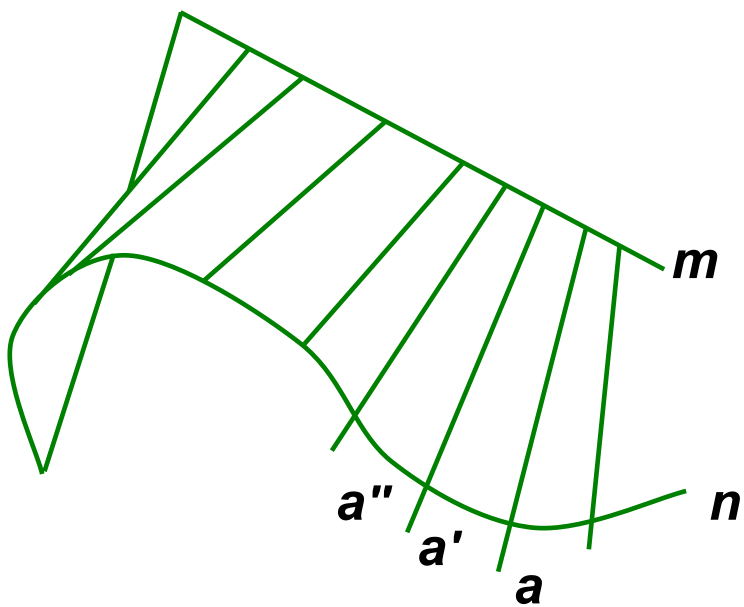
Лекция 5

Поверхности

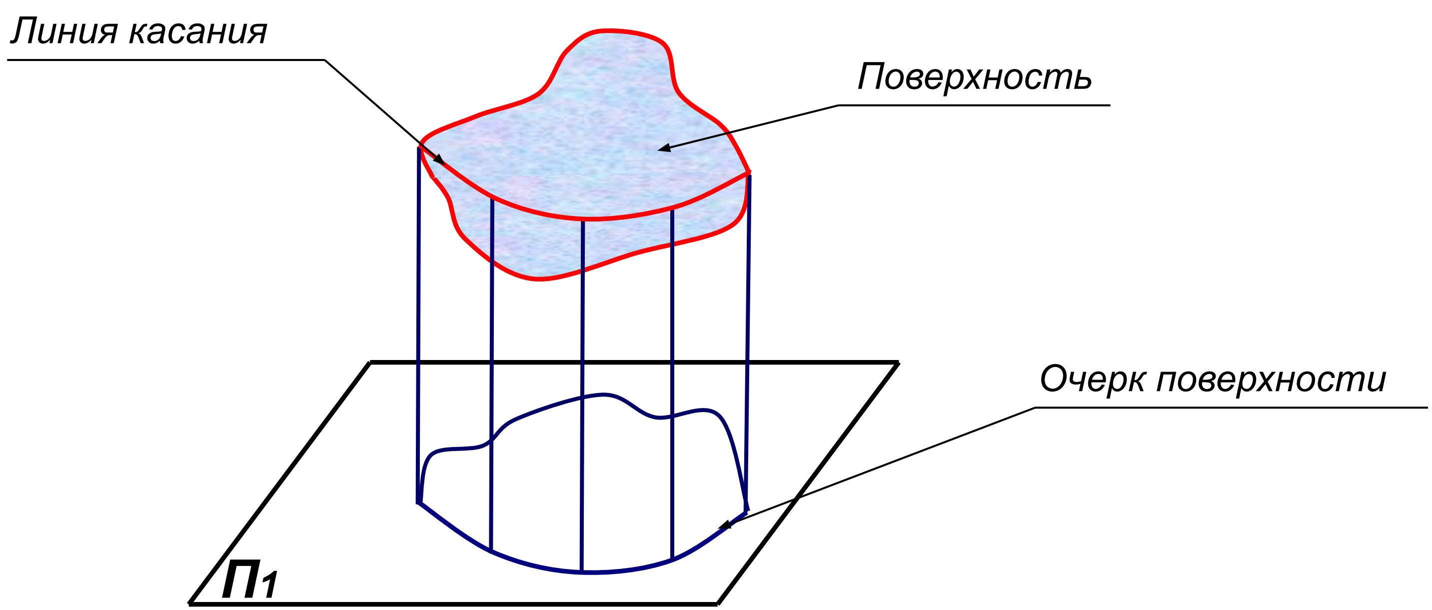
Следует рассматривать поверхность как совокупность последовательных положений линии **а**, перемещающейся в пространстве по определенному закону.

Закон перемещения линии ***a*** целесообразно задать в виде семейства линий **m**, **n**.

Подвижная линия ***a*** называется образующей, неподвижные линии **m**, **n** – направляющими.



- ***Каркас поверхности*** ***– множество линий, определяющих поверхность.***
- ***Определителем поверхности*** ***называют совокупность независимых условий, однозначно задающих поверхность.***
- ***Очерком поверхности*** ***называют проекцию проецирующей цилиндрической поверхности, которая огибает заданную поверхность.***



Основой классификации поверхностей могут служить их определители или геометрические особенности, связанные с кинематическим способом образования.

Важными признаками формообразования поверхностей являются:

- **Вид образующей;**
- **Постоянство образующей;**
- **Закон перемещения образующей;**
- **Развёртываемость куска поверхности.**

Классификация поверхностей

По виду образующей:
- Линейчатые
- Нелинейчатые

По постоянству образующей:
- С постоянной образующей
- С переменной образующей

По закону движения образующей:
- Кинематические поверхности
- Поверхности вращения
- Винтовые поверхности

По развёртываемости:
- Развёртываемые
- Не развёртываемые

Линейчатые развёртываемые поверхности

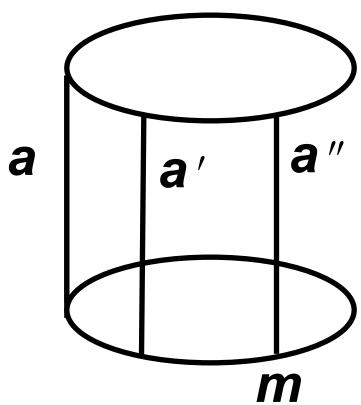
Цилиндрические поверхности

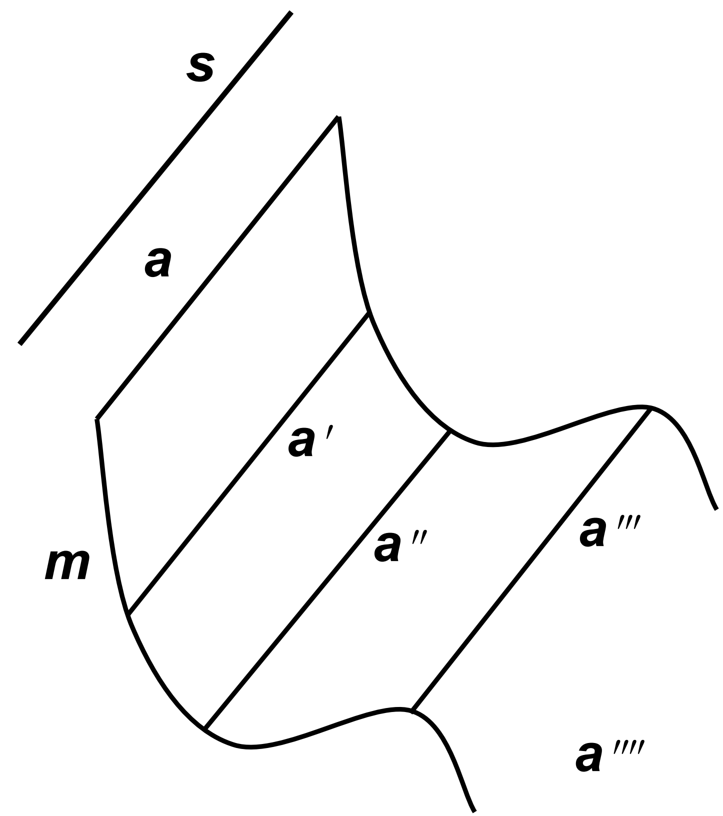
Φ(a, m, s) [a ∩ m, a || s],

m-кривая направляющая

s-направляющий вектор

Если ***m***-окружность и ***m⊥a,*** то поверхностью будет прямой круговой цилиндр.



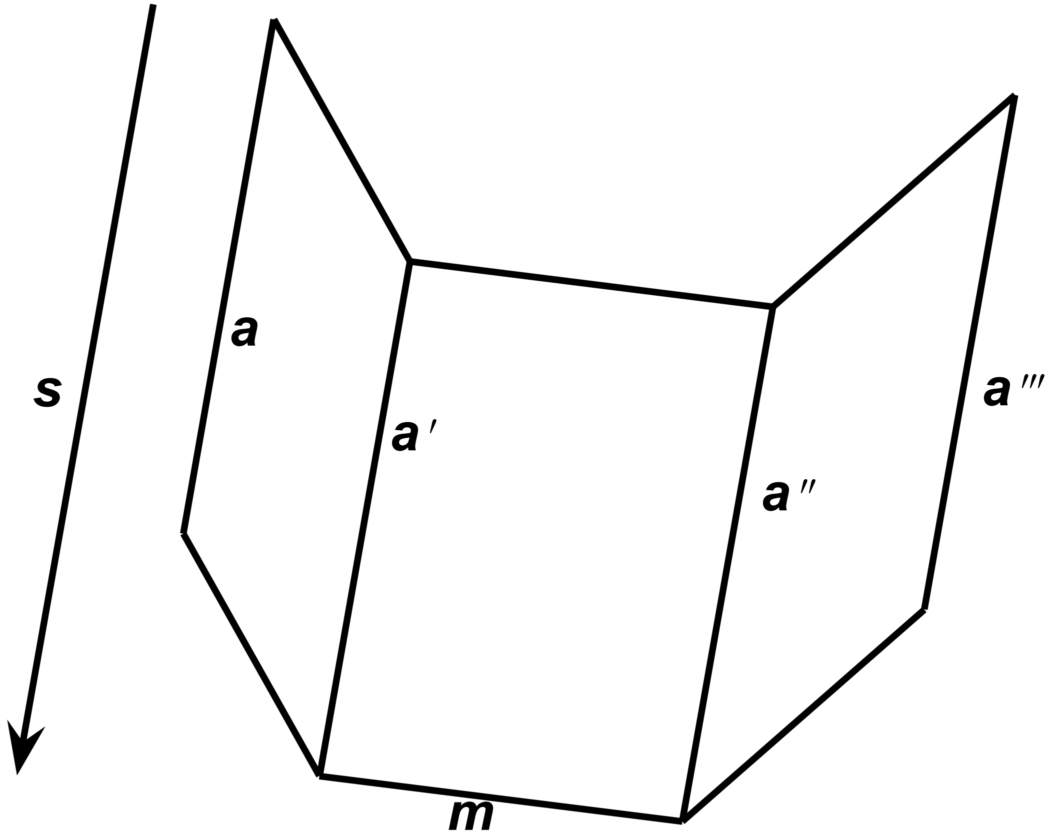


Призматические поверхности

Ф(a, m, s) [a ∩ m, a II s]

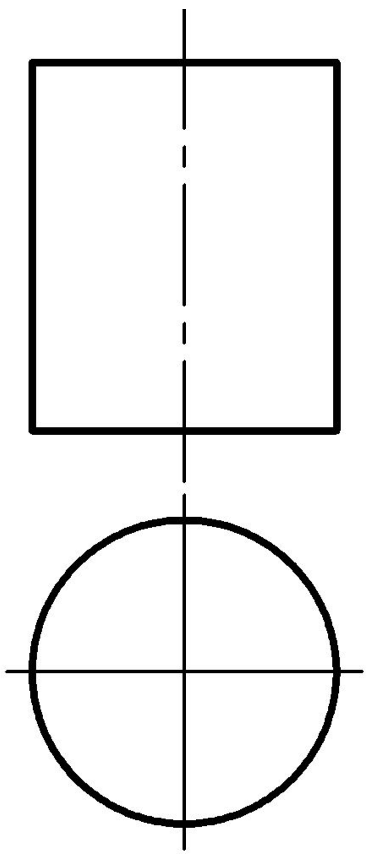
m-ломаная линия

s-направляющий вектор

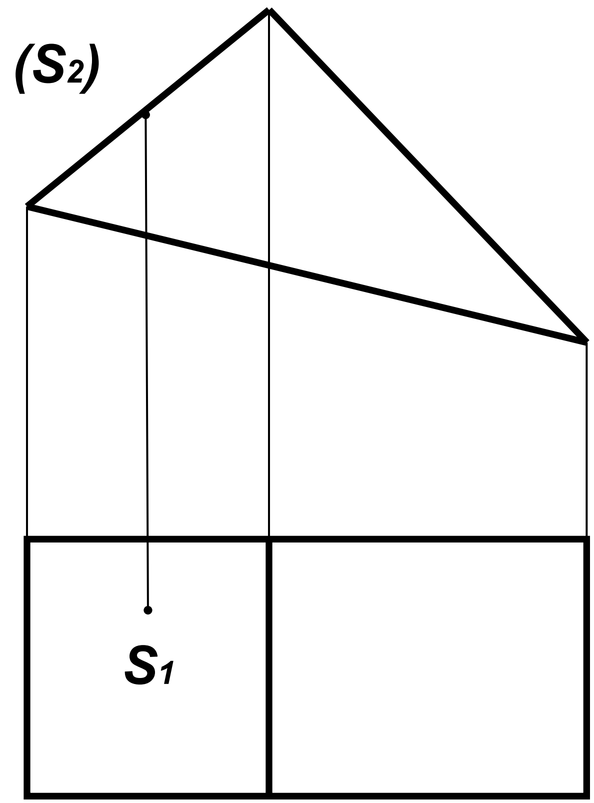


Проецирующие поверхности

Все образующие перпендикулярны плоскости проекций.



Ф ⊥ П 1

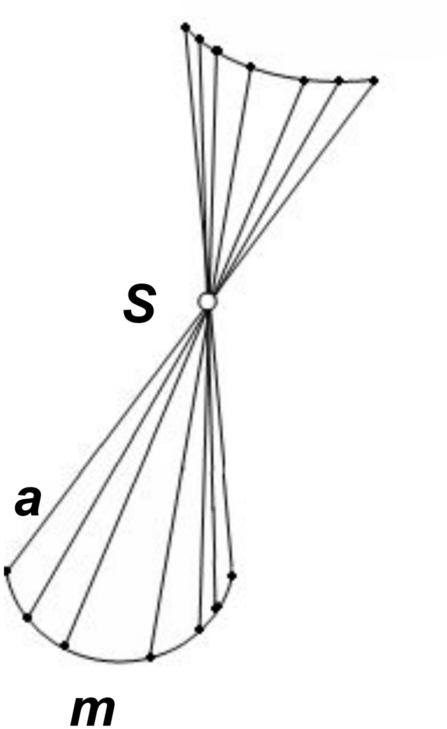


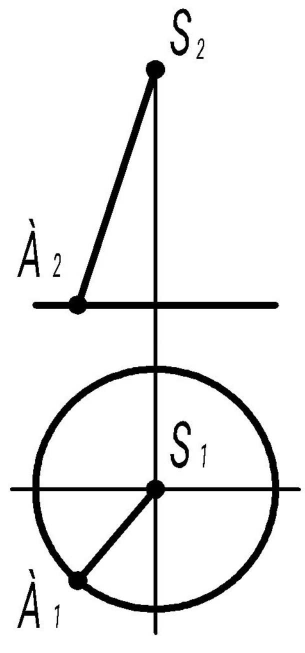
Ф ⊥ П 2

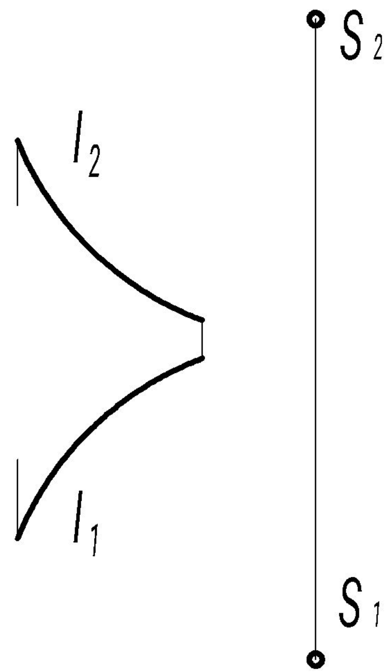
Конические поверхности

На эпюре Монжа коническая поверхность однозначно задается проекциями ее образующей a (a_1, a_2),направляющей n (n_1, n_2) и вершины S (S_1, S_2)

Ф(a, m, S) [a$\cap$m, S$\in$ a]

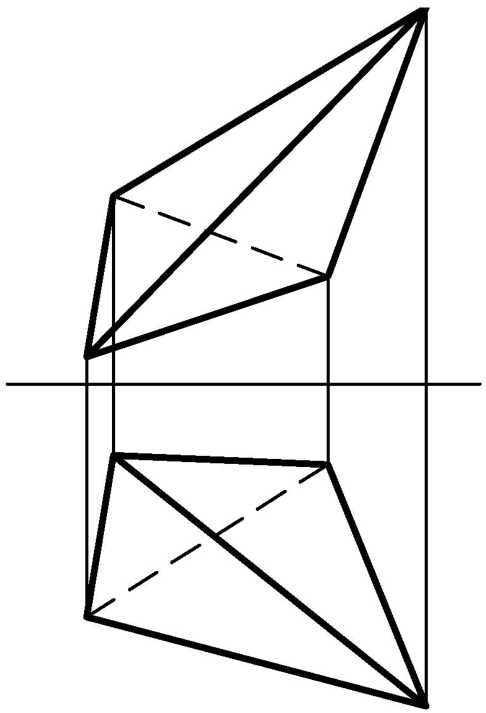


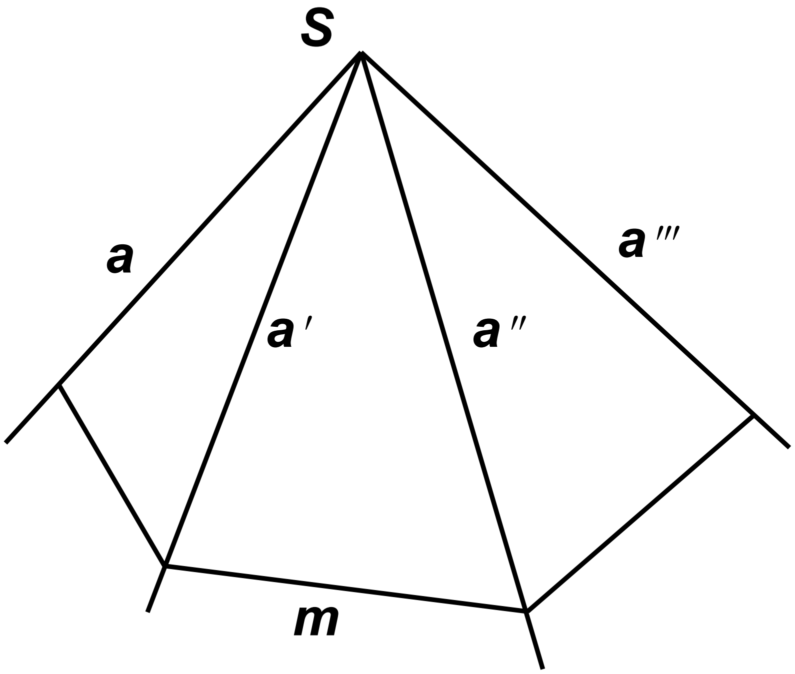




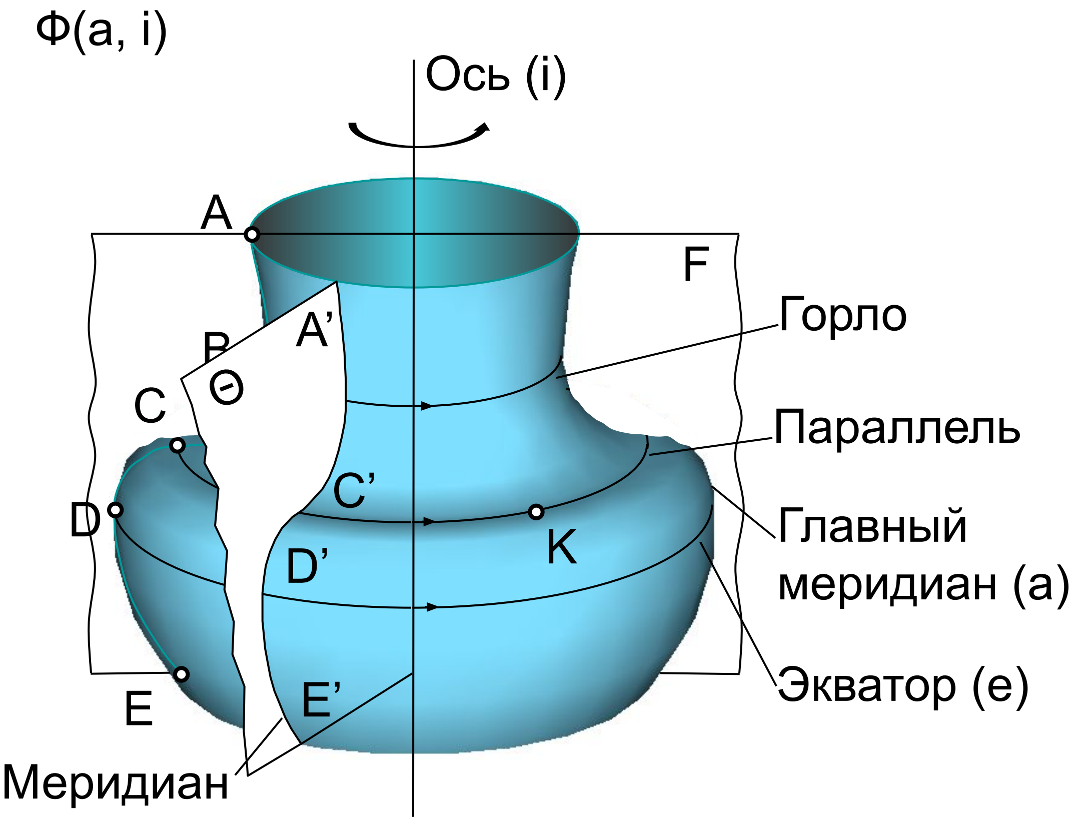
Пирамидальные поверхности

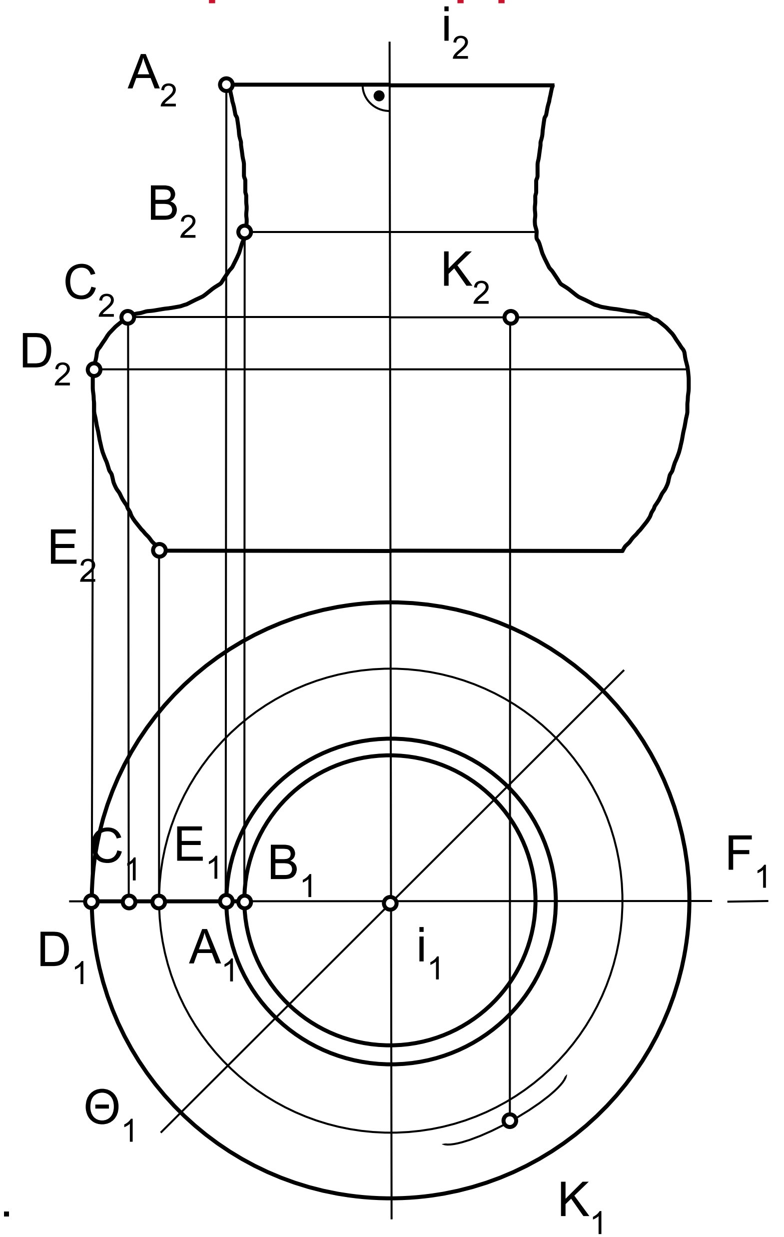
Φ(a, m, S) [a∩m, S∈ a]





Поверхности вращения общего вида



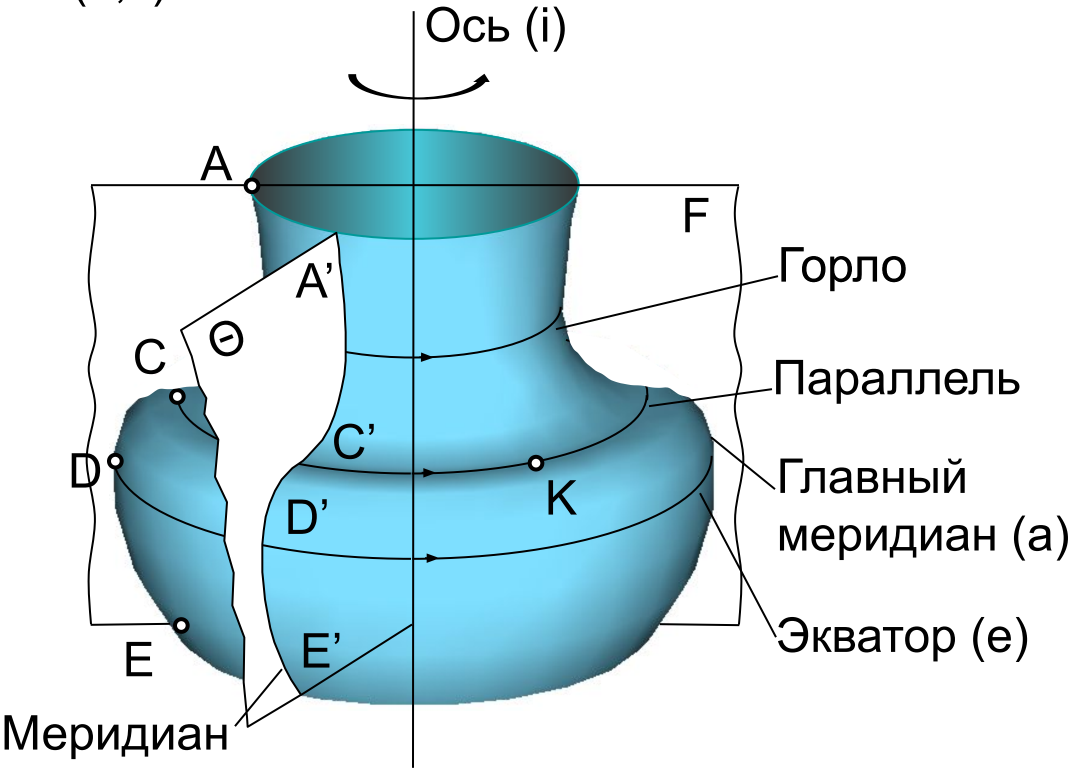


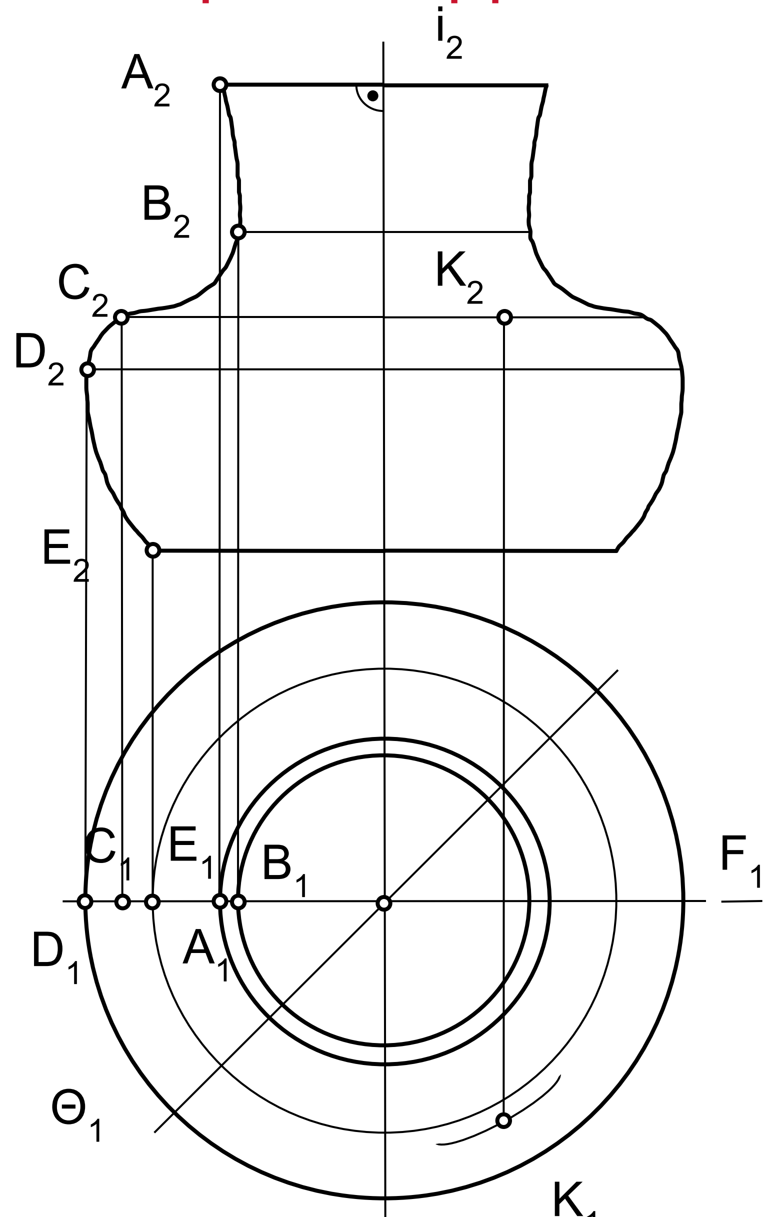
Произвольная точка образующей при вращении вокруг оси описывает окружность – **параллель**.

Наиб. – *экватор*,
наим. – *горловина*
– очерковые линии поверхности

Радиус параллели – расстояние от точки до оси.

Поверхности вращения общего вида

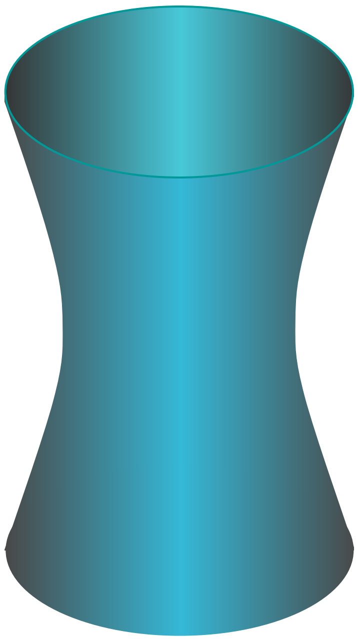




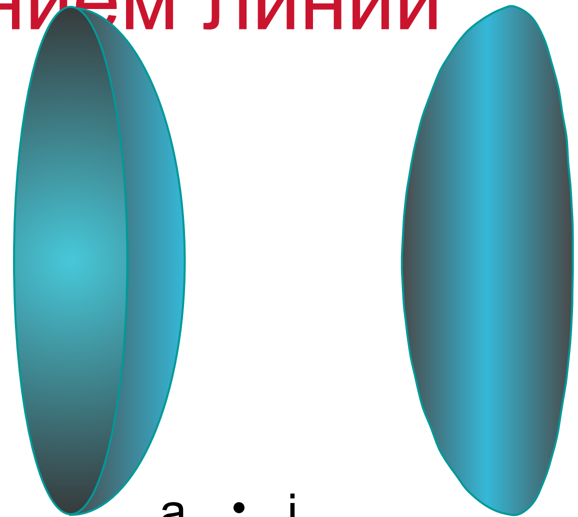
Меридиональные плоскости – через ось вращения. (*Главная* – параллельная плоскости проекции)

Меридианы – линии пересечения м. плоскостями поверхности. (*Главный* – главной м. п. (очерк на П2))

П В, образованные вращением линии

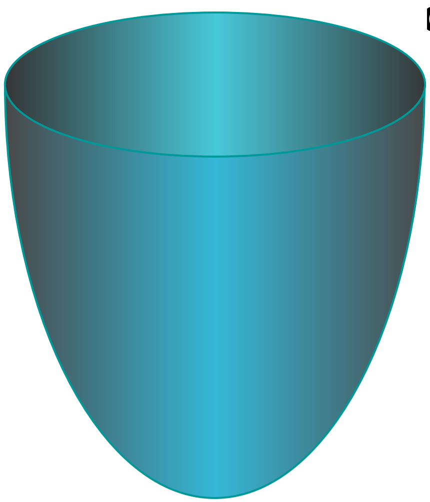


Гиперболоид
однополостной



a • i

Гиперболоид
двухполостной

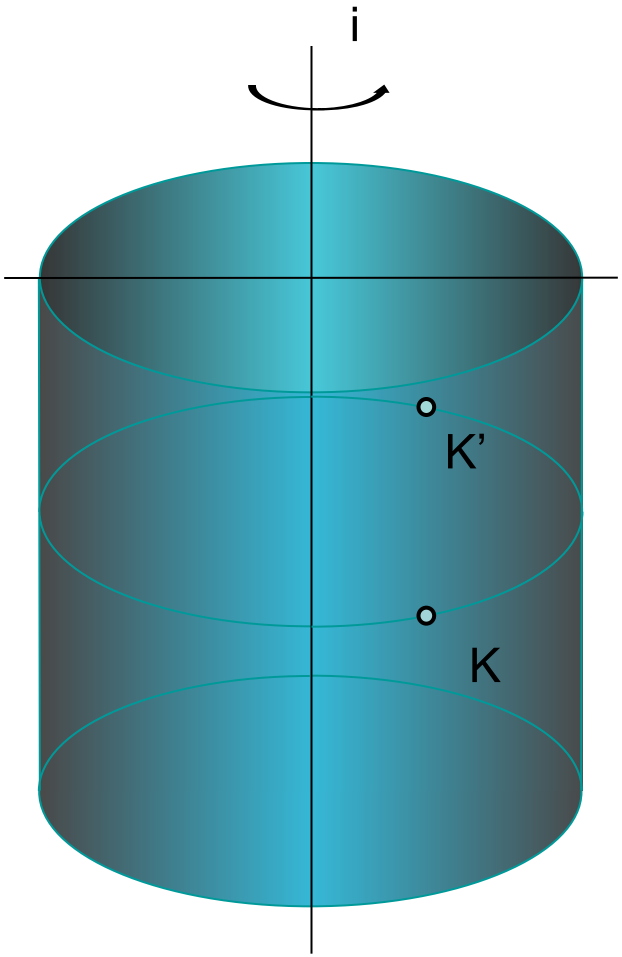


Параболоид вращения

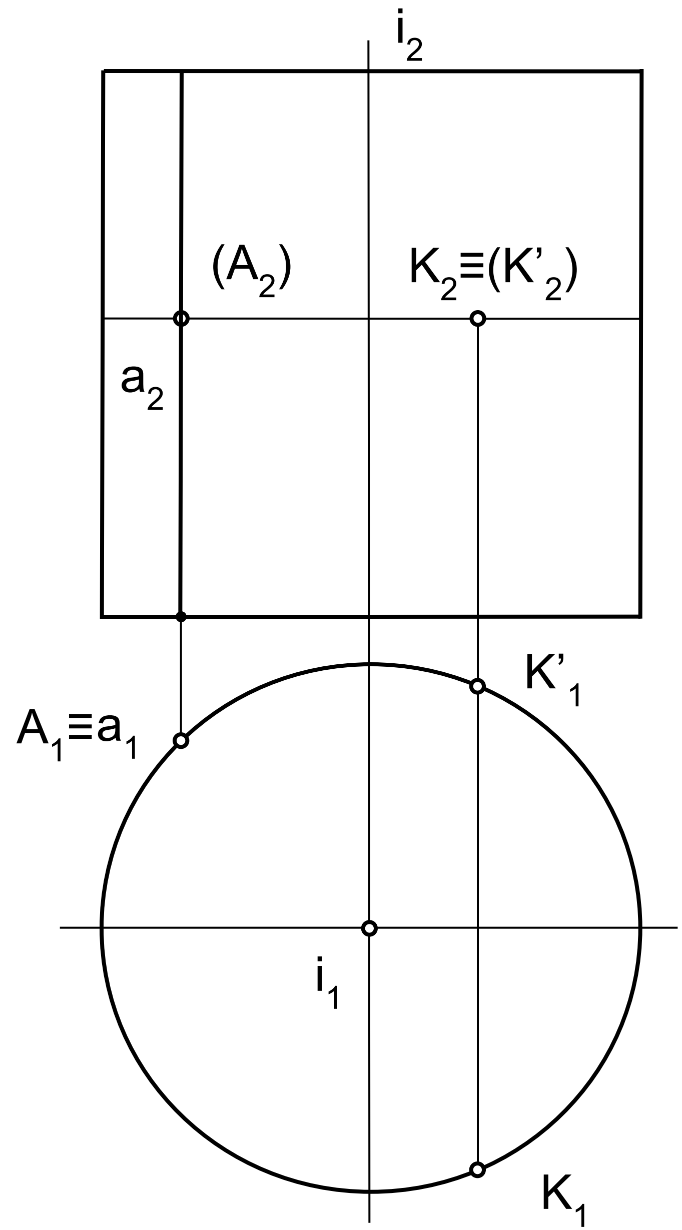
П В, образованные вращением линии

Прямой круговой цилиндр

Ф(a, i)   a || i   a – прямая



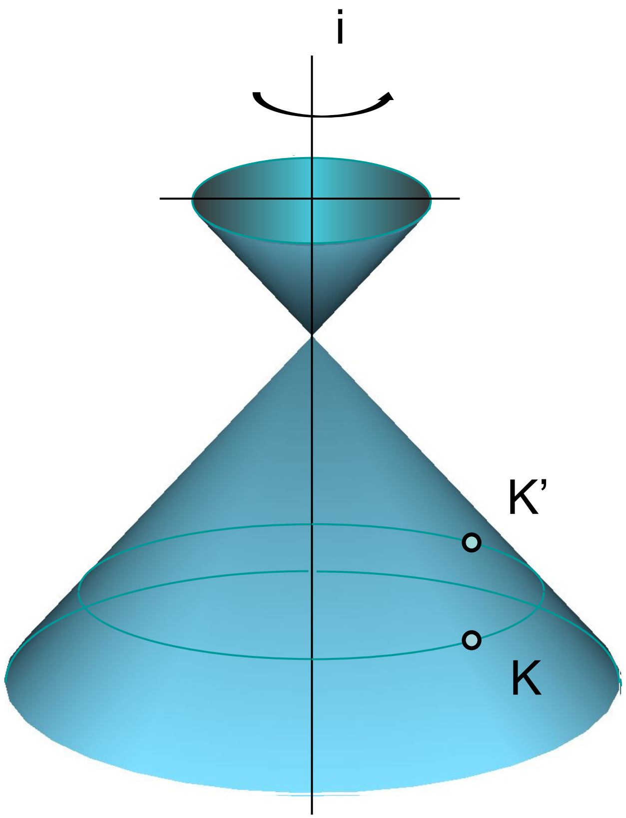
$x^2 + y^2 = r^2$



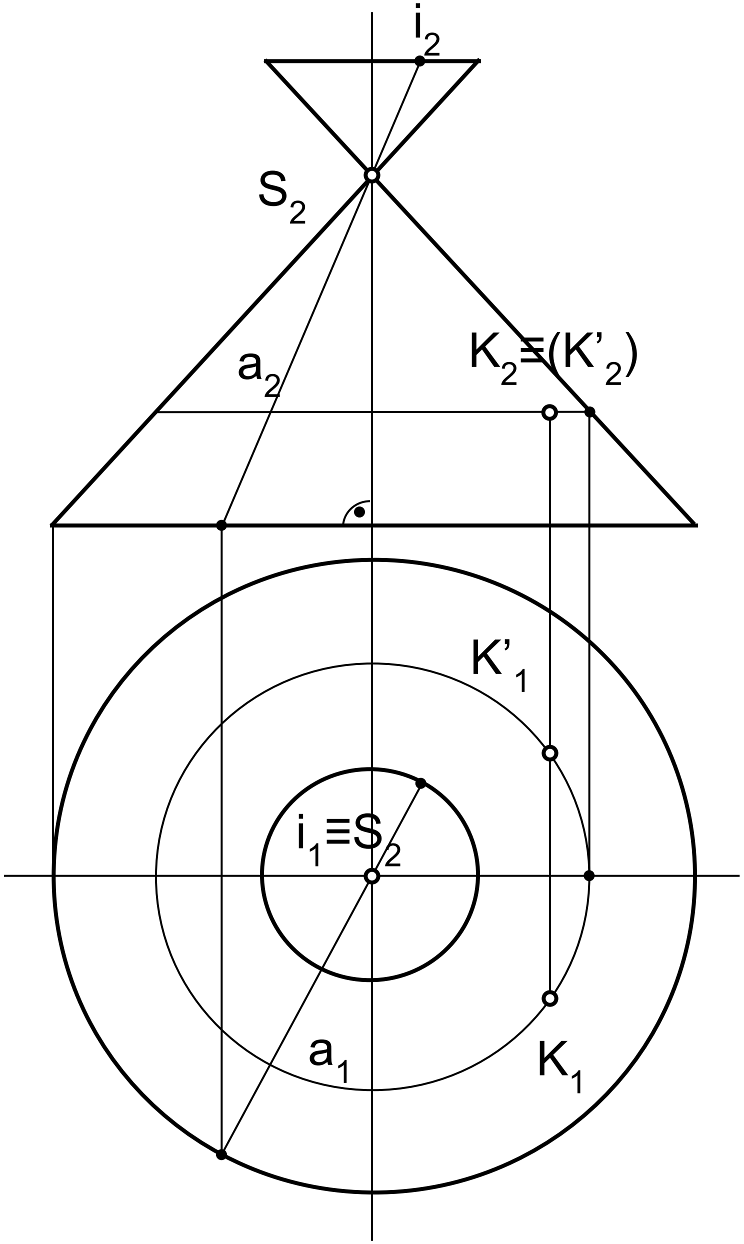
П В, образованные вращением линии

Прямой круговой конус

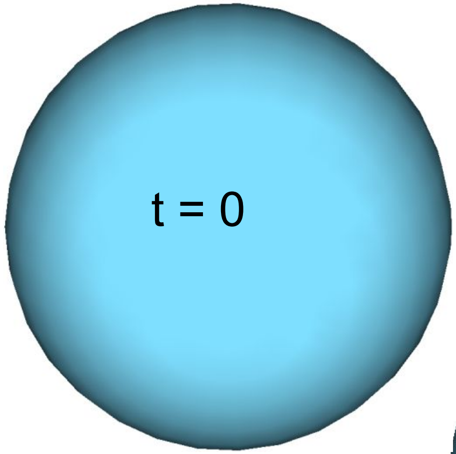
$\Phi(a, i)$ $a \cap i = s$ a – прямая



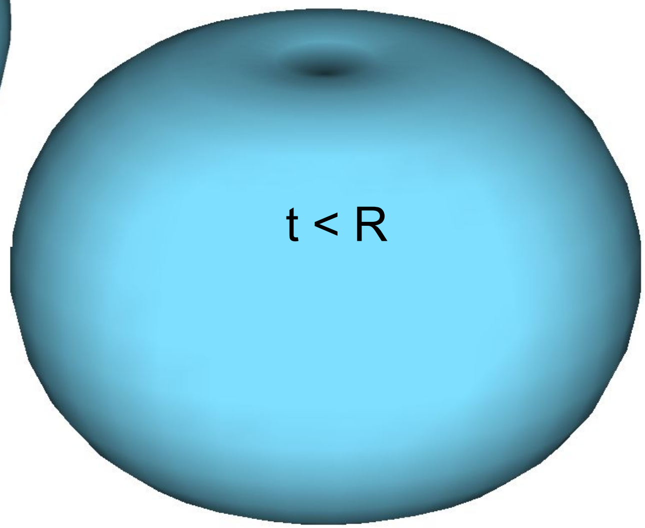
$z^2 = k^2 (x^2 + y^2)$



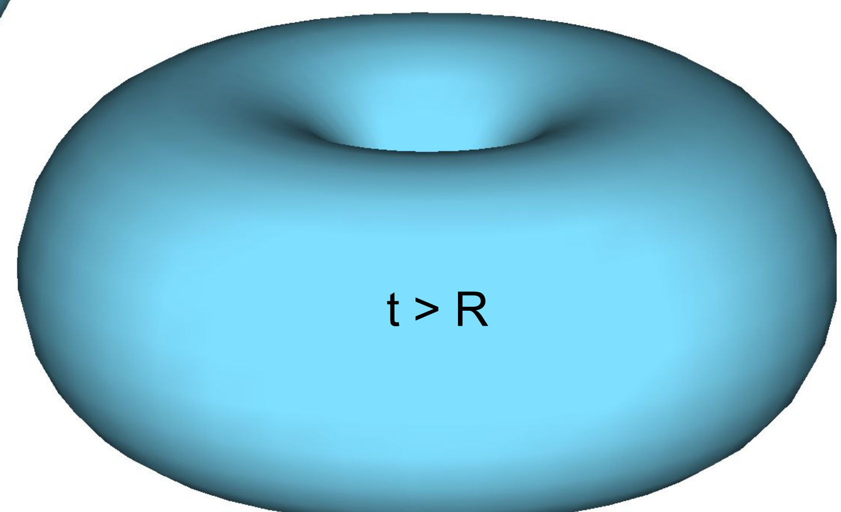
П В, образованные вращением окружности



Сфера



Тор закрытый

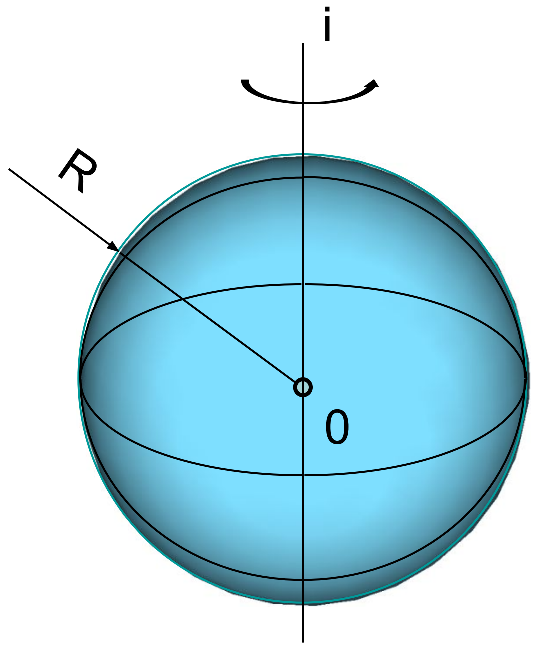


Тор открытый

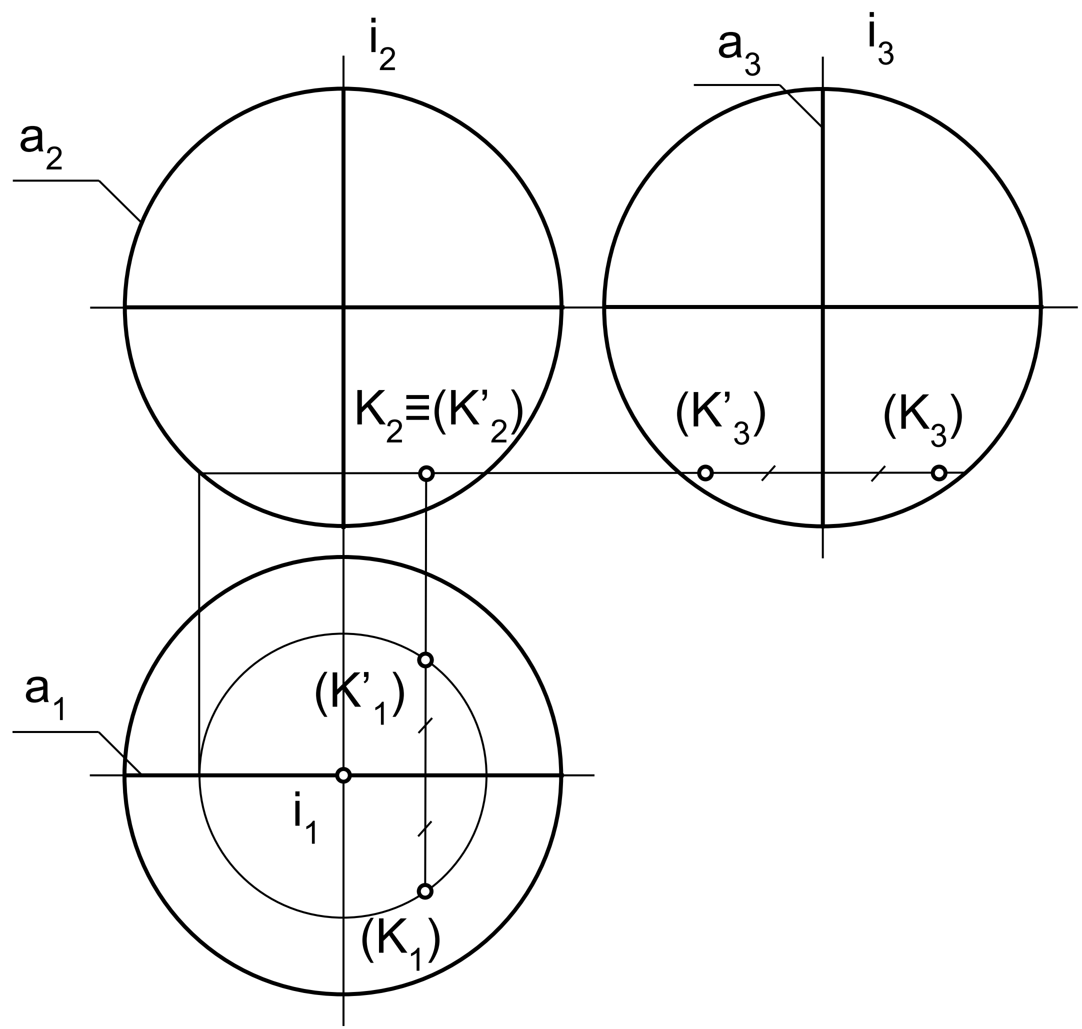
П В, образованные вращением окружности

Сфера

Ф(a, i)   a – окружность



$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$

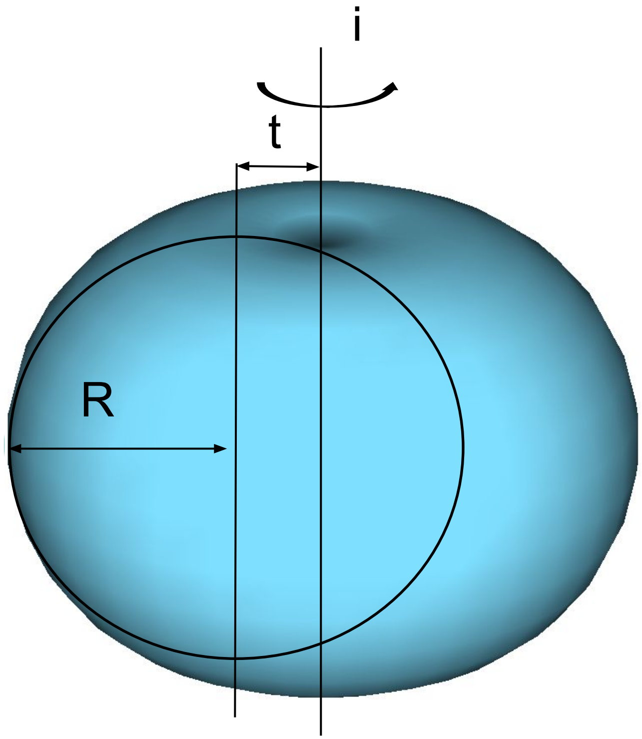


П В, образованные вращением окружности

Тор закрытый

$\Phi(a, i)$ a – окружность

$t < R$



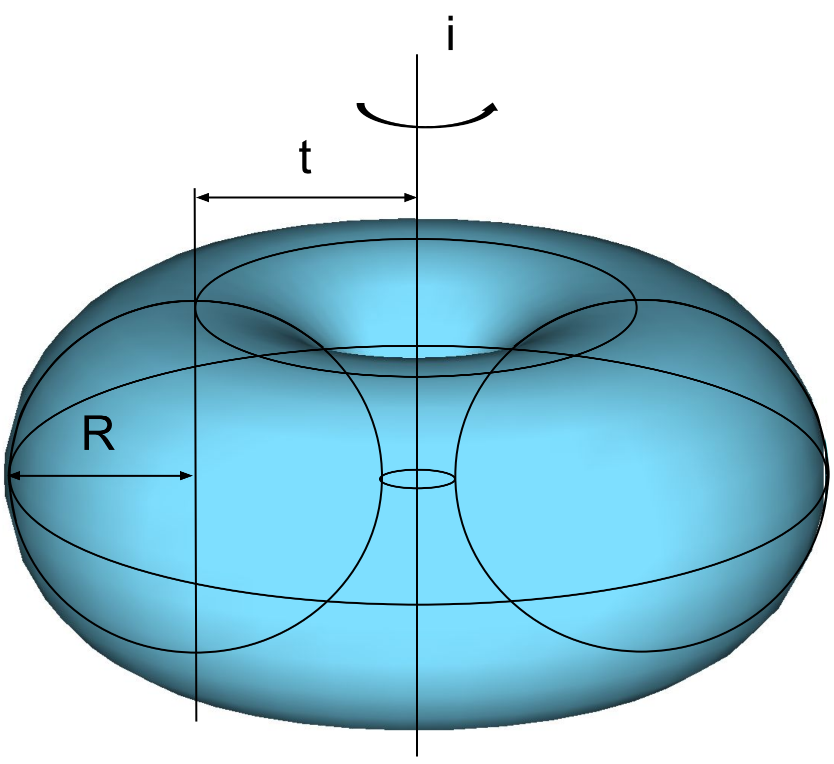
$(x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - b^2)^2 = 4\, a^2\, (x^2 + y^2)$, $a < b$

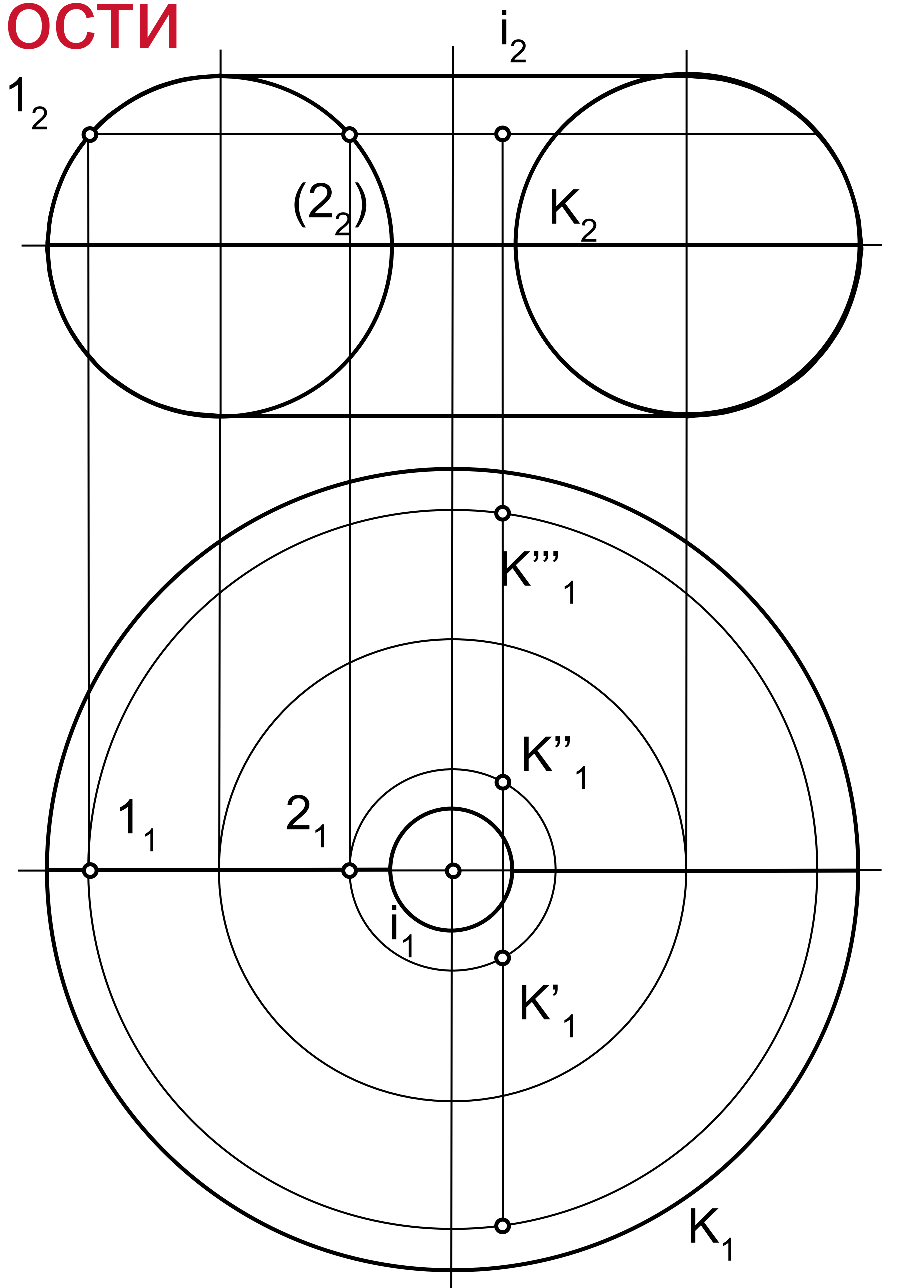
П В, образованные вращением окружности

Тор открытый

Ф(a, i)   a – окружность

t > R



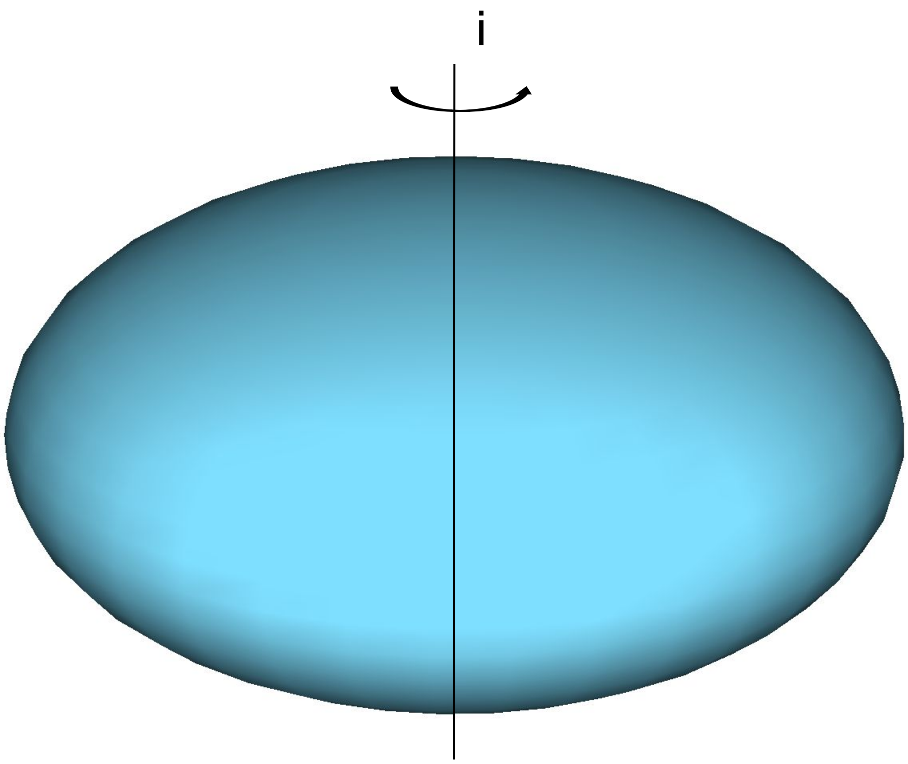


$(x^2 + y^2 + z^2 + a^2 – b^2)^2 = 4\ a^2\ (x^2 + y^2),\ a > b$

Закономерные поверхности вращения

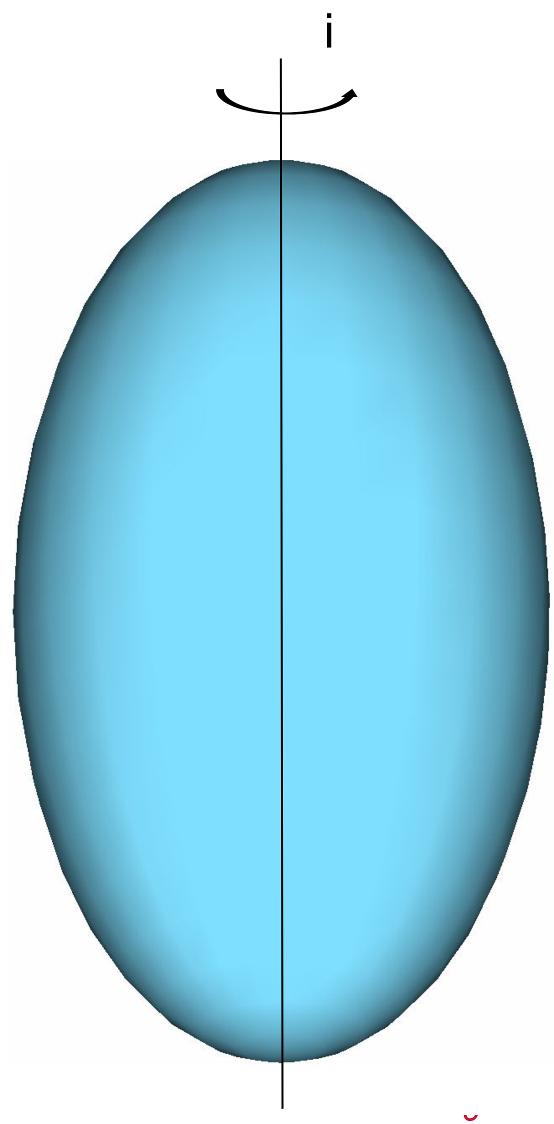
Эллипсоид вращения

Φ(a, i) a – эллипс



сжатый

$a^2(x^2 + y^2) + b^2z^2 = a^2b^2$

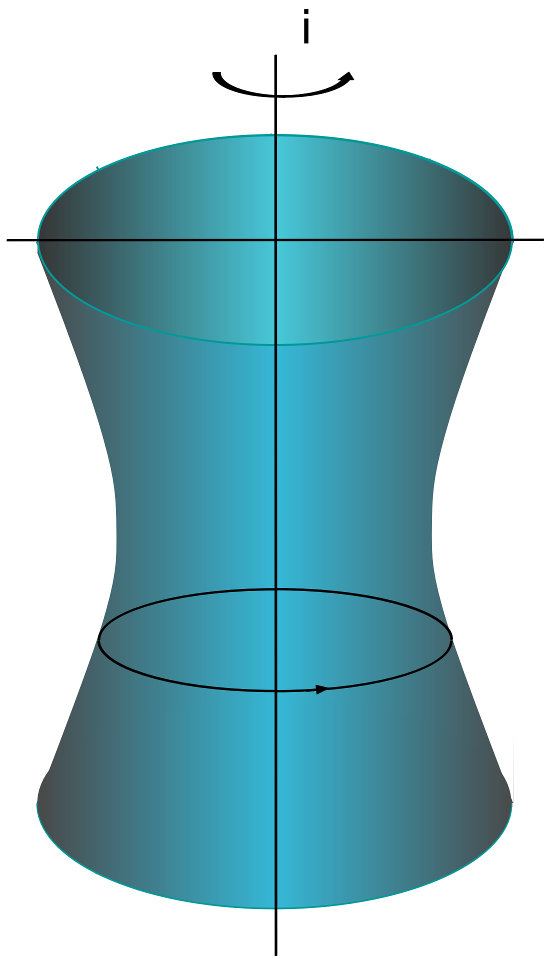


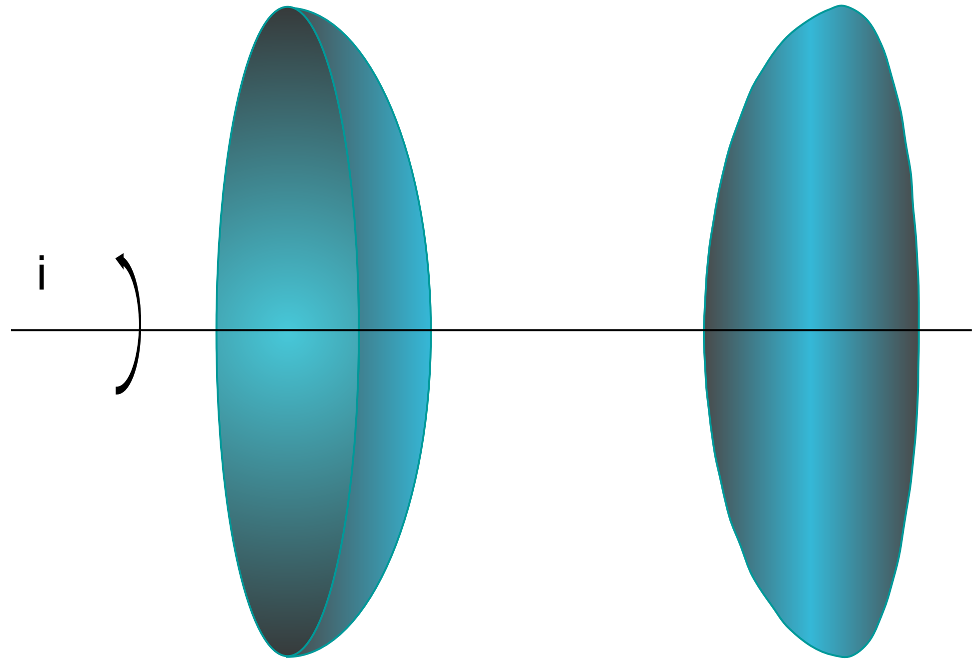
вытянутый

$b^2(x^2 + y^2) + b^2z^2 = a^2b^2$

Гиперболоид вращения

$\Phi(a, i)$ a – гипербола a $\underline{\ \bullet\ }$ i





однополостной

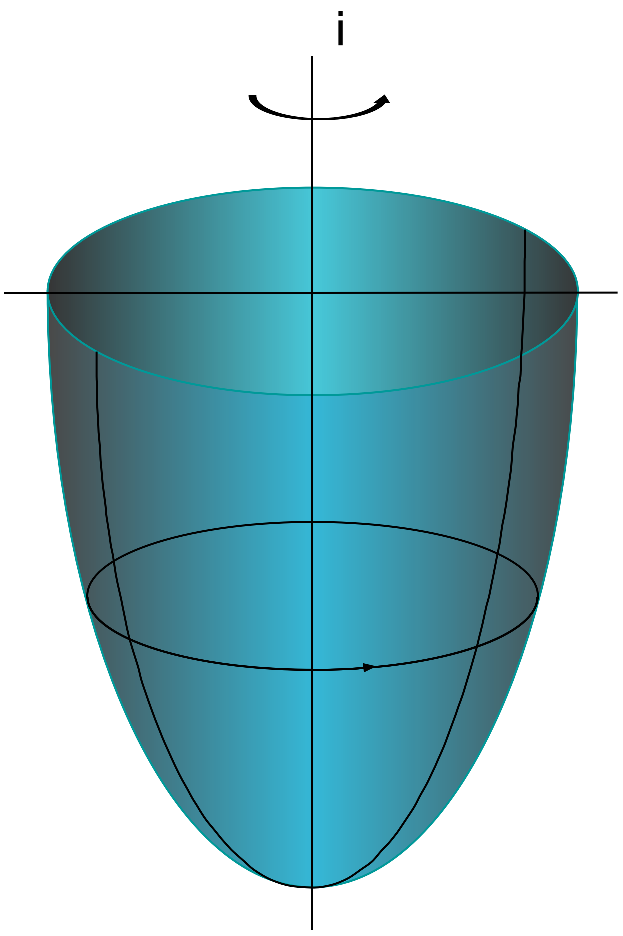
$b^2z^2 - a^2(x^2 + y^2) = a^2b^2$

двухполостной

$b^2(x^2 + y^2) - a^2z^2 = a^2b^2$

Параболоид вращения

Ф(a, i)   a – парабола



$x^2 + y^2 = 2pz$