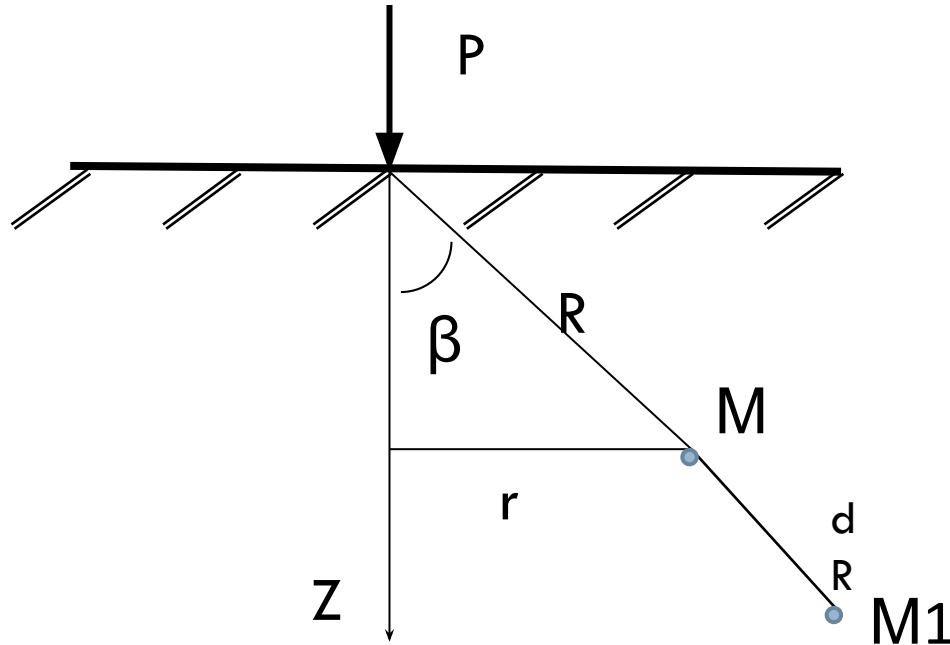


ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ГРУНТАХ



- Распределение напряжений в случае пространственной задачи.
- Распределение напряжений в случае плоской задачи.
- Контактная задача (распределение напряжений по подошве сооружений, опирающихся на грунт).
- Распределение напряжений от собственного веса грунта

Действие сосредоточенной силы в полупространстве. Ж. Буссинеск, 1885 г



$$S_M = A \frac{\cos \beta}{R}$$

$$S_{M_1} = A \frac{\cos \beta}{R + dR}$$

$$e_R = \frac{S_{M_1} - S_M}{dR} = \frac{\cos \beta}{dR} \left(\frac{A}{R + dR} - \frac{A}{R} \right) = -A \frac{\cos \beta}{R^2}$$

$$\sigma_R = B e_R = B \cdot A \cos \beta / R^2$$

Условия равновесия

$$\sum P_{iz} = 0: \quad - \int_0^{\pi/2} dF_R \cos \beta = 0;$$

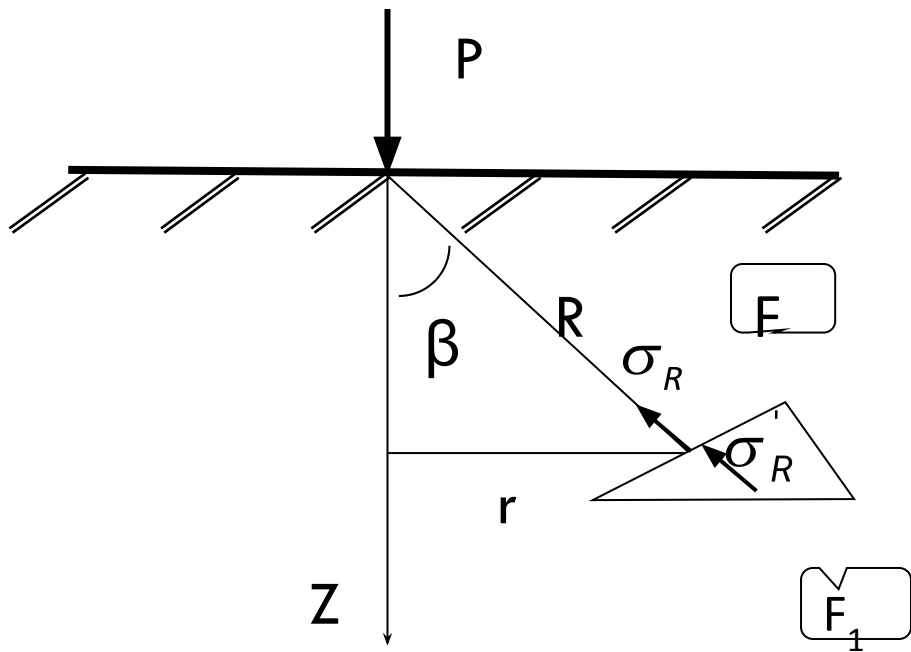
$$dF = 2\pi (R \sin \beta) R d\beta;$$

$$\cos 2\pi AB \int_0^{\pi/2} d^2 \beta \sin \beta AB \beta = -2\pi \left(-\frac{\cos^3 \beta}{3} \right) \Big|_0^{\pi/2} =$$

$$= \cancel{AB} 2\pi \quad / 3 = \cancel{AB} \Rightarrow = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_R = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{\pi} \cdot \frac{\cos \beta}{R^2}}$$

- Из геометрических соотношений $\sigma_R F = \sigma'_R F_1$



$$\sigma'_R = \frac{\sigma_R F}{F_1} = \sigma_R \cos \beta$$

$$F / F_1 = \cos \beta \Rightarrow$$

$$\sigma'_R = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{\pi} \cdot \frac{\cos^2 \beta}{R^2}$$

$$\cos \beta = \frac{z}{R} \Rightarrow \sigma'_R = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{\pi} \cdot \frac{z^2}{R^4}$$

Задача Буссинеска

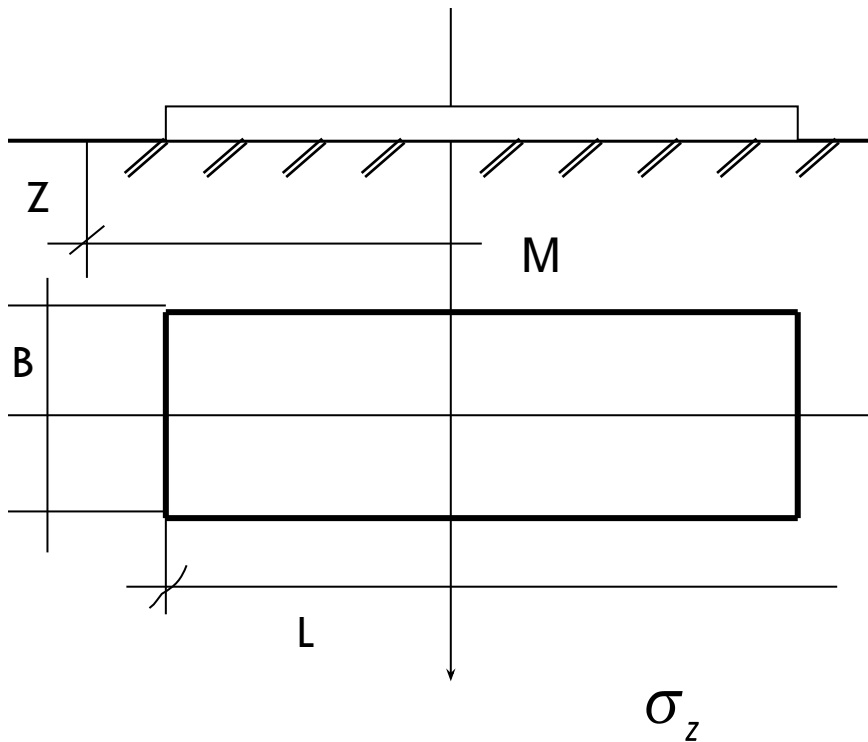
$$\sigma_z = \sigma'_R \cdot \cos(\sigma'_R; z) = \sigma'_R \frac{z}{R} = \frac{3P}{2\pi R^5} \frac{z^3}{z} = K \frac{P}{z^2},$$

$$\tau_{zy} = \sigma'_R \cdot \cos(\sigma'_R; y) = \sigma'_R \frac{y}{R} = \frac{3P}{2\pi R^5} \frac{yz^2}{z} = K \cdot \frac{P \cdot y}{z^3},$$

$$\tau_{zx} = \sigma'_R \cdot \cos(\sigma'_R; x) = \sigma'_R \frac{x}{R} = \frac{3P}{2\pi R^5} \frac{xz^2}{z} = K \cdot \frac{P \cdot x}{z^3},$$

$$K = \frac{3}{2\pi} \left[1 + (r/z)^2 \right]^{-\frac{5}{2}}.$$

Напряжение под центром прямоугольной площадки



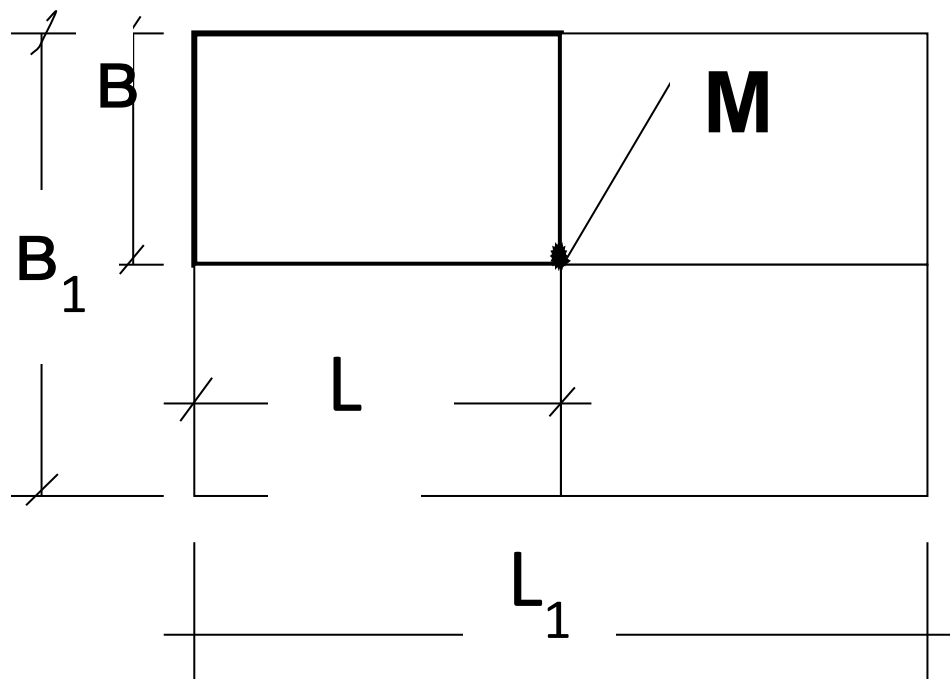
$$\sigma_z = \alpha \cdot P, \quad \alpha = f\left(\frac{l}{B}; \frac{2Z}{B}\right)$$

α – в таблицах,
справочниках, СНиП.

Напряжения под угловой точкой

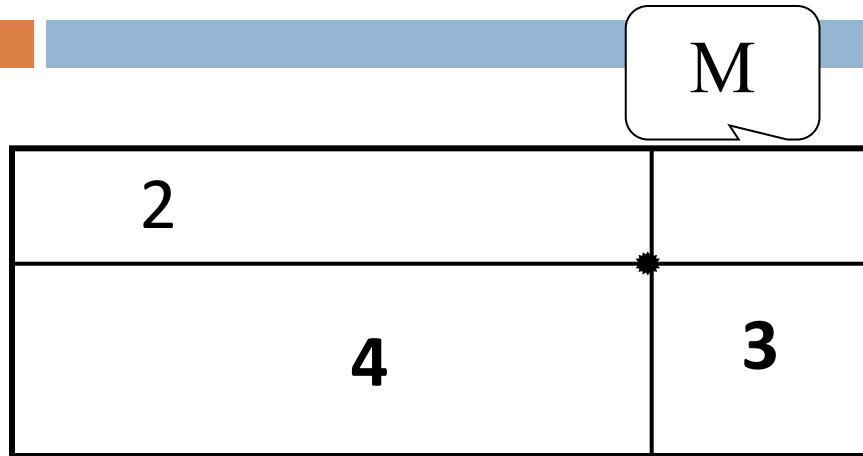
ТОЧКОЙ

- Для определения в любой угловой точке М достраиваем площадь так, чтобы М оказалась в середине

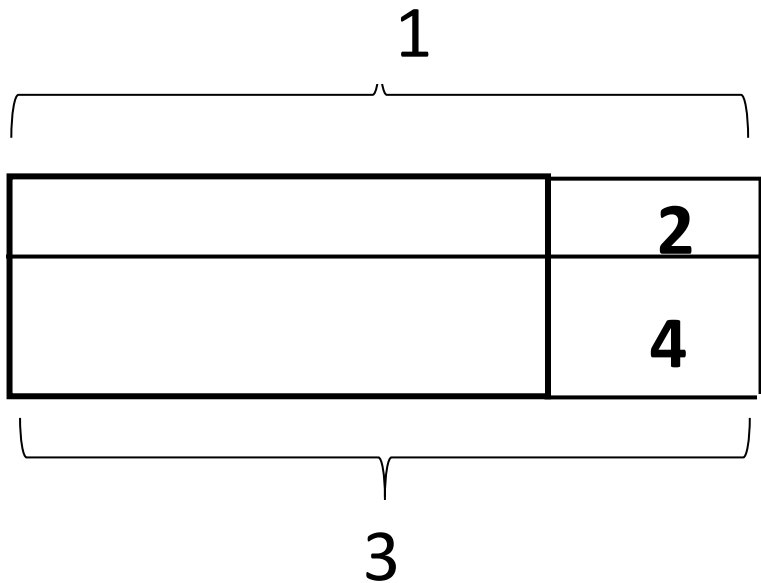


$$\sigma_z = \frac{1}{4} \alpha' P,$$
$$\alpha' = f\left(\frac{L}{B}; \frac{Z}{B}\right)$$

Метод угловых точек

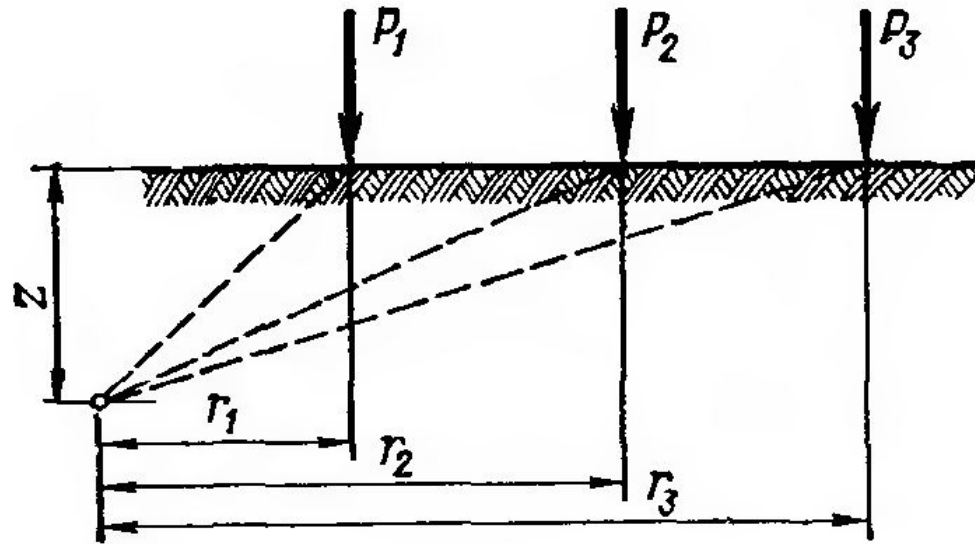


$$\sigma_z = \frac{1}{4} (\alpha'_1 + \alpha'_2 + \alpha'_3 + \alpha'_4) P.$$



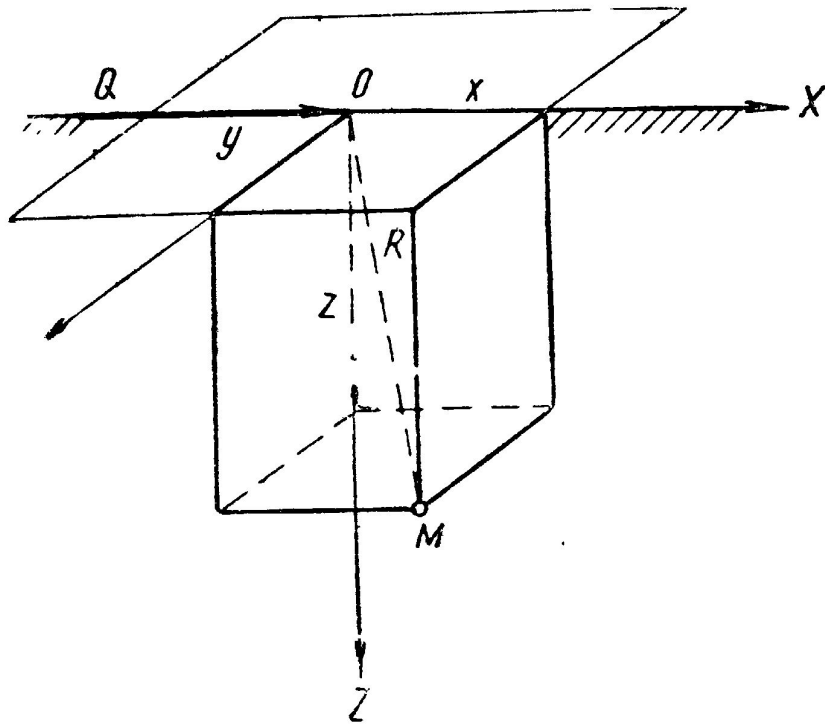
$$\sigma_z = \frac{1}{4} (\alpha'_1 - \alpha'_2 + \alpha'_3 - \alpha'_4) P.$$

Случай нескольких сосредоточенных сил



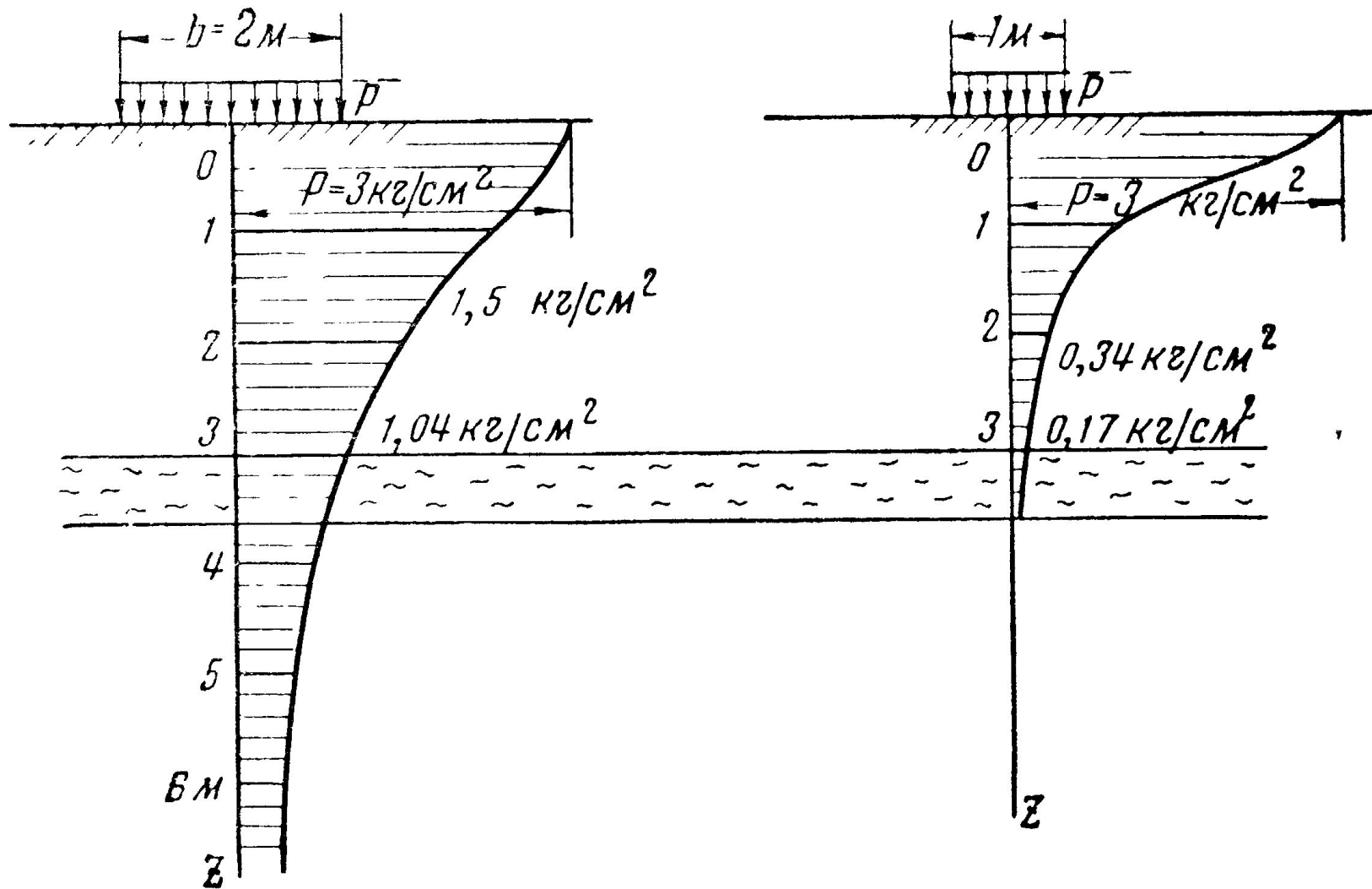
$$\sigma_z = K_1 \frac{P_1}{z^2} + K_2 \frac{P_2}{z^2} + K_3 \frac{P_3}{z^2}$$

Сила, приложенная параллельно ограничивающей плоскости



$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi R^5} xz^2$$

Влияние размеров загруженной площади



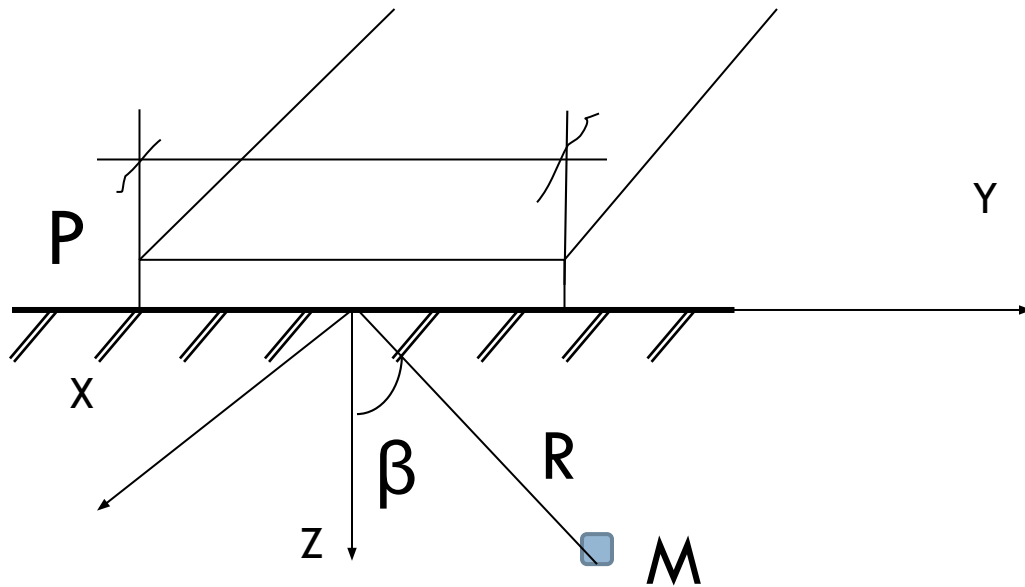
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СЛУЧАЕ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ



Постановка задачи

- Напряжения распределяются в одной плоскости и не зависят от координат, перпендикулярных рассматриваемой плоскости – в ленточных фундаментах, подпорных стенках, дорожных насыпях и т.д.
- Если принять, что по направлению оси x деформации равны нулю, то напряжения σ_z , σ_y и τ не зависят от деформационных характеристик линейно-деформируемого пространства.

Сосредоточенная погонная нагрузка (задача Фламана)



$$\sigma_z = -\frac{2P \cos^3 \beta}{\pi R},$$

$$\sigma_y = -\frac{2P \sin^2 \beta \cos \beta}{\pi R},$$

$$\tau = -\frac{2P \sin \beta \cos^2 \beta}{\pi R},$$

$$W = -\frac{2}{\pi} \frac{1 - \mu_0^2}{E_0} P \ln(x) + c,$$

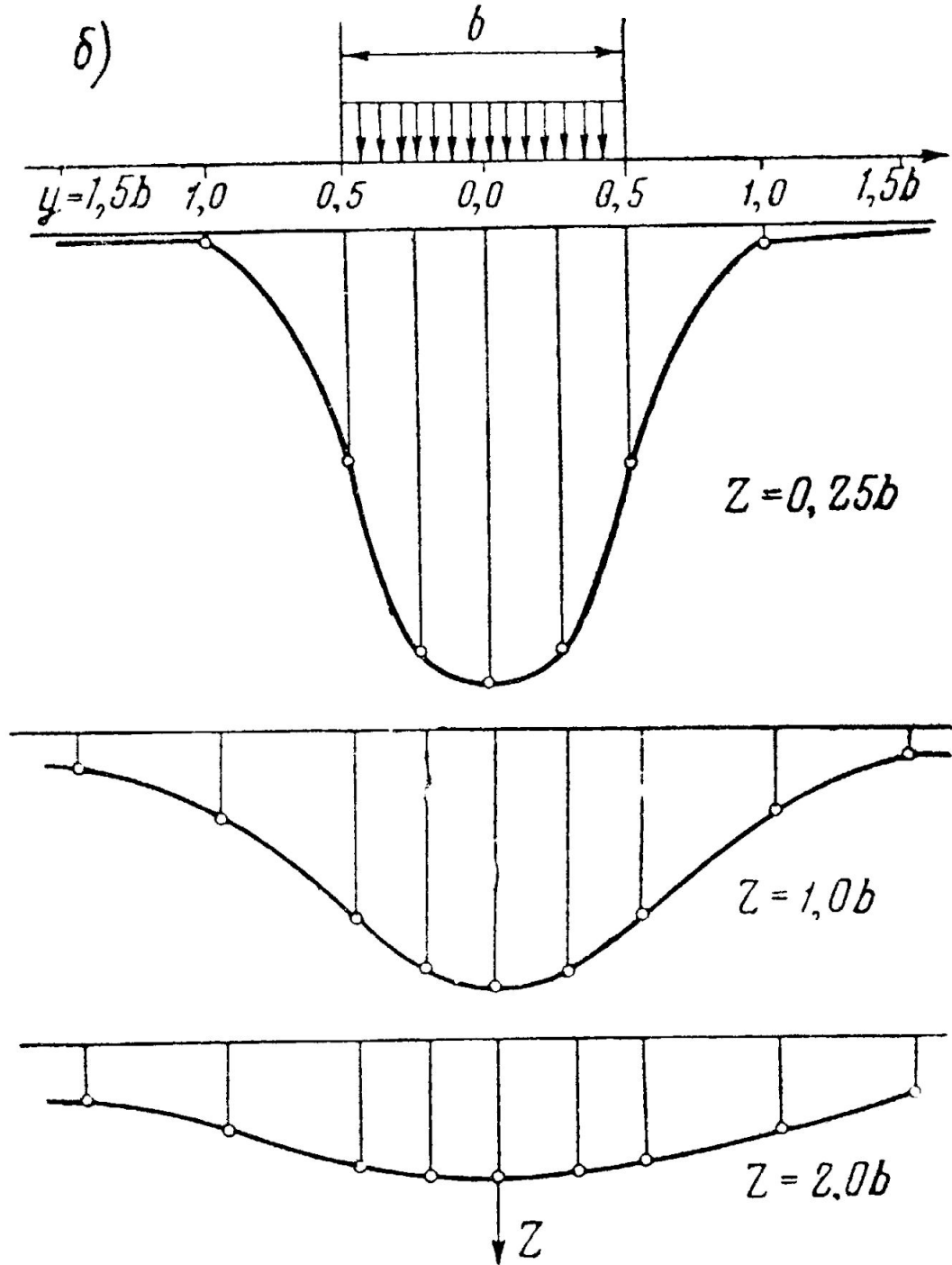
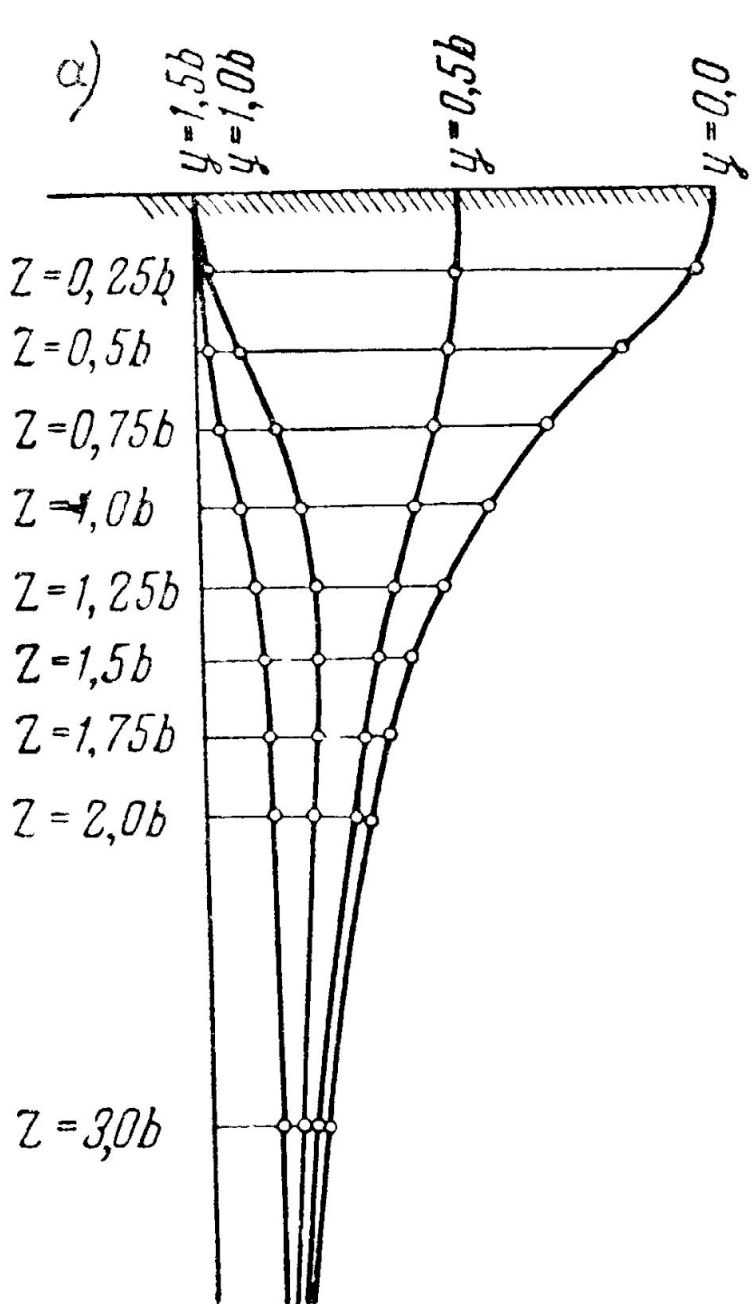
$$U = \pm \frac{(1 - \mu_0)(1 - 2\mu_0)P}{2E_0}.$$

Равномерно распределенная нагрузка

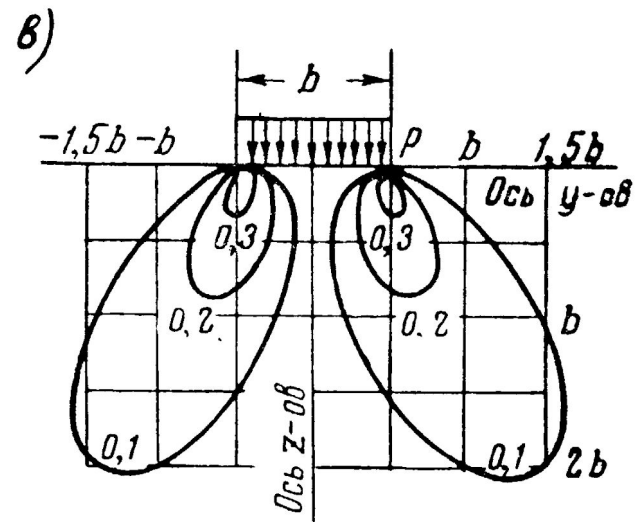
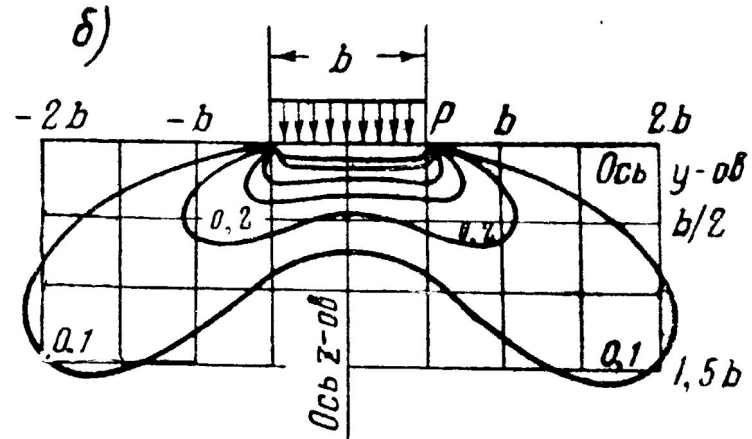
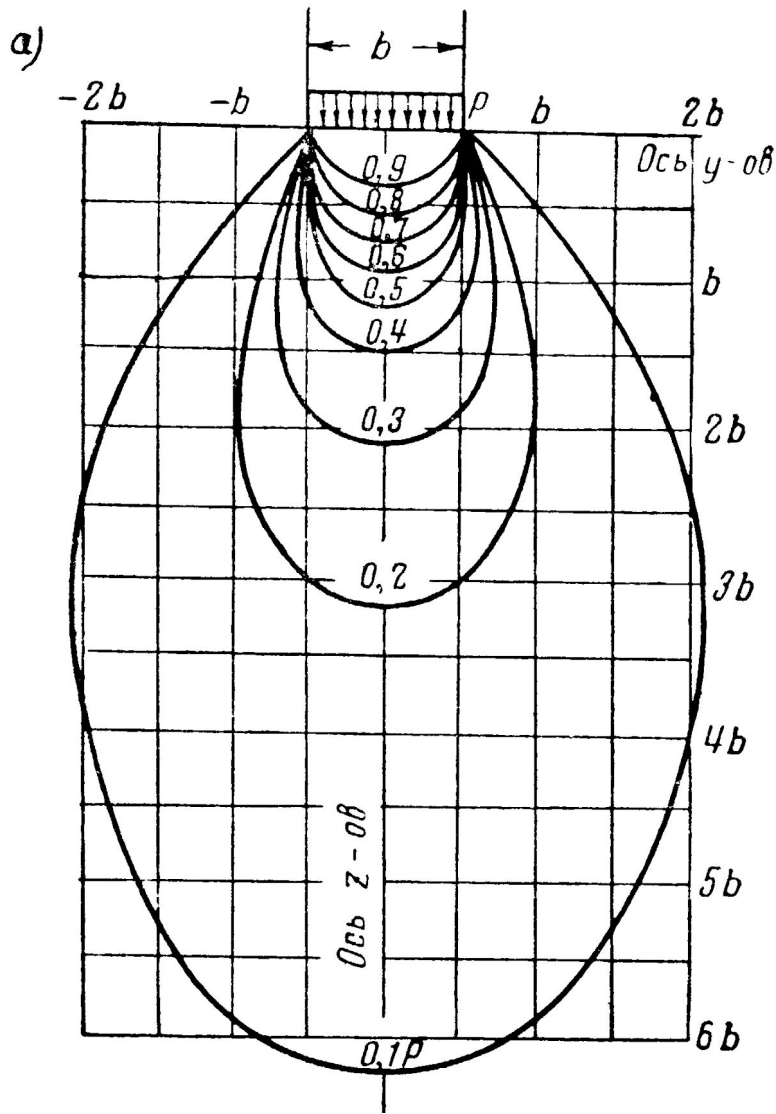
$$\sigma_z = -\frac{P}{\pi} \left[\beta_1 + \frac{1}{2} \sin \beta_2 - (\pm \beta_2) - \frac{1}{2} \sin(\pm 2\beta_2) \right];$$

$$\sigma_y = -\frac{P}{\pi} \left[\beta_1 - \frac{1}{2} \sin \beta_2 - (\pm \beta_2) + \frac{1}{2} \sin(\pm 2\beta_2) \right];$$

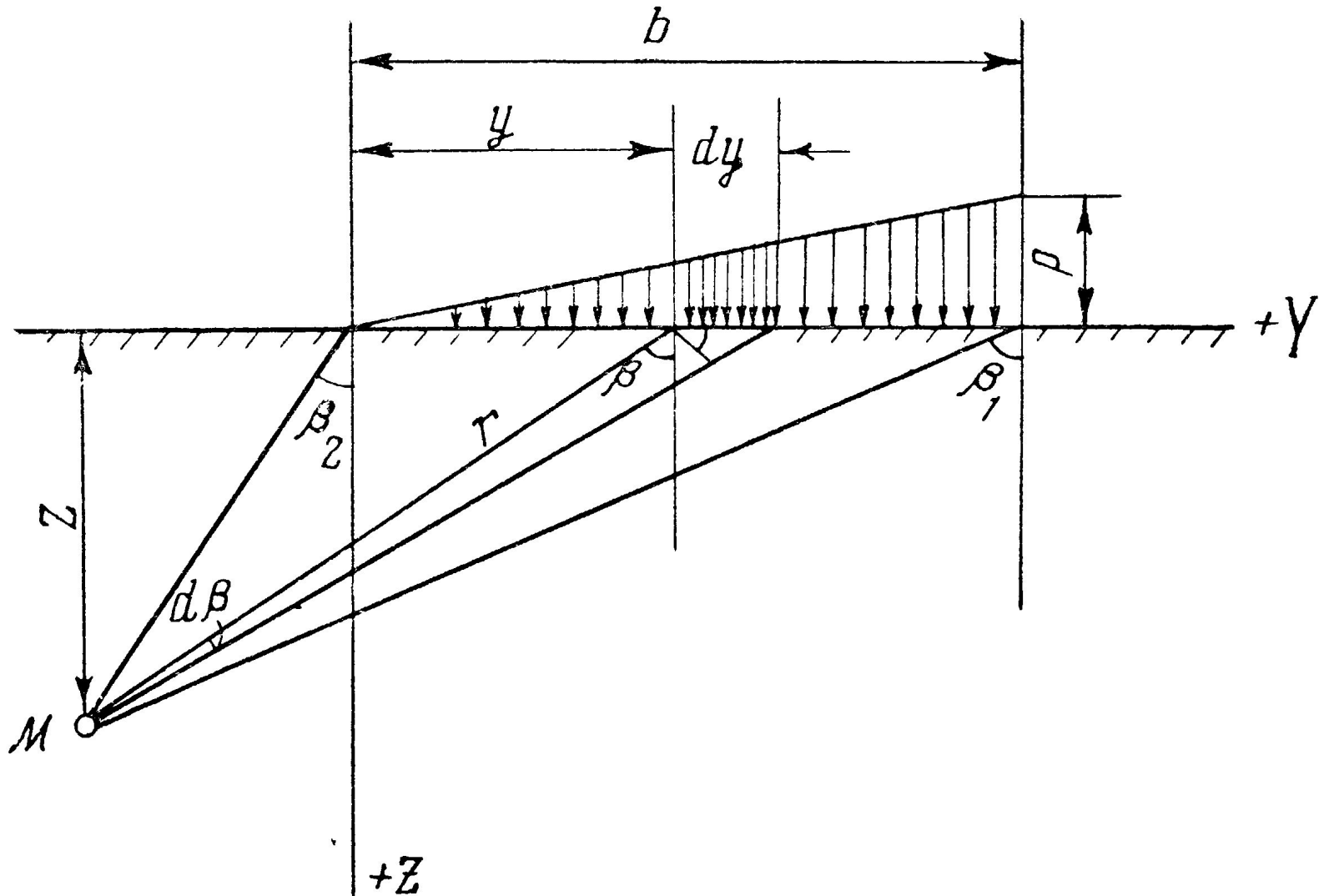
$$\tau = \frac{P}{2\pi} (\cos 2\beta_2 - \cos 2\beta_1).$$



Линии равных напряжений



Распределенная нагрузка, меняющаяся по закону треугольника

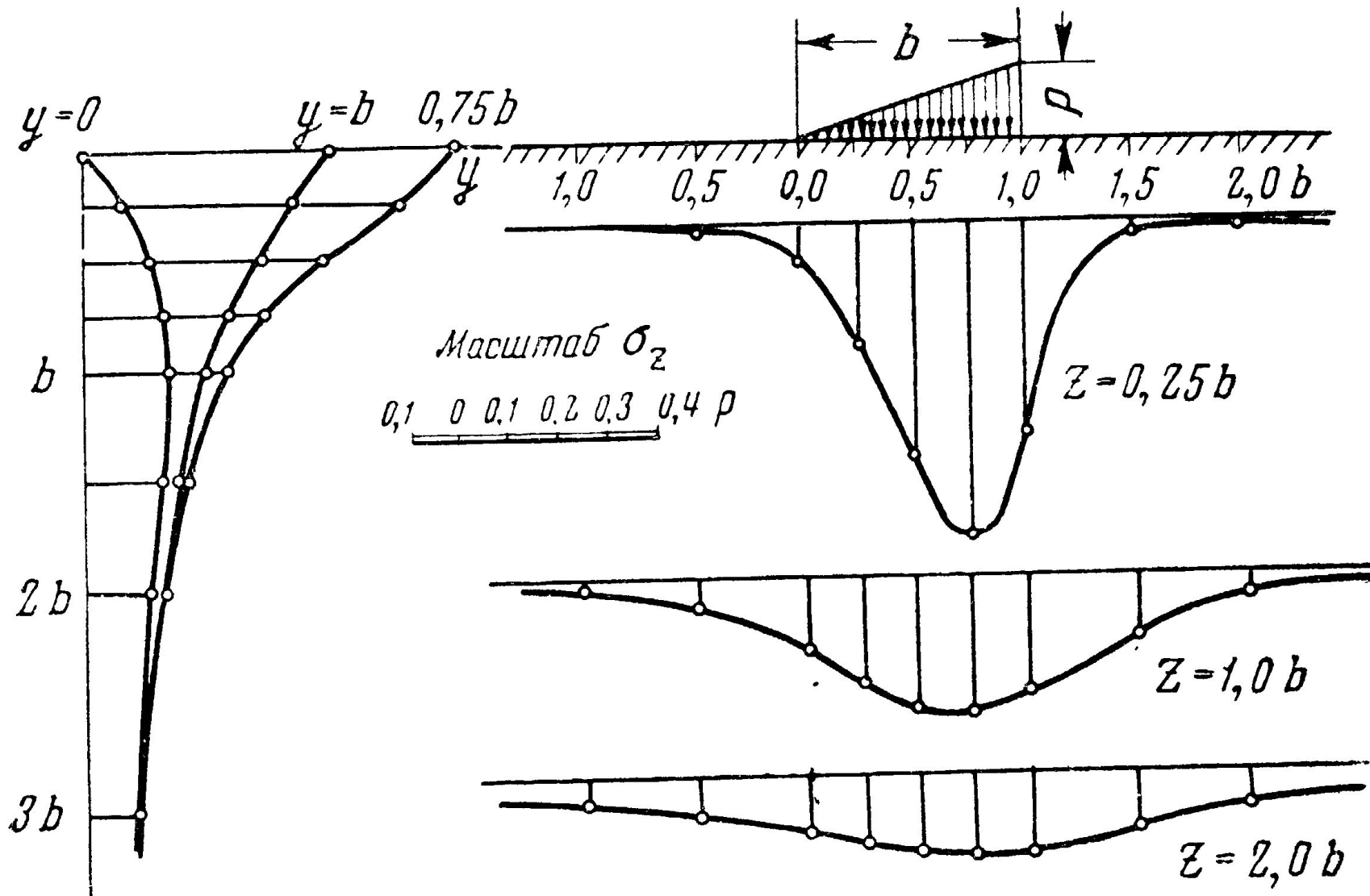


Распределенная нагрузка,
меняющаяся по закону
треугольника

$$\sigma_z = -\frac{Pz}{\pi b} [\sin^2 \beta_1 - \sin^2 \beta_2 -$$
$$-\operatorname{tg} \beta_2 \left(\beta_1 + \frac{1}{2} \sin 2\beta_1 - \beta_2 - \frac{1}{2} \sin 2\beta_2 \right)];$$

Распределенная нагрузка, меняющаяся по закону

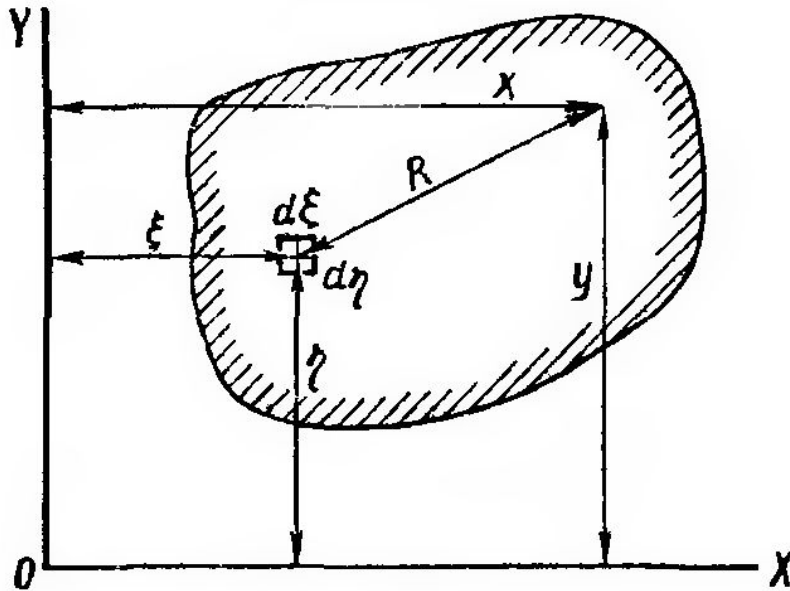
треугольника



КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА



Распределение давлений по подошве сооружений



Задача Буссинеска

$$w = \frac{P}{\pi C_0 R'}$$

В общем случае

$$w = \frac{1}{\pi C_0} \iint_F \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}}$$

- Для абсолютно жесткого фундамента

$$w = \cos nt$$

Распределение давлений по подошве сооружений

- При круглой площади подошвы

$$p_{xy} = p_m / \left[2\sqrt{1 - (\rho / r)^2} \right],$$

r – радиус подошвы фундамента, ρ – расстояние от центра подошвы до любой ее точки, p_m – среднее давление на единицу площади подошвы.

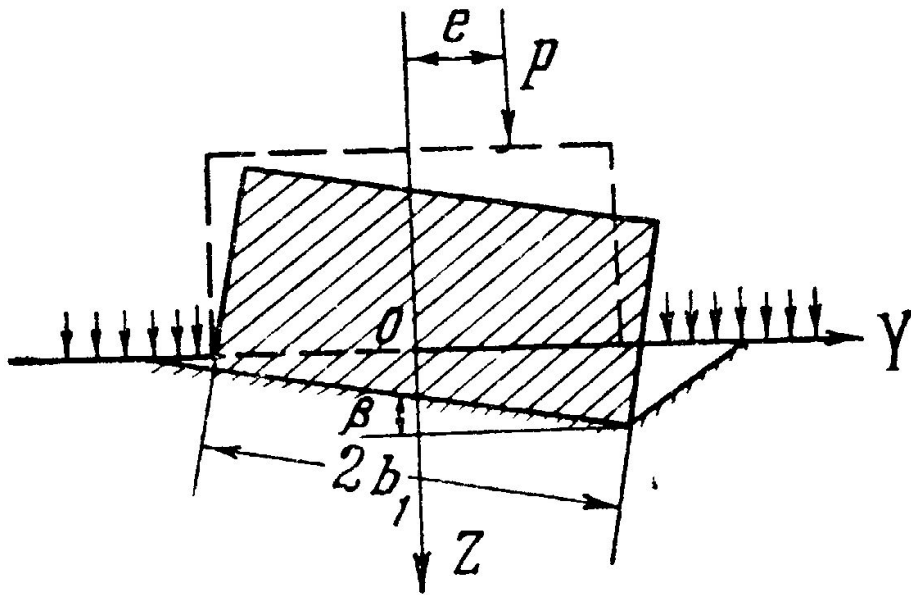
- Для плоской задачи

$$p_{xy} = 2p_m / \left[\pi\sqrt{1 - (y / b_1)^2} \right],$$

y – расстояние по горизонтали от середины фундамента до рассматриваемой точки, b_1 – полуширина фундамента.

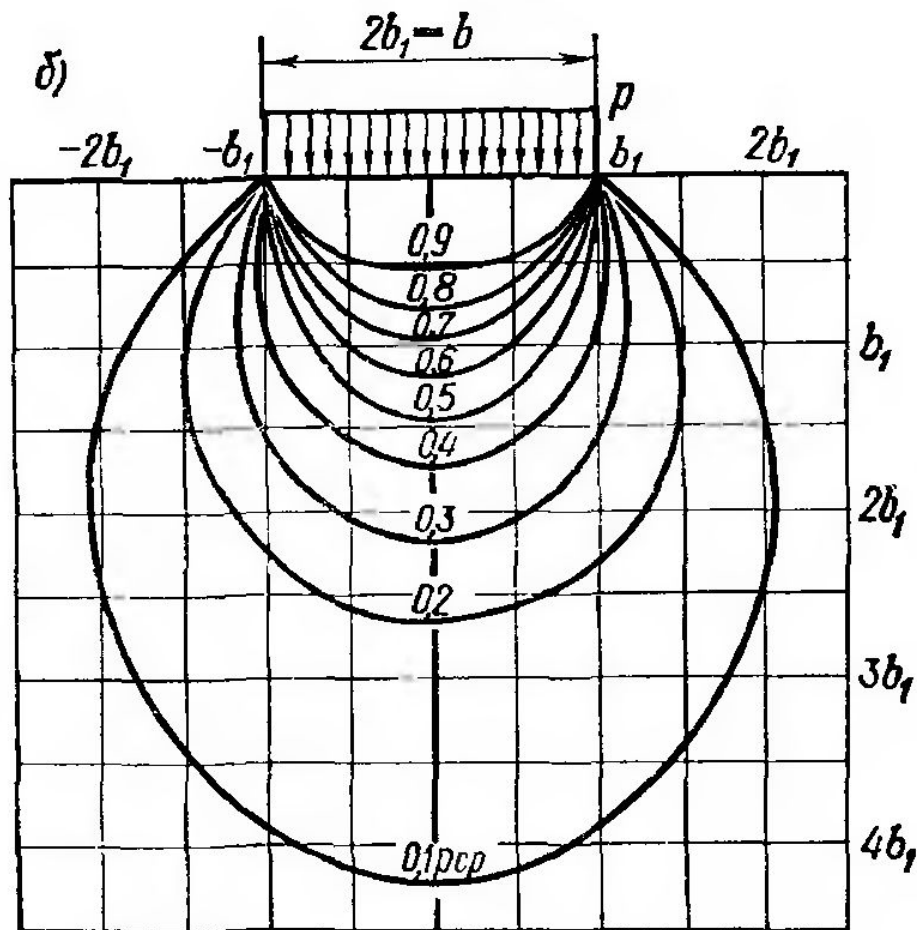
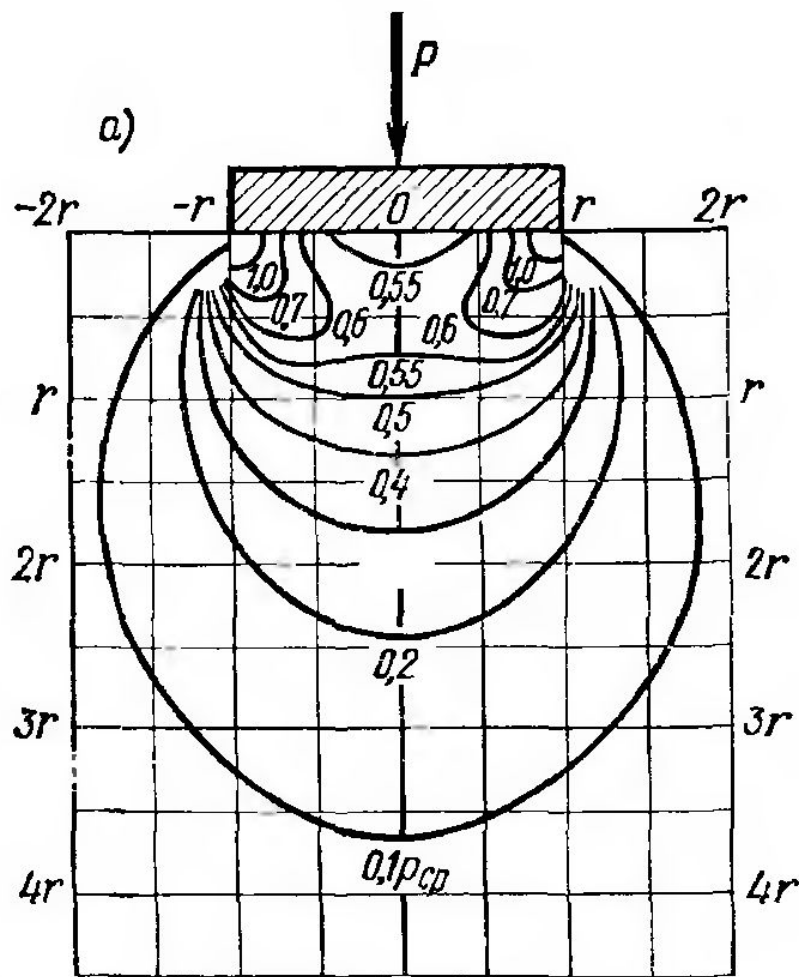
Внецентренная нагрузка

$$p_{xy} = \frac{P}{\pi \sqrt{b_1^2 - y^2}} \left(1 + \frac{2ey}{b_1^2} - \frac{2qb_1}{P} \right) + q$$



P – приложенная нагрузка, e – эксцентриситет, q – интенсивность боковой нагрузки.

Изобары в грунте под абсолютно жестким и упругим фундаментами



Начальные напряжения

- Силы гравитации (собственный вес)
- Увеличение или уменьшение грунтовой толщи
- Тектонические, сейсмические воздействия
- Работы нулевого цикла (выемка грунта, трамбование)

Распределение напряжений от собственного веса грунта

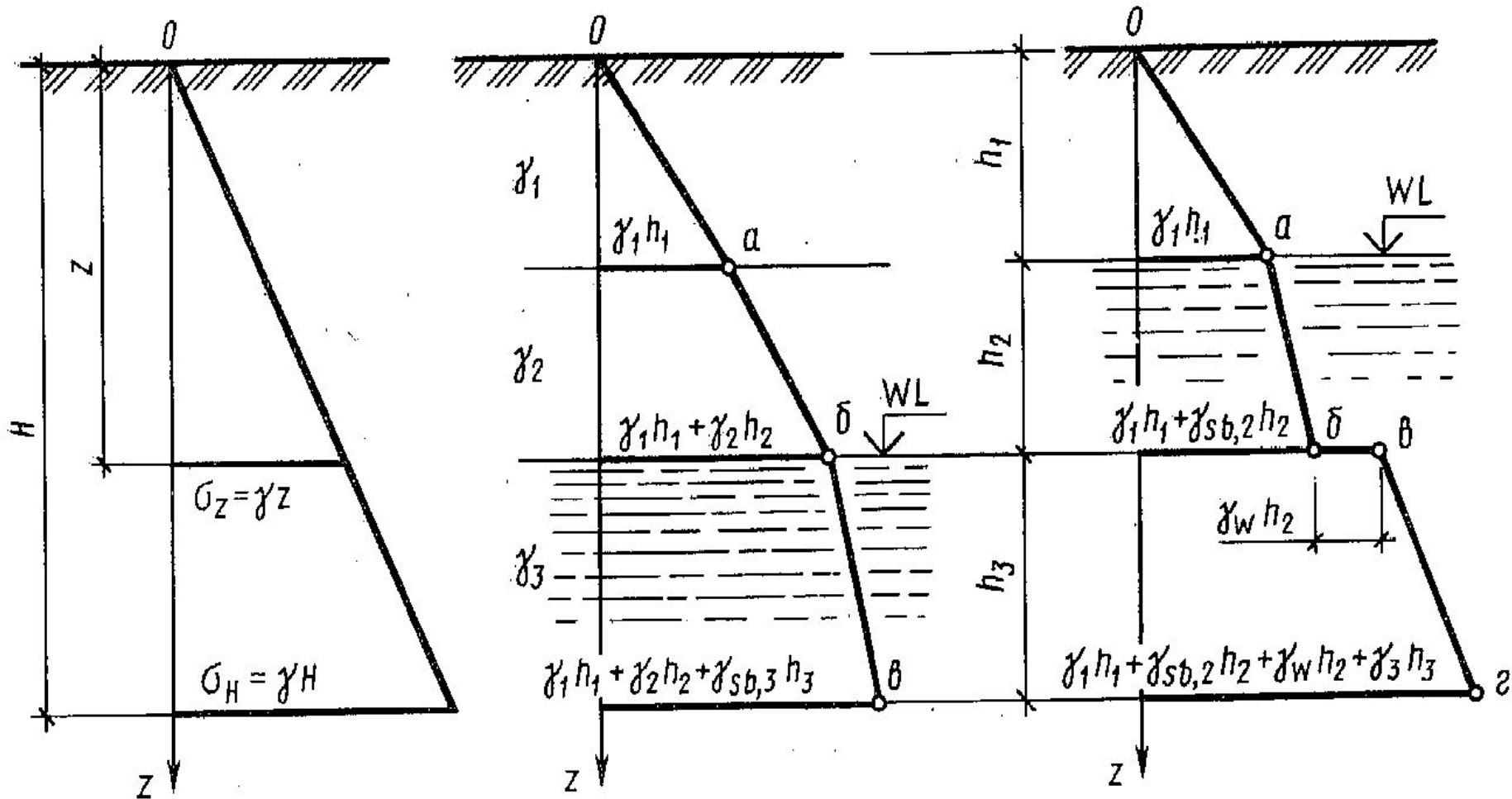
- Если учитывать только силы гравитации

$$\sigma_z = \int_0^z \gamma_z dz; \quad \sigma_x = \sigma_y = \xi_0 \sigma_z$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0.$$

$$\xi_0 = \frac{\mu_0}{1 - \mu_0} \text{ — коэффициент бокового давления}$$

Характерные эпюры напряжений



- Удельный вес грунта во взвешенном состоянии

$$\gamma_{sb} = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1 + e}$$