

Программирование на языке C++

Алгоритм и его свойства

Простейшие программы

Вычисления

Ветвления

Циклические алгоритмы

Процедуры

Функции

Рекурсия

Программирование на языке C++

Алгоритм и его свойства

Что такое алгоритм?

Алгоритм — это точное описание порядка действий, которые должен выполнить исполнитель для решения задачи за конечное время.

Исполнитель – это устройство или одушевленное существо (человек), способное понять и выполнить команды, составляющие алгоритм.

Формальные исполнители: не понимают (и не могут понять) смысл команд.



Мухаммед ал-Хорезми
(ок. 783—ок. 850 гг.)

Свойства алгоритма

Дискретность — алгоритм состоит из отдельных команд, каждая из которых выполняется за конечное время.

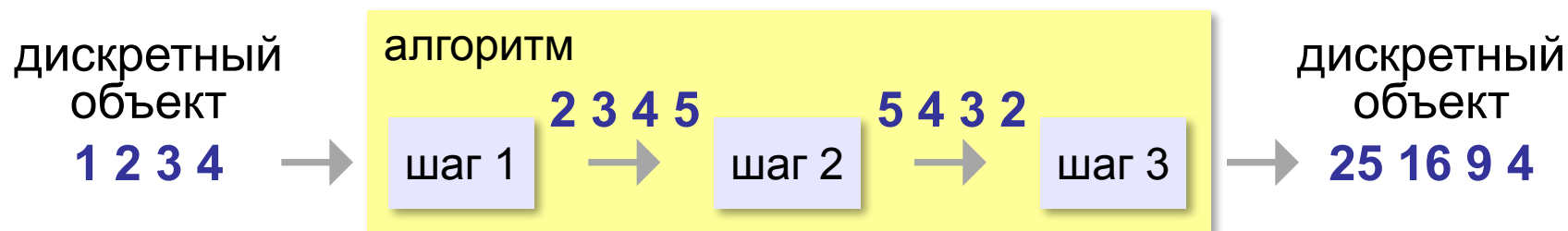
Детерминированность (определённость) — при каждом запуске алгоритма с одними и теми же исходными данными получается один и тот же результат.

Понятность — алгоритм содержит только команды, входящие в **систему команд исполнителя**.

Конечность (результативность) — для корректного набора данных алгоритм должен завершаться через конечное время.

Корректность — для допустимых исходных данных алгоритм должен приводить к правильному результату.

Как работает алгоритм?



- получает на вход дискретный объект
- в результате строит другой дискретный объект (или выдаёт сообщение об ошибке)
- обрабатывает объект по шагам
- на каждом шаге получается новый дискретный объект

Способы записи алгоритмов

- **естественный язык**

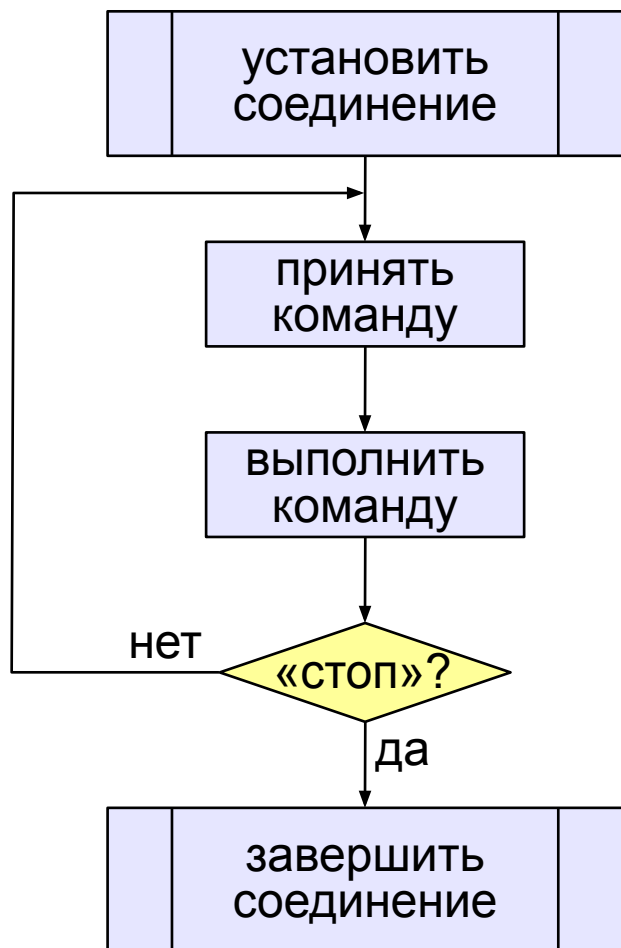
```
установить соединение  
пока не принята команда «стоп»  
    принять команду  
    выполнить команду  
завершить сеанс связи
```

- **псевдокод**

```
установить соединение  
начало цикла  
    принять команду  
    выполнить команду  
конец цикла при команда = 'stop'  
завершить сеанс связи
```

Способы записи алгоритмов

• блок-схема



• программа

```
установитьСоединение
начало цикла
cmd= получитьКоманду
выполнитьКоманду (cmd)
конец при cmd = 'stop'
закретьСоединение
```

Программирование на языке C++

Простейшие программы

Простейшая программа

это основная программа

```
main ()  
{  
    // это основная программа  
    /* здесь записывают  
       операторы */  
}
```

комментарии после //
не обрабатываются

это тоже комментарий



Что делает эта программа?

Вывод на экран

```
main ()
```

```
{
```

```
    cout << "2+" ;
```

```
    cout << "2=?\n" ;
```

```
    cout << "Ответ: 4" ;
```

```
}
```

console output – **ВЫХОДНОЙ ПОТОК** [СИМВОЛОВ] на консоль

"\n" – новая строка

Протокол:

2+

Ответ: 4

Подключение библиотечных функций

```
#include <iostream>
using namespace std;
main ()
{
    cout << "2+";
    cout << "2=?\n";
    cout << "Ответ: 4";
    cin.get ();
}
```

стандартные потоки
ввода и вывода

стандартное
пространство имен

ждать нажатия любой
клавиши

console input – **ВЫХОДНОЙ**
ПОТОК [СИМВОЛОВ] С КОНСОЛИ

Если не подключить пространство имён...

```
#include <iostream>
main ()
{
    std::cout << "2+";
    std::cout << "2=?\n";
    std::cout << "Ответ: 4";
    std::cin.get();
}
```

пространство имен std

Вывод в поток

```
cout << "2+" << "2=?" << "\n"  
      << "Ответ: 4";
```

```
cout << "2+" << "2=?" << endl  
      << "Ответ: 4";
```

end of line – конец строки

Задания

«В»: Вывести на экран текст «лесенкой»

Вася

пошел

гулять

«С»: Вывести на экран рисунок из букв

```
  Ж
  ЖЖЖ
 ЖЖЖЖЖ
ЖЖЖЖЖЖЖ
  НН  НН
  ZZZZZ
```

Сложение чисел

Задача. Ввести с клавиатуры два числа и найти их сумму.

Протокол:

Введите два целых числа

25 30

25+30=55

компьютер

пользователь

компьютер считает сам!

?

1. Как ввести числа в память?
2. Где хранить введенные числа?
3. Как вычислить?
4. Как вывести результат?

Сумма: псевдокод

```
main ()  
{  
    // ввести два числа  
    // вычислить их сумму  
    // вывести сумму на экран  
}
```

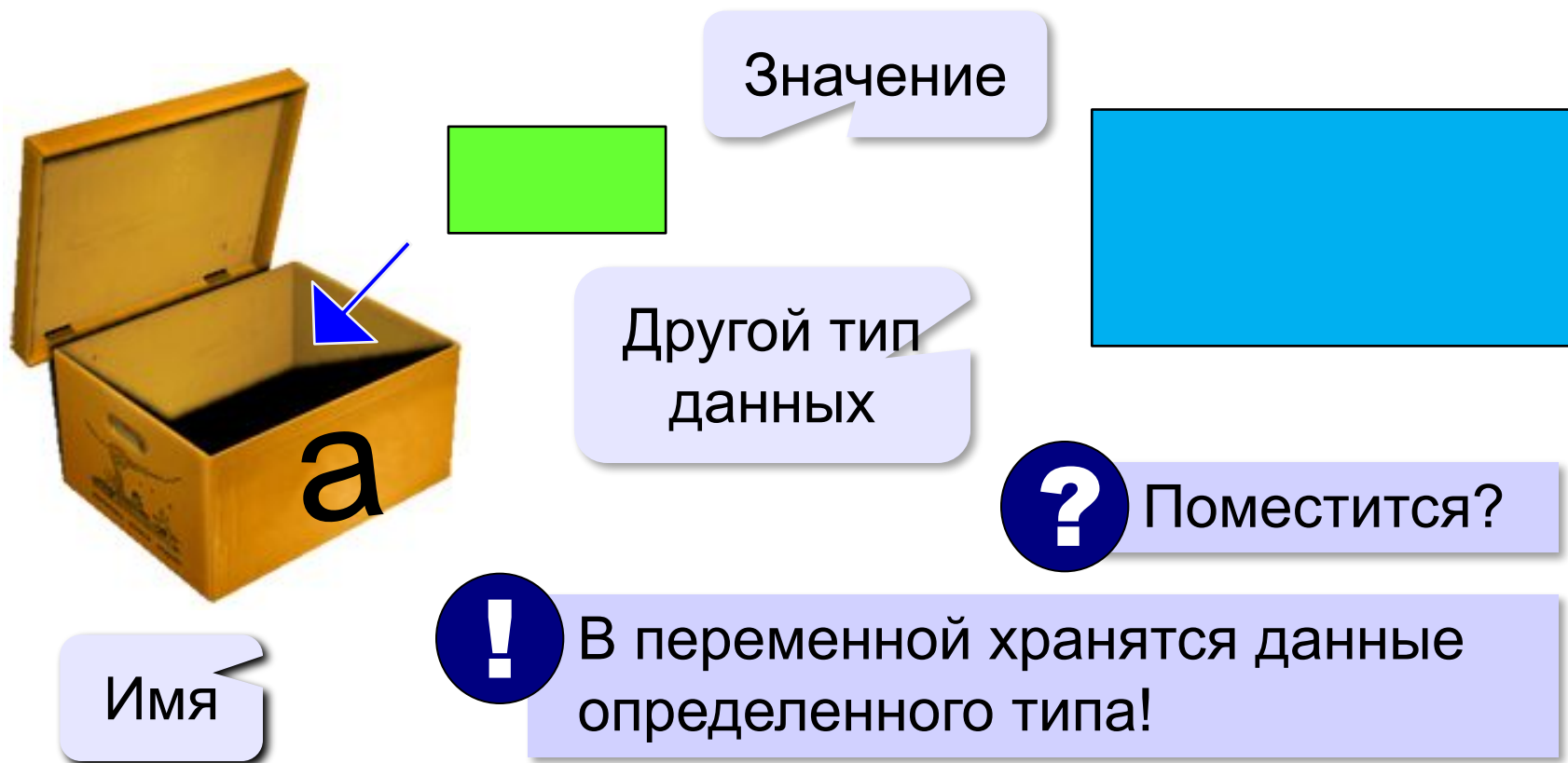
Псевдокод – алгоритм на русском языке с элементами языка программирования.



Компьютер не может исполнить псевдокод!

Переменные

Переменная – это величина, имеющая имя, тип и значение. Значение переменной можно изменять во время работы программы.



Имена переменных

МОЖНО использовать

- латинские буквы (A-Z, a-z)

заглавные и строчные буквы **различаются**

- цифры

имя не может начинаться с цифры

- знак подчеркивания _

НЕЛЬЗЯ использовать

~~• русские буквы~~

~~• скобки~~

~~• знаки +, =, !, ? и др.~~

Какие имена правильные?

AXby R&B 4Wheel Вася "PesBarbos"

TU154 [QuQu] _ABBA A+B

Объявление переменных

Типы переменных:

- `int` // целая
- `float` // вещественная
- и другие...

выделение
места в памяти

Объявление переменных:

тип – целые

список имен
переменных

```
int a, b, c;
```

Тип переменной

- область допустимых значений
- допустимые операции
- объём памяти
- формат хранения данных
- для предотвращения случайных ошибок

Начальные значения:

```
int a, b = 1, c = 55;
```

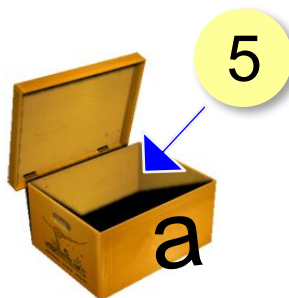


Что в переменной **a**?

Как записать значение в переменную?

оператор
присваивания

```
a = 5;
```



При записи нового значения старое стирается!

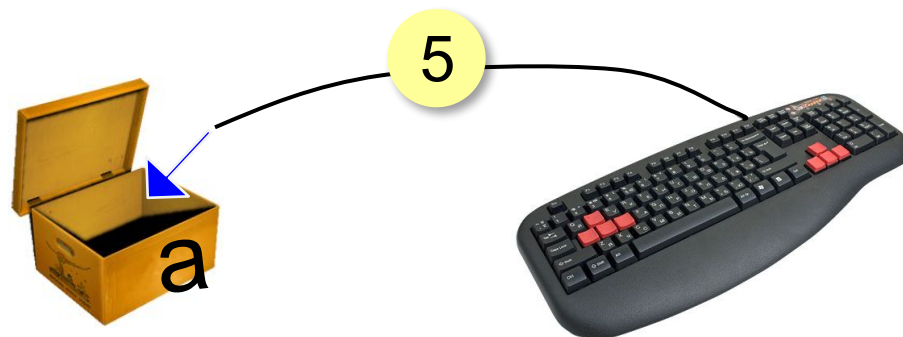
Оператор – это команда языка программирования (инструкция).

Оператор присваивания – это команда для записи нового значения в переменную.

Ввод значения с клавиатуры

ввести значение **a** из
входного потока

```
cin >> a;
```

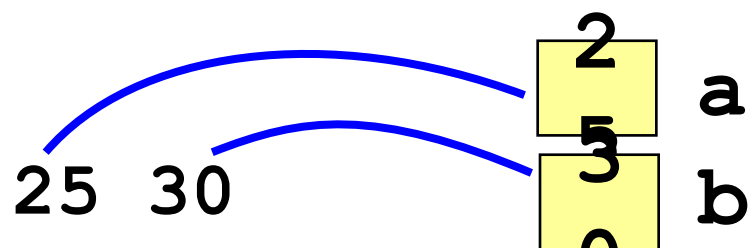


- ❗ 1. Программа ждет, пока пользователь введет значение и нажмет *Enter*.
- 2. Введенное значение записывается в переменную **a**.

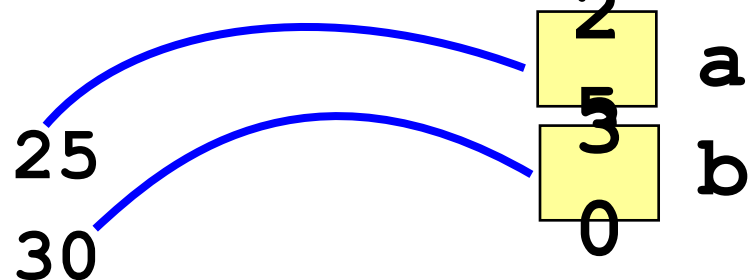
Ввод значений двух переменных

```
cin >> a >> b;
```

через пробел:



через *Enter*:



Изменение значений переменной

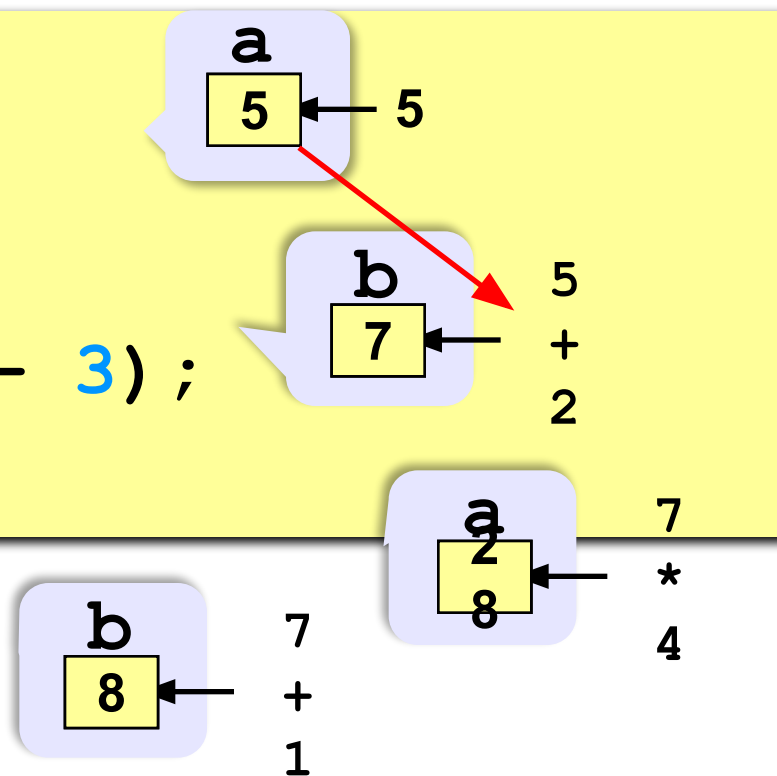
```
int a, b;
```

```
a = 5;
```

```
b = a + 2;
```

```
a = (a + 2) * (b - 3);
```

```
b = b + 1;
```



Вывод данных

```
cout << a; //вывод значения  
           //переменной a
```


```
cout << a << endl; //...и переход  
                  //на новую строку
```

```
cout << "Привет!"; //вывод текста
```

```
cout << "Ответ: " << c;
```

//вывод текста и значения переменной c

```
cout << a << "+" << b << "=" << c;
```



2+3=5

Сложение чисел: простое решение

```
#include <iostream>
using namespace std;
main()
{
    int a, b, c;
    cin >> a >> b;
    c = a + b;
    cout << c;
    cin.get(); cin.get();
}
```

ждём нажатия
на клавишу

читаем остатки
входного потока
после ввода



Что плохо?

Сложение чисел: полное решение

```
main()  
{  
    int a, b, c;  
    cout << "Введите два целых числа\n";  
    cin >> a >> b;  
    c = a + b;  
    cout << a << "+" << b << "=" << c;  
}
```

подсказка

Протокол:

КОМПЬЮТЕР

Введите два целых числа

25 30

ПОЛЬЗОВАТЕЛЬ

25+30=55

Снова про оператор вывода

Вычисление выражений:

```
cout << a << "+" << b << "=" << a+b;
```

Форматный вывод:

```
#include <iomanip>
...
a = 123;
cout << setw(5) << a;
```

манипуляторы для
управления потоками

123
5 знаков

set width – установить
ширину поля

Программирование на языке C++

§ 56. Вычисления

Типы данных

- `int` // целое
- `long int` // длинное целое
- `float` // вещественное
- `double` // веществ. двойной точности
- `bool` // логические значения
- `char` // символ

Арифметическое выражения

3 1 2 4 5 6
`a = (c + b*5*3 - 1) / 2 * d;`

Приоритет (старшинство):

- 1) скобки
- 2) умножение и деление
- 3) сложение и вычитание

$$a = \frac{c + b \cdot 5 \cdot 3 - 1}{2} \cdot d$$

Деление

Результат деления целого на целое – **целое** число
(остаток отбрасывается):

```
int a = 3, b = 4;
```

```
float x;
```

```
x = 3 / 4;
```

```
x = 3. / 4;
```

```
x = 3 / 4.;
```

```
x = a / 4;
```

```
x = a / 4.;
```

```
x = a / b;
```

```
x = float(a) / 4;
```

```
x = a / float(b);
```



Что запишется в **x**?

Остаток от деления

`%` – остаток от деления

```
int a, b, d;  
d = 85;  
b = d / 10;  
a = d % 10;  
d = a % b;  
d = b % a;
```

Для отрицательных чисел:

```
int a = -7;  
b = a / 2;  
d = a % 2;
```



В математике не так!

остаток ≥ 0

$$-7 = (-4) * 2 + 1$$

Сокращенная запись операций

```
int a, b;
```

```
...
```

```
a ++;      // a = a + 1;
```

```
a --;      // a = a - 1;
```

```
a += b;    // a = a + b;
```

```
a -= b;    // a = a - b;
```

```
a *= b;    // a = a * b;
```

```
a /= b;    // a = a / b;
```

```
a %= b;    // a = a % b;
```

Вещественные числа



Целая и дробная части числа разделяются точкой!

Форматы вывода:

```
float x = 123.456;  
cout.width(10);  
cout.precision(5);  
cout << x << endl;
```

5 значащих цифр

123.46

```
cout.width(10);  
cout.precision(2);  
cout << x << endl;
```

всего 10 знаков

1.2e+002

$1,2 \cdot 10^2$

Вещественные числа

Экспоненциальный (научный) формат:

```
float x;
x = 1. / 30000;
cout << x;
x = 12345678.;
cout << x;
```

 $3,33333 \cdot 10^{-5}$

3.33333e-005

1.23457e+007

```
float x = 123.456;
cout.width(10);
cout.precision(2);
cout << scientific << x;
```

 $1,23457 \cdot 10^7$

в дробной части

1.23e+002

научный

Стандартные функции

подключить
математическую
библиотеку

```
#include <cmath>
```

- `abs (x)` — модуль целого числа
- `fabs (x)` — модуль вещественного числа
- `sqrt (x)` — квадратный корень
- `sin (x)` — синус угла, заданного **в радианах**
- `cos (x)` — косинус угла, заданного **в радианах**
- `exp (x)` — экспонента e^x
- `ln (x)` — натуральный логарифм
- `pow (x, y)` — x^y : возведение числа x в степень y
- `floor (x)` — округление «вниз»
- `ceil (x)` — округление «вверх»

```
float x;  
x = floor (1.6) ; // 1  
x = ceil (1.6) ; // 2
```

```
x = floor (-1.6) ; // -2  
x = ceil (-1.6) ; // -1
```

Случайные числа

Случайно...

- встретить друга на улице
- разбить тарелку
- найти 10 рублей
- выиграть в лотерею

Случайный выбор:

- жеребьевка на соревнованиях
- выигравшие номера в лотерее

Как получить случайность?



Случайные числа на компьютере

Электронный генератор



- нужно специальное устройство
- нельзя воспроизвести результаты

Псевдослучайные числа – обладают свойствами случайных чисел, но каждое следующее число вычисляется по заданной формуле.

Метод середины квадрата (Дж. фон Нейман)

зерно

564321

в квадрате

- малый период
(последовательность повторяется через 10^6 чисел)

318458191041

209938992481

Генератор случайных чисел

```
#include <cstdlib>
```

Генератор на отрезке $[0, \text{RAND_MAX}]$:

```
int X, Y;  
X = rand(); // псевдослучайное число  
Y = rand(); // это уже другое число!
```

англ. *random* – случайный

Целые числа на отрезке $[a, b]$:

```
int X, Y;  
X = a + rand() % (b - a + 1);  
Y = a + rand() % (b - a + 1);
```

?

Почему так?

$[0, b-a]$

Задачи

«А»: Ввести с клавиатуры три целых числа, найти их сумму, произведение и среднее арифметическое.

Пример:

Введите три целых числа:

5 7 8

$$5+7+8=20$$

$$5*7*8=280$$

$$(5+7+8)/3=6.667$$

«В»: Ввести с клавиатуры координаты двух точек (А и В) на плоскости (вещественные числа). Вычислить длину отрезка АВ.

Пример:

Введите координаты точки А:

5.5 3.5

Введите координаты точки В:

1.5 2

$$\text{Длина отрезка АВ} = 4.272$$

Задачи

«С»: Получить случайное трехзначное число и вывести через запятую его отдельные цифры.

Пример:

Получено число 123.

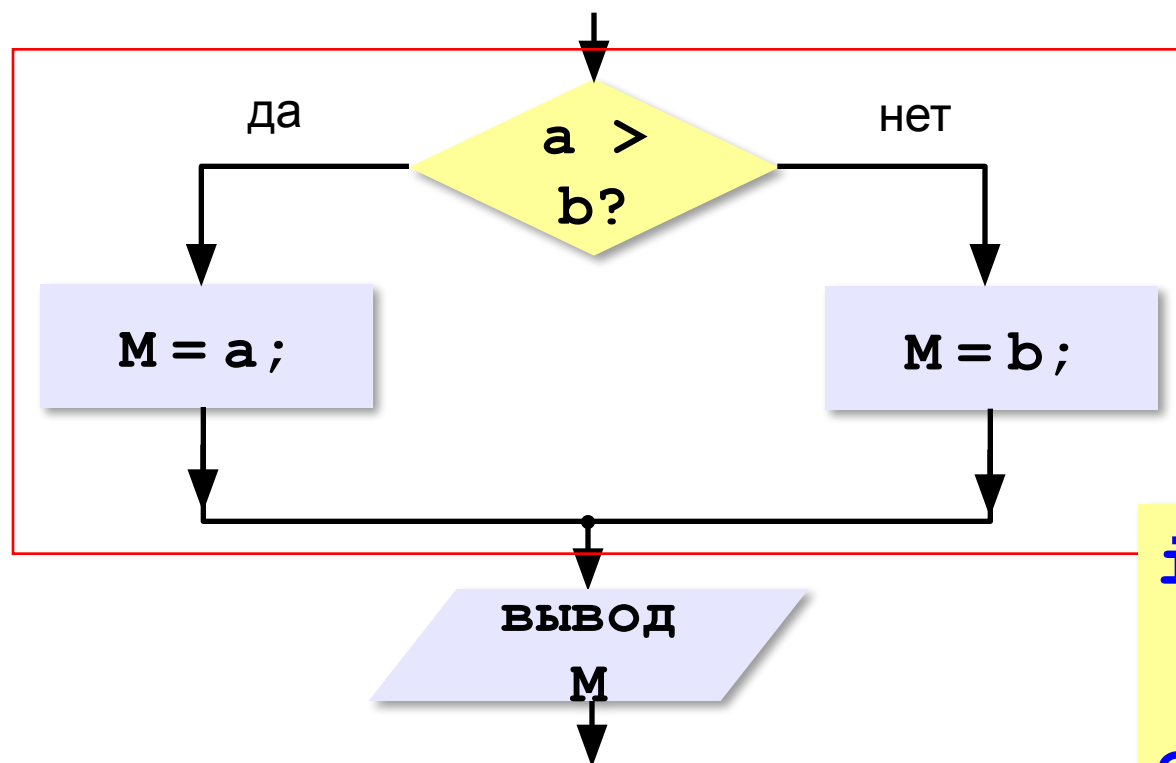
Его цифры 1, 2, 3.

Программирование на языке C++

§ 57. Ветвления

Условный оператор

Задача: **изменить порядок действий** в зависимости от выполнения некоторого условия.



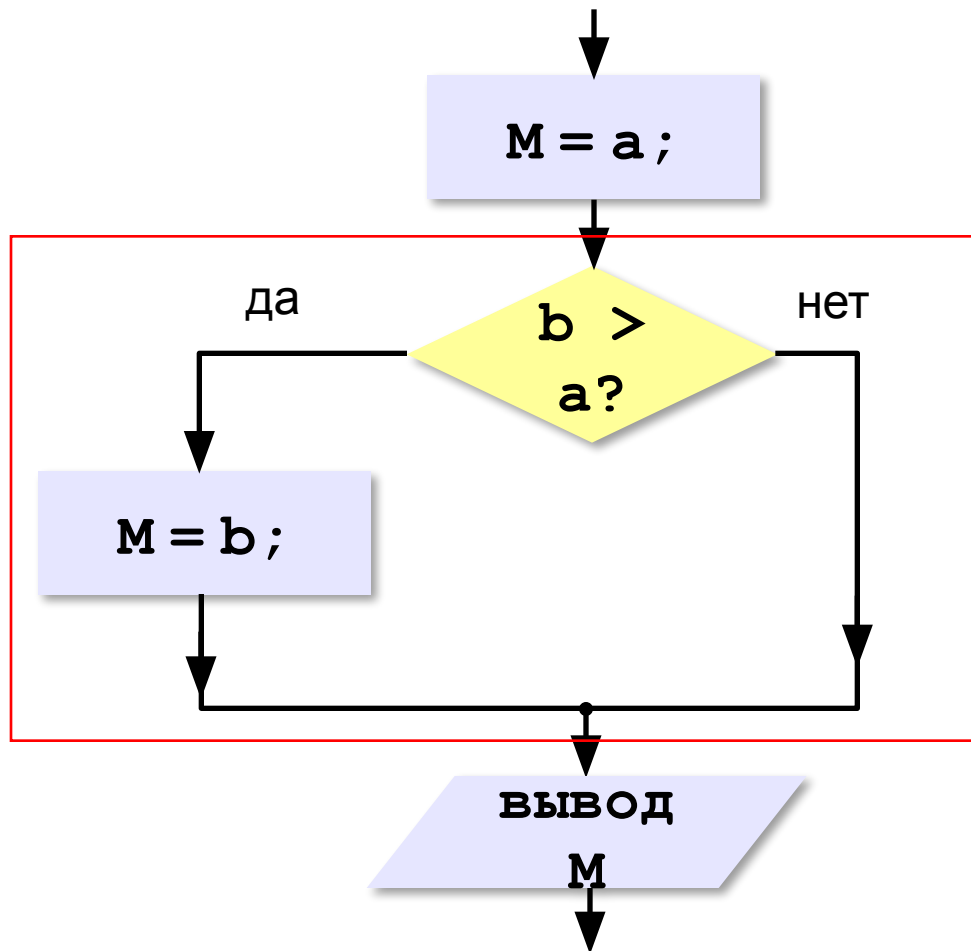
полная
форма
ветвления



Если $a = b$?

```
if ( a > b )  
    M = a;  
else  
    M = b;
```

Условный оператор: неполная форма



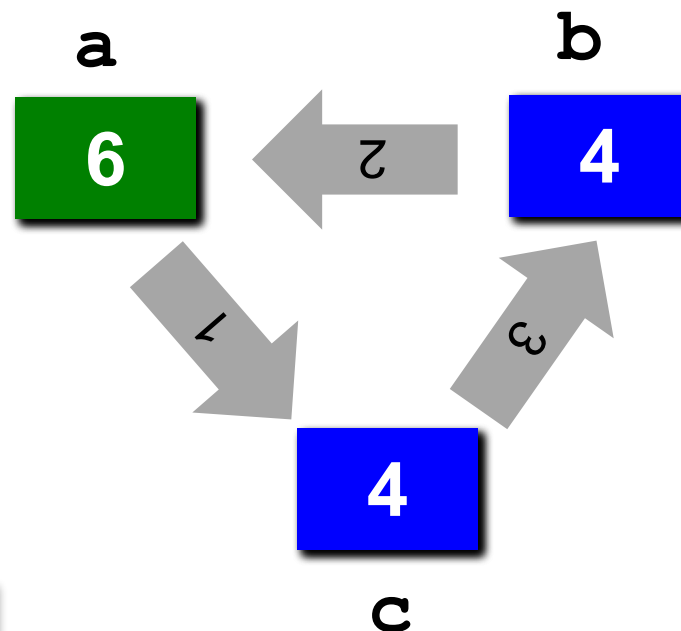
```
M = a;  
if ( b > a )  
    M = b;
```

неполная
форма
ветвления

Условный оператор

```
if ( a > b )  
{  
  c = a;  
  a = b;  
  b = c;  
}
```

? Что делает?



? Можно ли обойтись без переменной **c**?

Знаки отношений

> **<** больше, меньше

>= больше или равно

<= меньше или равно

== равно

!= не равно

Вложенные условные операторы

Задача: в переменных **a** и **b** записаны возрасты Андрея и Бориса. Кто из них старше?



Сколько вариантов?

```
if ( a > b )  
    cout << "Андрей старше" ;  
else  
    if ( a == b )  
        cout << "Одного возраста" ;  
    else  
        cout << "Борис старше" ;
```



Зачем нужен?

вложенный
условный оператор

Задачи

«А»: Ввести три целых числа, найти максимальное из них.

Пример:

Введите три целых числа :

1 5 4

Максимальное число 5

«В»: Ввести пять целых чисел, найти максимальное из них.

Пример:

Введите пять целых чисел :

1 5 4 3 2

Максимальное число 5

Задачи

«С»: Ввести последовательно возраст Антона, Бориса и Виктора. Определить, кто из них старше.

Пример:

Возраст Антона: 15

Возраст Бориса: 17

Возраст Виктора: 16

Ответ: Борис старше всех.

Пример:

Возраст Антона: 17

Возраст Бориса: 17

Возраст Виктора: 16

Ответ: Антон и Борис старше Виктора.

Сложные условия

Задача: набор сотрудников в возрасте **25-40 лет**
(включительно).

сложное условие

```
if ( v >= 25 && v <= 40 )  
    cout << "подходит";  
else  
    cout << "не подходит";
```

&& «И»

|| «ИЛИ»

! «НЕ»

Приоритет :

- 1) отношения (<, >, <=, >=, ==, !=)
- 2) ! («НЕ»)
- 3) && («И»)
- 4) || («ИЛИ»)

Задачи

«А»: Напишите программу, которая получает три числа и выводит количество одинаковых чисел в этой цепочке.

Пример:

Введите три числа:

5 5 5

Все числа одинаковые.

Пример:

Введите три числа:

5 7 5

Два числа одинаковые.

Пример:

Введите три числа:

5 7 8

Нет одинаковых чисел.

Задачи

«В»: Напишите программу, которая получает номер месяца и выводит соответствующее ему время года или сообщение об ошибке.

Пример:

Введите номер месяца :

5

Весна .

Пример:

Введите номер месяца :

15

Неверный номер месяца .

Задачи

«С»: Напишите программу, которая получает возраст человека (целое число, не превышающее 120) и выводит этот возраст со словом «год», «года» или «лет». Например, «21 год», «22 года», «25 лет».

Пример:

Введите возраст: **18**

Вам 18 лет.

Пример:

Введите возраст: **21**

Вам 21 год.

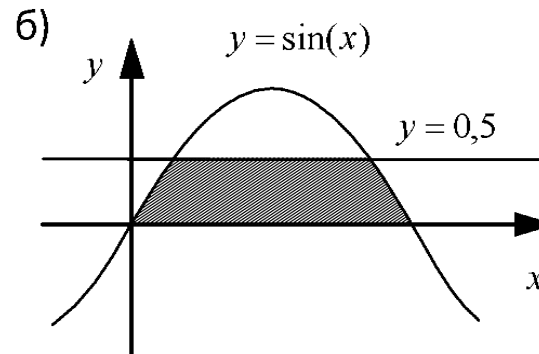
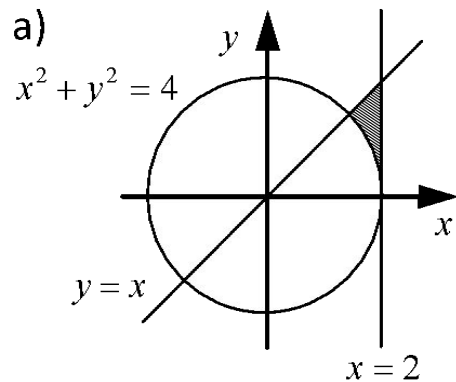
Пример:

Введите возраст: **22**

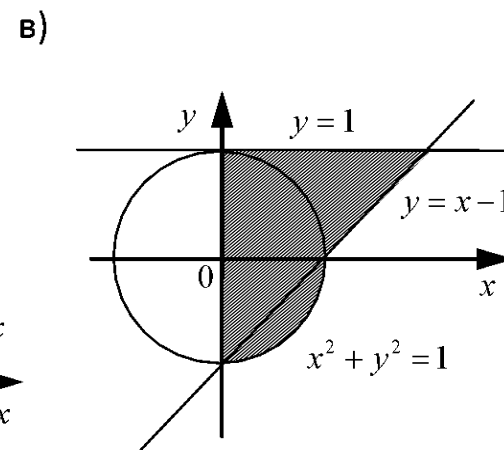
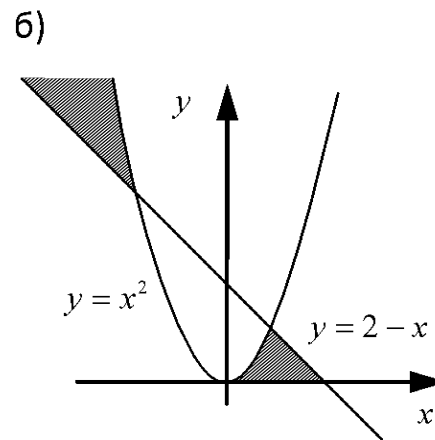
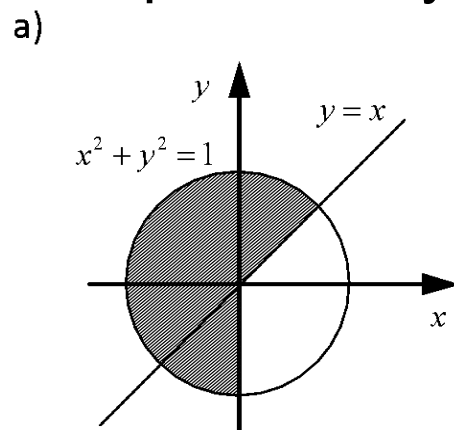
Вам 22 года.

Задачи

«А»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.

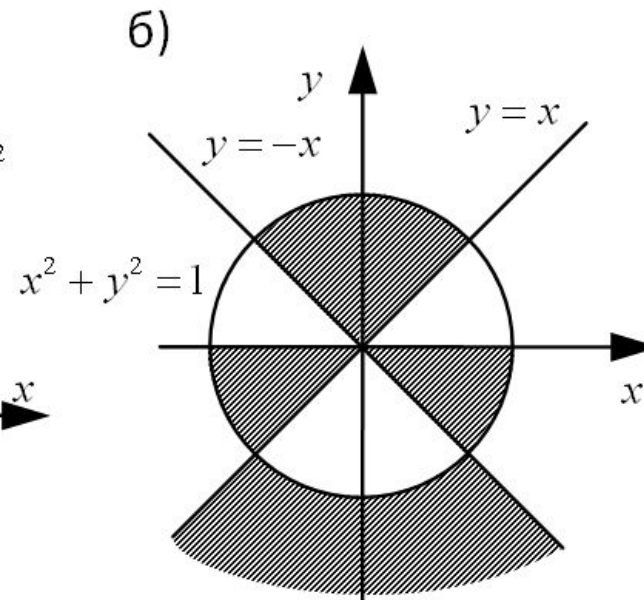
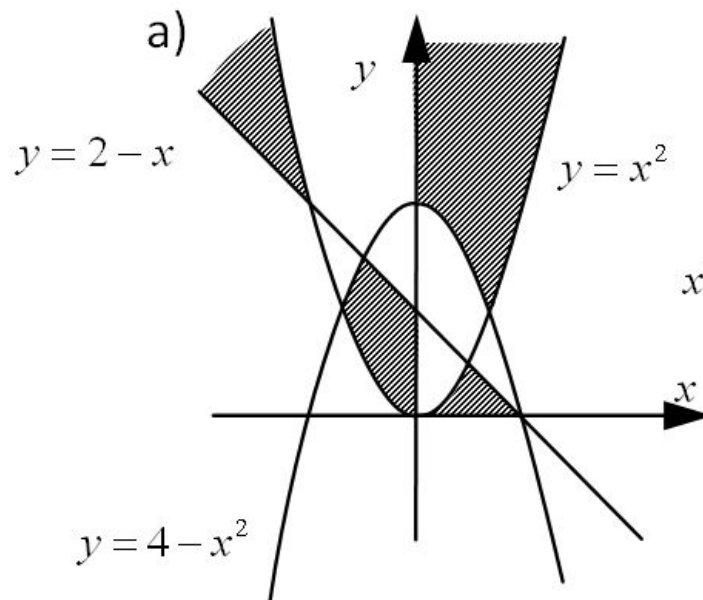


«В»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.



Задачи

«С»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.



Множественный выбор

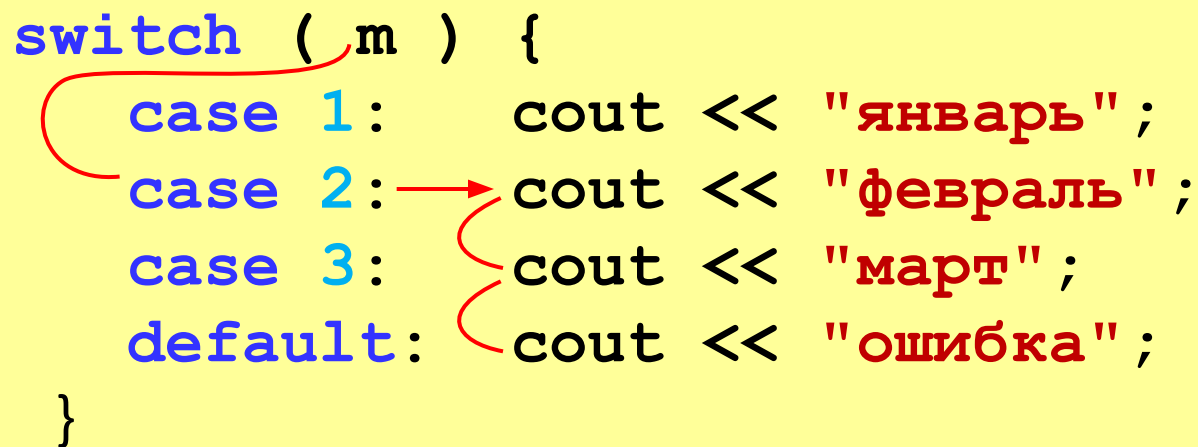
```
if (m == 1) cout << "январь";  
if (m == 2) cout << "февраль";  
...  
if (m == 12) cout << "декабрь";
```

```
switch ( m ) {  
    case 1: cout << "январь";  
            break;  
    case 2: cout << "февраль";  
            break;  
    ...  
    case 12: cout << "декабрь";  
            break;  
    default: cout << "ошибка";  
}
```

Множественный выбор

Если не ставить **break**:

```
switch ( m ) {  
    case 1:    cout << "январь" ;  
    case 2:    cout << "февраль" ;  
    case 3:    cout << "март" ;  
    default:   cout << "ошибка" ;  
}
```



При $m = 2$: **февральмартошибка**

Множественный выбор

```
char c;  
c = getch();  
switch(c)  
{  
  case 'а':  
    cout << "антилопа\n";  
    cout << "Анапа\n";  
    break;  
  ...  
  case 'я':  
    cout << "ягуар\n";  
    cout << "Якутск\n";  
    break;  
  default: cout << "Ошибка!";  
}
```

ждать нажатия клавиши,
получить её код

несколько
операторов в
блоке

Программирование на языке C++

§ 58. Циклические алгоритмы

Что такое цикл?

Цикл – это многократное выполнение одинаковых действий.

Два вида циклов:

- цикл с **известным** числом шагов (сделать 10 раз)
- цикл с **неизвестным** числом шагов (делать, пока не надоест)

Задача. Вывести на экран 10 раз слово «Привет».



Можно ли решить известными методами?

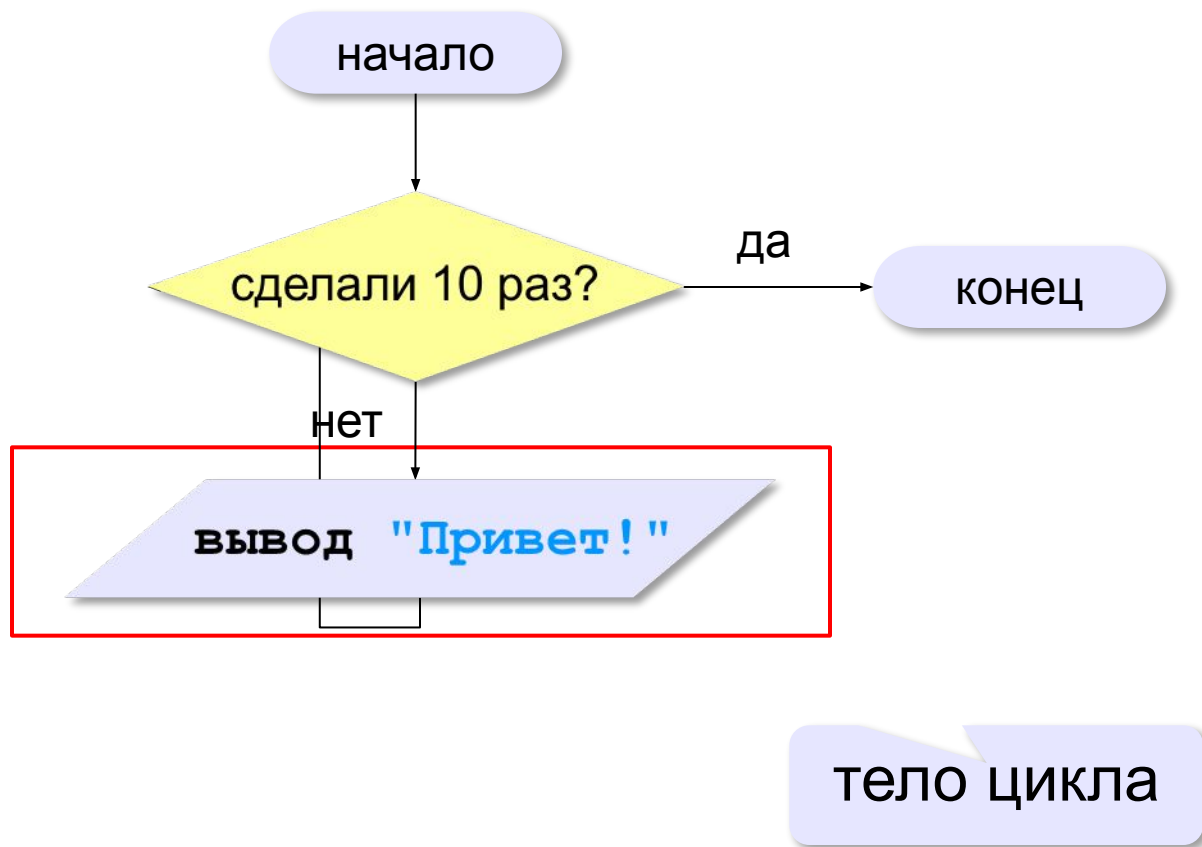
Повторения в программе

```
cout << "Привет\n" ;  
cout << "Привет\n" ;  
...  
cout << "Привет\n" ;
```



Что плохо?

Блок-схема цикла



Как организовать цикл?

```
счётчик = 0
пока счётчик < 10
    cout << "Привет\n";
    увеличить счётчик на 1
```

результат операции
автоматически
сравнивается с нулём!

```
счётчик = 10
пока счётчик > 0
    cout << "Привет\n";
    уменьшить счётчик на 1
```



Какой способ удобнее для процессора?

Цикл с условием

Задача. Определить **количество цифр** в десятичной записи целого положительного числа, записанного в переменную n .

```
счётчик = 0
пока n > 0
    отсечь последнюю цифру n
    увеличить счётчик на 1
```

n	счётчик
1234	0

? Как отсечь последнюю цифру?

```
n = n / 10;
```

? Как увеличить счётчик на 1?

```
счётчик = счётчик + 1;
```

```
счётчик ++;
```

Цикл с условием

начальное значение
счётчика

условие
продолжения

заголовок
цикла

```
count = 0;  
while ( n > 0 )  
{  
    n = n / 10;  
    count ++;  
}
```

конец
цикла

тело цикла



Цикл с предусловием – проверка на входе в цикл!

Цикл с условием

При известном количестве шагов:

```
k = 0;
while ( k < 10 )
{
    cout << "привет\n";
    k ++;
}
```

Защипливание:

```
k = 0;
while ( k < 10 )
{
    cout << "привет\n";
}
```

Сколько раз выполняется цикл?

```
a = 4; b = 6;  
while ( a < b ) a = a + 1;
```

2 раза

a = 6

```
a = 4; b = 6;  
while ( a < b ) a = a + b;
```

1 раз

a = 10

```
a = 4; b = 6;  
while ( a > b ) a ++;
```

0 раз

a = 4

```
a = 4; b = 6;  
while ( a < b ) b = a - b;
```

1 раз

b = -2

```
a = 4; b = 6;  
while ( a < b ) a --;
```

защипвание

Цикл с постусловием

заголовок
цикла

```
do
```

```
{
```

```
cout << "Введите n > 0: ";
```

```
cin >> n;
```

```
}
```

```
while ( n <= 0 );
```

тело цикла

условие
продолжения

- при входе в цикл условие **не проверяется**
- цикл всегда выполняется **хотя бы один раз**

Задачи

«А»: Напишите программу, которая получает два целых числа A и B ($0 < A < B$) и выводит квадраты всех натуральных чисел в интервале от A до B .

Пример:

Введите два целых числа :

10 12

$10 * 10 = 100$

$11 * 11 = 121$

$12 * 12 = 144$

«В»: Напишите программу, которая получает два целых числа и находит их произведение, не используя операцию умножения. Учтите, что числа могут быть отрицательными.

Пример:

Введите два числа :

10 -15

$10 * (-15) = -150$

Задачи

«С»: Ввести натуральное число N и вычислить сумму всех чисел Фибоначчи, меньших N . Предусмотрите защиту от ввода отрицательного числа N .

Пример:

Введите число N :

10000

Сумма 17709

Задачи-2

«А»: Ввести натуральное число и найти сумму его цифр.

Пример:

Введите натуральное число:

12345

Сумма цифр 15.

«В»: Ввести натуральное число и определить, верно ли, что в его записи есть две одинаковые цифры, стоящие рядом.

Пример:

Введите натуральное число:

12342

Нет.

Пример:

Введите натуральное число:

12245

Да.

Задачи-2

«С»: Ввести натуральное число и определить, верно ли, что в его записи есть две одинаковые цифры (не обязательно стоящие рядом).

Пример:

Введите натуральное число:

12342

Да .

Пример:

Введите натуральное число:

12345

Нет .

Цикл с переменной

Задача. Вывести все степени двойки от 2^1 до 2^{10} .



Можно ли сделать с циклом «пока»?

```
k = 1;
n = 2;
while ( k <= 10 )
{
    cout << n << endl;
    n *= 2;
    k ++;
}
```

```
n = 2;
for ( k=1; k<=10; k++ )
{
    cout << n << endl;
    n *= 2;
}
```

ЦИКЛ С
переменной

Цикл с переменной: другой шаг

```
for ( k = 10; k >= 1; k-- )  
    cout << k*k << endl;
```



Что получится?

```
for ( k = 1; k <= 10; k += 2 )  
    cout << k*k << endl;
```

100
81
64
49
36
25
16
9
4
1

1
9
25
49
81

Сколько раз выполняется цикл?

```
a = 1;  
for ( i = 1; i <= 3; i++ ) a = a + 1;
```

a = 4

```
a = 1;  
for ( i = 3; i <= 1; i++ ) a = a + 1;
```

a = 1

```
a = 1;  
for ( i = 1; i <= 3; i-- ) a = a + 1;
```

a = 1

```
a = 1;  
for ( i = 3; i >= 1; i-- ) a = a + 1;
```

a = 4

Задачи

«А»: Найдите все пятизначные числа, которые при делении на 133 дают в остатке 125, а при делении на 134 дают в остатке 111.

«В»: Натуральное число называется **числом Армстронга**, если сумма цифр числа, возведенных в N-ную степень (где N – количество цифр в числе) равна самому числу. Например, $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$.
Найдите все трёхзначные Армстронга.

Задачи

«С»: Натуральное число называется автоморфным, если оно равно последним цифрам своего квадрата. Например, $25^2 = 625$. Напишите программу, которая получает натуральное число N и выводит на экран все автоморфные числа, не превосходящие N.

Пример:

Введите N:

1000

$$1 * 1 = 1$$

$$5 * 5 = 25$$

$$6 * 6 = 36$$

$$25 * 25 = 625$$

$$76 * 76 = 5776$$

Вложенные циклы

Задача. Вывести все простые числа в диапазоне от 2 до 1000.

```
сделать для n от 2 до 1000
  если число n простое то
    вывод n
```

нет делителей [2.. n-1]:
проверка в цикле!



Что значит «простое число»?

Вложенные циклы

```
for ( n = 2; n <= 1000; n++ )  
{  
    count = 0;  
    for ( k = 2; k < n; k++ )  
        if ( n % k == 0 )  
            count++;  
    if ( count == 0 )  
        cout << n << endl;  
}
```

ВЛОЖЕННЫЙ ЦИКЛ

Вложенные циклы

```
for ( i = 1; i <= 4; i++ )  
  {  
    for ( k = 1; k <= i; k++ )  
      {  
        ...  
      }  
  }
```

1	1
2	1
2	2
3	1
3	2
3	3
4	1
4	2
4	3
4	4



Как меняются переменные?



Переменная внутреннего цикла изменяется быстрее!


Поиск простых чисел – как улучшить?

$$n = k \cdot m, \quad k \leq m \Rightarrow k^2 \leq n \Rightarrow k \leq \sqrt{n}$$

```
while ( k <= sqrt(n) )
{
  ...
}
```

 Что плохо?

```
count = 0;
k = 2;
while ( k*k <= n )
{
  if ( n % k == 0 ) count++;
  k++;
}
```

 Как ещё улучшить?

```
while ( k*k <= n && (count == 0) ) {
  ...
}
```

Задачи

«А»: Напишите программу, которая получает натуральные числа A и B ($A < B$) и выводит все простые числа в интервале от A до B .

Пример:

Введите границы диапазона:

10 20

11 13 17 19

«В»: В магазине продается мастика в ящиках по 15 кг, 17 кг, 21 кг. Как купить ровно 185 кг мастики, не вскрывая ящики? Сколькими способами можно это сделать?

Задачи

«С»: Ввести натуральное число N и вывести все натуральные числа, не превосходящие N и делящиеся на каждую из своих цифр.

Пример:

Введите N :

15

1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 15

Программирование на языке C++

§ 59. Процедуры

Зачем нужны процедуры?

```
cout << "Ошибка программы";
```

много раз!

```
void Error()  
{  
    cout << "Ошибка программы";  
}
```

```
main()  
{  
    int n;  
    cin >> n;  
    if ( n < 0 ) Error();  
    ...  
}
```

ВЫЗОВ
процедуры

Что такое процедура?

Процедура – вспомогательный алгоритм, который выполняет некоторые действия.

- текст (расшифровка) процедуры записывается **после основной программы**
- в программе может быть **много процедур**
- чтобы процедура заработала, нужно **вызвать** её по имени из основной программы или из другой процедуры

Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

много раз!

Алгоритм:

$$178 \Rightarrow 10110010_2$$

? Как вывести первую цифру?

n = $\overset{7}{1} \overset{6}{0} \overset{5}{1} \overset{4}{1} \overset{3}{0} \overset{2}{0} \overset{1}{1} \overset{0}{0}_2$ разряды

n / 128

n % 128

? Как вывести вторую цифру?

n1 / 64

Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

Решение:

```
k = 128;
while ( k > 0 )
{
  cout << n / k;
  n = n % k;
  k = k / 2;
}
```

178 ⇒ 10110010

n	k	ВЫВОД
178	128	1



Результат зависит от n!

Процедура с параметрами

```
void printBin ( int n )
{
    int k;
    k = 128;
    while ( k > 0 )
    {
        cout << n / k;
        n = n % k;
        k = k / 2;
    }
}
```

локальные
переменные

Параметры – данные,
изменяющие работу
процедуры.

```
main ()
{
    printBin ( 99 );
}
```

значение параметра
(**аргумент**)

Несколько параметров

```
void printSred ( int a, int b )  
{  
    cout << (a+b) / 2. ;  
}
```

Задачи

«А»: Напишите процедуру, которая принимает параметр – натуральное число N – и выводит на экран линию из N символов '–'.

Пример:

Введите N :

10

«В»: Напишите процедуру, которая выводит на экран в столбик все цифры переданного ей числа, начиная с первой.

Пример:

Введите натуральное число:

1234

1

2

3

4

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая выводит на экран запись переданного ей числа в римской системе счисления.

Пример:

Введите натуральное число:

2013

MMXIII

Изменяемые параметры

Задача. Написать процедуру, которая меняет местами значения двух переменных.

```
void Swap ( int a, int b )  
{  
    int c;  
    c = a; a = b; b = c;  
}
```

передача по
значению



Процедура работает с копиями переданных значений параметров!

```
main ()  
{  
    int x = 2, y = 3;  
    Swap ( x, y );  
    cout << x << " " << y;  
}
```



Почему не работает?

2 3

Изменяемые параметры

переменные могут изменяться

```
void Swap ( int & a, int & b )  
{  
    int c;  
    c = a; a = b; b = c;  
}
```

передача по
ССЫЛКЕ

ВЫЗОВ:

```
int a, b;  
Swap ( a, b );    // правильно  
Swap ( 2, 3 );   // неправильно  
Swap ( a, b+3 ); // неправильно
```

Задачи

«А»: Напишите процедуру, которая переставляет три переданные ей числа в порядке возрастания.

Пример:

Введите три натуральных числа:

10 15 5

5 10 15

«В»: Напишите процедуру, которая сокращает дробь вида M/N . Числитель и знаменатель дроби передаются как изменяемые параметры.

Пример:

Введите числитель и знаменатель дроби:

25 15

После сокращения: 5/3

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая вычисляет наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел и возвращает их через изменяемые параметры.

Пример:

Введите два натуральных числа :

10 15

НОД (10 , 15) =5

НОК (10 , 15) =30

Программирование на языке C++

§ 60. Функции

Что такое функция?

Функция – это вспомогательный алгоритм, который возвращает *значение-результат* (число, символ или объект другого типа).

Задача. Написать функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

Алгоритм:

```
сумма = 0
пока n != 0
    сумма = сумма + n % 10
    n = n / 10
```

Сумма цифр числа

```
int sumDigits ( int n )  
{  
    тип результата  
    int sum = 0;  
    while ( n != 0 )  
    {  
        sum += n % 10;  
        n /= 10;  
    }  
    return sum;  
}
```

передача
результата

```
main ()  
{  
    cout << sumDigits (12345) ;  
}
```

Использование функций

```
x = 2*sumDigits (n+5) ;  
z = sumDigits (k) + sumDigits (m) ;  
if ( sumDigits (n) % 2 == 0 )  
{  
  cout << "Сумма цифр чётная\n" ;  
  cout << "Она равна " << sumDigits (n) ;  
}
```



Функция, возвращающая целое число, может использоваться везде, где и целая величина!

Задачи

«А»: Напишите функцию, которая находит наибольший общий делитель двух натуральных чисел.

Пример:

Введите два натуральных числа:

7006652 112307574

$\text{НОД}(7006652, 112307574) = 1234.$

«В»: Напишите функцию, которая определяет сумму цифр переданного ей числа.

Пример:

Введите натуральное число:

123

Сумма цифр числа 123 равна 6.

Задачи

«С»: Напишите функцию, которая «переворачивает» число, то есть возвращает число, в котором цифры стоят в обратном порядке.

Пример:

Введите натуральное число:

1234

После переворота: 4321.

Логические функции

Задача. Найти все простые числа в диапазоне от 2 до 100.

```
main ()
{
    int i;
    for ( i = 2; i <= 100; i++)
        if ( isPrime (i) )
            cout << i << endl;
}
```

функция, возвращающая
логическое значение
(true/false)

Функция: простое число или нет?

 Какой алгоритм?

```
bool isPrime ( int n )  
{  
    int count = 0, k = 2;  
    while ( k*k <= n && count == 0 )  
    {  
        if ( n % k == 0 )  
            count ++;  
        k ++;  
    }  
    return (count == 0);  
}
```

```
if ( count == 0 )  
    return true;  
else return false;
```

Логические функции: использование



Функция, возвращающая логическое значение, может использоваться везде, где и логическая величина!

```
cin >> n;
while ( isPrime(n) )
{
    cout << "простое число\n";
    cin >> n;
}
```

Задачи

«А»: Напишите логическую функцию, которая определяет, является ли переданное ей число совершенным, то есть, равно ли оно сумме своих делителей, меньших его самого.

Пример:

Введите натуральное число:

28

Число 28 совершенное.

Пример:

Введите натуральное число:

29

Число 29 не совершенное.

Задачи

«В»: Напишите логическую функцию, которая определяет, являются ли два переданные ей числа взаимно простыми, то есть, не имеющими общих делителей, кроме 1.

Пример:

Введите два натуральных числа:

28 15

Числа 28 и 15 взаимно простые.

Пример:

Введите два натуральных числа:

28 16

Числа 28 и 16 не взаимно простые.

Задачи

«С»: Простое число называется гиперпростым, если любое число, получающееся из него откидыванием нескольких цифр, тоже является простым. Например, число 733 – гиперпростое, так как и оно само, и числа 73 и 7 – простые. Напишите логическую функцию, которая определяет, верно ли, что переданное ей число – гиперпростое. Используйте уже готовую функцию `isPrime`, которая приведена в учебнике.

Пример:

Введите натуральное число:

733

Число 733 гиперпростое.

Пример:

Введите натуральное число:

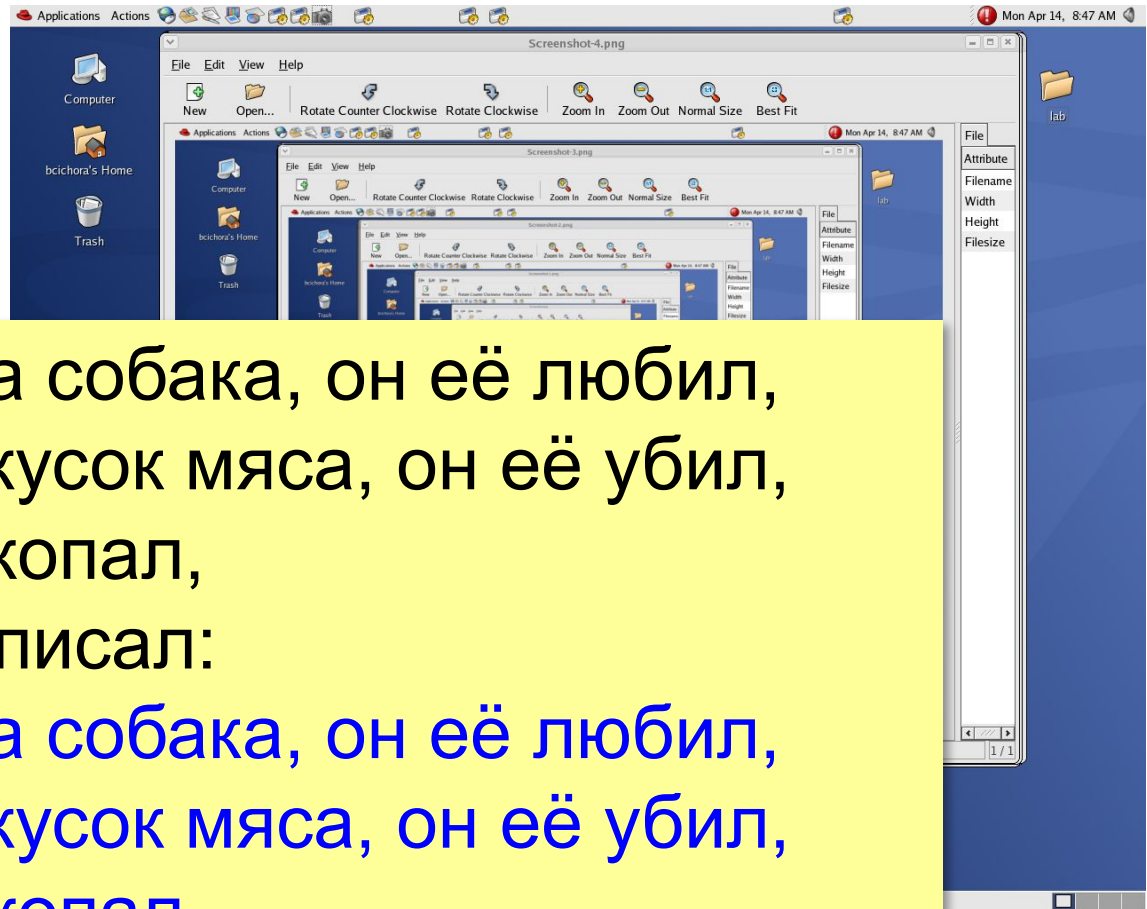
19

Число 19 не гиперпростое.

Программирование на языке C++

§ 61. Рекурсия

Что такое рекурсия?



У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:
У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:

...

Что такое рекурсия?

Натуральные числа:

- 1 – натуральное число
- если n – натуральное число, то $n + 1$ – натуральное число

индуктивное
определение

Рекурсия — это способ определения множества объектов через само это множество на основе заданных простых базовых случаев.

Числа Фибоначчи:

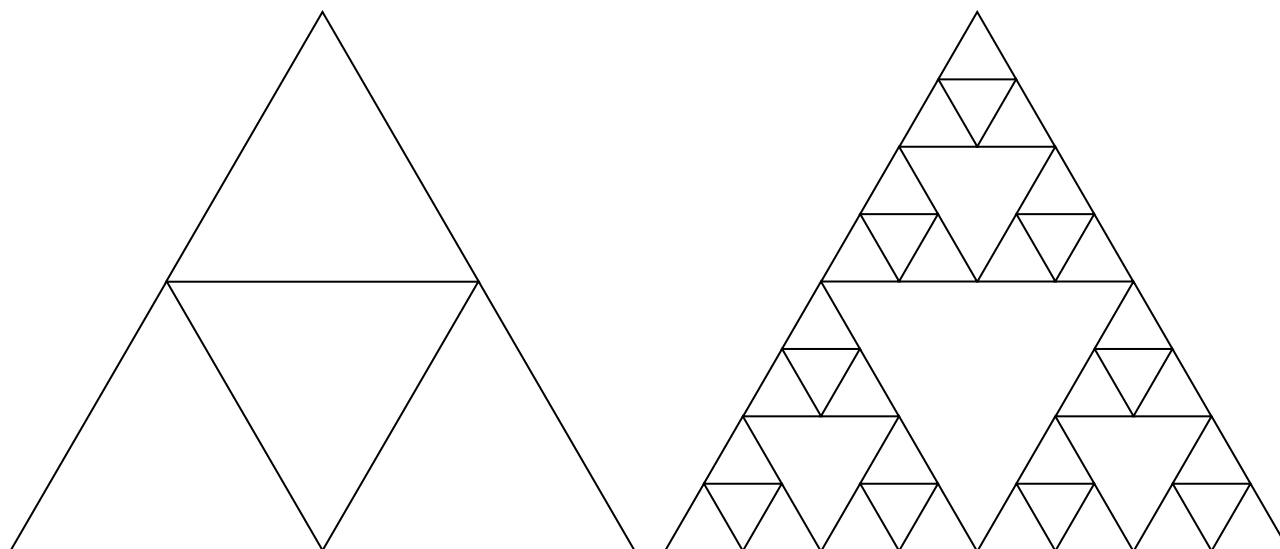
- $F_1 = F_2 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ при $n > 2$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

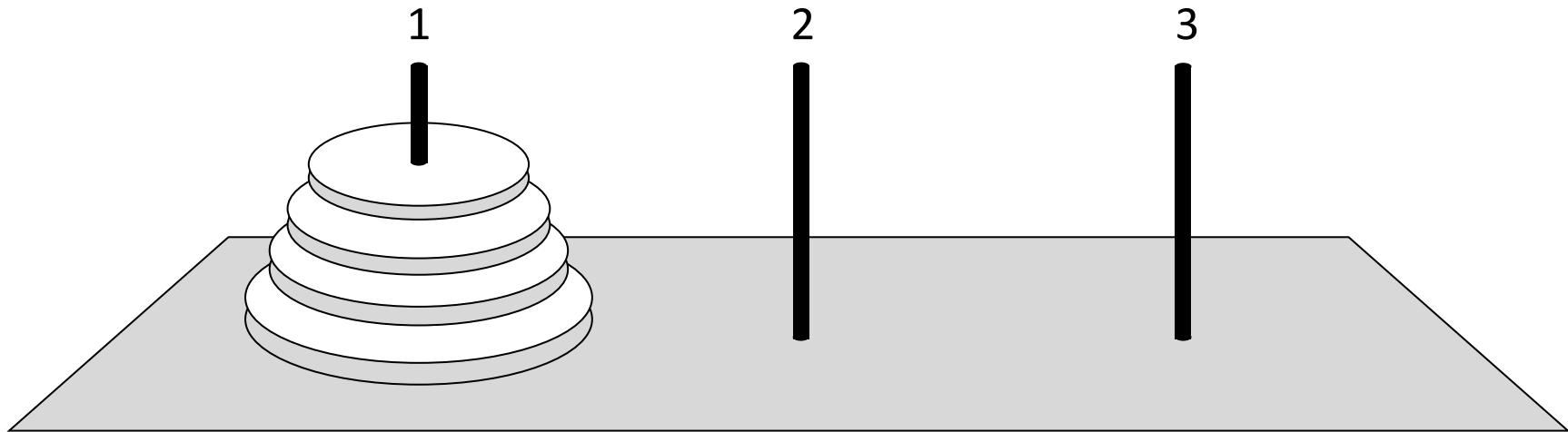
Фракталы

Фракталы – геометрические фигуры, обладающие самоподобием.

Треугольник Серпинского:



Ханойские башни



- за один раз переносится один диск
- класть только меньший диск на больший
- третий стержень вспомогательный

перенести (n, 1, 3)

перенести (n-1, 1, 2)

1 -> 3

перенести (n-1, 2, 3)

Ханойские башни – процедура

СКОЛЬКО

откуда

куда

```
void Hanoi ( int n, int k, int m )
{
    int p;
    p = 6 - k - m;
    Hanoi ( n-1, k, p );
    cout << k << " -> " << m << endl;
    Hanoi ( n-1, p, m );
}
```

номер вспомогательного
стержня (1+2+3=6!)

рекурсия

рекурсия



Что плохо?

**Рекурсия никогда не остановится!**

Ханойские башни – процедура

Рекурсивная процедура (функция) — это процедура (функция), которая вызывает сама себя напрямую или через другие процедуры и функции.

```
void Hanoi ( int n, int k, int m )  
{  
    int p;  
    if ( n == 0 ) return;  
    p = 6 - k - m;  
    Hanoi ( n - 1, k, p );  
    cout << k << " -> " << m << endl;  
    Hanoi ( n - 1, p, m );  
}
```

условие выхода из
рекурсии

```
main()  
{  
    Hanoi (4, 1, 3);  
}
```

Вывод двоичного кода числа

```
void printBin( int n )  
{  
    if ( n == 0 ) return;  
    printBin( n / 2 );  
    cout << n % 2;  
}
```

условие выхода из
рекурсии

напечатать все
цифры, кроме
последней

ВЫВЕСТИ
последнюю цифру

```
printBin( 0 )
```



? Как без рекурсии?

Вычисление суммы цифр числа

```
int sumDig ( int n )  
{  
    int sum;  
    sum = n % 10;  
    if ( n >= 10 )  
        sum += sumDig ( n / 10 );  
    return sum;  
}
```

последняя цифра

рекурсивный вызов

?

Где условие окончания рекурсии?

sumDig (1234)

4 + sumDig (123)

4 + 3 + sumDig (12)

4 + 3 + 2 + sumDig (1)

4 + 3 + 2 + 1

Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида. Чтобы найти НОД двух натуральных чисел, нужно вычитать из большего числа меньшее до тех пор, пока меньшее не станет равно нулю. Тогда второе число и есть НОД исходных чисел.

```
int NOD ( int a, int b )
{
    if ( a == 0 || b == 0 )
        return a + b;
    if ( a > b )
        return NOD ( a - b, b );
    else return NOD ( a, b - a );
}
```

условие окончания
рекурсии

рекурсивные вызовы

Задачи

«А»: Напишите рекурсивную функцию, которая вычисляет НОД двух натуральных чисел, используя модифицированный алгоритм Евклида.

Пример:

Введите два натуральных числа :

7006652 112307574

НОД (7006652 , 112307574) = 1234 .

«В»: Напишите рекурсивную функцию, которая раскладывает число на простые сомножители.

Пример:

Введите натуральное число :

378

378 = 2*3*3*3*7

Задачи

«С»: Дано натуральное число N . Требуется получить и вывести на экран количество всех возможных *различных* способов представления этого числа в виде суммы натуральных чисел (то есть, $1 + 2$ и $2 + 1$ – это один и тот же способ разложения числа 3). Решите задачу с помощью рекурсивной процедуры.

Пример:

Введите натуральное число:

4

Количество разложений: **4**.

Как работает рекурсия?

Факториал:

$$N! = \begin{cases} 1, & N = 1 \\ N \cdot (N-1)!, & N > 1 \end{cases}$$

```
int Fact ( int N )
{
    int F;
    cout << "-> N=" << N << endl;
    if ( N <= 1 )
        F = 1;
    else F = N * Fact ( N - 1 );
    cout << "<- N=" << N << endl;
    return F;
}
```

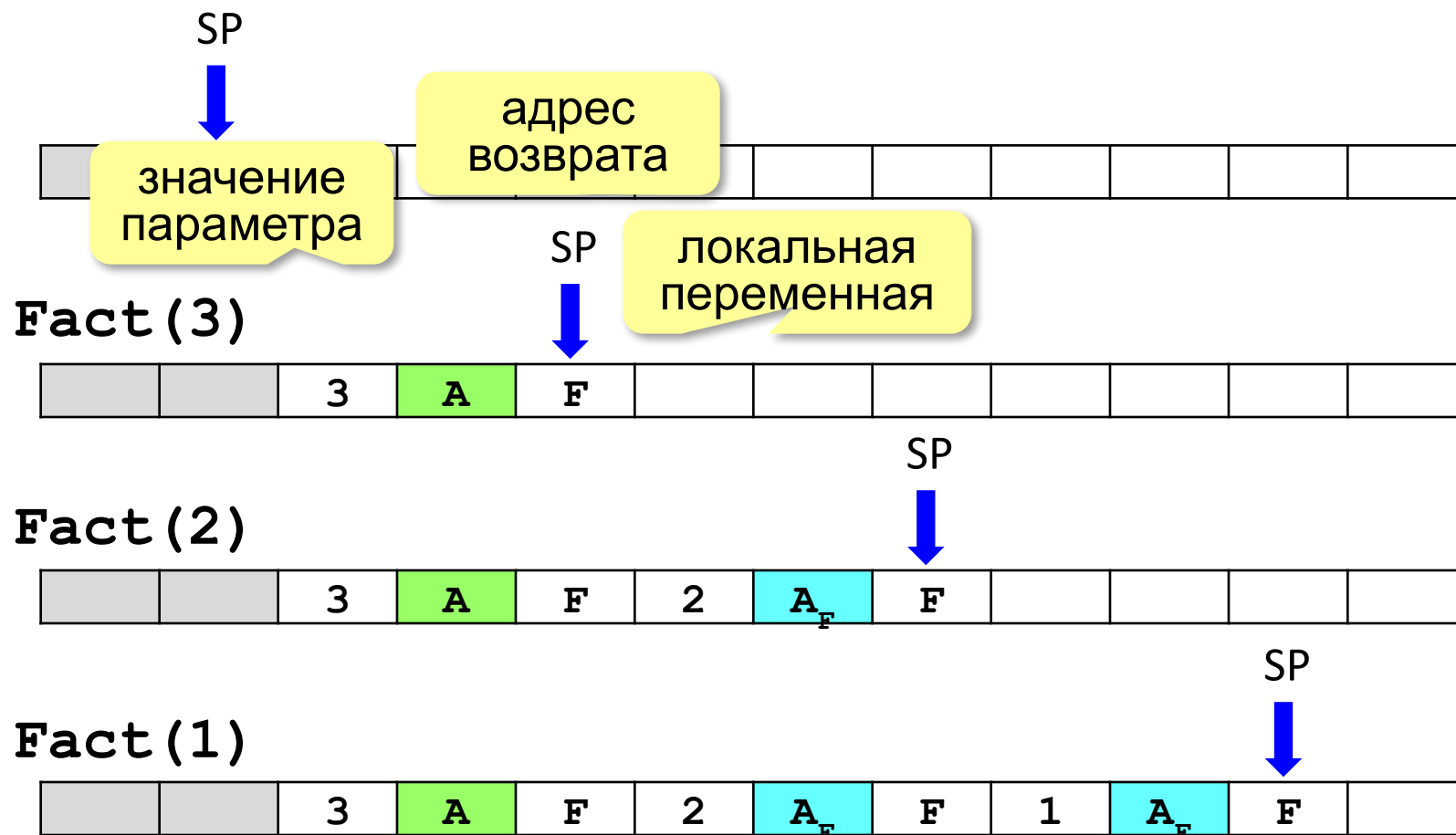
```
-> N = 3
    -> N = 2
        -> N = 1
            <- N = 1
                <- N = 2
                    <- N = 3
```



Как сохранить состояние функции перед рекурсивным вызовом?

Стек

Стек – область памяти, в которой хранятся локальные переменные и адреса возврата.



Рекурсия – «за» и «против»

- с каждым новым вызовом расходуется память в стеке (возможно переполнение стека)
- затраты на выполнение служебных операций при рекурсивном вызове



▪ программа становится более короткой и понятной



▪ возможно переполнение стека

▪ замедление работы



Любой рекурсивный алгоритм можно заменить итерационным!

итерационный
алгоритм

```
int Fact ( int N )
{
    int F;
    F = 1;
    for (i = 2; i <= N; i++)
        F = F * i;
    return F;
}
```

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич

д.т.н., учитель информатики

ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович

к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной

дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь

eremin@pspu.ac.ru

Источники иллюстраций

1. old-moneta.ru
2. www.random.org
3. www.allruletka.ru
4. www.lotterypros.com
5. logos.cs.uic.edu
6. ru.wikipedia.org
7. иллюстрации художников издательства «Бином»
8. авторские материалы