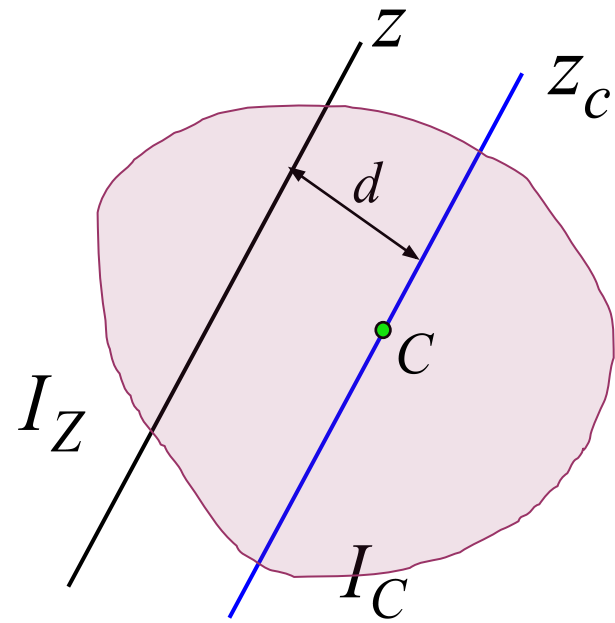


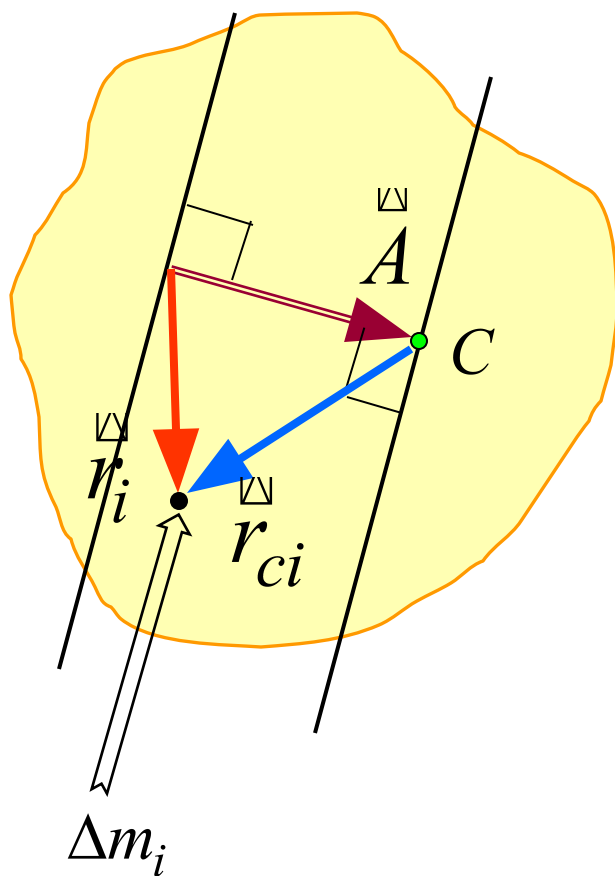
## Теорема Штейнера

Момент инерции тела относительно произвольной оси  $Z$  равен сумме момента инерции этого тела относительно оси  $Z_C$  параллельной данной и проходящей через центр масс этого тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями.



$$I_Z = I_C + md^2$$

# Док-во теоремы Штейнера



$$\vec{r}_i = \vec{A} + \vec{r}_{ci} \quad \left| \quad (\dots)^2$$

$$r_i^2 = A^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{r}_{ci} + r_{ci}^2 \quad \left| \quad \times \sum_{i=1}^N m_i;$$

$$\sum_{i=1}^N m_i r_i^2 = A^2 \sum_{i=1}^N m_i + 2\vec{A} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_{ci} + \sum_{i=1}^N \Delta m_i r_{ci}^2$$

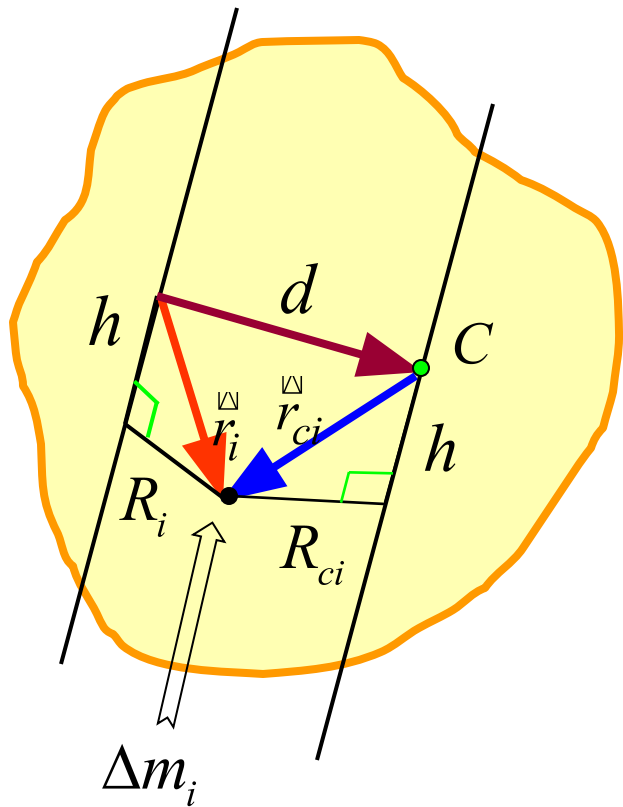
Поместим начало координат в центр инерции,

т.е.  $\vec{r}_c = 0$  Из определения ц.инерции следует:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N \Delta m_i \vec{r}_{ci} = 0 \quad \longrightarrow \quad \sum_{i=1}^N \Delta m_i \vec{r}_{ci} = 0$$

$$|\vec{A}| = A = d$$

$$\sum_{i=1}^N m_i r_i^2 = d^2 \sum_{i=1}^N m_i + \sum_{i=1}^N \Delta m_i r_{ci}^2$$



$$\sum_{i=1}^N \Delta m_i r_i^2 = d^2 \sum_{i=1}^N \Delta m_i + \sum_{i=1}^N \Delta m_i r_{ci}^2$$

$$\sum_{i=1}^N \Delta m_i (R_i^2 + h^2) = d^2 \sum_{i=1}^N \Delta m_i + \sum_{i=1}^N \Delta m_i (R_{ci}^2 + h^2)$$

$$\sum_{i=1}^N \Delta m_i R_i^2 = md^2 + \sum_{i=1}^N \Delta m_i R_{ci}^2$$

$$I_Z = I_C + md^2$$