Тема уроку: Періодичність тригонометричних функцій. Побудова графіків тригонометричних функцій

Пригадаємо…

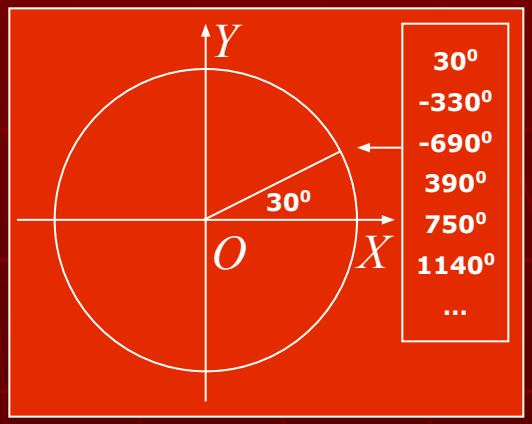
0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0
0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π

Подумайте

Що спільного між кутами:

$-690^0 = 30^0 - 2\cdot 360^0$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi\cdot(-2)$
$-330^0 = 30^0 - 1\cdot 360^0$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi\cdot(-1)$
$30^0 = 30^0 + 0\cdot 360^0$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi\cdot 0$
$390^0 = 30^0 + 1\cdot 360^0$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi\cdot 1$
$750^0 = 30^0 + 2\cdot 360^0$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi\cdot 2$
$1140^0 = 30^0 + 3\cdot 360^0$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi\cdot 3$

$360^0 = 2\pi$



Важливо!

Вся множина цих кутів записується так:

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi\cdot n,\ n \in Z$$

Z – множина цілих чисел (1, 2, 3,… 0, -1, -2, -3…)

Зверніть увагу:
$\sin(-690^0) = \sin(-330^0) = \sin 30^0 = \sin 390^0 = \sin 750^0 = \sin 1440^0 \ldots$
$\cos(-690^0) = \cos(-330^0) = \cos 30^0 = \cos 390^0 = \cos 750^0 = \cos 1440^0 \ldots$

Періоди функцій

Для будь-якого кута α:

1) $\sin\alpha = \sin(\alpha+2\pi)$
2) $\cos\alpha = \cos(\alpha+2\pi)$
3) $\mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{tg}(\alpha+\pi)$
4) $\mathrm{ctg}\,\alpha = \mathrm{ctg}(\alpha+\pi)$

Говорять, що функції сінус і косинус

періодичні

з періодом 2π (або 360^0),

функції тангенс і котангенс періодичні

з періодом π (або 180^0)

Розуміння поняття періодичності

Припустимо, ми обчислили значення синусів усіх кутів від 0 до 359^0 і склали таблицю:

Кут α	sin α			
0^0 →	0 ←	360^0	720^0	-360^0
1^0 →	… ←	361^0	721^0	-359^0
2^0 →	… ←	362^0	722^0	-358^0
… і т.д. …		…і т.д…	…і т.д…	…і т.д…
359^0 →	… ←	719^0	1079^0	0^0

Правила знаходження періодів функцій

Сінус або косинус

Знайти період функції $y = \sin(x + \frac{\pi}{4})$

$T = 2\pi$

не звертаємо уваги

Відповідь: $T = 2\pi$.

Знайти період функції $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$

$2T = 2\pi$

$T = \pi$

не звертаємо уваги

Відповідь: $T = \pi$.

Самостійно

Знайдіть періоди функцій:

а) $y = \sin(4x + \frac{\pi}{6})$; б) $y = \cos 2x$.

Тангенс або котангенс

Знайти період функції $y = \operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4})$

$T = \pi$

не звертаємо уваги

Відповідь: $T = \pi$.

Знайти період функції $y = \operatorname{ctg}(2x - \frac{\pi}{3})$

$2T = \pi$

$T = \frac{\pi}{2}$. Відповідь: $T = \frac{\pi}{2}$

не звертаємо уваги

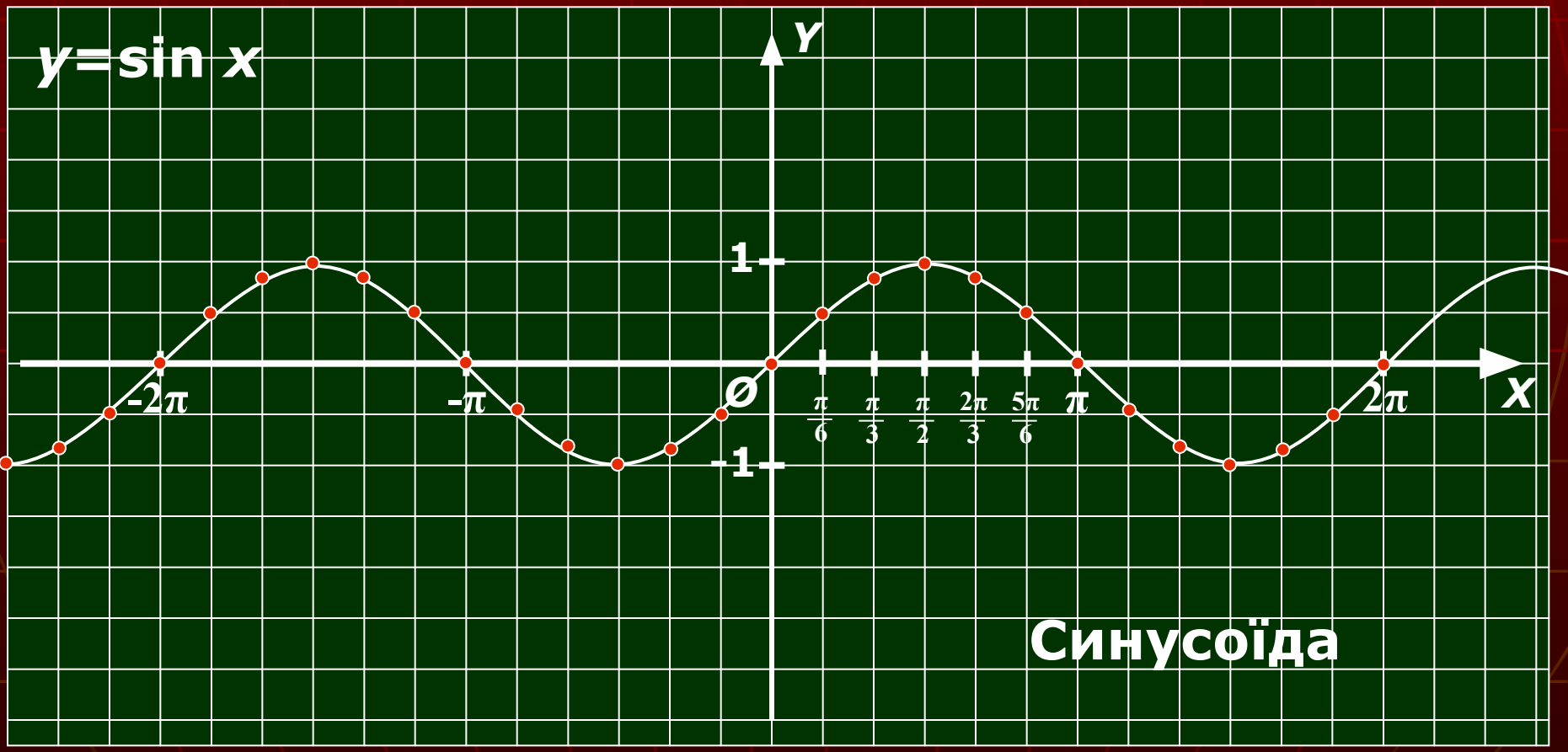
Самостійно

Знайдіть періоди функцій:

а) $y = \operatorname{ctg}(4x + \frac{\pi}{6})$; б) $y = \operatorname{tg} 2x$.

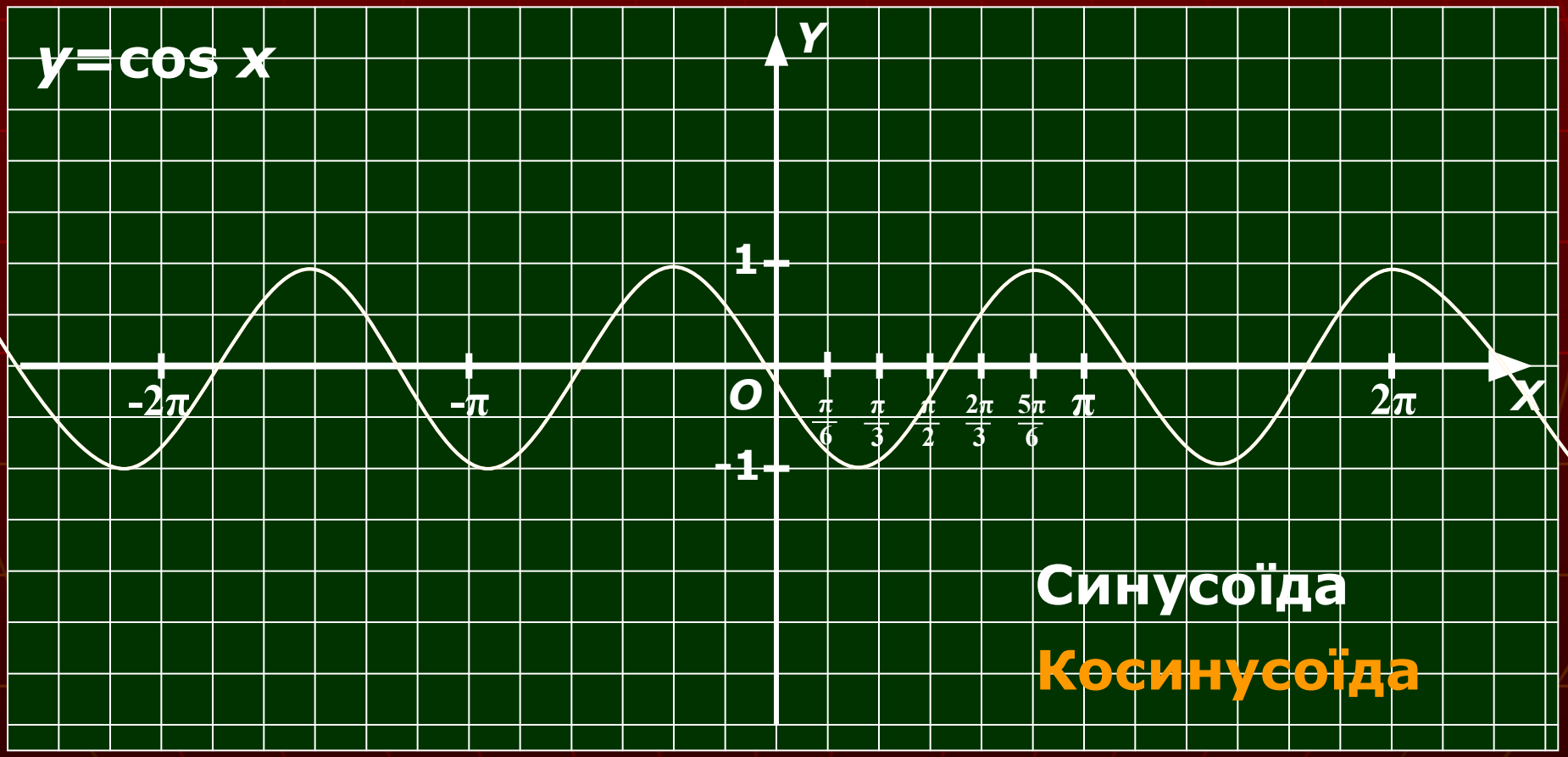
Побудова графіків тригонометричних функцій

Тригонометричні функції: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \mathrm{tg}\, x$, $y = \mathrm{ctg}\, x$,
де x – кут в **радіанах**



Побудова графіків тригонометричних функцій

Тригонометричні функції: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \mathrm{tg}\, x$, $y = \mathrm{ctg}\, x$,
де x – кут в **радіанах**



Домашнє завдання

1. Знайти періоди функцій:

$y = \sin 3x$; $y = \cos (3-x)$; $y = \mathrm{tg}\,(x+\pi)$

2. Побудувати графіки функцій:

$y = \sin x+2$; $y = \cos x - 1$

3. Повторити значення синусів, косинусів, тангенсів від 0 до 180^0

Успехов в учебе!