

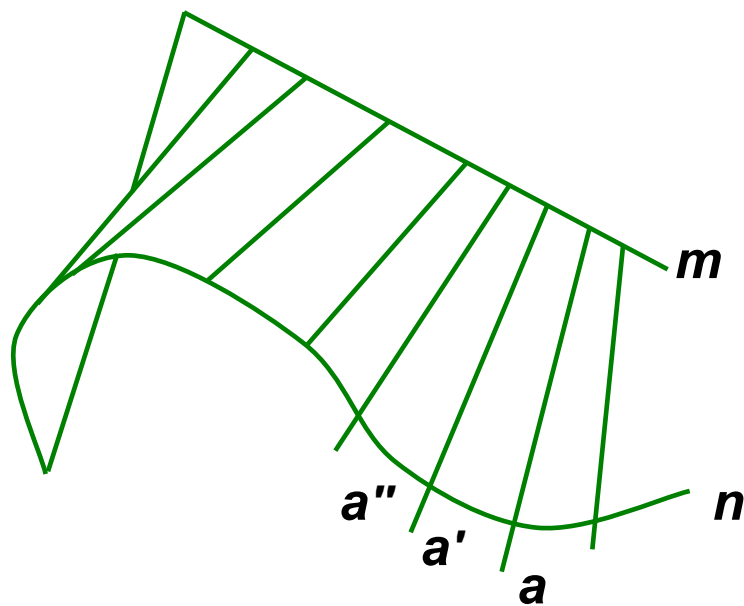
# Лекция 5

## Поверхности

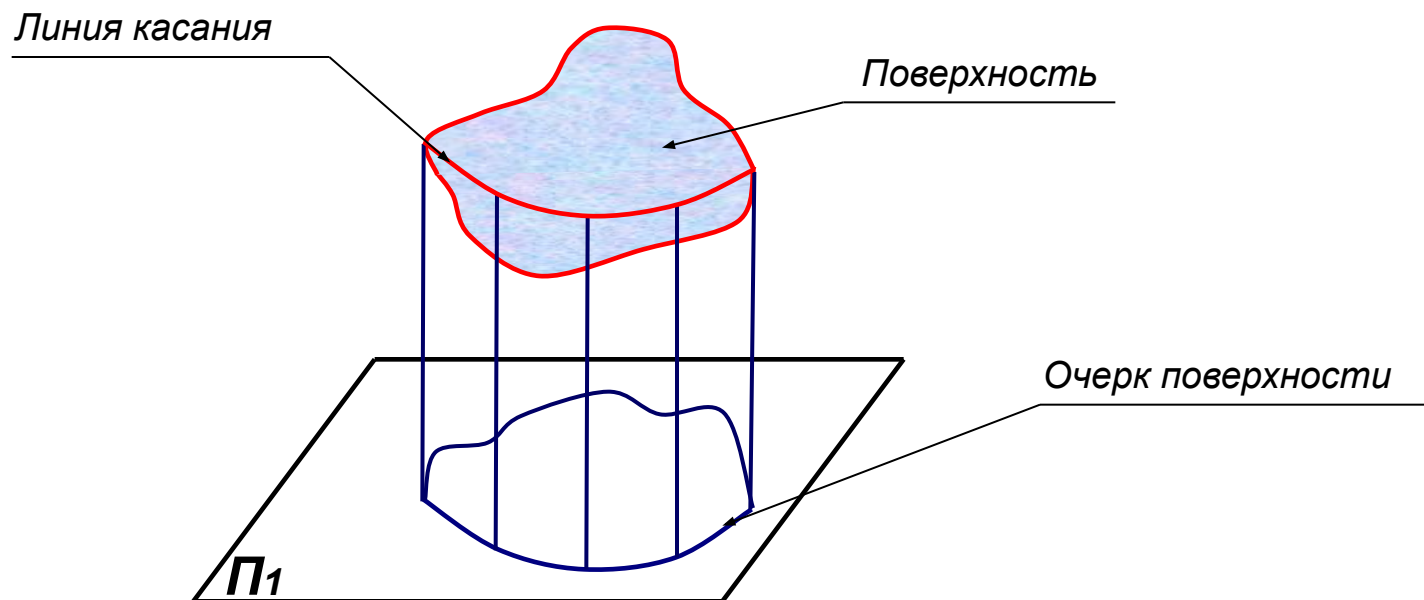
Следует рассматривать поверхность как совокупность последовательных положений линии  $a$ , перемещающейся в пространстве по определенному закону.

Закон перемещения линии  $a$  целесообразно задать в виде семейства линий  $m$ ,  $n$ .

Подвижная линия  $a$  называется образующей, неподвижные линии  $m$ ,  $n$  – направляющими.



- **Каркас поверхности** – множество линий, определяющих поверхность.
- **Определителем поверхности** называют совокупность независимых условий, однозначно задающих поверхность.
- **Очерком поверхности** называют проекцию проецирующей цилиндрической поверхности, которая огибает заданную поверхность.



**Основой классификации поверхностей могут служить их определители или геометрические особенности, связанные с кинематическим способом образования.**

Важными признаками формообразования поверхностей являются:

- **Вид образующей;**
- **Постоянство образующей;**
- **Закон перемещения образующей;**
- **Развёртываемость куска поверхности.**

# Классификация поверхностей

По виду образующей:

- Линейчатые
- Нелинейчатые

По постоянству образующей:

- С постоянной образующей
- С переменной образующей

По закону движения образующей:

- Кинематические поверхности
- Поверхности вращения
- Винтовые поверхности

По развёртываемости:

- Развёртываемые
- Не развёртываемые

# Линейчатые развёртываемые поверхности

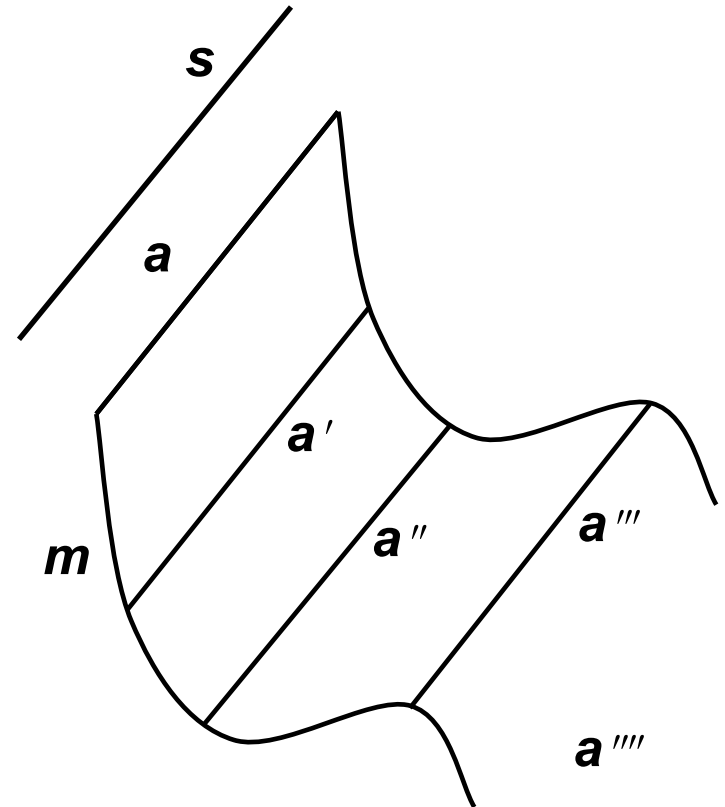
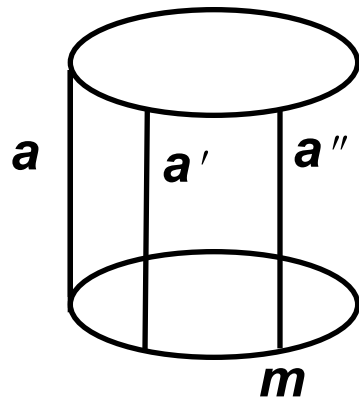
## Цилиндрические поверхности

$\Phi(a, m, s)$  [ $a \cap m, a \parallel s$ ],

$m$ -кривая направляющая

$s$ -направляющий вектор

Если  $m$ -окружность и  $m \perp a$ , то поверхностью будет прямой круговой цилиндр.

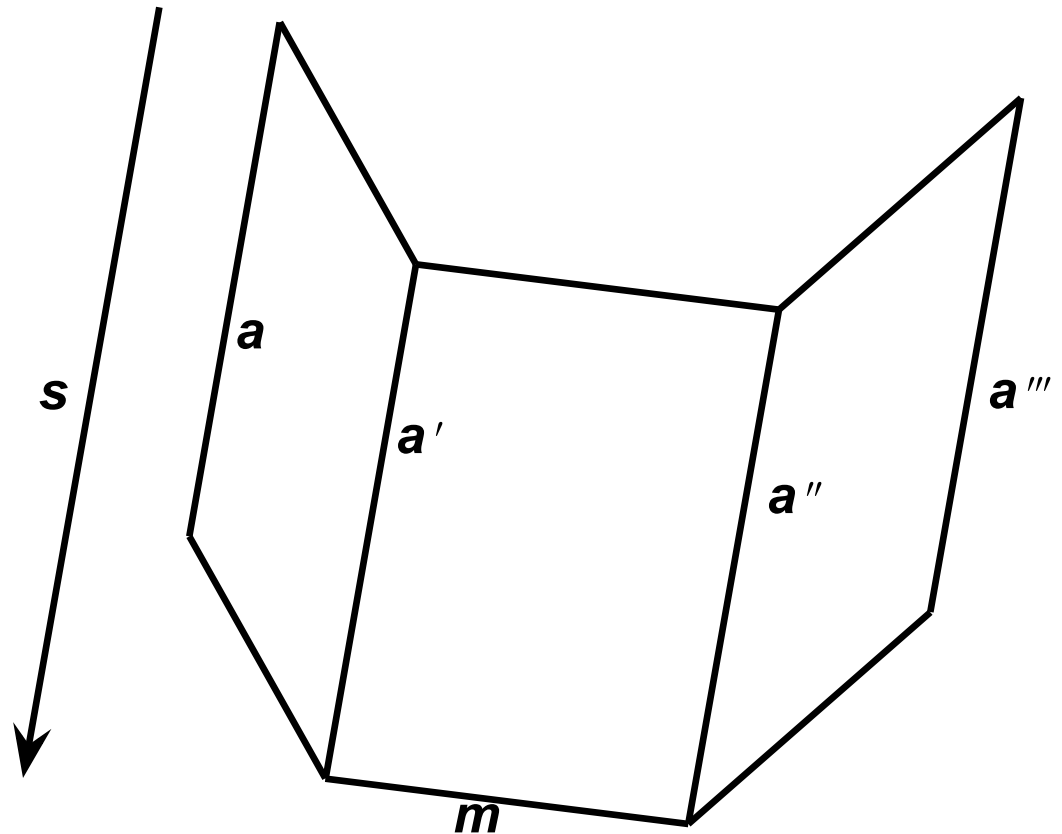


## Призматические поверхности

$\Phi(a, m, s)$  [ $a \cap m, a \parallel s$ ]

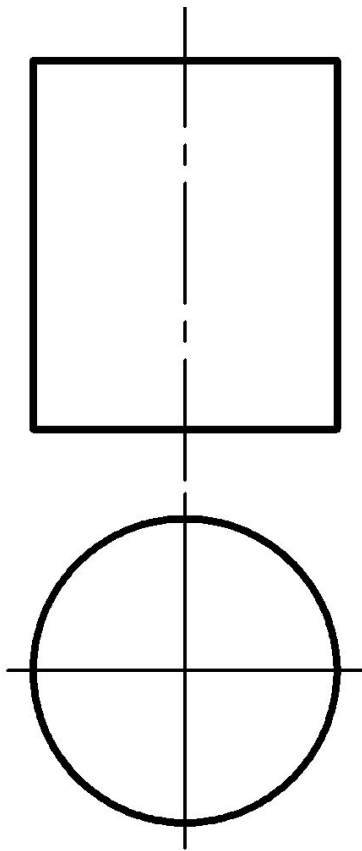
$m$ -ломаная линия

$s$ -направляющий вектор

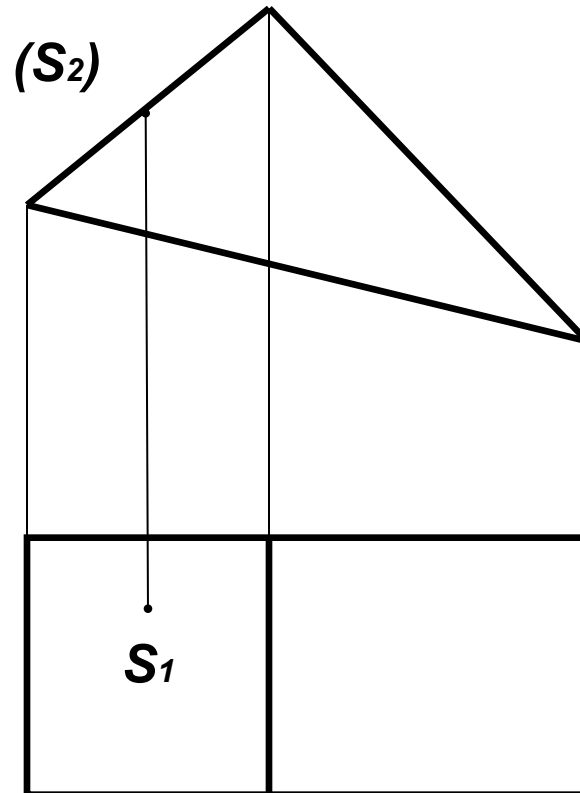


# Проецирующие поверхности

Все образующие **перпендикулярны** плоскости проекций.



$\Phi \perp П$   
1

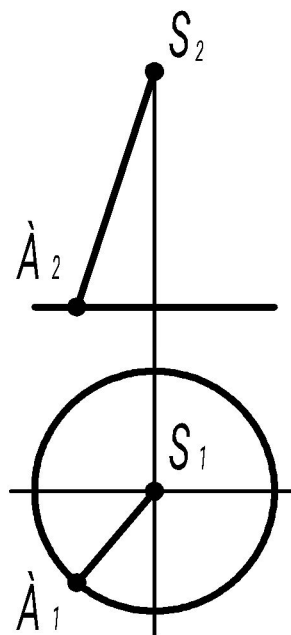
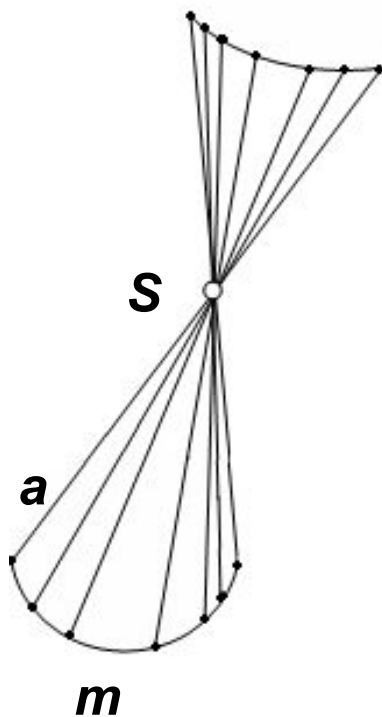


$\Phi \perp П$   
2

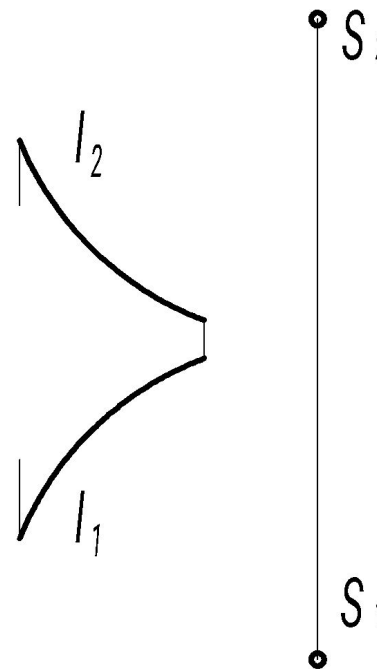


# Конические поверхности

На эюре Монжа коническая поверхность однозначно задается проекциями ее образующей  $a$  ( $a_1, a_2$ ), направляющей  $m$  ( $m_1, m_2$ ) и вершины  $S$  ( $S_1, S_2$ )

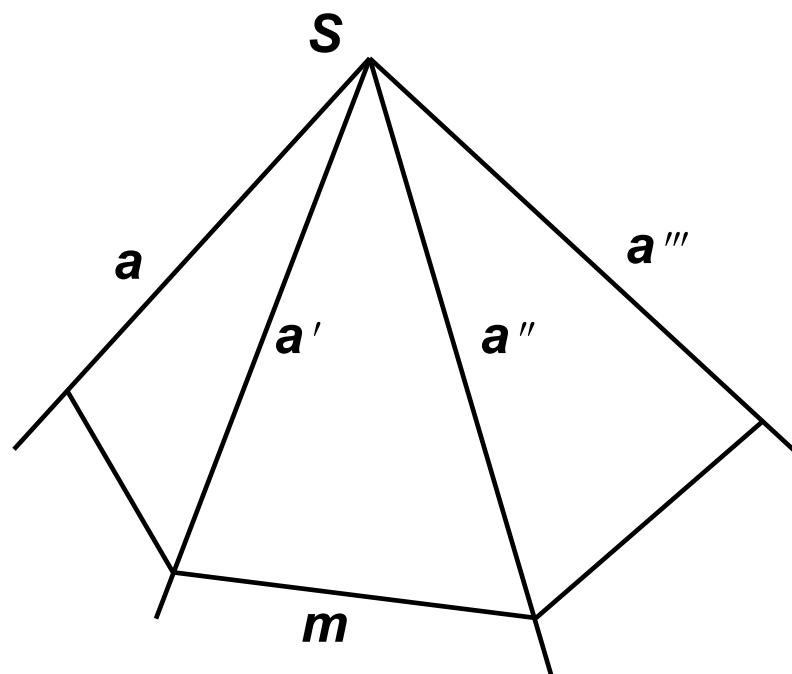
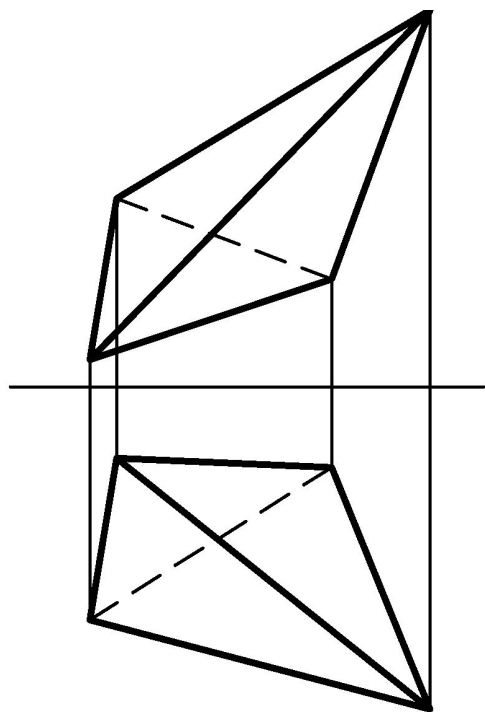


$$\Phi(a, m, S) [a \cap m, S \in a]$$



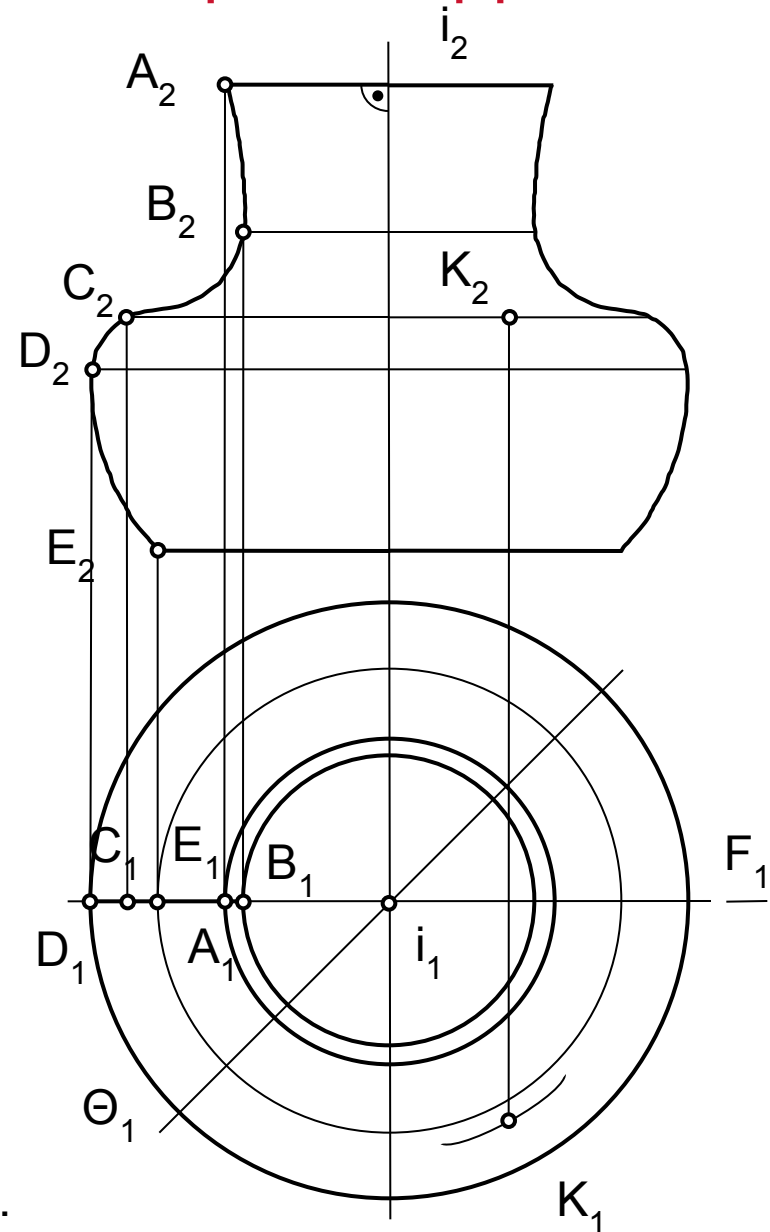
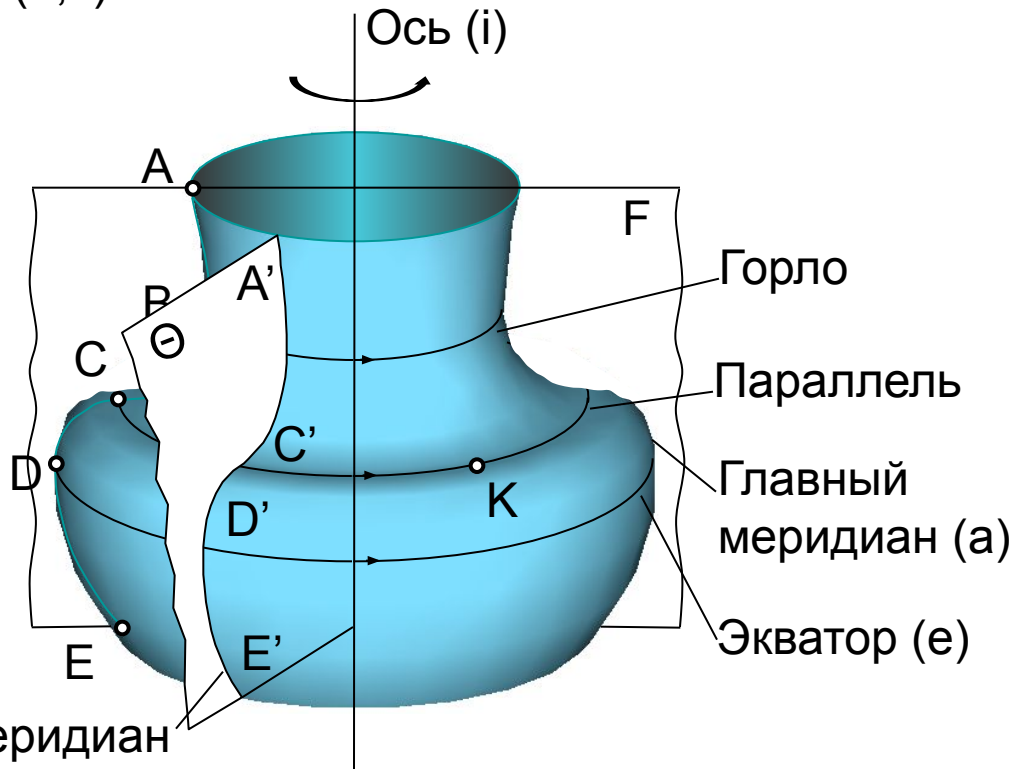
# Пирамидальные поверхности

$\Phi(a, m, S) [a \cap m, S \in a]$



# Поверхности вращения общего вида

$\Phi(a, i)$



Меридиан

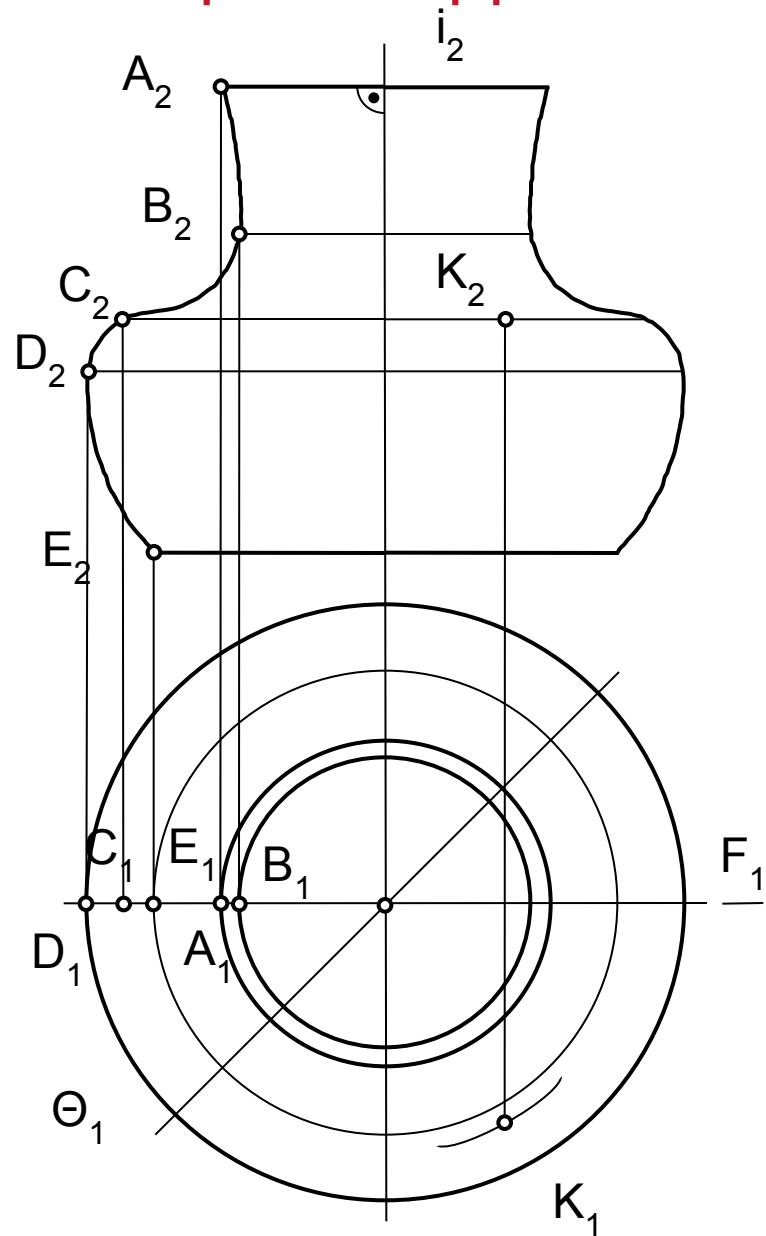
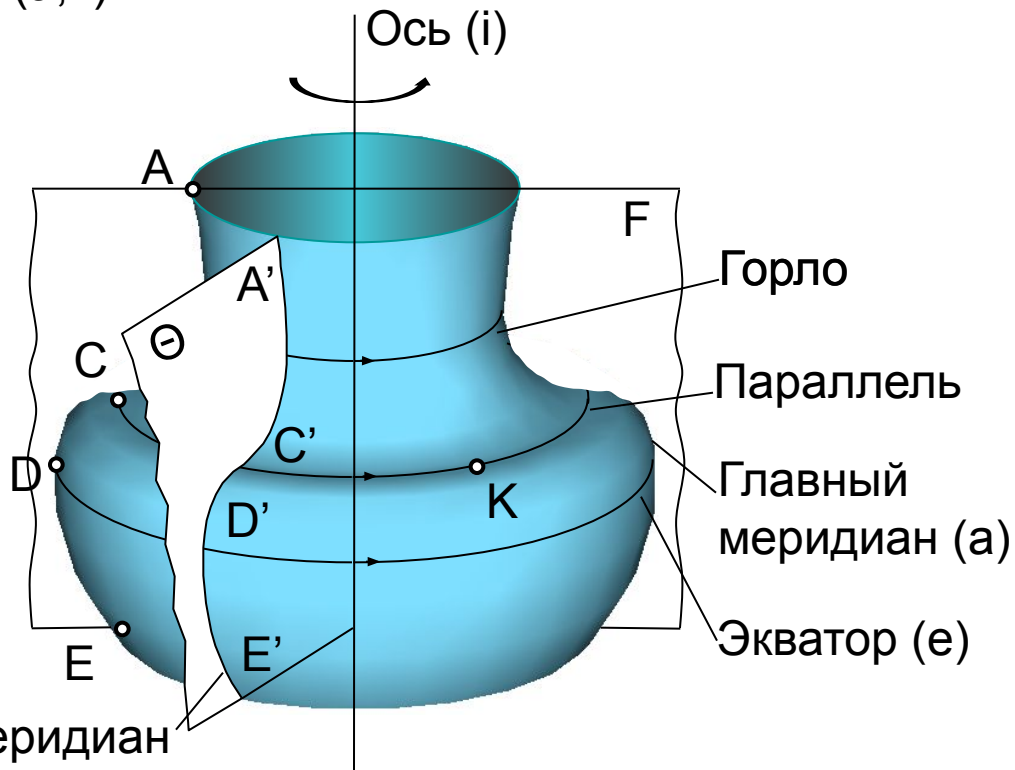
Произвольная точка образующей при вращении вокруг оси описывает окружность – **параллель**.

Наиб. – **экватор**,  
наим. – **горловина**  
– очерковые линии  
поверхности

Радиус параллели –  
расстояние от точки до оси.

# Поверхности вращения общего вида

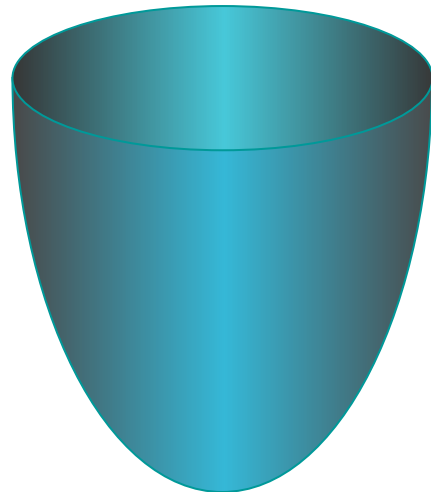
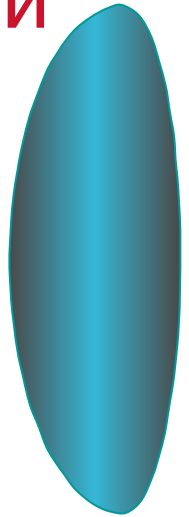
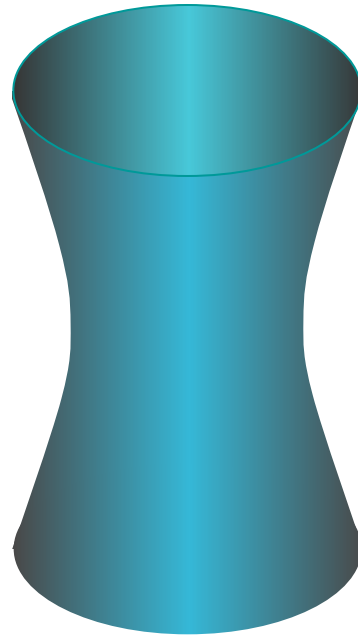
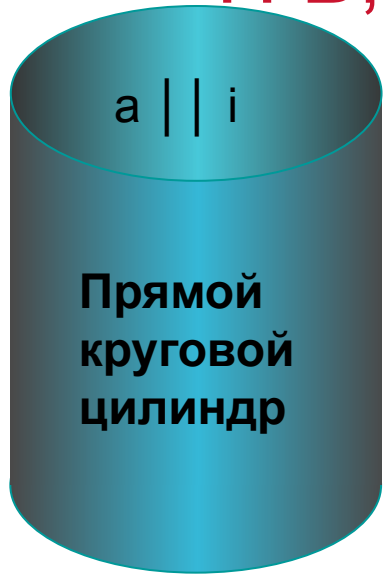
$\Phi(a, i)$



**Меридиональные плоскости** – через ось вращения. (*Главная* – параллельная плоскости проекции)

**Меридианы** – линии пересечения м. плоскостями поверхности. (*Главный* – главной м. п. (очерк на  $\Pi_2$ ))

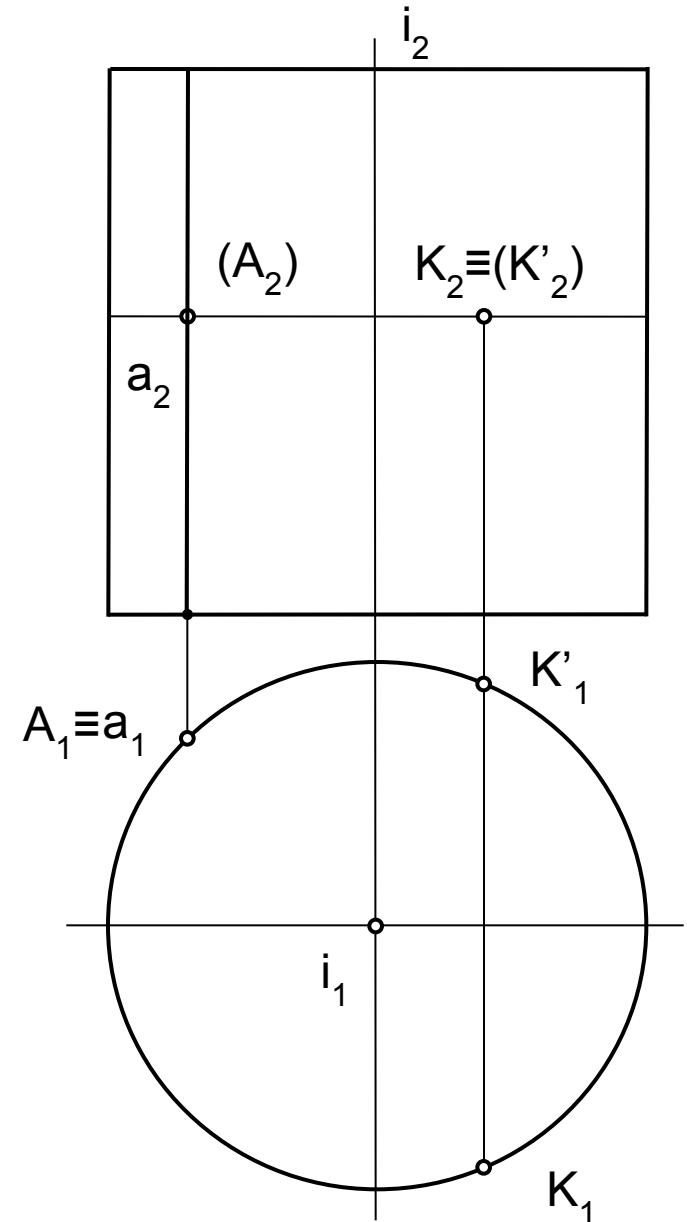
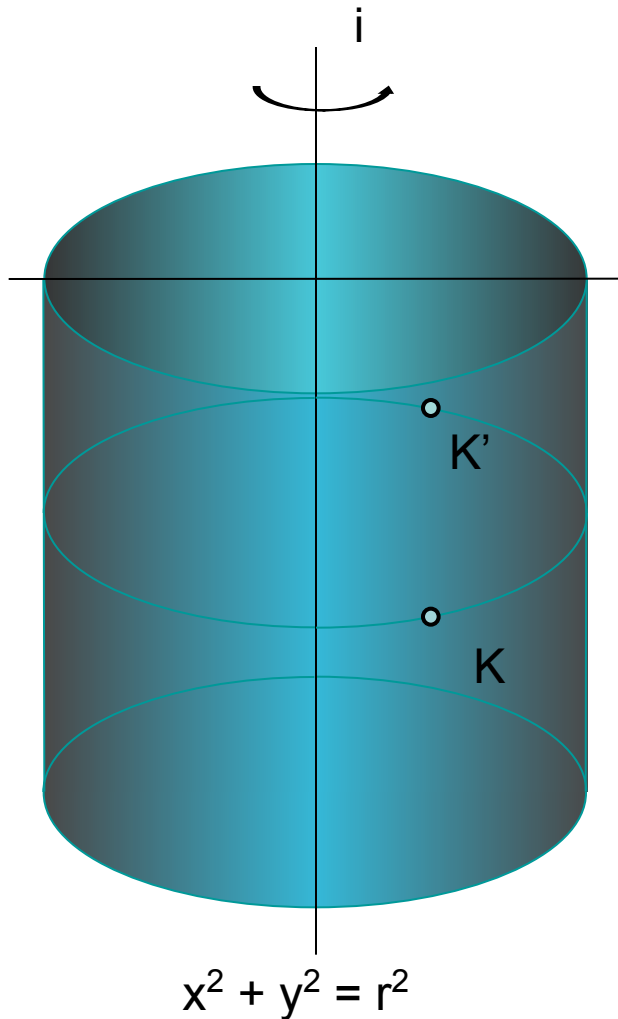
# П В, образованные вращением линии



# П В, образованные вращением линии

## Прямой круговой цилиндр

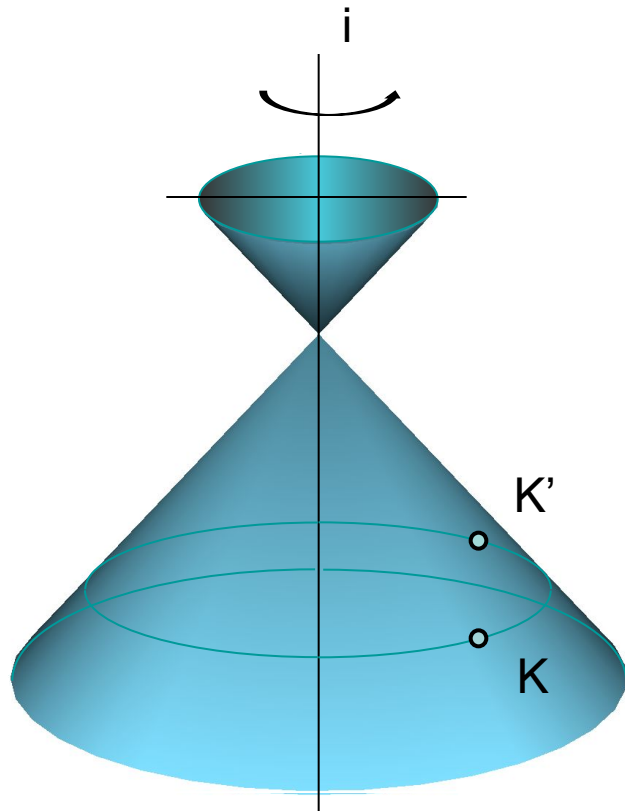
$\Phi(a, i)$   $a \parallel i$   $a$  – прямая



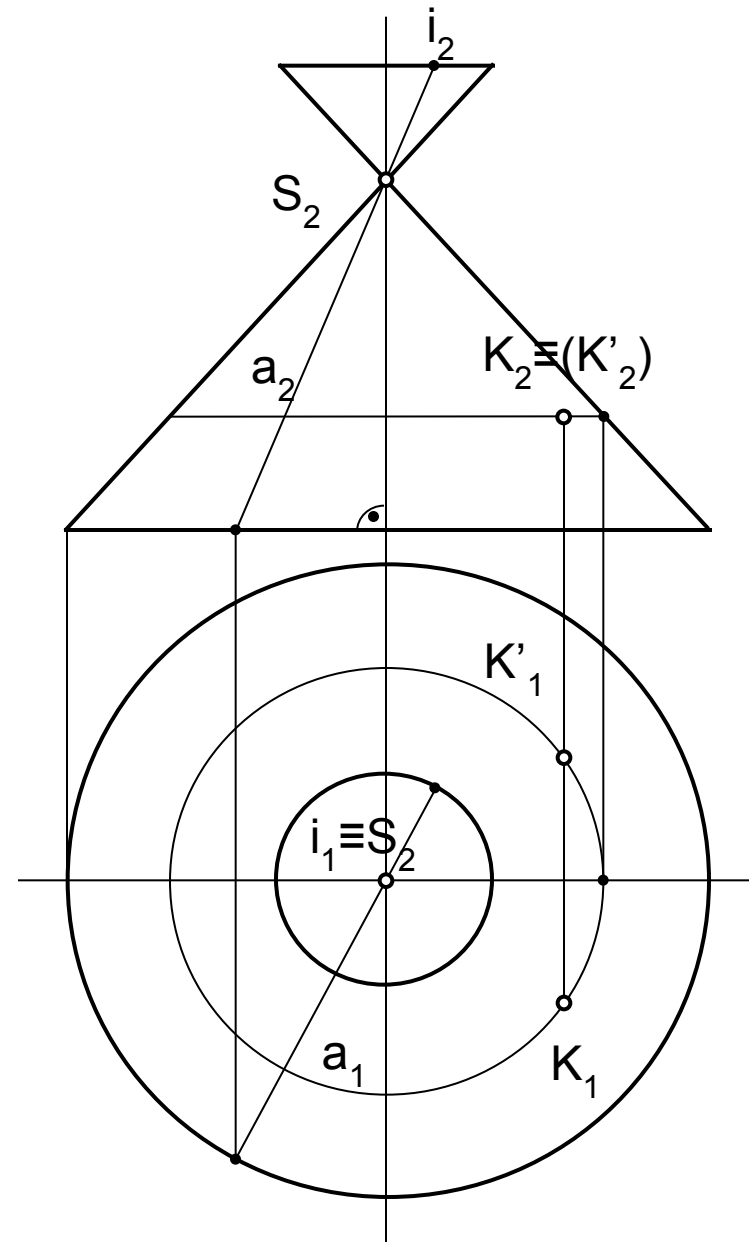
# П В, образованные вращением линии

## Прямой круговой конус

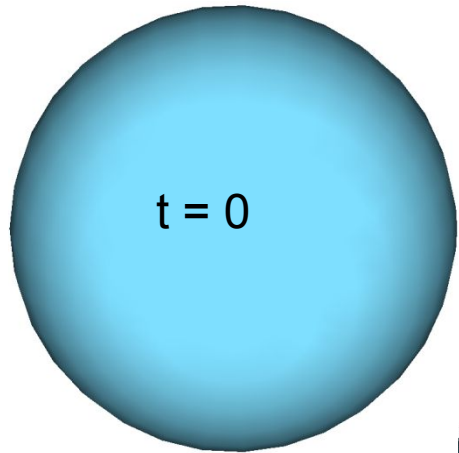
$\Phi(a, i)$   $a \cap i = s$   $a$  – прямая



$$z^2 = k^2(x^2 + y^2)$$

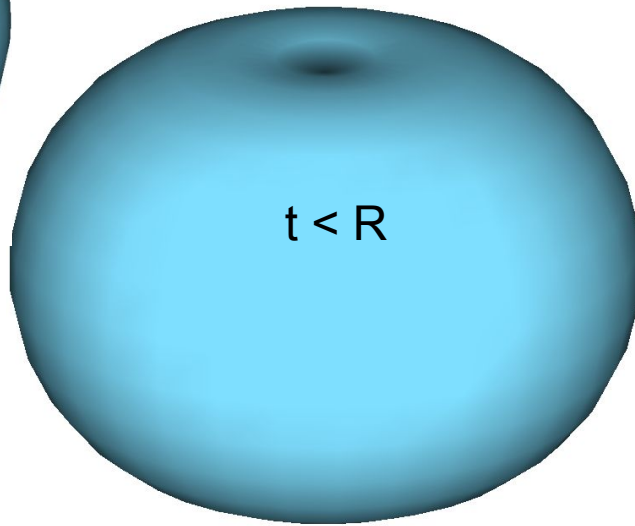


# П В, образованные вращением окружности



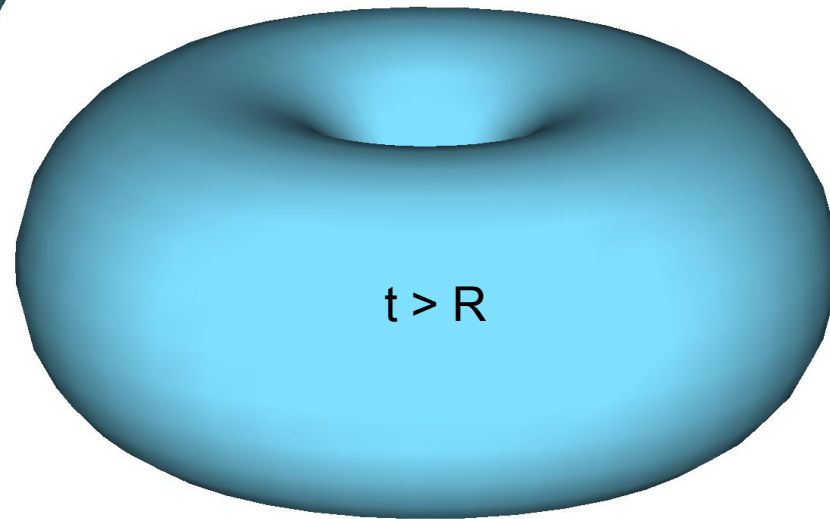
$t = 0$

**Сфера**



$t < R$

**Тор закрытый**



$t > R$

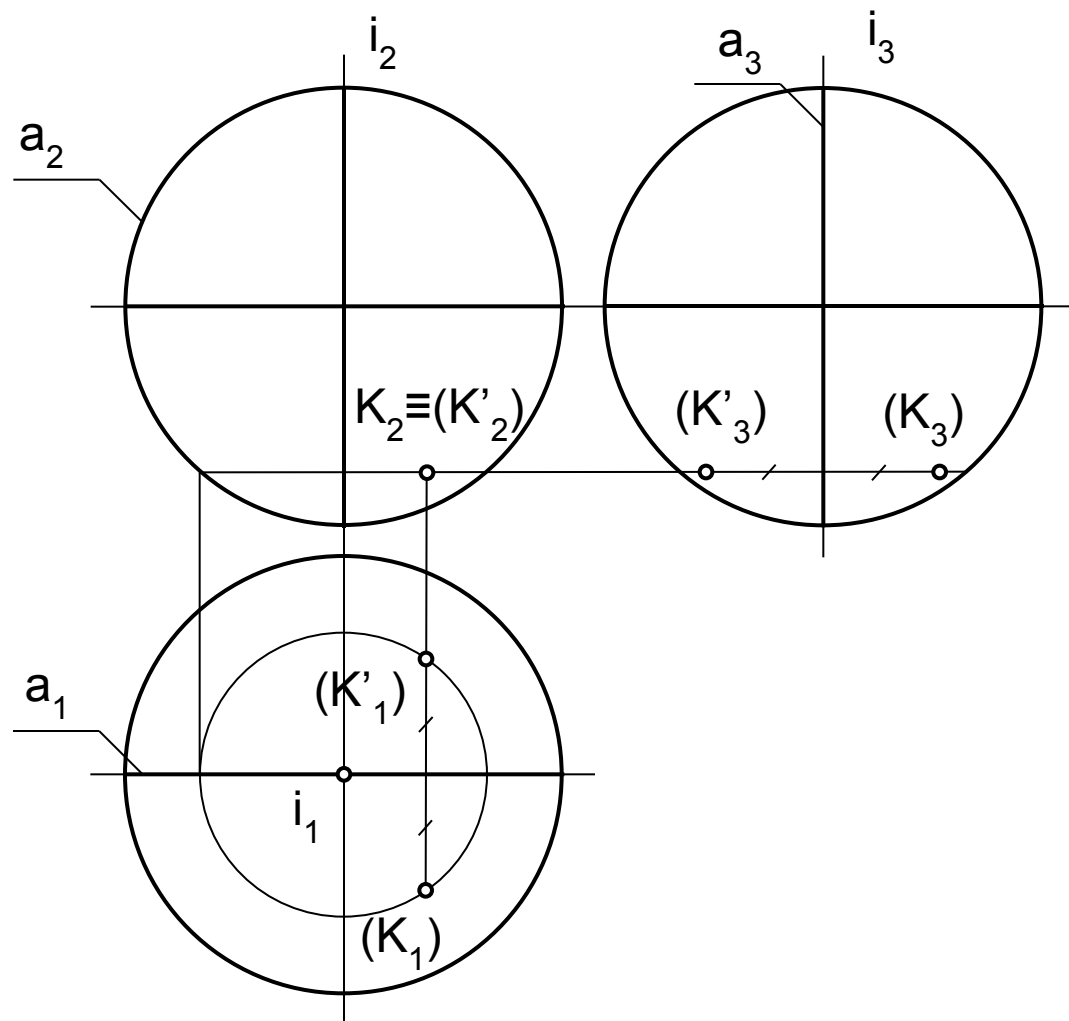
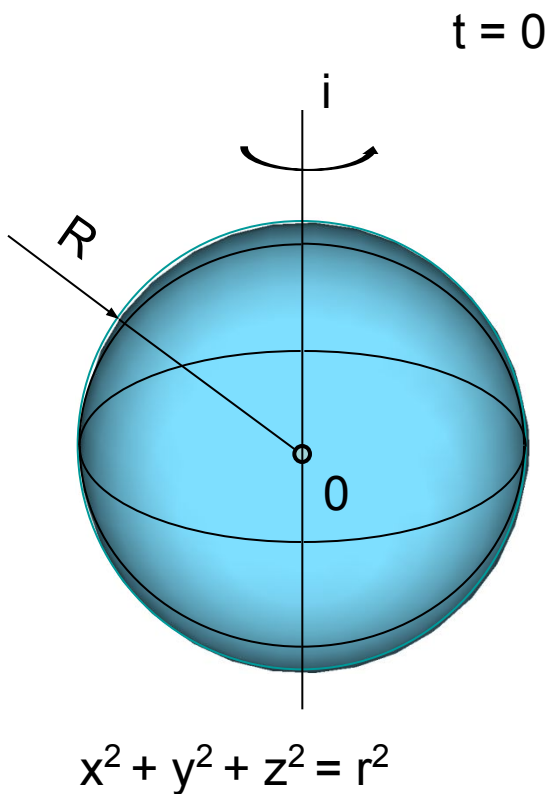
**Тор открытый**



# П В, образованные вращением окружности

## Сфера

$\Phi(a, i)$   $a$  – окружность

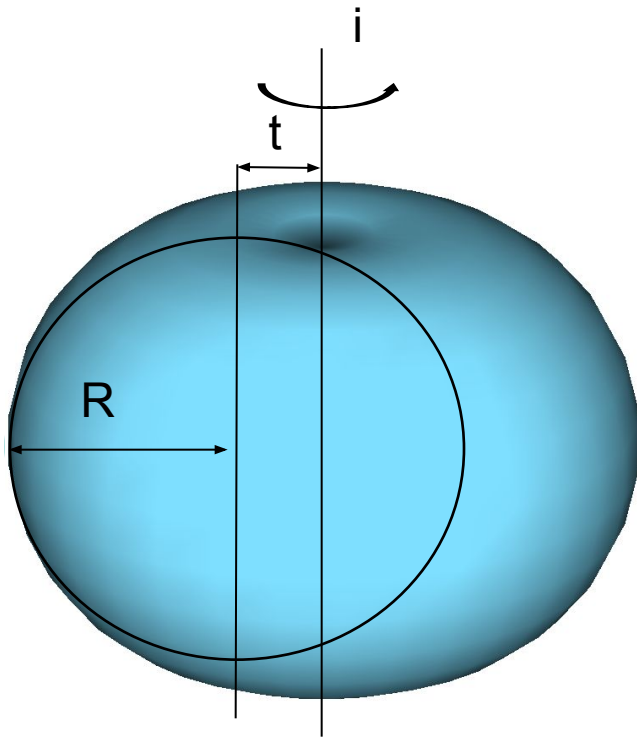


# П В, образованные вращением окружности

**Тор закрытый**

$\Phi(a, i)$   $a$  – окружность

$t < R$



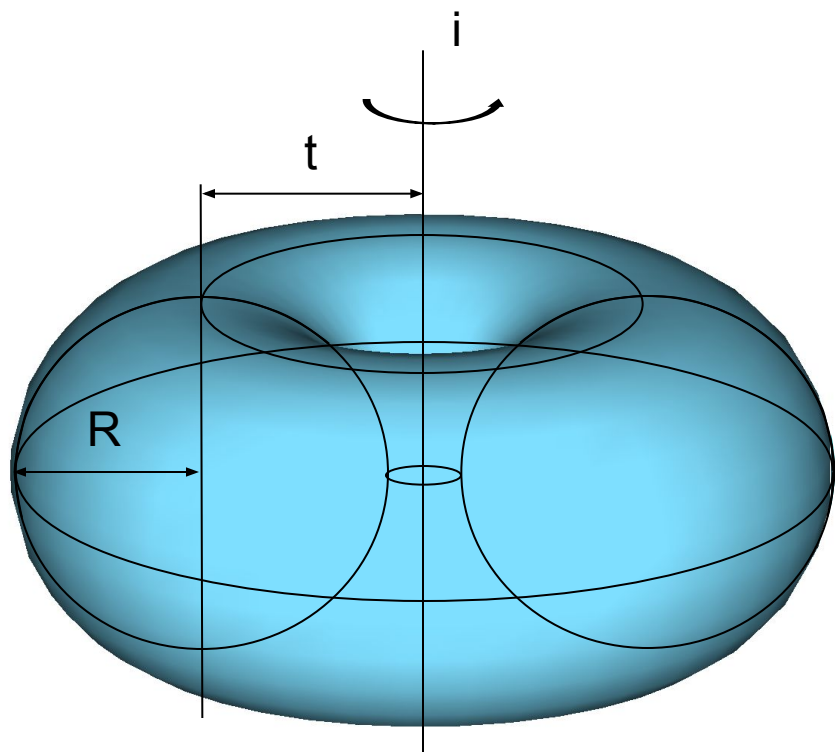
$$(x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - b^2)^2 = 4 a^2 (x^2 + y^2), a < b$$

# П В, образованные вращением окружности

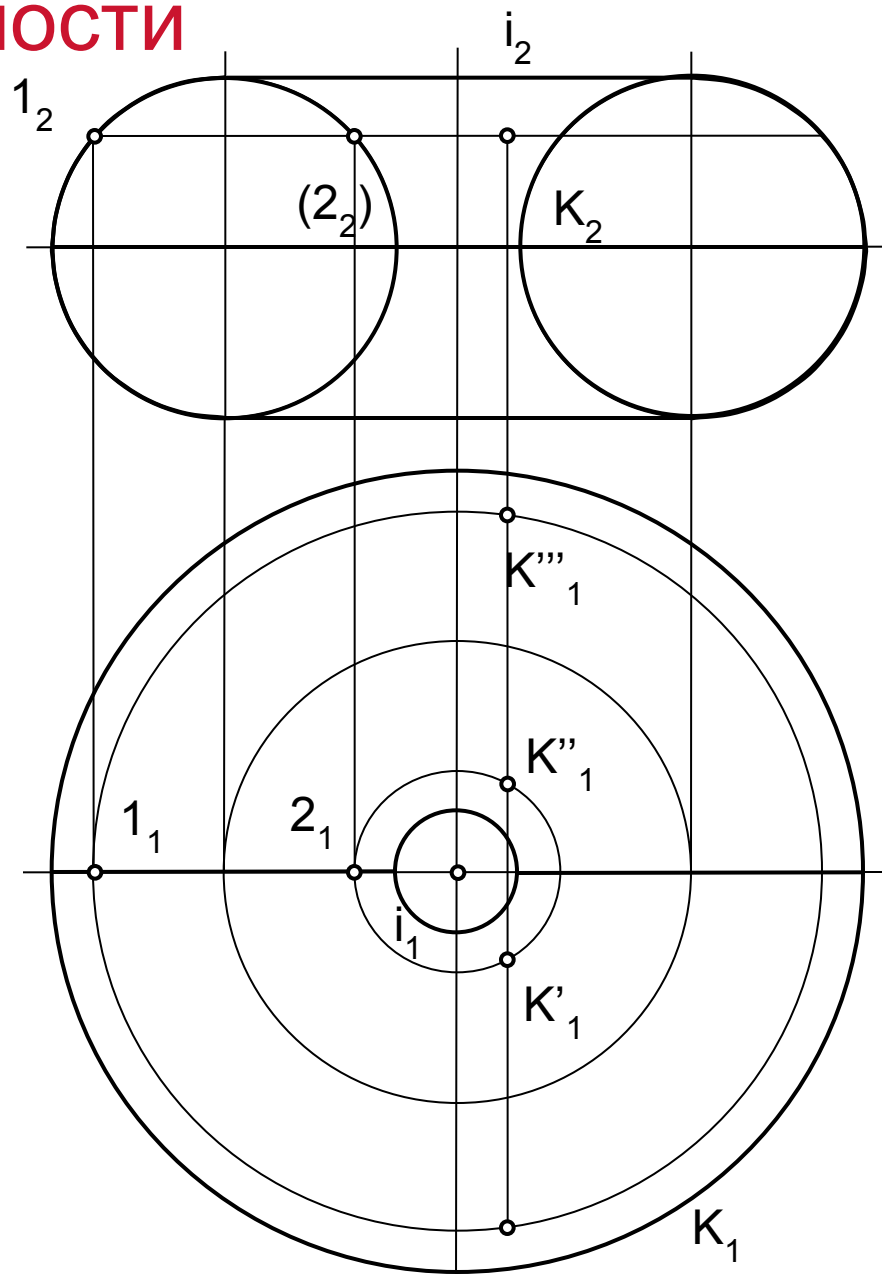
Тор открытый

$\Phi(a, i)$   $a$  – окружность

$t > R$



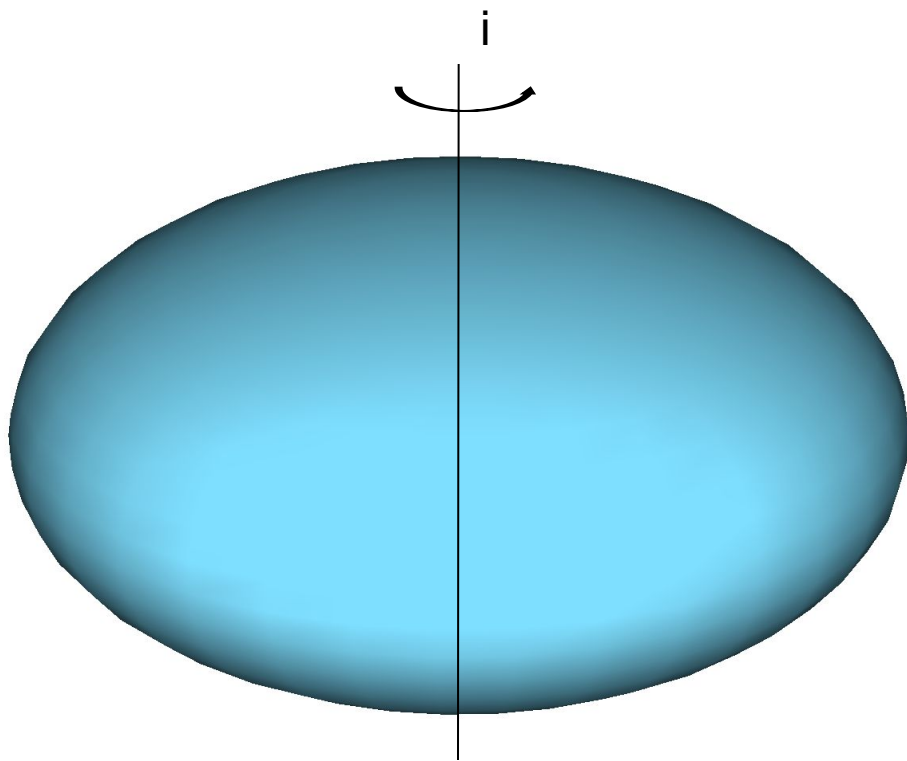
$$(x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - b^2)^2 = 4 a^2 (x^2 + y^2), a > b$$



# Закономерные поверхности вращения

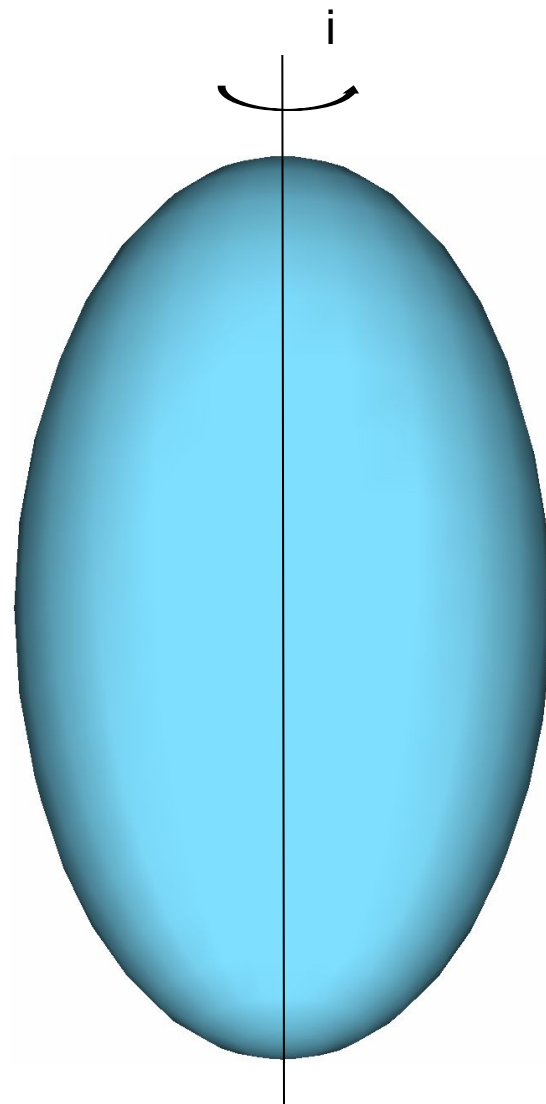
## Эллипсоид вращения

$\Phi(a, i)$   $a$  – эллипс



*сжатый*

$$a^2(x^2 + y^2) + b^2z^2 = a^2b^2$$



*вытянутый*

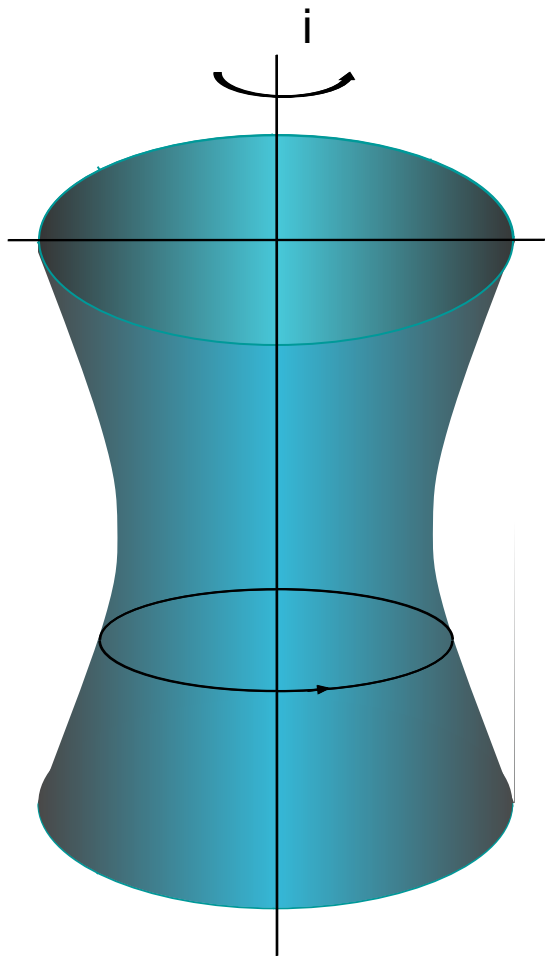
$$b^2(x^2 + y^2) + b^2z^2 = a^2b^2$$

## Гиперболоид вращения

$\Phi(a, i)$

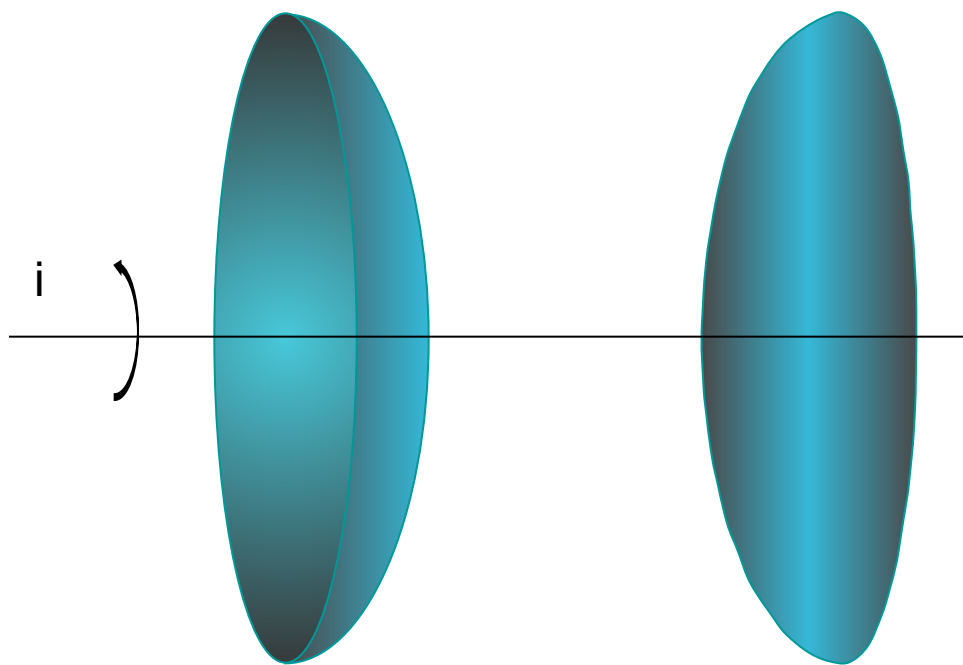
$a$  – гипербола

$a \cdot i$



*однополостной*

$$b^2z^2 - a^2(x^2 + y^2) = a^2b^2$$

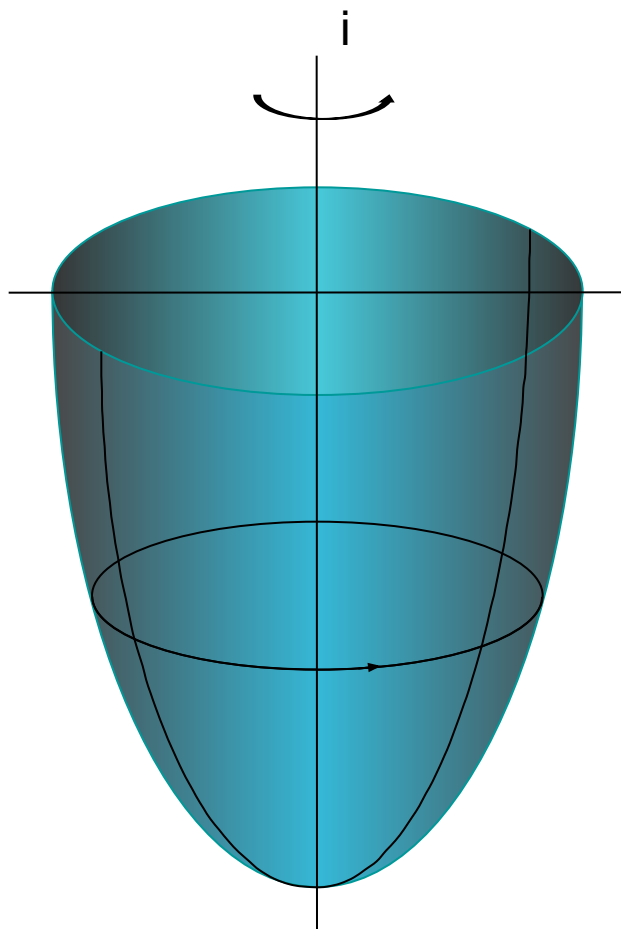


*двухполостной*

$$b^2(x^2 + y^2) - a^2z^2 = a^2b^2$$

## Параболоид вращения

$\Phi(a, i)$  а – парабола



$$x^2 + y^2 = 2pz$$