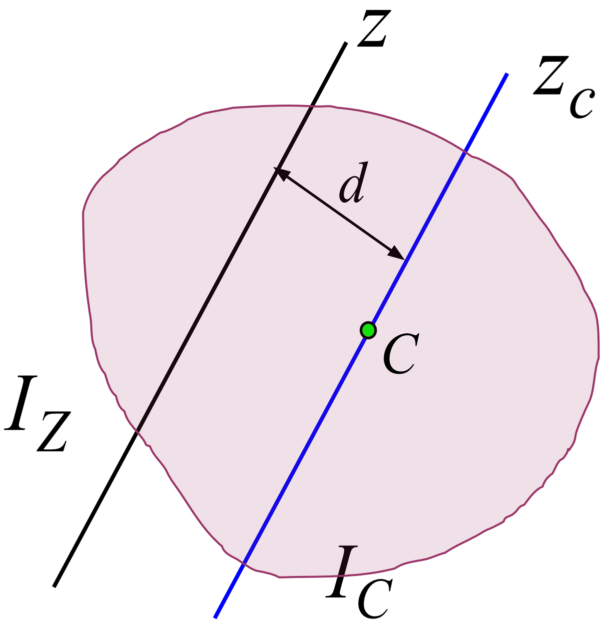
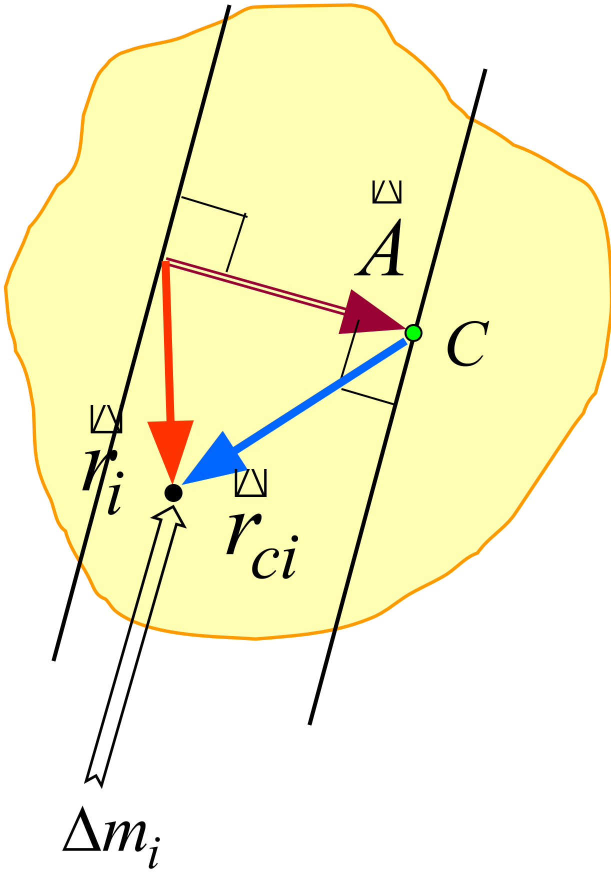
Теорема Штейнера

Момент инерции тела относительно произвольной оси Z **равен сумме момента инерции этого тела относительно оси** Z_C**, параллельной данной и проходящей через центр масс этого тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями.**



$$\boxed{I_Z = I_C + md^2}$$

Док-во теоремы Штейнера



$$\vec{r}_i = \vec{A} + \vec{r}_{ci} \qquad \Big| \qquad (\ldots)^2$$

$$\vec{r}_i^{\,2} = \vec{A}^2 + 2\vec{A}\cdot\vec{r}_{ci} + \vec{r}_{ci}^{\,2} \qquad \Big| \qquad \times \Delta m_i;\ \sum_{i=1}^{N}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i r_i^2 = A^2 \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i + 2\vec{A} \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \vec{r}_{ci} + \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i r_{ci}^2$$

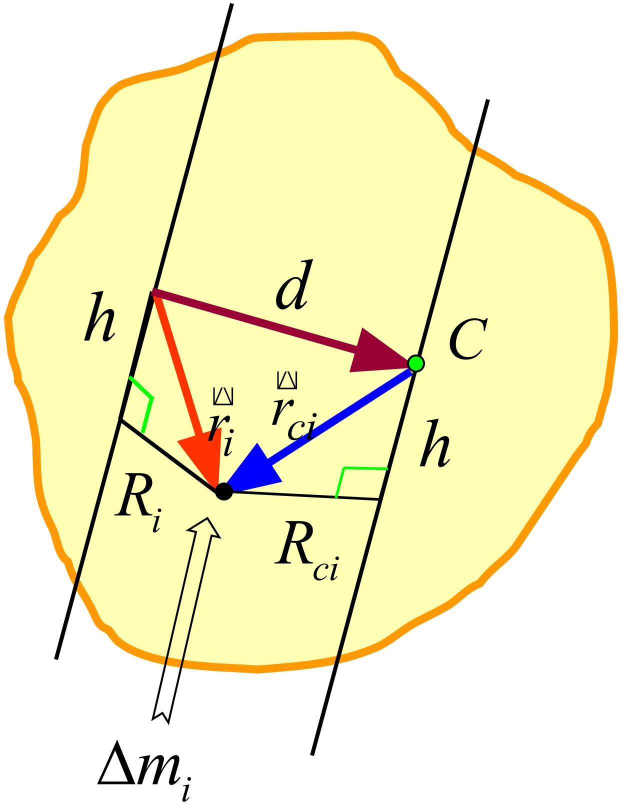
Поместим начало координат в центр инерции,

т.е. $\vec{r}_c = 0$ Из определения ц.инерции следует:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \vec{r}_{ci} = 0 \longrightarrow \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \vec{r}_{ci} = 0$$

$$\left|\vec{A}\right| = A = d$$

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i r_i^2 = d^2 \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i + \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i r_{ci}^2$$



$$\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i r_i^2 = d^2 \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i + \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i r_{ci}^2$$

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i (R_i^2 + h^2) = d^2 \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i + \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i (R^2{}_{ci} + h^2)$$

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i R_i^2 = md^2 + \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i R^2{}_{ci}$$

$$\boxed{I_Z = I_C + md^2}$$