Data Mining

Ассоциативные правила

- Цель данного метода — исследование взаимной связи между событиями, которые происходят совместно.

- Разновидностью аффинитивного анализа является *анализ рыночной корзины (market basket analysis), цель которого — обнаружить ассоциации между различными* событиями, то есть найти правила для количественного описания взаимной связи между двумя или более событиями.

Примерами приложения ассоциативных правил могут быть следующие задачи:

- выявление наборов товаров, которые в супермаркетах часто покупаются вместе или никогда не покупаются вместе;
- определение доли клиентов, положительно относящихся к нововведениям в их обслуживании;
- определение профиля посетителей веб-ресурса;
- определение доли случаев, в которых новое лекарство показывает опасный побочный эффект.

Базовые понятия

- *транзакция* — некоторое множество событий, происходящих совместно.
- *предметный набор* — это непустое множество предметов, появившихся в одной транзакции.

№	Транзакция
1	Сливы, салат, помидоры
2	Сельдерей, конфеты
3	Конфеты
4	Яблоки, морковь, помидоры, картофель, конфеты
5	Яблоки, апельсины, салат, конфеты, помидоры
6	Персики, апельсины, сельдерей, помидоры
7	Фасоль, салат, помидоры
8	Апельсины, салат, морковь, помидоры, конфеты
9	Яблоки, бананы, сливы, морковь, помидоры, лук, конфеты

- ассоциативное правило формулируется в виде: «**Если условие, то следствие».**

- Условие может ограничиваться только одним предметом

- (left-hand side — LHS) и (right-hand side — RHS) компоненты

Показатели

- *Поддержка ассоциативного правила — это число транзакций, которые содержат как условие,* так и следствие.

$$S(A \to B) = P(A \cap B) \models \frac{\text{количество транзакций, содержащих A и B}}{\text{общее количество транзакций}}.$$

Показатели

- *Достоверность ассоциативного правила A → B представляет собой меру точности правила и* определяется как отношение количества транзакций, содержащих и условие, и следствие, к количеству транзакций, содержащих условие:

$$C(A \to B) = P(B \mid A) = P(B \cap A) / P(A) = \frac{\text{количество транзакций, содержащих A и B}}{\text{количество транзакций, содержащих только A}}.$$

Значимость ассоциативных правил

Если условие и следствие независимы, то поддержка правила примерно соответствует произведению поддержек условия и следствия, то есть $S_{AB} \approx S_A S_B$

Пример с товарами и автомобилем ВАЗ

Дополнительные показатели

- *Лифт — это отношение частоты появления условия в транзакциях, которые также содержат и* следствие, к частоте появления следствия в целом.

- $L(A \rightarrow B) = C(A \rightarrow B) / S(B)$.
  - $L>1$, связь положительная
  - $L=1$ связь отсутствует
  - $L<1$ связь отрицательная

НО!

Правило с меньшей поддержкой и большим лифтом может быть менее значимым, чем альтернативное правило с большей поддержкой и меньшим лифтом, потому что последнее применяется для большего числа покупателей.

L > , S<	L <, S>
Поддержка мала количество транзакций, содержащих A и B < общее количество транзакций	Поддержка велика количество транзакций, содержащих A и B ≈ общее количество транзакций
Лифт большой Мера > поддержки следствия(B)	Лифт малый Мера < поддержки следствия(B)
количество транзакций, содержащих A и B > количество транзакций, содержащих только A, (условие) * количество транзакций, содержащих только B, (следствие) /общее количество транзакций	количество транзакций, содержащих A и B < количество транзакций, содержащих только A, (условие) * количество транзакций, содержащих только B, (следствие)/общее количество транзакций
Чего не хватает для формулы значимости ???	

Дополнительные показатели

Левередж — это разность между наблюдаемой частотой, с которой условие и следствие появляются совместно (то есть поддержкой ассоциации), и произведением частот появления (поддержек) условия и следствия по отдельности. Предложена Г. Пятецким-Шапиро.

$T(A \rightarrow B) = S(A \rightarrow B) - S(A)S(B).$

- Если в базе данных транзакций присутствует *k предметов* и все ассоциации являются бинарными (то есть содержат по одному предмету в условии и следствии), то потребуется проанализировать $k \cdot 2^{k-1}$ *ассоциаций.*

Алгоритм Apriori

- *Частый предметный набор — предметный набор с поддержкой больше заданного порога либо равной ему. Этот порог называется минимальной поддержкой.*

Методика поиска

1 Следует найти частые наборы.

2 На их основе необходимо сгенерировать ассоциативные правила, удовлетворяющие условиям минимальной поддержки и достоверности.

свойство антимонотонности

если предметный набор *Z не является* частым, то добавление некоторого нового предмета *A к набору Z не делает его более частым.*

Т.е. , если *Z не является частым набором, то и набор Z U A также не будет* являться таковым.

Набор транзакций D

№ транзакции	Спаржа	Фасоль	Капуста	Кукуруза	Перец	Кабачки	Помидоры
1	0	0	1	1	1	0	0
2	1	0	0	1	0	1	0
3	0	1	0	1	0	1	1
4	0	1	0	1	1	0	1
5	1	1	0	0	0	0	1
6	1	1	0	0	0	1	1
7	0	0	0	1	0	0	1
8	0	0	1	0	1	0	1
9	1	1	0	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	0
11	0	1	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0	1	0
13	1	1	0	1	0	1	0
14	0	1	1	1	1	0	1

№ транзакции	Предметные наборы
1	Капуста, перец, кукуруза
2	Спаржа, кабачки, кукуруза
3	Кукуруза, помидоры, фасоль, кабачки
4	Перец, кукуруза, помидоры, фасоль
5	Фасоль, спаржа, капуста
6	Кабачки, спаржа, фасоль, помидоры
7	Помидоры, кукуруза
8	Капуста, помидоры, перец
9	Кабачки, спаржа, фасоль
10	Фасоль, кукуруза
11	Перец, капуста, фасоль, кабачки
12	Спаржа, фасоль, кабачки
13	Кабачки, кукуруза, спаржа, фасоль
14	Кукуруза, перец, помидоры, фасоль, капуста

F1 = {спаржа, фасоль, капуста, кукуруза, перец, кабачки, помидоры}

Создание множеств F_k

- алгоритм Apriori сначала создает множество F_k *кандидатов в k-*предметные наборы путем связывания множества F_k – 1 с самим собой. Затем F_k сокращается с использованием свойства антимонотонности.

Множества *F2*

Набор	Количество	Набор	Количество
Спаржа, фасоль	5	Капуста, кукуруза	2
Спаржа, капуста	1	Капуста, перец	4
Спаржа, кукуруза	2	Капуста, кабачки	1
Спаржа, перец	0	Капуста, помидоры	2
Спаржа, кабачки	5	Кукуруза, перец	3
Спаржа, помидоры	1	Кукуруза, кабачки	3
Фасоль, капуста	3	Кукуруза, помидоры	4
Фасоль, кукуруза	5	Перец, кабачки	1
Фасоль, перец	3	Перец, помидоры	3
Фасоль, кабачки	6	Кабачки, помидоры	2
Фасоль, помидоры	4		

$$F_2 = \{спаржа, фасоль\}$$

$$\{спаржа, кабачки\}$$

$$\{фасоль, кукуруза\}$$

$$\{фасоль, кабачки\}$$

$$\{фасоль, помидоры\}$$

$$\{капуста, перец\}$$

$$\{кукуруза, помидоры\}$$

Генерация множеств *F3*

Для этого нужно связать наборы из множества *F2 между собой,*, если у них первые *k – 1 предметов общие*.

{спаржа, фасоль} + {спаржа, кабачки} = {спаржа, фасоль, кабачки}

$$F_3 = \begin{matrix} \{спаржа, фасоль, кабачки\} \\ \{фасоль, кукуруза, кабачки\} \\ \{фасоль, кабачки, помидоры\} \\ \{фасоль, кукуруза, помидоры\} \end{matrix}$$

Теперь *F3 также сокращается с помощью свойства антимонотонности. Для каждого предметного* набора s из множества F3 создаются и проверяются поднаборы размером *k – 1.*

Генерация ассоциативных правил

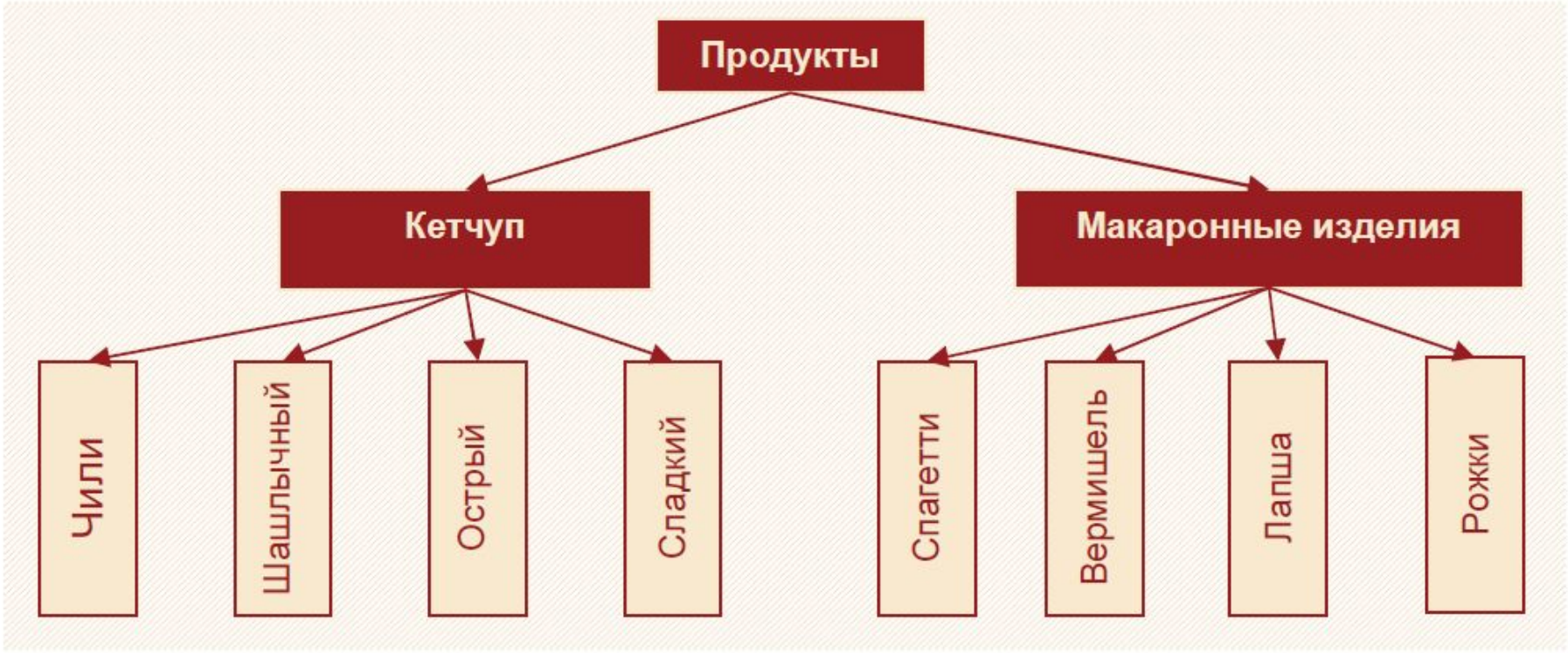
- **1 Генерируются все возможные поднаборы *s***
- **2 Если поднабор *ss является непустым поднабором s, то рассматривается ассоциативное*** правило *R: ss → (s – ss), где s – ss представляет собой набор s без поднабора ss.*

{*спаржа, фасоль, кабачки}*

и {фасоль, кукуруза, помидоры}

- Для первого ассоциативного правила *ss = {спаржа, фасоль}, и* тогда (*s – ss) = {кабачки}*

Иерархические ассоциативные правила



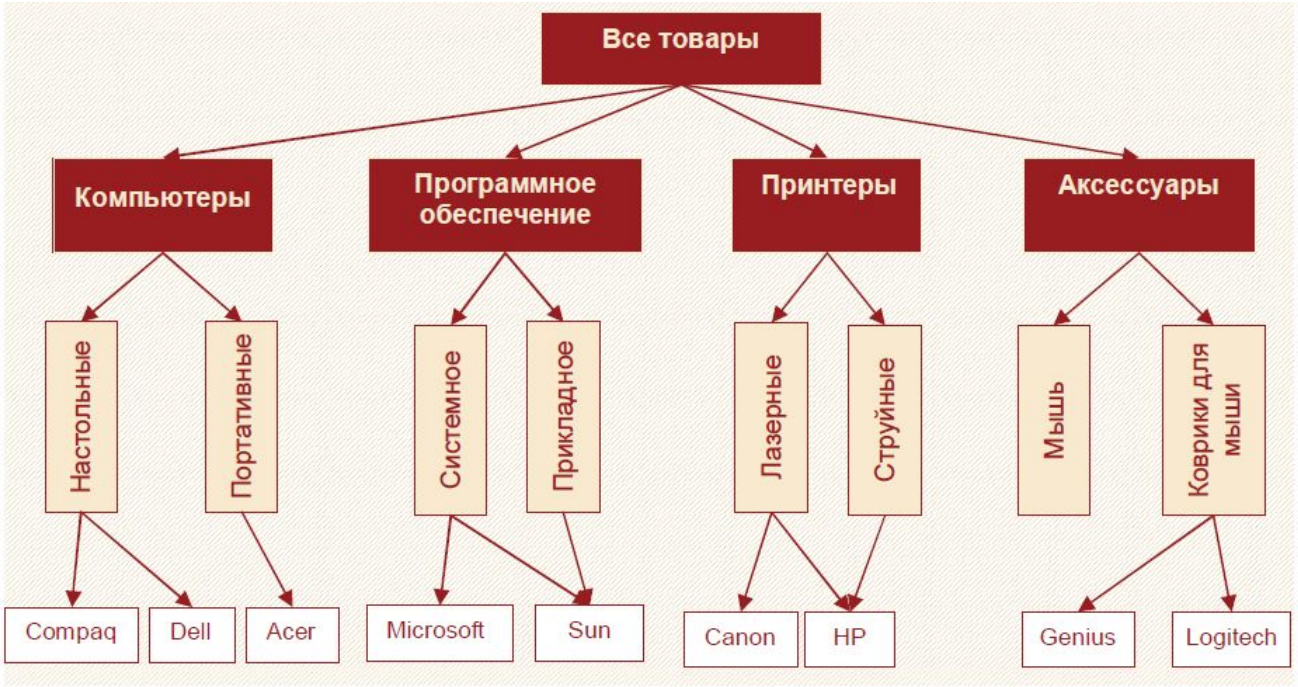
$S(I) \geq S(i_j)$,

- где I — *группа в иерархии,*
- i_j — *предмет, входящий в данную группу.*

$$S(I) = \sum_{j=1}^{N} i_j$$

- Ассоциативные правила, обнаруженные для предметов, расположенных на различных иерархических уровнях, получили название *иерархические ассоциативные правила.*

- *В зарубежной литературе они также* известны как многоуровневые правила (multilevel rules) или обобщенные правила (generalized rules).



№ транзакции	Предметные наборы
1	Настольный компьютер Acer, лазерный принтер HP
2	OS MS Windows XP, ПО MS Office
3	Мышь Genius, коврик для мыши Logitech
4	Портативный компьютер Dell, ПО MS Office
5	Настольный компьютер Compaq
…	…

- **1 Сначала ищутся ассоциации с высокой поддержкой для верхних уровней иерархии.**

- **2 Анализируются потомки только тех предметов верхних уровней, которые удовлетворяют** заданному минимуму поддержки *Smin. Анализ потомков тех предметов, которые сами по* себе являются редкими, не имеет смысла, поскольку они будут встречаться еще реже, чем их предки.

Методы поиска иерархических ассоциативных правил

Вариант 1 — использование одинакового порога минимальной поддержки *Smin на всех* иерархических уровнях.

- Маловероятно, что предметы нижних уровней продаются так же часто, как предметы более высоких уровней.

- Если S_{min} слишком большой, это может привести к потере полезных ассоциаций между предметами низких уровней.

- Если S_{min} слишком низкий, это может породить много неинтересных ассоциаций между предметами высоких уровней.

Вариант 2 — использование пониженного порога минимальной поддержки для нижних уровней иерархии

Вариант 3 — независимая установка порога.

- Межуровневая (cross-level) фильтрация по одному предмету.
- Предмет на i-м уровне проверяется тогда и только тогда, когда его родительский узел на уровне *i – 1* содержит частые наборы.

- **Вариант 3 —** независимая установка порога.
- Межуровневая фильтрация по *k-предметному набору.*
- *k-предметный набор на i-м* уровне проверяется тогда и только тогда, когда его родительский *k-предметный*