

**Тема уроку:  
Періодичність  
тригонометричних  
функцій.  
Побудова графіків  
тригонометричних  
функцій**

# Пригадаємо...

$0^{\circ}$	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$60^{\circ}$	$90^{\circ}$	$120^{\circ}$	$135^{\circ}$	$150^{\circ}$	$180^{\circ}$
0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$

# Подумайте

Що спільного між кутами:

$$-690^{\circ} = 30^{\circ} - 2 \cdot 360^{\circ}$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot (-2)$$

$$-330^{\circ} = 30^{\circ} - 1 \cdot 360^{\circ}$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot (-1)$$

$$30^{\circ} = 30^{\circ} + 0 \cdot 360^{\circ}$$

$$360^{\circ} = \frac{2\pi}{1} + 2\pi \cdot 0$$

$$390^{\circ} = 30^{\circ} + 1 \cdot 360^{\circ}$$

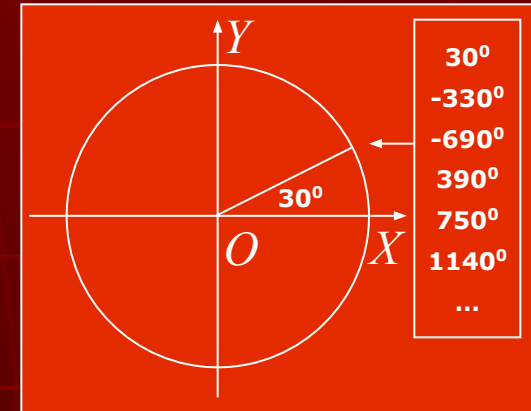
$$\frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot 1$$

$$750^{\circ} = 30^{\circ} + 2 \cdot 360^{\circ}$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot 2$$

$$1140^{\circ} = 30^{\circ} + 3 \cdot 360^{\circ}$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot 3$$



**Важливо!**

Вся множина цих кутів записується так:

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot n, n \in \mathbb{Z}$$

$\mathbb{Z}$  – множина цілих чисел  
(1, 2, 3, ... 0, -1, -2, -3...)

Зверніть увагу:

$$\sin(-690^{\circ}) = \sin(-330^{\circ}) = \sin 30^{\circ} = \sin 390^{\circ} = \sin 750^{\circ} = \sin 1140^{\circ} \dots$$

$$\cos(-690^{\circ}) = \cos(-330^{\circ}) = \cos 30^{\circ} = \cos 390^{\circ} = \cos 750^{\circ} = \cos 1140^{\circ} \dots$$

# Періоди функцій

Для будь-якого кута  $\alpha$ :

1)  $\sin \alpha = \sin(\alpha + 2\pi)$

2)  $\cos \alpha = \cos(\alpha + 2\pi)$

3)  $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\alpha + \pi)$

4)  $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg}(\alpha + \pi)$

Говорять, що функції синус і косинус  
*періодичні*

з періодом  $2\pi$  (або  $360^\circ$ ),

функції тангенс і котангенс періодичні

з періодом  $\pi$  (або  $180^\circ$ )

## Розуміння поняття періодичності

Припустимо, ми обчислили значення синусів усіх кутів від  $0$  до  $359^\circ$  і склали таблицю:

Кут $\alpha$	$\sin \alpha$
$0^\circ$	$0$
$1^\circ$	$\dots$
$2^\circ$	$\dots$
$\dots$ і т.д. $\dots$	$\dots$
$359^\circ$	$\dots$

$360^\circ$	$720^\circ$	$-360^\circ$
$361^\circ$	$721^\circ$	$-359^\circ$
$362^\circ$	$722^\circ$	$-358^\circ$
$\dots$ і т.д. $\dots$	$\dots$ і т.д. $\dots$	$\dots$ і т.д. $\dots$
$719^\circ$	$1079^\circ$	$0^\circ$

# Правила знаходження періодів функцій

## Сінус або косинус

Знайти період функції  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$$T = 2\pi$$

Відповідь:  $T = 2\pi$ .

не звертаємо уваги

Знайти період функції  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

$$2T = 2\pi$$

$$T = \pi$$

Відповідь:  $T = \pi$ .

не звертаємо уваги

**Самостійно**

Знайдіть періоди функцій:

а)  $y = \sin\left(4x + \frac{\pi}{6}\right)$ ; б)  $y = \cos 2x$ .

## Тангенс або котангенс

Знайти період функції  $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$$T = \pi$$

Відповідь:  $T = \pi$ .

не звертаємо уваги

Знайти період функції  $y = \operatorname{ctg}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

$$2T = \pi$$

$$T = \frac{\pi}{2}$$

Відповідь:  $T = \frac{\pi}{2}$

не звертаємо уваги

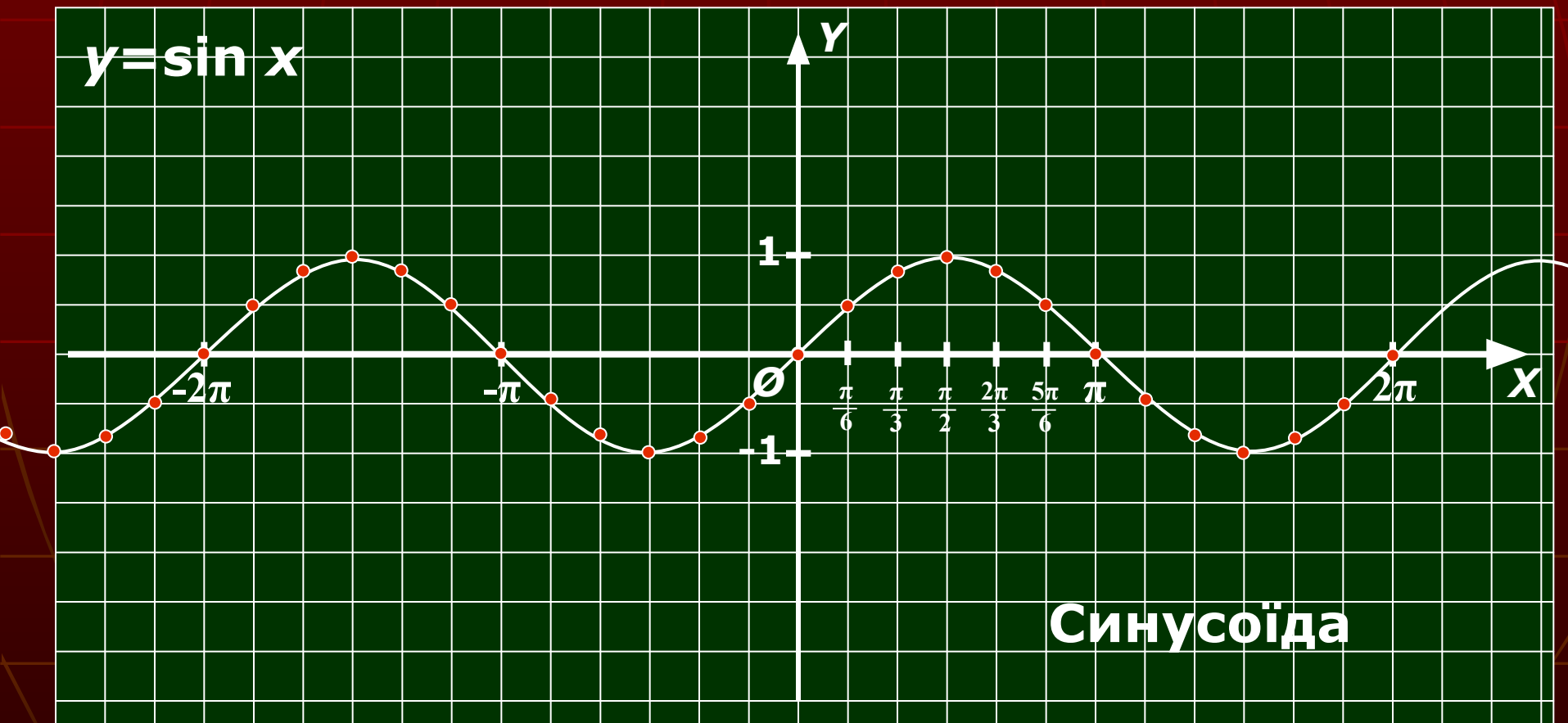
**Самостійно**

Знайдіть періоди функцій:

а)  $y = \operatorname{ctg}\left(4x + \frac{\pi}{6}\right)$ ; б)  $y = \operatorname{tg} 2x$ .

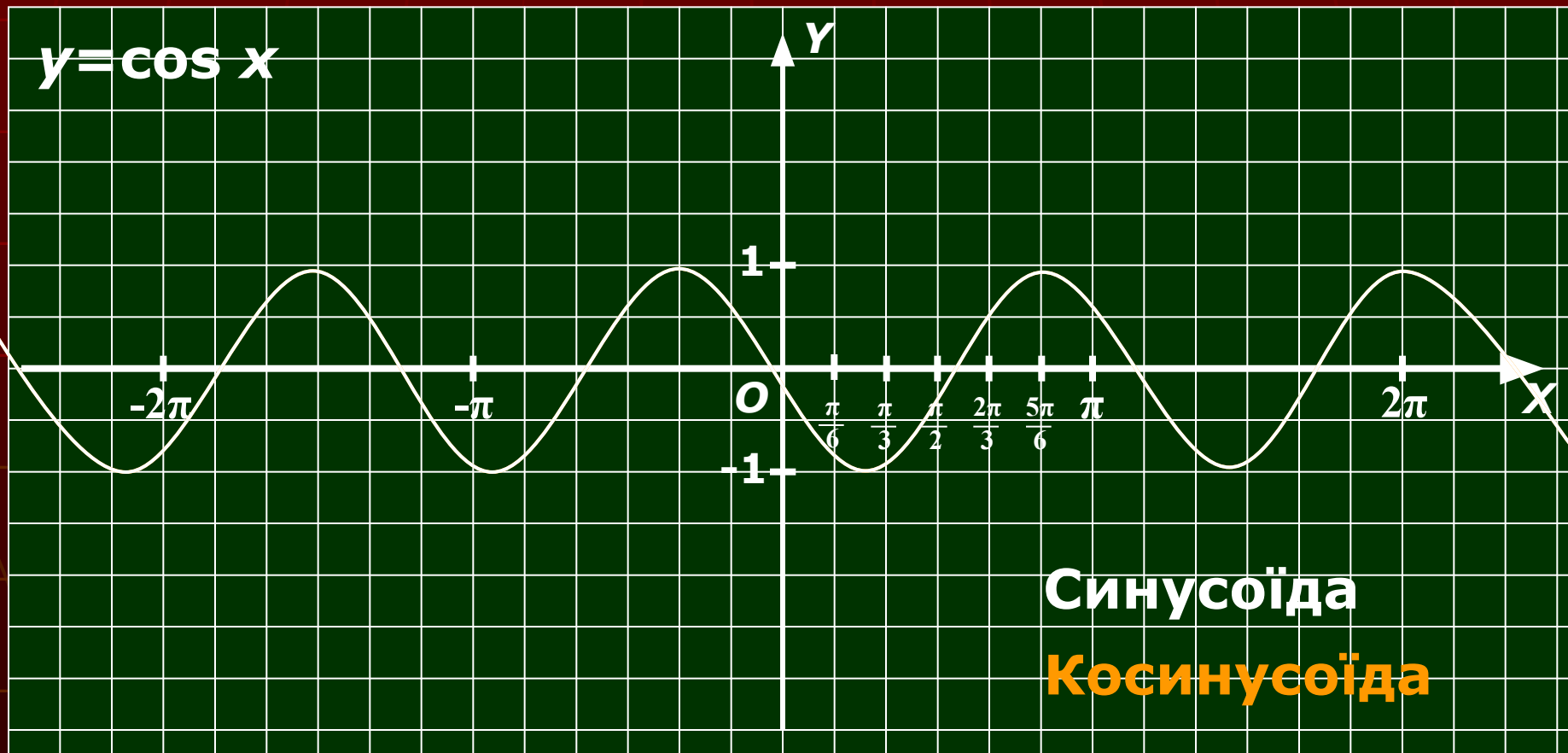
# Побудова графіків тригонометричних функцій

Тригонометричні функції:  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ,  
де  $x$  – кут в радіанах



# Побудова графіків тригонометричних функцій

Тригонометричні функції:  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ,  
де  $x$  – кут в радіанах



# Домашнє завдання

1. Знайти періоди функцій:

$$y = \sin 3x; \quad y = \cos (3-x); \quad y = \operatorname{tg} (x+\pi)$$

2. Побудувати графіки функцій:

$$y = \sin x + 2; \quad y = \cos x - 1$$

3. Повторити значення синусів, косинусів,  
тангенсів від  $0$  до  $180^\circ$

*Успехов в учебе!*