

Лекция 9

***ПЕРВОЕ НАЧАЛО
ТЕРМОДИНАМИКИ***

§§ Внутренняя энергия газа

В модели идеального газа силами взаимодействия молекул пренебрегают

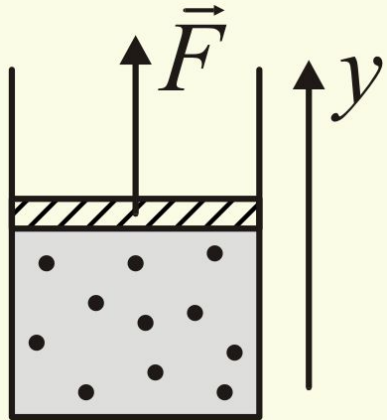
Внутренняя энергия газа равна сумме энергий теплового движения молекул:

$$U = N \frac{i}{2} k_B T = \frac{N}{N_A} \frac{i}{2} N_A k_B T = \nu \frac{i}{2} RT$$

Внутренняя энергия **не зависит** от способа перевода системы в данное состояние (**функция состояния**)

§§ Работа и теплота

Вычислим работу газа при расширении



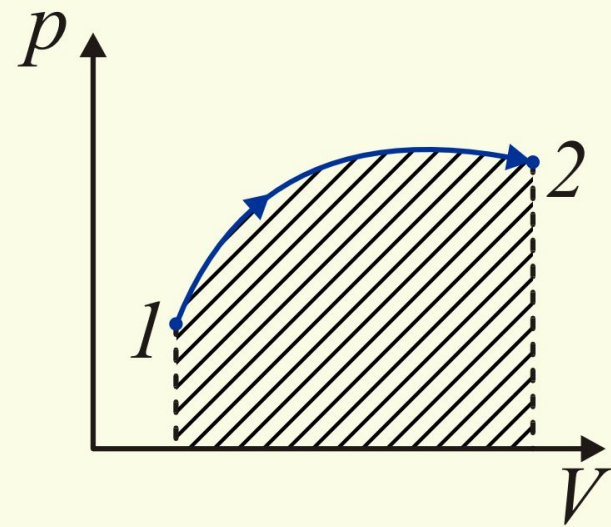
p – давление газа

$F = pS$ – сила, действующая на поршень со стороны газа

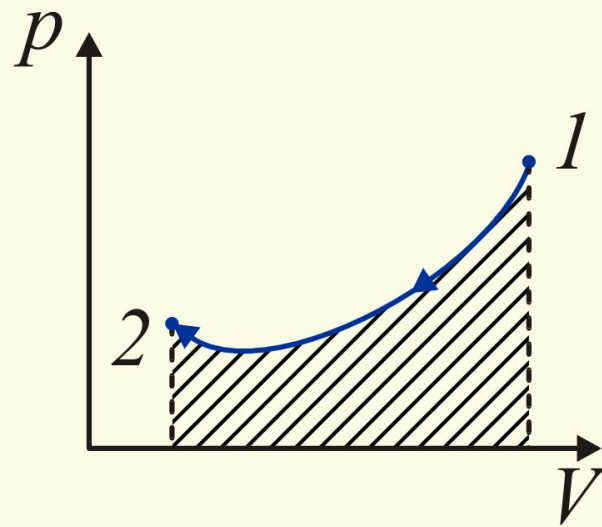
элементарная работа

$$\delta A = F(y)dy = pS dy = pdV$$

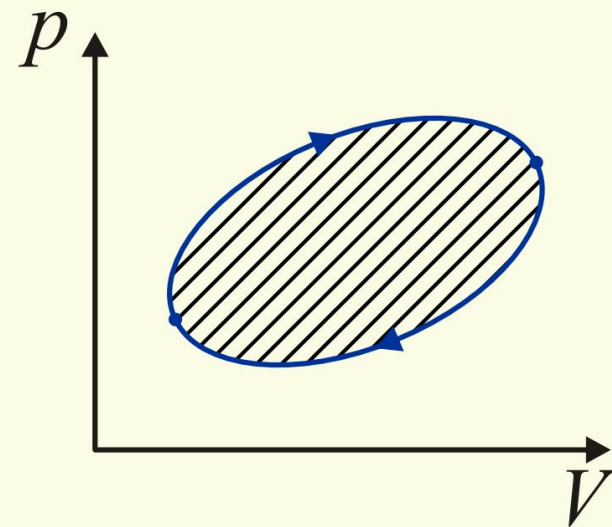
$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV \text{ – работа газа при расширении от } V_1 \text{ до } V_2$$



$$A_{12} > 0$$



$$A_{12} < 0$$



$$A > 0$$

Процесс обмена внутренними энергиями соприкасающихся тел, который не сопровождается совершением макроскопической работы, называется **теплообменом**.

§§ Первое начало

Термодинамическая система называется **изолированной**, если отсутствует всякий обмен энергией между ней и внешней средой

Для изолированной системы выполняется **закон сохранения и превращения энергии** – полная энергия не изменяется при любых процессах, происходящих в этой системе.

Рассмотрим контакт систем
в адиабатической оболочке.
Пусть системой α совершена
работа A , тогда

$$U_1 = U_2 + A$$

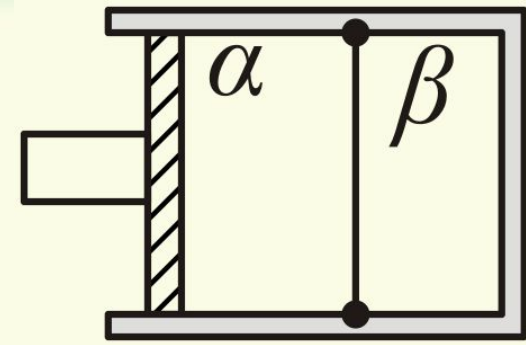
$$U_1^\alpha + U_1^\beta = U_2^\alpha + U_2^\beta + A$$

или

$$U_1^\beta - U_2^\beta = U_2^\alpha - U_1^\alpha + A$$

Обозначим $Q = -\left(U_2^\beta - U_1^\beta\right)$

– убыль энергии системы β (количество
теплоты, полученное системой α)



неподвижная
теплопроводящая
перегородка

Получаем математическую формулировку
I-го начала термодинамики

$$Q = U_2 - U_1 + A$$

Теплота Q , полученная системой, идет на приращение ее внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$ и совершение работы A

$$\delta Q = dU + \delta A$$

§§ Теплоемкость

Теплоемкость вещества –

физическая величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания вещества на 1 К

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \quad \text{Дж} = \text{К} \quad /$$

Различают теплоемкость вещества при постоянном давлении C_p и постоянном объеме C_V .

Удельная теплоемкость: $C = \frac{1}{m} \cdot \frac{\delta Q}{dT}$
[Дж] / (кг К) .

Молярная теплоемкость: $C = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{\delta Q}{dT}$
[Дж] / (моль К) .

Из первого начала

$$\delta Q = dU + \delta A$$

найдем молярную теплоемкость газа

$$\nu C dT = \nu \frac{i}{2} R dT + p dV$$

1) $V = \text{const}$

$$\nu C_V dT = \nu \frac{i}{2} R dT \Rightarrow C_V = \frac{i}{2} R$$

2) $p = \text{const}$

$$\nu C_p dT = \nu \frac{i}{2} R dT + p dV$$

рассмотрим уравнение М-К:

$$d(pV) = d(\nu RT) \Leftrightarrow pdV + \cancel{Vdp} = \nu R dT$$

$$\Rightarrow pdV = \nu R dT$$

$$\nu C_p dT = \nu \frac{i+2}{2} R dT \Rightarrow C_p = \frac{i+2}{2} R$$

Для идеального газа справедливо уравнение Майера

$$C_p - C_V = R$$

Для твердых тел и жидкостей $C_p \approx C_V$

§§ Изотермический процесс

Это бесконечно **медленный** процесс, т.к. в системе должно установиться термодинамическое равновесие

Закон Бойля–Мариотта: $pV = \text{const}$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \nu \frac{i}{2} R \Delta T = 0$$

1-е начало термодинамики

$$\Delta Q = A$$

т.е. вся переданная рабочему телу теплота идет на совершение телом работы

Работа газа при изотермическом расширении:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \ln(V_2/V_1)$$

§§ Адиабатический процесс

($S = \text{const}$, S – энтропия)

Это – очень **быстрый** процесс, чтобы не происходил обмен энергией с окружающей средой или он был бы несущественным

Уравнение Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const}$$

$\gamma = C_P / C_V$ – показатель адиабаты

$pV = \nu RT$, следовательно

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{const}$$

1-е начало термодинамики

$$0 = \Delta U + A \Rightarrow A = -\Delta U$$

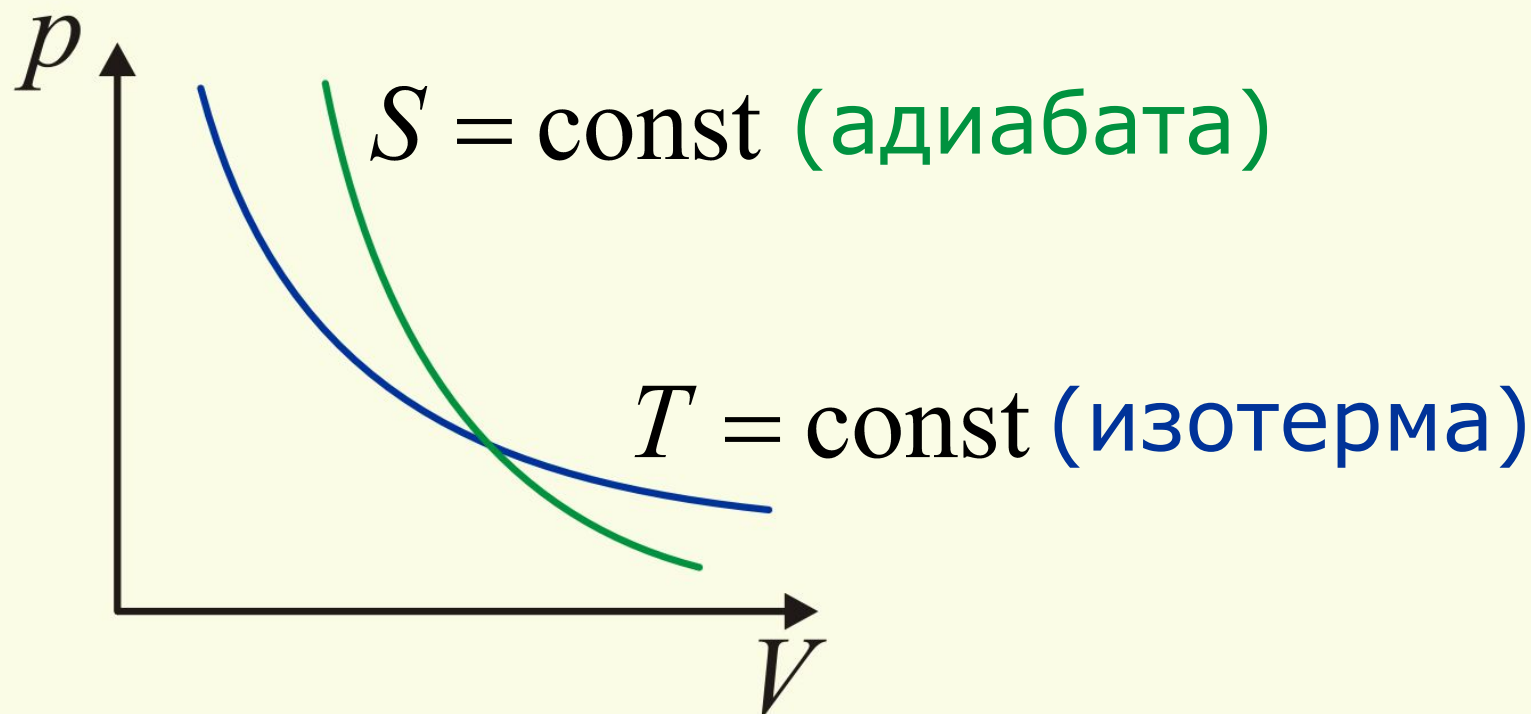
т.е. работа совершается за счет убыли энергии системы

Работа газа при адиабатическом процессе:

$$A = -\Delta U = -\nu C_V (T_2 - T_1) = \nu C_V T_1 \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right]$$
$$= \nu C_V T_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \left| C_V = \frac{R}{\gamma - 1} \right|$$

Следовательно

$$A = \frac{\nu RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$



§§ Политропические процессы

Процесс, в котором теплоемкость остается постоянной величиной, называется **политропическим** (**политропным**).

Рассмотренные процессы $p, V, T, S = \text{const}$ – частные случаи политропного процесса

Получим его общее уравнение:

$$\begin{cases} \delta Q = dU + \delta A \\ pV = \nu RT \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nu C dT = \nu C_V dT + p dV \\ p dV + V dp = \nu R dT \end{cases}$$

сделаем замену $R = C_p - C_V$ и выразим dT

$$\begin{cases} \nu(C - C_V)dT = pdV \\ dT = \frac{pdV + Vdp}{\nu(C_p - C_V)} \end{cases}$$

$$\frac{C - C_V}{C_p - C_V} (pdV + Vdp) = pdV$$

$$\left[1 - \frac{C_p - C_V}{C - C_V} \right] pdV = -Vdp$$

$$\frac{C - C_p}{C - C_V} \frac{dV}{V} = - \frac{dp}{p}$$

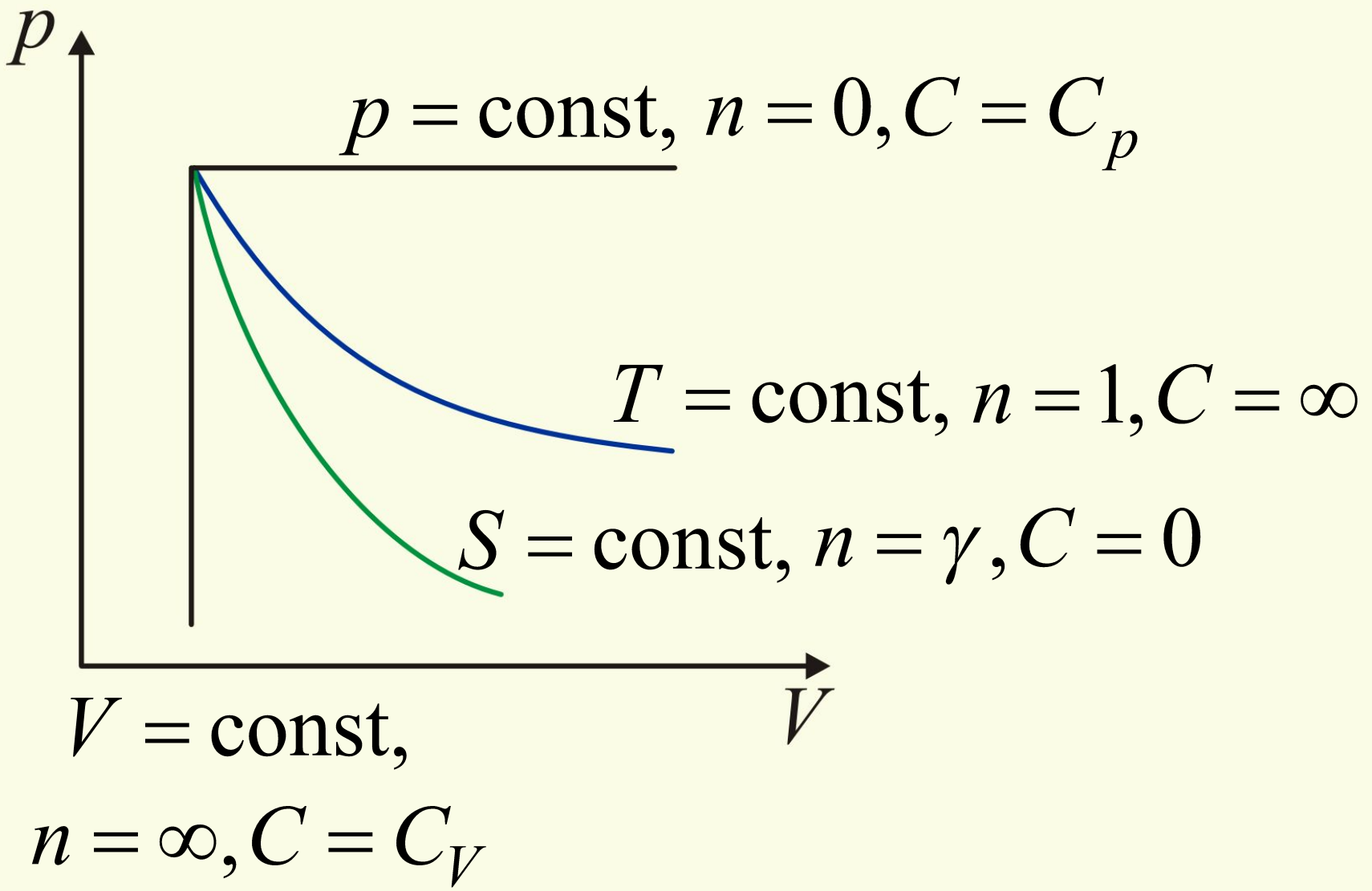
n – **показатель политропы**

Интегрируя, получаем

$$\ln V^n = -\ln p + \text{const}$$

или

$$\boxed{pV^n = \text{const}} \text{ – } \mathbf{\underline{\underline{уравнение политропы}}}$$



Работа газа

$$\begin{aligned} A &= \int_{V_1}^{V_2} p dV = \left| pV^n = p_1 V_1^n \right| = p_1 V_1^n \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n} \\ &= \frac{p_1 V_1}{n-1} \left[1 - \frac{V_2^{1-n}}{V_1^{1-n}} \right] \end{aligned}$$