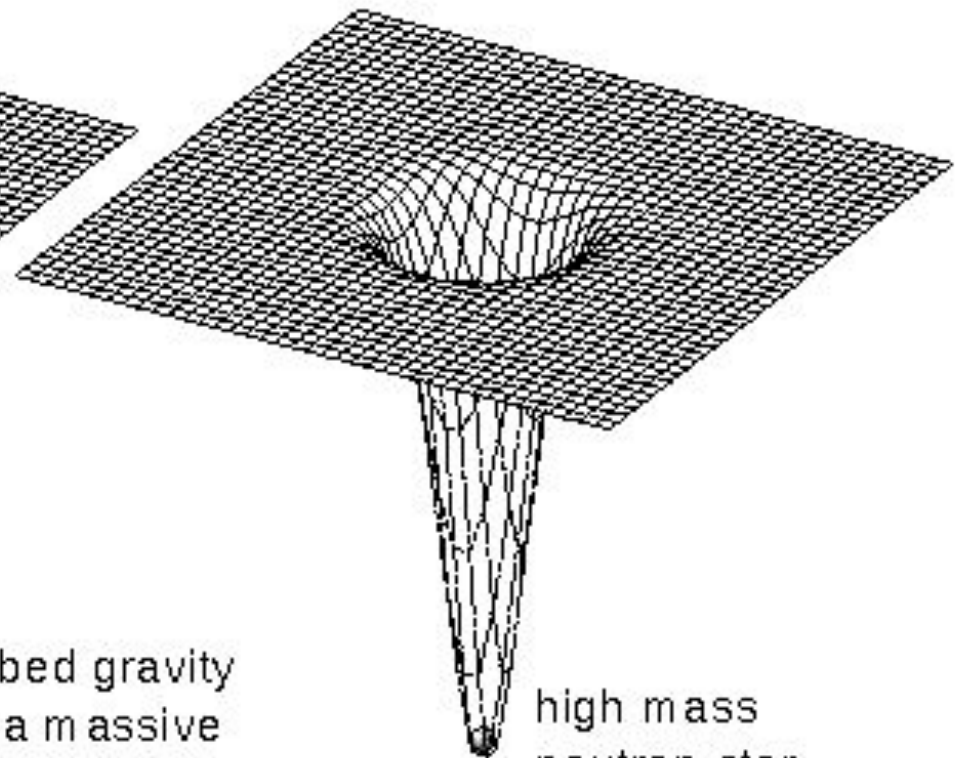


Здесь показано
искривление **2-мерной**
плоскости.

На самом деле
искривляется **4-мерное**



low mass star



high mass
neutron star

General Relativity: Einstein described gravity as a warping of space-time around a massive object. The stronger the gravity, the more space-time is warped.

В гравитационных полях и ускоренных системах кривизна отличается **в разных точках** одной системы отсчета



Компоненты метрического тензора
зависят от положения точки

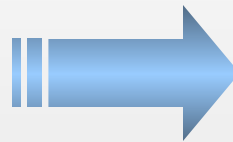
$$g_{ik} = g_{ik}(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

Изменение метрического тензора в разных
точках



Определяется наличием масс в пространстве

Система
отсчета



Моллюск
отсчета

В ограниченной области

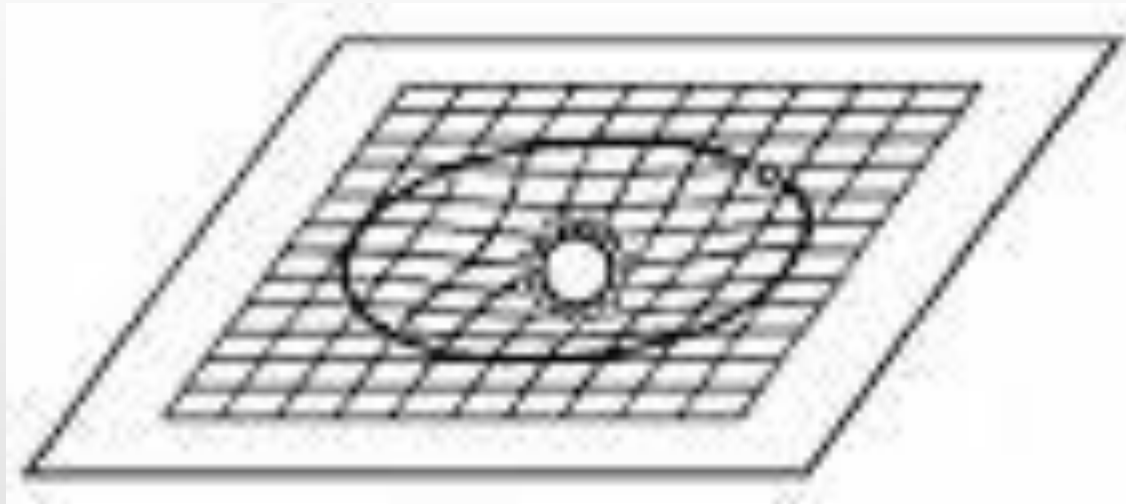
Оси координат НЕ бесконечны



Земля движется по орбите не потому, что Солнце ее притягивает, а потому, что 4-мерное пр-во искривлено

Объяснение природы гравитации

посредником, передающим действие массивных тел на огромные расстояния, является **само пространство-время**.



Описание поля тяготения – это
вычисление **метрических тензоров** в
разных точках искривленного
пространства

То же для ускоренных систем отсчета

Уравнения Эйнштейна

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} \cdot R = \frac{8\pi G}{c^4} \cdot T^{ik}$$

R_{ik} – тензор Риччи;

R – скалярная кривизна, которая является сверткой или следом тензора Риччи: $R = g^{ik} R_{ik}$.

T_{ik} – тензор-энергии импульса.

G – гравитационная постоянная.

Уравнения Эйнштейна

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} \cdot R = \frac{8\pi G}{c^4} \cdot T^{ik}$$

Геометрические
свойства пространства
(метрический тензор)

Распределение масс и
любых видов энергии

Массивные тела говорят
пространству, как ему искривляться

Пространство говорит телам, как
им двигаться

Свойства искривленных пространств

- Время течет по-разному в разных точках одной СО
- Даже в одной СО **не сохраняется ИНТЕРВАЛ** Минковского
- Результат параллельного переноса зависит от пути

Новое объяснение природы гравитации устранило принцип дальнего действия

Расчеты Эйнштейна показали, что при изменении масс искривление передается **не мгновенно**, а со скоростью **c**

В XX веке это подтверждено прямыми астрофизическими экспериментами

Экспериментальные
доказательства
общей теории
относительности

Эксперименты, подтвердившие ОТО

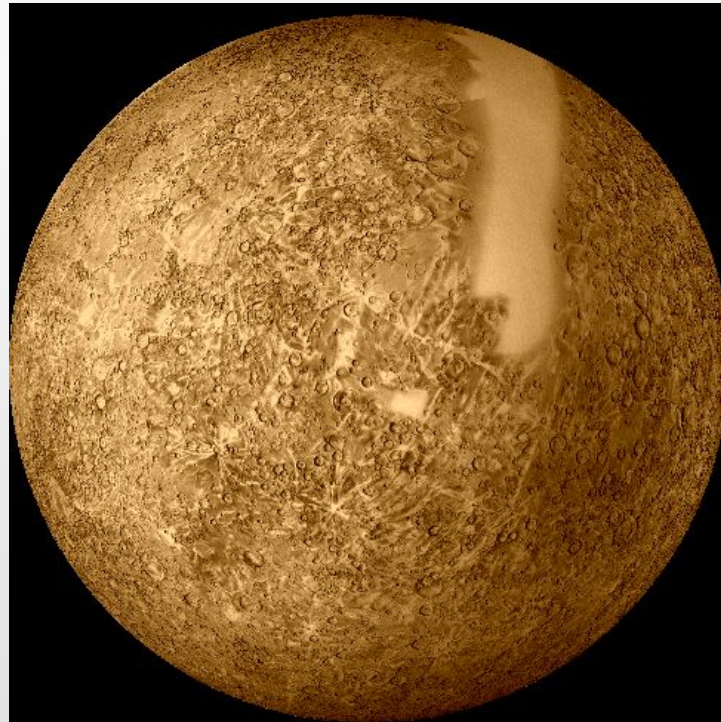
- Объяснение перцессии орбиты Меркурия
- Предсказание искривления луча света в гравитационном поле Солнца
- Изменение частоты света при его распространении в гравитационном поле
- Замедление времени в гравитационном поле
- Поведение элементарных частиц в современных ускорителях

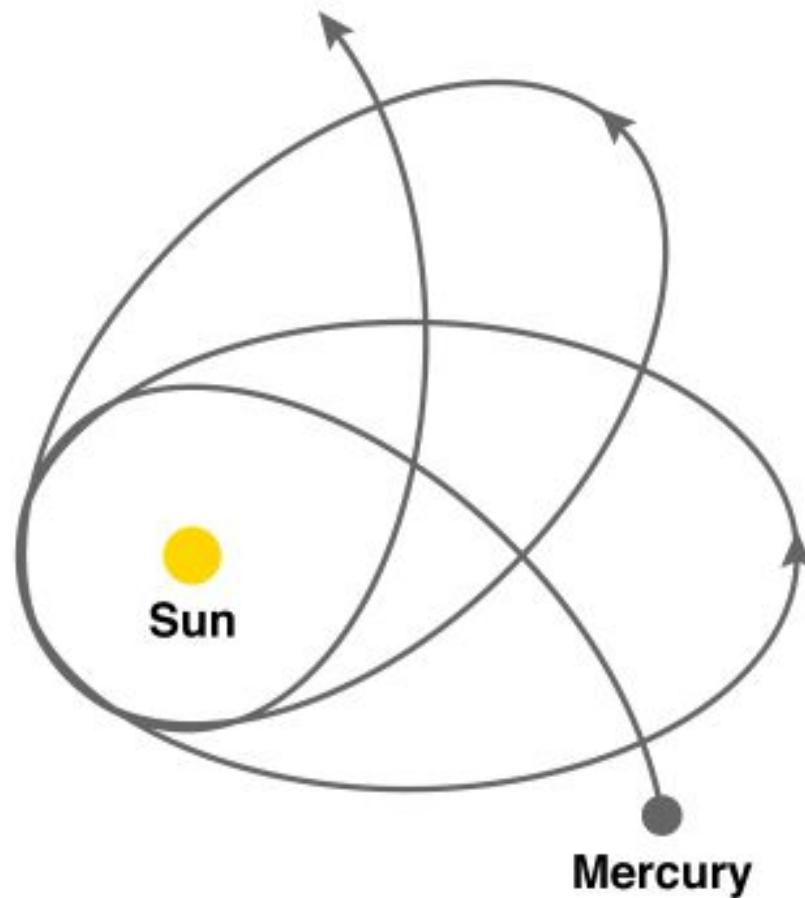
Экспериментальная проверка ОТО

В 1859 г. была открыта **перцессия орбиты Меркурия**

Она не объяснялась из теории Ньютона.

Предполагали влияние каких-то неизвестных тел.





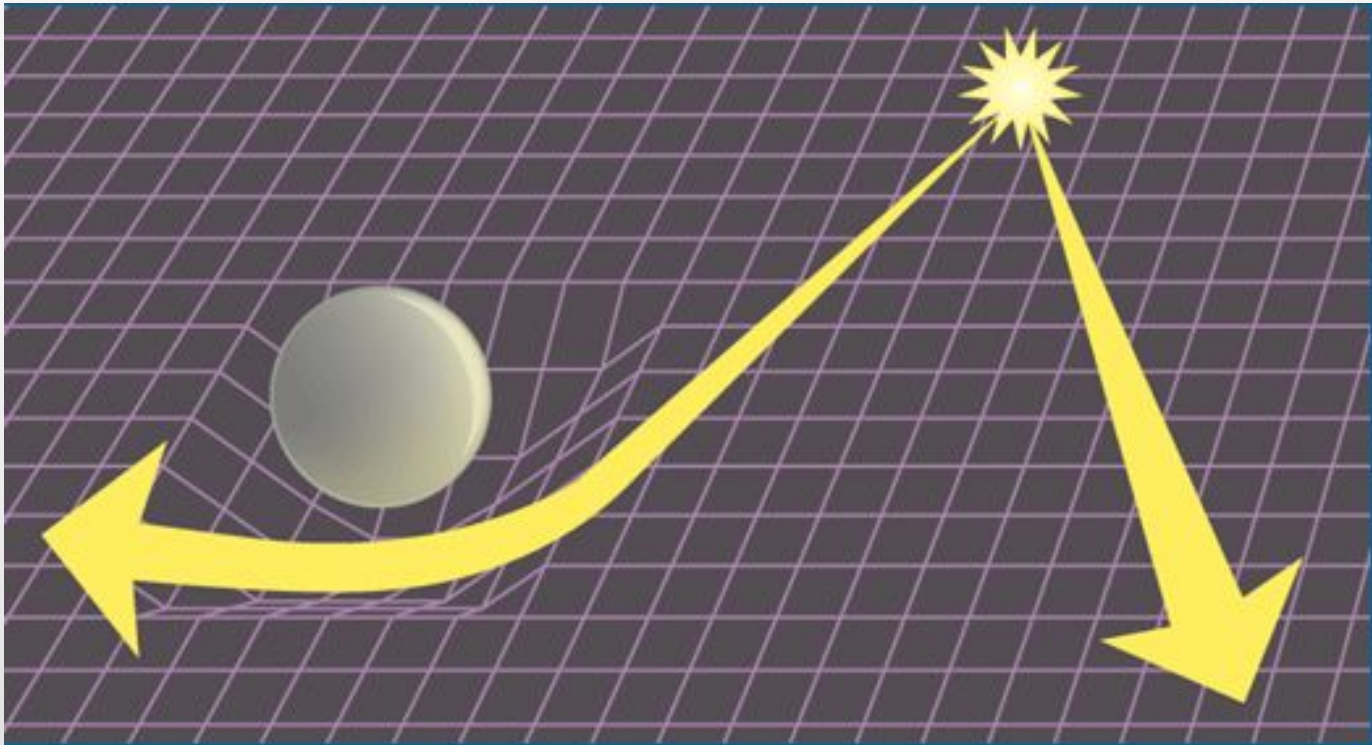
Note: The amount of precession with each orbit is highly exaggerated in this picture.

Copyright © Addison Wesley

Первое применение ОТО показало, что орбита Меркурия должна отклоняться **именно на такую величину**

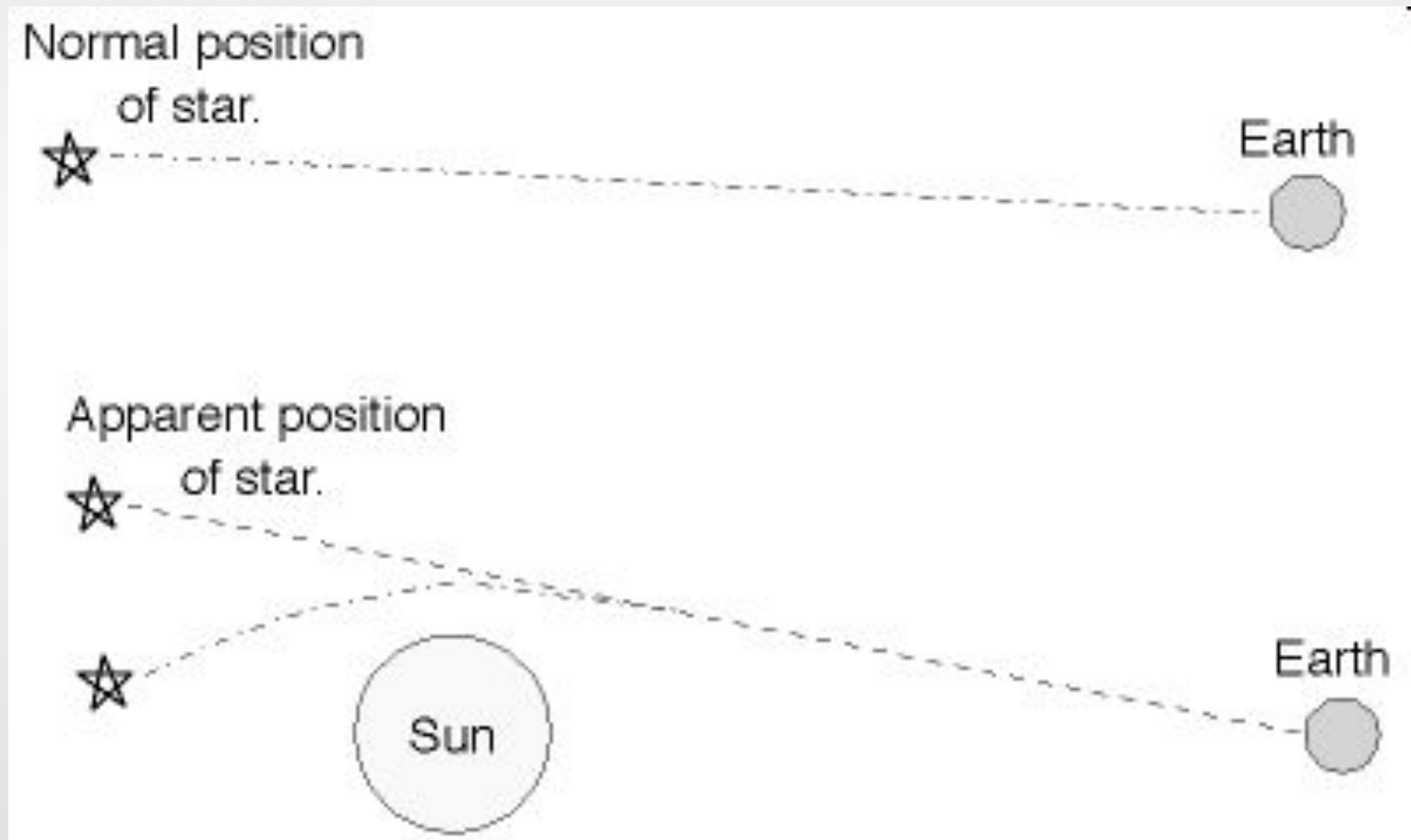
Экспериментальная проверка ОТО

ОТО предсказывала, что в поле тяготения **луч света** тоже будет двигаться не по прямой, а **по кривой**



Экспериментальная проверка ОТО

Искривление лучей света в гравитационном поле



Это предсказание ОТО было проверено экспериментально английским астрофизиком А. Эддингтоном 29 мая 1919 году во время солнечного затмения.

7 ноября 1919 г. заголовок «Таймс»

Революция в науке!

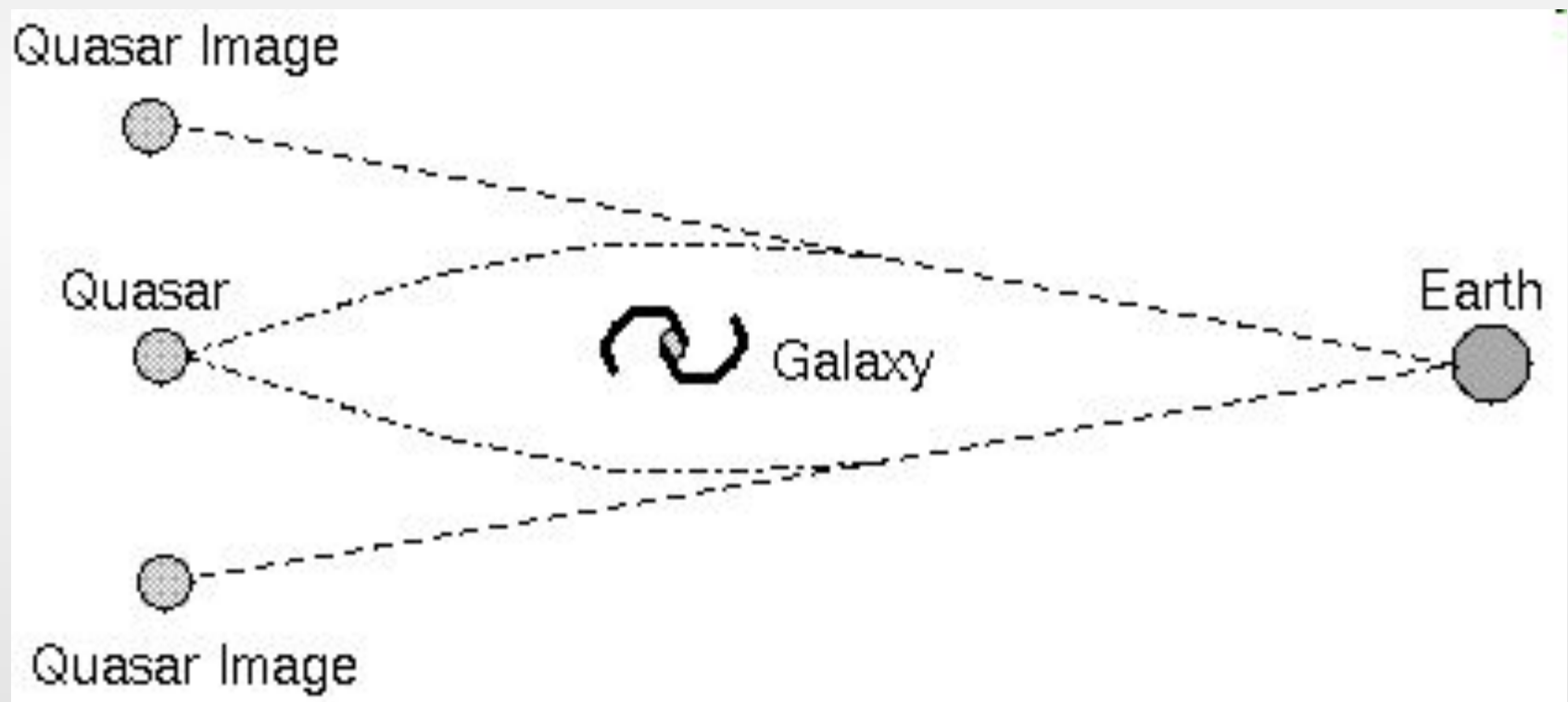
Новая теория мироздания!

Идеи Ньютона низвергнуты!

Экспериментальная проверка ОТО

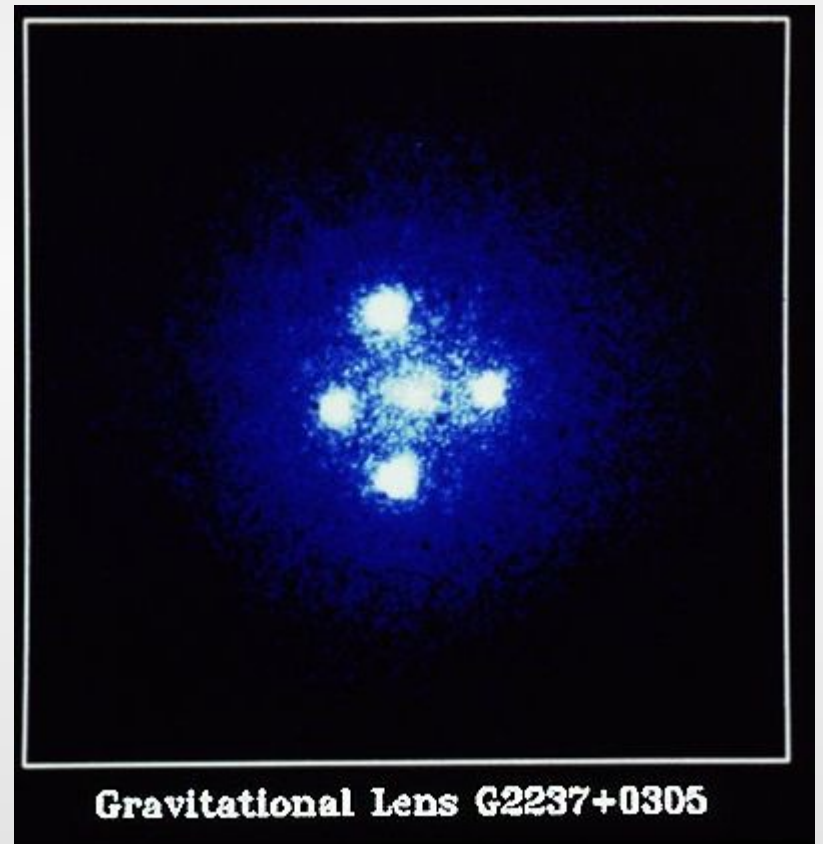
Искривление лучей света в гравитационном поле

Гравитационное линзирование



Экспериментальная проверка ОТО

Гравитационное линзирование



Гравитационное линзирование

Оранжевые –
3 галактики,
удаленные на 7
млрд св.лет

Белые –
ОДНА галактика,
удаленная на 11
млрд св.лет

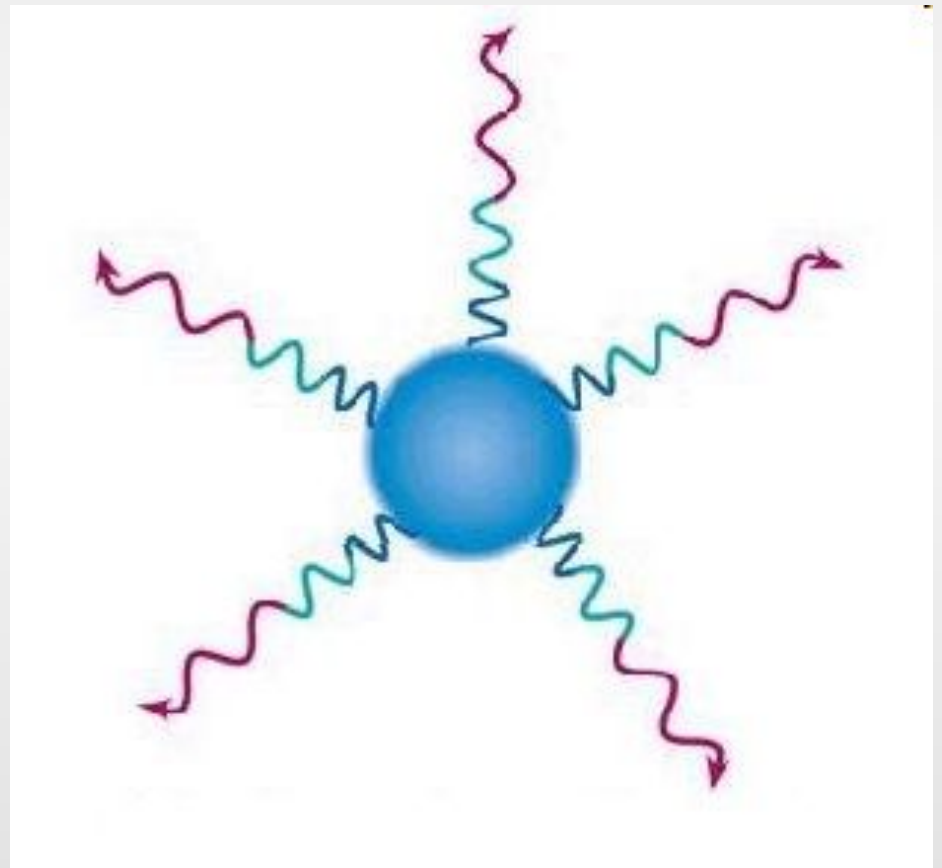


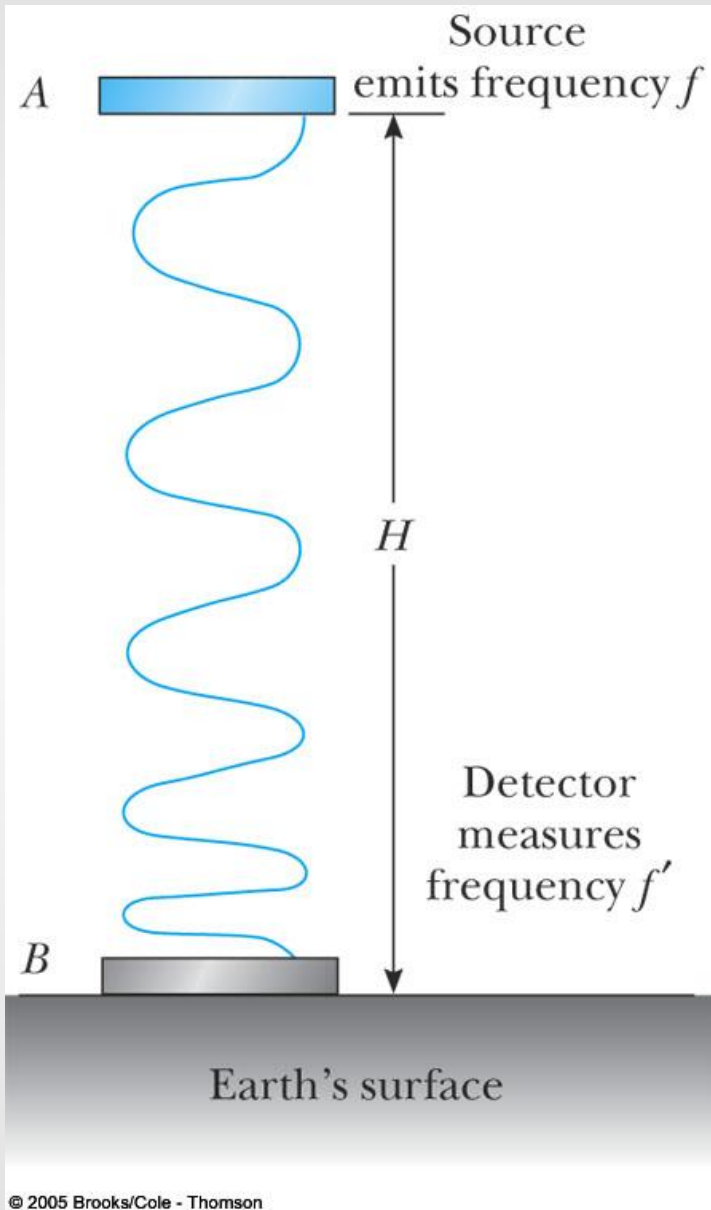
Экспериментальная проверка ОТО

Изменение частоты света в гравитационном поле (красное смещение)

Фотоны теряют часть энергии на преодоление гравитации

Меньше энергия –
меньше частота и
больше длина волны





Изменение частоты света в гравитационном поле (красное смещение)

Экспериментально подтверждено в 1960 г. Р. Паундом и Г. Ребке

Гамма лучи направлялись вверх и вниз в башне Гарвардской лаборатории

Экспериментальная проверка ОТО

Замедление хода часов в гравитационном поле

Очень точные атомные часы были помещены на самолет, который непрерывно летал в течение 14 ч.

Окончательная разница в ходе часов была 45 нс, что подтверждало ОТО с точностью до 1%.

Предсказания ОТО

ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

Светящееся небесное тело, обладающее плотностью, равной плотности Земли, и диаметром, в двести пятьдесят раз превосходящим диаметр Солнца, из-за силы своего **притяжения** не даст **своему свету достигнуть нас**.

Таким образом, возможно, что самые большие светящиеся тела во Вселенной именно по причине своей величины остаются невидимыми.

*Пьер Симон Лаплас.
Изложение системы мира. 1796*

Вторая космическая скорость

$$v_2 = \sqrt{2G \frac{M}{R}}$$

Минимальная скорость, с которой должно двигаться тело, чтобы оторваться от поверхности планеты и улететь в пространство на бесконечность

Решение Шварцшильда для уравнений Эйнштейна

1916

$$g = \frac{GM}{r^2 \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}}},$$

g – ускорение свободного падения

r – расстояние тела до источника гравитации массы M

$$g \rightarrow \infty$$

когда $r \rightarrow r_g$

$$r_g = \frac{2MG}{c^2}$$

r_g – радиус Шварцшильда

При $r = r_g$ вторая космическая скорость равна c

Солнце $r_g = 3 \text{ км}$

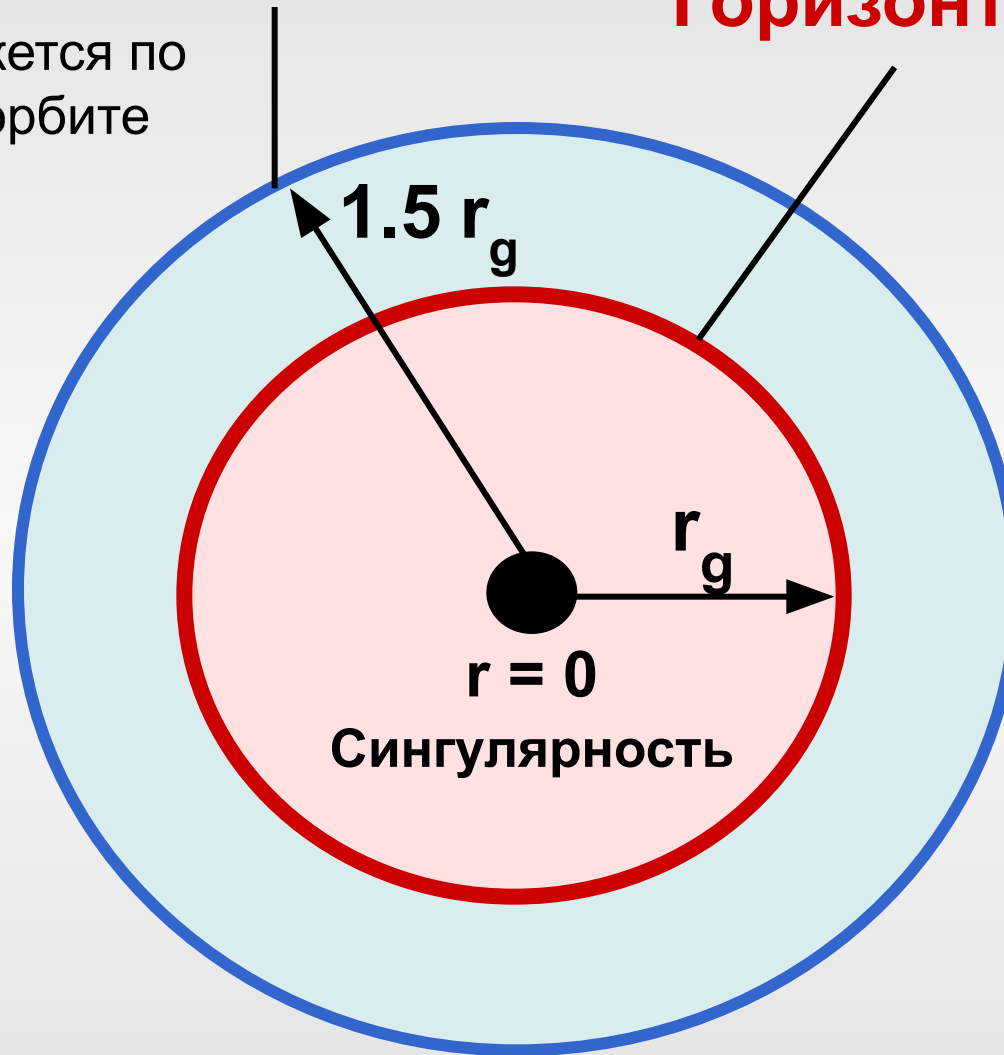
Земля $r_g = 1 \text{ см}$

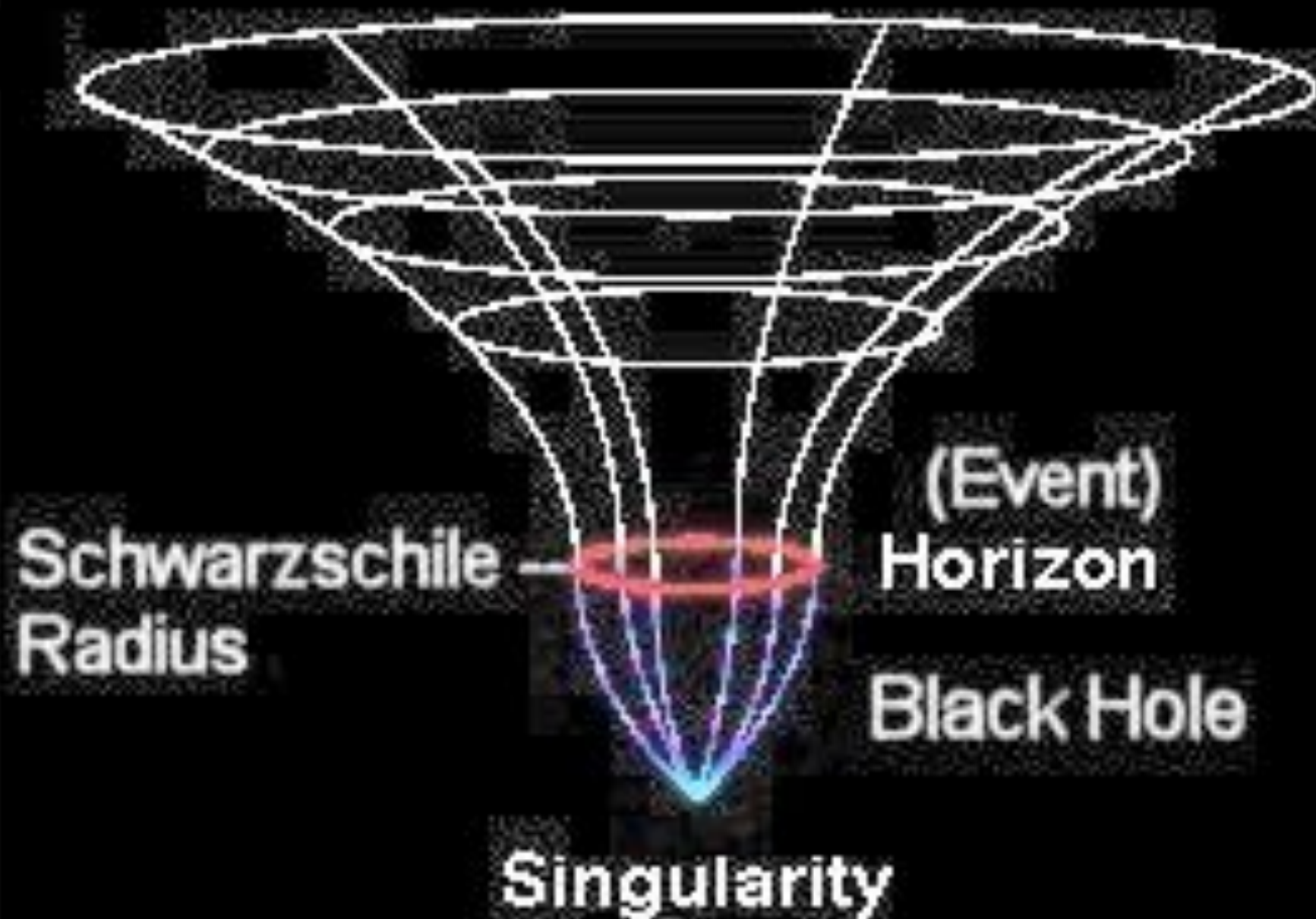
- **Горизонт событий** – сфера радиуса Шварцшильда $r = r_g$. Ничто, даже свет, не может выйти вовне из этой сферы.
- **Черная дыра** – тело, радиус которого меньше радиуса Шварцшильда, т.е. поверхность находится за горизонтом событий.
- **Сингулярность** – точка в пр-ве-времени, через которую невозможно гладко продолжить входящую в неё геодезическую линию. Такими свойствами обладает **центр черной дыры**. Перестают выполняться физические законы.

Фотонная сфера

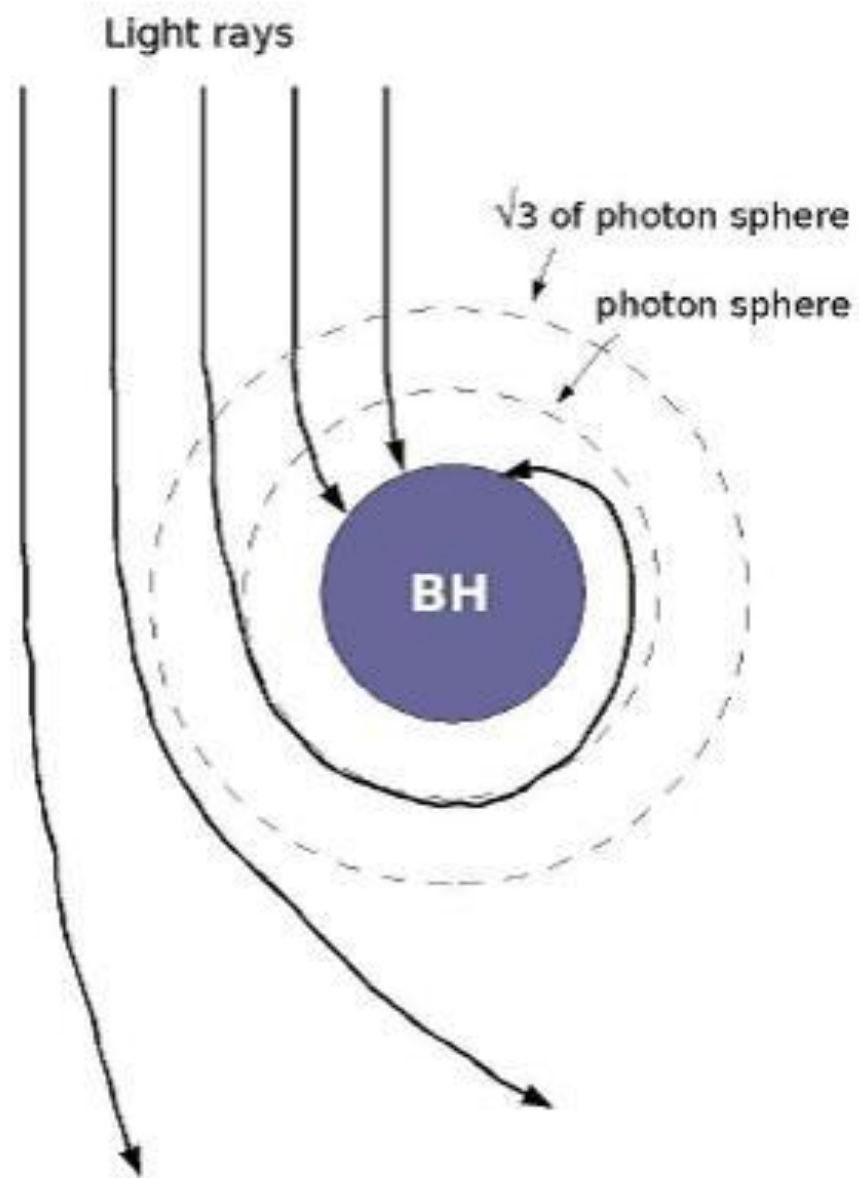
Свет движется по
круговой орбите

Горизонт событий





Deflection of light by a non-rotating BH



Авторские права

Вы скачали данную презентацию с сайта **Biologii.Net**, согласившись с тем, что

Вы можете свободно

- Использовать данную презентацию в образовательных целях с сохранением авторства.
- Использовать рисунки и отдельные слайды в своих презентациях и на сайтах со ссылкой на данный сайт или автора.

Вы НЕ имеете права

- Копировать, распространять или использовать ее другим способом для извлечения коммерческой выгоды.
- Выкладывать на интернет-сайтах для скачивания.
- Использовать слайды, текст и авторские рисунки без ссылок, выдавая их за свои.

Если вы не согласны с этими условиями, удалите презентацию с вашего компьютера.

© М.А. Волошина 2009

<http://http://biologii.net>