

Теория финансового портфеля

История теории финансового портфеля

- Начало современной теории финансового портфеля было заложено в статье Гарри Марковица «Выбор портфеля» (1952). В этой статье была предложена математическая модель формирования оптимального портфеля ценных бумаг и были приведены методы построения таких портфелей при определенных условиях.
- Затем в работах Вильяма Шарпа (1964) и Джона Литнера (1965), и было основано на понятиях систематического (рыночного) и несистематического рисков ценной бумаги.

Основные количественные характеристики отдельной рискованной ценной бумаги

- При формировании оптимального портфеля ценных бумаг необходимы рыночные данные по отдельным ценным бумагам, информация о которых представлена на многочисленных информационных сайтах. Например, многие известные рыночные данные по значениям индексов и котирования многочисленных акций представлены на сайте <http://www.finam.ru/analysis/>.

Доходность акции (финансового инструмента)

- Доходность r_i -процентное изменение стоимости инвестиции в финансовые активы за определенный период времени

- $$m_{it} = \frac{C_t - C_{t-1}}{C_{t-1}} \cdot 100\%$$

- где C_t – цена закрытия акции (финансового инструмента) за данный месяц, C_{t-1} – цена закрытия акции (финансового инструмента) за предыдущий месяц .

- m_{ij} – является случайной величиной , i -вид бумаги, t - время.

Математическое ожидание - m_i и дисперсия - σ_i^2 доходности ценной бумаги

$$\bar{m}_i = E(m_i) = \sum_{k=1}^k m_{ik} p_k$$

$$\sigma_i^2 = E[(m_{ik} - \bar{m}_i)^2] = \sum_{k=1}^k (m_{ik} - \bar{m}_i)^2 p_k$$

- p_k - состояние экономики, k - число возможных состояний экономики, σ среднее квадратическое отклонение, определяющая **риск** ценной бумаги

Ковариация и корреляция между доходностями двух ценных бумаг – А и В

□ Ковариация-

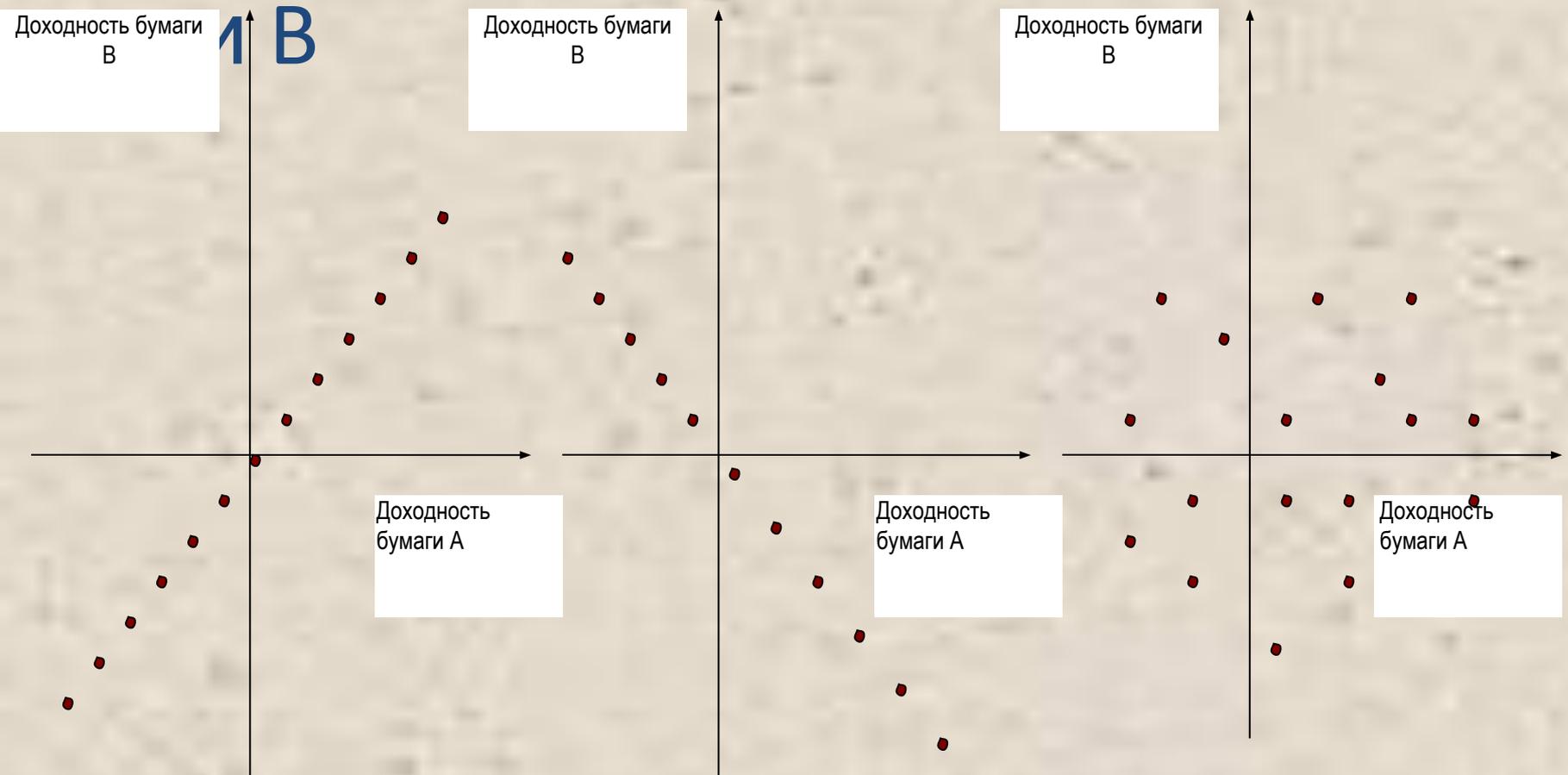
$$COV_{AB} = E[(m_{Aj} - m_A)(m_{Bj} - m_B)] = E(r_A \times r_B) - m_A m_B$$

□ Корреляция -, $-1 \leq \rho_{AB} \leq 1$

$$\rho_{AB} = COV_{AB} / \sigma_A \sigma_B$$

□ Коэффициент вариации доходности - $C_A = \frac{\sigma_A}{m_A}$

Варианты взаимосвязи доходностей двух ценных бумаг А



а) полная положительная
корреляция $\rho_{ав} = 1$

б) полная отрицательная
корреляция - $\rho_{ав} = 1$

а) некоррелированные
доходности- $\rho_{ав} = 0$

Правила доминирования рационального инвестора

- 1. Если $m_1 = m_2$ и $\sigma_1 < \sigma_2$, то первый вид ценных бумаг предпочтительнее, поскольку с ним связана меньшая степень риска.
- 2. Если $\sigma_1 = \sigma_2$, а $m_1 > m_2$, то целесообразно вложить деньги в 1-й вид ценных бумаг.
- 3. Если $m_1 > m_2$ и $\sigma_1 > \sigma_2$ или $m_1 < m_2$ и $\sigma_1 < \sigma_2$, то целесообразно использовать коэффициент вариации доходности - C
- Однако в зависимости от индивидуальной склонности к риску инвестор может предпочесть вариант с большей ожидаемой доходностью, но связанной и с большим риском, либо вариант с меньшей ожидаемой доходностью, но менее рискованный.

Задача 1. 1. Гассматриваются три равновероятных состояния экономики S_1, S_2, S_3 , т.е. каждое состояние может реализоваться с одинаковой вероятностью $p_k = 1/3$, $k = 1, 2, 3$. Значения доходностей ценных бумаг двух компаний A и B для каждого состояния k приводятся в табл. (в процентах).

S экономики	состояние	Доходность фирмы	
		A	B
S1		10	25
S2		20	15
S3		30	5

Определить :1. Ожидаемое значение доходностей ценных бумаг каждой компании ; 2. Риск, связанный с вложением в каждую ценную бумагу; 3. Степень зависимости доходностей ценных бумаг компаний A и B .

Решение

1. Ожидаемые доходности

$$\bar{m}_A = E(m_{Ak}) = \sum_{k=1}^n m_{Ak} p_k = 1/3(10 + 20 + 30) = 20;$$

$$\bar{m}_B = E(m_{Bk}) = \sum_{k=1}^n m_{Bk} p_k = 1/3(25 + 15 + 5) = 15;$$

2. Дисперсии доходностей ЦБ

$$\sigma^2_A = \sum_{i=1}^k (m_{Ak} - \bar{m}_A)^2 p_k = 1/3[(10 - 20)^2 + (20 - 20)^2 + (30 - 20)^2] = 66,67$$

$$\sigma^2_B = \sum_{i=1}^k (m_{Bk} - \bar{m}_B)^2 p_k = 1/3[(15 - 15)^2 + (25 - 15)^2 + (5 - 15)^2] = 66,67$$

Задачи формирования портфелей ценных бумаг

- Портфель – это совокупность различных инвестиционных инструментов, которые собраны воедино для достижения конкретной инвестиционной цели вкладчика.
- Основы теории выбора портфеля впервые были разработаны нобелевским лауреатом Гарри Марковицем в статье «Выбор портфеля», опубликованной в 1952 г. Затем в работах Вильяма Шарпа (1964) и Джона Литнера (1965), и было основано на понятиях система-тического (рыночного) и несистема-тического рисков ценной бумаги.



Задачи формирования портфелей ценных бумаг

12

- **Портфель** (инвестиционный портфель) - совокупность инвестиционных инструментов.
- **Портфельный менеджмент** – формирование инвестиционного портфеля ценных бумаг.
- **Главная цель** в формировании портфеля – достижение оптимального сочетания между риском и доходностью за счет набора инвестиционных инструментов, который должен обеспечить:
 - **минимум риска** потерь при заданном уровне доходности;
 - **или максимальную доходность** при заданном уровне риска.

Основные характеристики портфеля ЦБ

- m_p - доходность портфеля ценных бумаг. Данный параметр рассчитывается как взвешенная средняя из ожидаемых доходностей по каждой из ЦБ

$$m_p = \sum_{k=1}^n x_k \bar{m}_k$$



где x_i - доли инвестиций, помещенных в каждый из видов активов (эти доли называют *портфельными весами*), k – вид актива. $X^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; m_k - ожидаемая доходность по каждому виду активов.

Риск портфеля



1. Риск портфеля - σ_p - стандартное отклонение ставок дохода по портфелю, рассчитывается как квадратный корень из дисперсии портфельного дохода (вариации V_p),

$$\sigma_p^2 = V_p = X' \overline{\overline{COV}} X = \sum_{i=1}^N x_i^2 \times \sigma_i^2 + 2 \times \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i \times x_j \times r_{ij} \times \sigma_i \times \sigma_j$$

$\overline{\overline{COV}}$

- ковариационная матрица
порядка N .

Ковариационная матрица

порядка-N

- Ковариация - это статистическая мера взаимодействия двух случайных переменных, например, доходности трех ценных бумаг.

$$COV_{ij} = \begin{pmatrix} \text{cov}(m_1, m_1) & \text{cov}(m_1, m_2) & \text{cov}(m_1, m_3) \\ \text{cov}(m_2, m_1) & \text{cov}(m_2, m_2) & \text{cov}(m_2, m_3) \\ \text{cov}(m_3, m_1) & \text{cov}(m_3, m_2) & \text{cov}(m_3, m_3) \end{pmatrix}$$

- Коэффициент корреляции между двумя переменными i и j можно рассчитать по выражению

$$\rho_{ij} = COV_{ij} / \sigma_i \sigma_j$$

ПРИМЕР

1. Некоррелированные

Предположим, что ЦБ различных видов ведут себя независимо, т.е. они некоррелированы:

$$V_{ij} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq j$$

Тогда

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1} x_i^2 \cdot \sigma_i^2$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_i x_i \cdot \sigma_i^2}$$

Предположим, что деньги вложены равными долями во все виды ЦБ:

$$x_i = \frac{1}{n} \quad i = 1, 2 \dots n$$

Тогда средняя ожидаемая доходность портфеля:

$$m_p = \frac{\sum_i m_i}{n}$$

Риск портфеля:

$$\sigma_p = \sqrt{D_p} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum_i \sigma_i^2}{n}}$$

ПРИМЕР.

*Инвестор может составить портфель из
4 видов ценных бумаг:*

	1	2	3	4
m_i	3	5	8	10
σ_i	2	4	6	8

Рассмотрим несколько вариантов составления портфеля равными долями.

1. Портфель состоит из бумаг 1 и 2 вида.

$$m_p = \frac{3+5}{2} = 4$$

$$\sigma_p = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 4^2} \approx 2.23$$

2. Портфель состоит из бумаг 1, 2 и 3 вида.

$$m_p = \frac{3+5+8}{2} \approx 5.3$$

$$\sigma_p = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 4^2 + 6^2} \approx 2.5$$

3. Портфель состоит из бумаг всех видов.

$$m_p = \frac{3 + 5 + 8 + 10}{2} \approx 6.5$$

$$\sigma_p = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 4^2 + 6^2 + 10^2} \approx 2.73$$

Эффективность портфеля растет быстрее, чем его риск.

*При некоррелированных ЦБ, если их
число n в портфеле растет, то
риск будет ограничен и он будет $\rightarrow \infty$
стремиться к нулю при
Уменьшение риска
портфеля за счет увеличения в нем
числа ЦБ, получил название
эффекта диверсификации.*



Диверсификация

- **Диверсификация** (разнообразие ценных бумаг в портфеле) приводит к снижению общего риска портфеля. Это происходит вследствие сокращения собственного риска портфеля, в то время как рыночный риск портфеля остается приблизительно таким же. Этот же эффект воплощен в народной мудрости – «не клади все яйца в одну корзину». Принцип диверсификации гласит, что нужно проводить разнообразные, не связанные друг с другом операции, тогда эффективность окажется усредненной, а риск однозначно уменьшится.

2. Влияние коррел. ЦБ различного вида

Оценим влияние корреляции ЦБ.

Корреляция не влияет на эффективность портфеля, поскольку

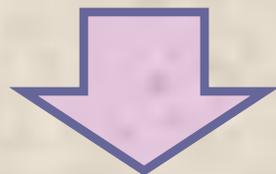
$$m_p = \sum_i x_i \cdot m_i$$

Но она будет влиять на риск:

$$\sigma_p^2 = \sum_{ij} x_i \cdot x_j \cdot COV_{ij} = \sum_{ij} x_i \cdot x_j \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_i \sigma_j$$

Рассмотрим коэффициент корреляции:

$$\rho_{ij} = \frac{V_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$$



$$\sigma_p^2 = \sum_{ij} (\sigma_i \cdot x_i)(\sigma_j \cdot x_j) \cdot \rho_{ij}$$

Рассмотрим два крайних случая:

2.1. Полная прямая корреляция

$$\rho_{ij} = 1$$

Это значит, что при изменении i –го фактора j – ый меняется прямо пропорционально.

Тогда

$$\sigma_p^2 = \sum_{ij} (\sigma_i \cdot x_i)(\sigma_j \cdot x_j) = \sum_i (\sigma_i \cdot x_i)^2$$

Если деньги вложить равными долями $x_i = \frac{1}{n}$
,то

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n^2} \sum_i (\sigma_i)^2$$

и риск портфеля составит $\sigma_p = \frac{1}{n} \left(\sum_i \sigma_i^2 \right)^{1/2}$

Однако, в этом случае диверсификация портфеля
не дает эффекта – риск портфеля не будет
стремиться к нулю при

$$n \rightarrow \infty$$

Заметим, что положительная корреляция между эффективностями ЦБ имеет место, когда их курс определяется одним фактором.

Например, цены акций электрических и транспортных компаний пропорциональны цене на нефть.

Диверсификация путем покупки и тех и других акций бесполезна – риск портфеля оказывается приблизительно таким же, как и среднеквадратичное отклонение цены на нефть.

2.2. Полная обратная корреляция

$$\rho_{ij} = -1$$

Пусть $n=2$:

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= \sigma_1^2 \cdot x_1^2 + \sigma_2^2 \cdot x_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2x_1x_2 = \\ &= (\sigma_1x_1 - \sigma_2x_2)^2\end{aligned}$$

Если

$$x_2 = \frac{x_1 \sigma_1}{\sigma_2}$$

То

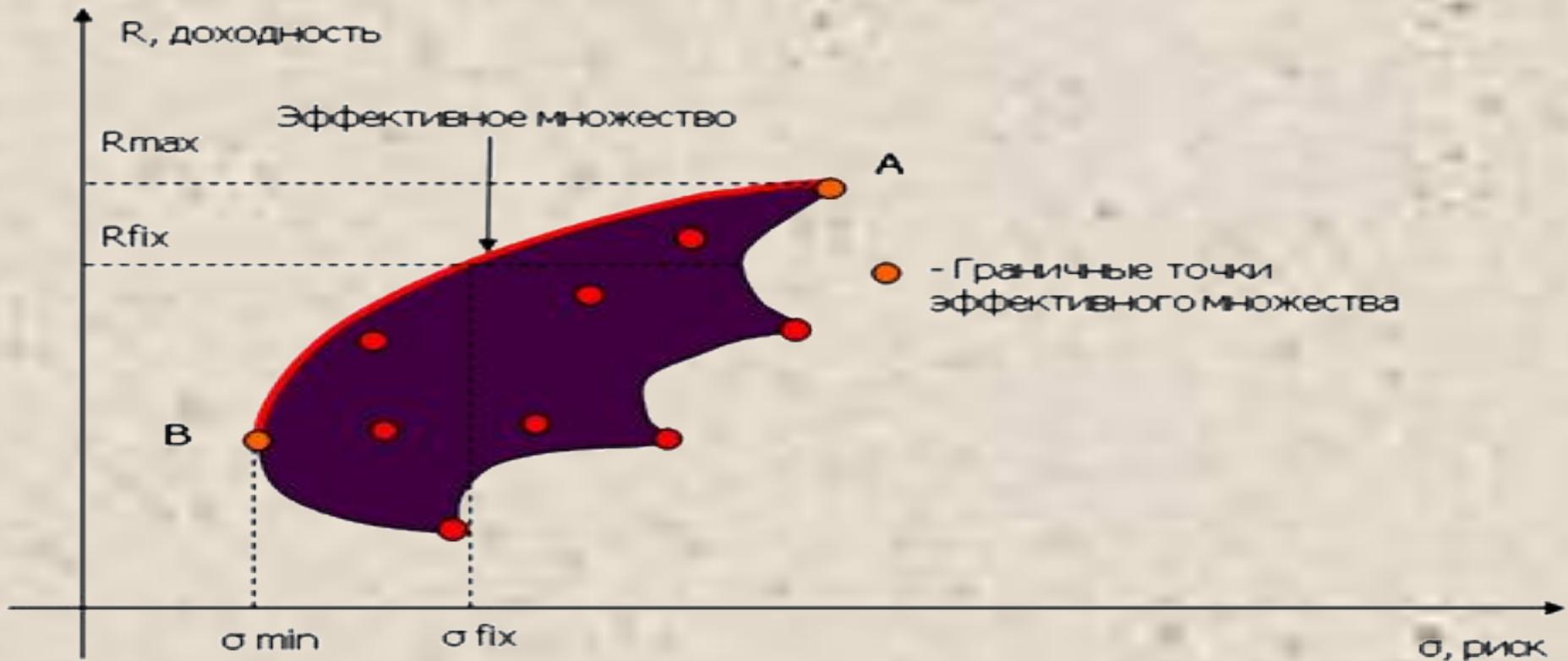
$$\sigma_p^2 = (\sigma_1 x_1 - \sigma_2 x_2)^2 = \left(\sigma_1 x_1 - \sigma_2 \frac{x_1 \sigma_1}{\sigma_2} \right)^2 = 0$$

Таким образом, при обратной корреляции возможно такое распределение вложений, при которой **риск полностью отсутствует.**

Эффективный инвестиционный портфель

- *Эффективный портфель* – это портфель подверженных риску ценных бумаг (активов), **дающий максимальный средний доход из всех портфелей с одинаковой дисперсией.**

- Эффективное множество для произвольного количества ЦБ
- Наилучшими являются портфели, лежащие на эффективном множестве. Это портфели, удовлетворяющие максимальной доходности при заданном уровне риска и минимальному риску при заданной доходности. Ключевыми точками эффективного множества являются портфели с максимальной доходностью (А) и минимальным риском (В).



Модели оптимального портфеля

- Задача оптимизации сводится к определению такой структуры состава портфеля (т.е. x_1, x_2, \dots инвестиций), чтобы величина ожидаемого дохода – m_p и - уровень риска σ_p соответствовали целям инвесторов.
- При этом целевой функцией может быть минимизация риска при заданной доходности, либо максимизация дохода при риске не выше заданного, а на компоненты вектора X , представляющего состав портфеля могут накладываться различные ограничения, зависящие от вида сделки, типа участвующих активов, величины открываемых позиций и т. д.

Модель Блэка

- В модели Блэка допустимыми являются любые портфели, т.е. вектор X удовлетворяет лишь основному ограничению:
- $\sum_{i=1}^n x_i = 1$
- Наличие коротких позиций (отсутствие условия неотрицательности) позволяет реализовать любую, сколь угодно большую доходность, естественно за счет большого риска.

2. Модель Марковица

- **Модель Марковица** рассматривает в качестве допустимых только **стандартные** портфели (без коротких позиций). Это значит, что на вектор X накладываются два ограничения: основное

$$\sum_i x_i = 1$$

- и неотрицательности $x_i \geq 0$ для всех i .



Модели портфеля ценных бумаг

- Портфель называют стандартным, если инвестор по каждому активу находится в длинной (*long*) позиции. Длинная позиция – это обычно покупка актива с намерением его последующей продажи (закрытие позиций).
- Особенностью **модели Марковица** является то, что доходность любого стандартного портфеля не превышает наибольшей доходности активов, из которых он построен.

Модели портфеля ценных бумаг

Оптимальное решение этой задачи обозначим значком *. Если $x_i^* \geq 0$, то это означает рекомендацию вложить долю наличного капитала в ценные бумаги i -го вида. Если же $x_i^* < 0$, то содержательно это означает провести операцию «short sale» («короткая продажа»).

Операция «short sale»

- Инвестор, формирующий портфель, обязуется через какое-то время поставить ценные бумаги i -го вида (вместе с доходом, какой они принесли бы их владельцу за это время). За это сейчас он получает их денежный эквивалент. Эти деньги он присоединяет к своему капиталу и покупает рекомендуемые оптимальным решением ценные бумаги. Так как ценные бумаги других видов (т.е. не i -го вида) более эффективны, то инвестор оказывается в выигрыше. Можно обойтись и без операции «short sale», если инвестору доступны займы денежных средств по безрисковой ставке.

В модели Марковица обычно рассматриваются два типа задач оптимизации портфелей: 1. Минимального риска при заданном уровне доходности; 2. Максимальной доходности при уровне риска не превышающем заданного значения.

1. Портфель Марковица минимального риска.

- Найти вектор X^* распределения исходного капитала, минимизирующий риск (вариацию) портфеля

$$\sigma_p = \sqrt{X^T \cdot \overline{COV} \cdot X} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^N x_i \times x_j \times r_{ij} \times \sigma_i \times \sigma_j} \Rightarrow \min$$

- при заданной эффективности портфеля

$$\sum_{i=1}^n x_i m_i \geq m_e$$

- и условия, что сумма долей активов в портфеле должна составлять единицу

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad x_i \geq 0$$

Пример

Сформировать портфель минимального риска из двух видов ценных бумаг - А с доходностью 10% и риском 20% и В с доходностью 5% и риском 10% при условии, что обеспечивается доходность портфеля не менее 8%. Коэффициент корреляции равен 0.2.

Решение.

Модель Марковица может быть сформулирована следующим образом.

Необходимо найти вектор $X = (X_1, X_2)$, минимизирующий риск портфеля σ_p .

X_1 - доля в портфеле ценных бумаг А;

X_2 - доля в портфеле ценных бумаг В,

$$\sigma_p = \sqrt{X^T \times \text{COV} \times X} = \sqrt{\sigma_1^2 x_1^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 r_{1,2} + \sigma_2^2 x_2^2} =$$

$$= \sqrt{20^2 x_1^2 + 2x_1 x_2 20 \times 10 \times 0.2 + 10^2 x_2^2} \rightarrow \min$$

При ограничениях:

$$X_1 + X_2 = 1$$

$$10 \times X_1 + 5 \times X_2 \geq 8$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Решение: строим модель

	A	B	C	D	E	F	G
1		акция А	акция В		коэф. корреляции		
2	доходность (%)	10	5		0,2		
3	риск (%)	20	10		риск портфеля		
4	доли в портфеле	50,00%	50,00%		12,04		
5	ограничения:	=КОРЕНЬ(В4^2*В3^2+2*В3*С3*В4*С4*Е2+С3^2*С4^2)					
6	доходность портфеля	7,50	>=	8			
7	доли бумаг	100,00%	=	1			
8	=СУММПРОИЗВ(В2:С2;В4:С4)		=В4+С4				
9							

Решение: поиск оптимального решения

	A	B	C	D	E	F	G
1		акция А	акция В		коэф. корреляции		
2	доходность (%)	10	5		0,2		
3	риск (%)	20	10		риск портфеля		
4	доли в портфеле	60,00%	40,00%		13,39		
5		=СУММПРОИЗВ(B2:C2;B4:C4)	=КОРЕНЬ(B4^2*B3^2+2*B3*C3*B4*C4*E2+C3^2*C4^2)				
6	доходность портфеля	8,00	>=	8			
7	доли бумаг	100,00%	=	1			
8		=B4+C4					
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: максимальному значению значению: минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

-
-

2. Портфель Марковица максимальной эффективности.

- Найти вектор X^* , максимизирующий ожидаемую эффективность портфеля

$$m_p = \sum_{i=1}^n x_i m_i \implies \max$$

- при уровне риска не превышающем заданного значения

$$\sqrt{X^0 \cdot \overline{\overline{COV}} \cdot X} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^N X_i \times X_j \times r_{ij} \times \sigma_i \times \sigma_j} \leq \sigma_e$$

- и условия, что сумма долей активов в портфеле должна составлять единицу

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0$$

Пример.

Найти оптимальный портфель максимальной эффективности для трех ценных бумаг A, B и C со следующими доходностью и риском:

	A	B	C
m_i (%)	20	11	12
σ_i	30	15	20

Матрица коэффициентов корреляции

	A	B	C
A	1	0.5	0.3
B	0.5	1	0.7
C	0.3	0.7	1

Верхняя граница риска задана равной 0,2.

Решение.

Необходимо найти вектор $X=(X_1, X_2, X_3)$, максимизирующий доходность портфеля m_p .

X_1 – доля в портфеле ценных бумаг А,

X_2 – доля в портфеле ценных бумаг В,

X_3 – доля в портфеле ценных бумаг С.

$$m_p = 20 \times X_1 + 11 \times X_2 + 12 \times X_3 \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

$$\sigma_p = \sqrt{X^T \times COV \times X} \leq 20$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Решение: строим модель

	A	B	C	D	E
1		A	B	C	
2	доходность (%)	20	11	12	
3	риск (%)	30	15	20	
4	доли в портфеле				
5					
6	корреляции	A	B	C	
7	A	1	0,5	0,3	
8	B	0,5	1	0,7	
9	C	0,3	0,7	1	
10		$=B7*B3*B$	$=C7*B3*C$	$=D7*B3*D$	
11	ковариации	A	B	C	
12	A	900	225	180	
13	B	225	225	210	
14	C	180	210	400	
15					
16					

Решение: поиск оптимального решения

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		A	B	C				
2	доходность (%)	20	11	12				
3	риск (%)	30	15	20		риск портфеля		
4	доли в портфеле	50,60%	16,69%	32,72%		20,00	<=	20,00
5						=КОРЕНЬ(МУМНОЖ(F12:H12;F7:F9))		
6	корреляции	A	B	C		доли в портфеле		
7	A		1	0,5	0,3	0,51		
8	B		0,5	1	0,7	0,17		
9	C		0,3	0,7	1	0,33		
10								
11	ковариации	A	B	C		=МУМНОЖ(B4:D4;B12:D14)		
12	A	900	225	180		551,81	220,09	256,98
13	B	225	225	210				
14	C	180	210	400				
15								
16								
17	доходность портфеля	15,88				=СУММПРОИЗВ(B2:D2;B4:D4)		
18	доли бумаг	1,00	=	1				

Модель Тобина-Шарпа-Литнера

(D. Tobin – также впоследствии лауреат Нобелевской премии)

В этой модели предполагается наличие так называемых безрисковых активов, доходность которых не зависит от состояния рынка и имеет постоянное значение.

Пусть m_o – эффективность безрисковых бумаг, а x_o – доля капитала, в них вложенного, тогда в рисковую часть портфеля вложена $(1 - x_o)$ часть всего капитала. Пусть m_r – эффективность и V_r – вариация (дисперсия) рисковой части портфеля, и $\sigma_r = \sqrt{V_r}$ – риск этой рисковей части.

Модель Тобина-Шарпа-Литнера

- Эффективность всего портфеля равна

$$m_p = x_0 m_0 + (1 - x_0) m_r$$

- Вариация портфеля равна:

$$V_p = (1 - x_0)^2 V_r$$

- Риск портфеля:

$$r_p = |1 - x_0| r_r$$

- После преобразований получим

$$x_0 = 1 \otimes \frac{r_p}{r_r} = \frac{r_r \otimes r_p}{r_r}$$

Модель Тобина-Шарпа-Литнера

- Считается, что безрисковые бумаги не коррелированы с остальными.
- Эффективность портфеля линейно зависит от его риска:

$$m_p = m_0 + \frac{(m_r \otimes m_0)r_p}{r_r}$$

3. Модель с N рисковыми бумагами Тобина

- Модель Тобина –комбинированный портфель включающий , как рисковые , так и безрисковые ценные бумаги с гарантированной доходностью – m_f и долей x_0 .
- Найти вектор X^* распределения исходного капитала, минимизирующий риск (вариацию) портфеля

$$\sigma_P = \sqrt{X^T \cdot \overline{\overline{COV}} \cdot X} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i \times x_j \times \rho_{ij} \times \sigma_i \times \sigma_j} \Rightarrow \min$$

- при заданной эффективности портфеля и условии, что сумма долей активов в портфеле должна составлять единицу

$$m_0 x_0 + \sum_{i=1}^n x_i m_i \geq m_f \quad \text{и} \quad x_0 + \sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Выводы

- Современная портфельная теория основывается на допущении, что инвесторы имеют возможность распределять богатство среди множества доступных направлений инвестирования, - то есть формировать инвестиционный портфель. Причем критериями оценки эффективности инвестиционных решений являются только два параметра - ожидаемая доходность и стандартное отклонение доходности.
- Эффект диверсификации состоит в возможности снижения риска инвестирования (без ущерба для доходности) путем распределения инвестиций среди доступных направлений. Чем больше степень диверсификации и чем меньше корреляция между доходностью выбранных финансовых активов - тем большими являются возможности по снижению риска.

- Предоставляемые рынком возможности по выбору желаемой комбинации ожидаемой доходности и риска инвестиций ограничены. Эффективным портфелем называется портфель с максимальной для данной величины риска ожидаемой доходностью, либо, что то же самое - с минимальным для данной величины доходности риском. Совокупность всех возможных эффективных портфелей образует границу эффективности. Рациональные инвесторы всегда стремятся к формированию эффективного портфеля. Какой именно эффективный портфель выберет инвестор - зависит от его индивидуальных отношений предпочтения между риском и ожидаемым доходом. Если на рынке существует безрисковая ставка доходности, задача инвестора сводится к выбору комбинации рискованных и безрисковых инвестиций.
- Модель Марковица представляет собой задачу выбора эффективного портфеля - то есть формирования портфеля, обеспечивающего минимальный риск при заданном уровне ожидаемой доходности. В общем случае, модель Марковица представляет собой задачу квадратичного программирования и может быть решена стандартными методами. Наиболее сложная проблема, связанная с практическим использованием модели Марковица - подготовка исходной информации об ожидаемой доходности, стандартном отклонении и коэффициентах ковариации финансовых активов.