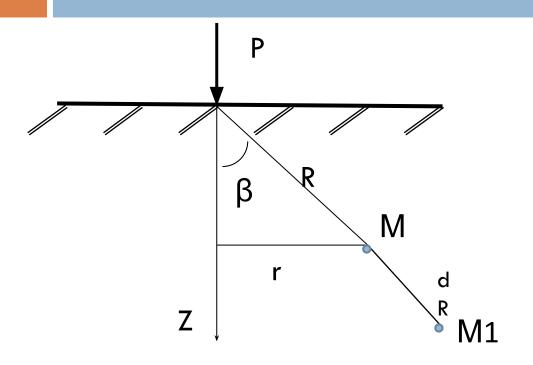
ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ГРУНТАХ

- Распределение напряжений в случае пространственной задачи.
- Распределение напряжений в случае плоской задачи.
- Контактная задача (распределение напряжений по подошве сооружений, опирающихся на грунт).
- Распределение напряжений от собственного веса грунта

Действие сосредоточенной силы в полупространстве. Ж. Бусссинеск, 1885 г



$$s_{M} = A \frac{\cos \beta}{R}$$

$$s_{M_{1}} = A \frac{\cos \beta}{R + dR}$$

$$e_{R} = \frac{S_{M_{1}} - S_{M}}{dR} = \frac{\cos \beta}{dR} \left(\frac{A}{R + dR} - \frac{A}{R} \right) = -A \frac{\cos \beta}{R^{2}}$$
$$\sigma_{R} = Be_{R} = B \cdot A \cos \beta / R^{2}$$

Условия равновесия

$$\sum P_{iz} = 0: -\int_{0}^{\pi/2} dF_{iz} \cos \beta = 0;$$

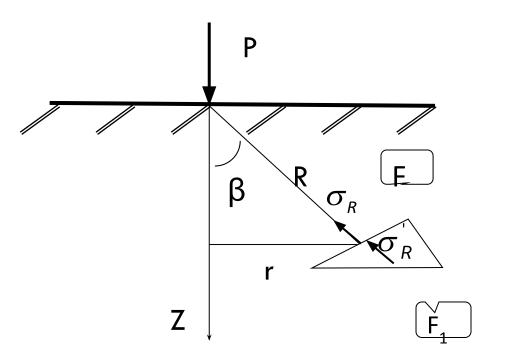
$$dF = 2\pi (R \sin \beta) R d\beta;$$

$$\mathcal{B}os 2\pi AB \int_{0}^{\pi/2} d^{-2}\beta \sin \beta A\beta = -2\pi \left(-\frac{\cos^{3}\beta}{3} \right) \Big|_{0}^{\pi/2} = 0$$

$$= \mathcal{A}B \cdot 2\pi / 3 = \mathcal{O}AB \Rightarrow = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{\pi} \Rightarrow 0$$

$$\Rightarrow \sigma_{R} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{\pi} \cdot \frac{\cos \beta}{R^{2}}$$

□ Из геометрических соотношений $\sigma_{R}F = \sigma_{R}^{'}F_{1}$



$$\sigma_R' = \frac{\sigma_R F}{F_1} = \sigma_R \cos \beta$$
$$F / F_1 = \cos \beta \Rightarrow$$

$$\sigma_{R}' = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{\pi} \cdot \frac{\cos^{2} \beta}{R^{2}}$$

$$\cos \beta = \frac{Z}{R} \implies \sigma'_{R} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{\pi} \cdot \frac{Z^{2}}{R^{4}}$$

Задача Буссинеска

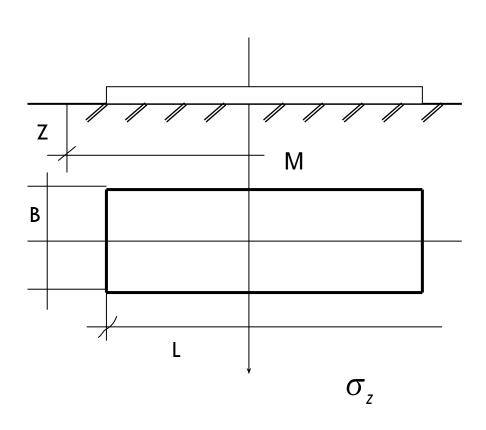
$$\sigma_{z} = \sigma_{R}^{'} \cdot \cos(\sigma_{R}^{'}; z) = \sigma_{R}^{'} \frac{z}{R} = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi} \frac{z^{3}}{R^{5}} = K \frac{P}{z^{2}},$$

$$\tau_{zy} = \sigma_{R}^{'} \cdot \cos(\sigma_{R}^{'}; y) = \sigma_{R}^{'} \frac{y}{R} = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi} \frac{yz^{2}}{R^{5}} = K \cdot \frac{P \cdot y}{z^{3}},$$

$$\tau_{zx} = \sigma_{R}^{'} \cdot \cos(\sigma_{R}^{'}; x) = \sigma_{R}^{'} \frac{x}{R} = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi} \frac{xz^{2}}{R^{5}} = K \cdot \frac{P \cdot x}{z^{3}},$$

$$K = \frac{3}{2\pi} \left[1 + (r/z)^{2} \right]^{-\frac{5}{2}}.$$

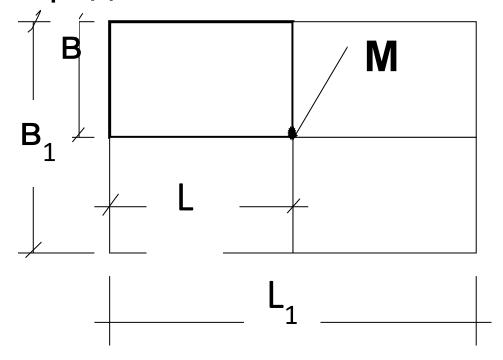
Напряжение под центром прямоугольной площадки



$$\sigma_z = \alpha \cdot P, \ \alpha = f\left(\frac{I}{B}; \frac{2Z}{B}\right)$$
 $\alpha - B$ таблицах, справочниках, СНиП.

Напряжения под угловой точкой

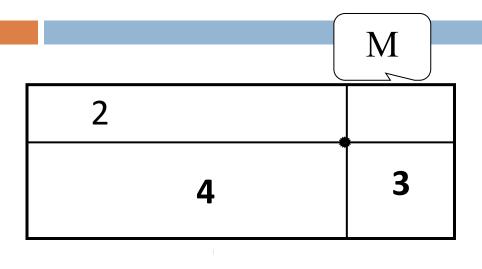
Для определения в любой угловой точке М достраиваем площадь так, чтобы М оказалась в середине



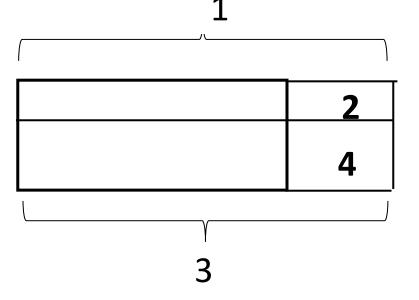
$$\sigma_{z} = \frac{1}{4}\alpha'P$$

$$\alpha' = f\left(\frac{L}{B}; \frac{Z}{B}\right)$$

Метод угловых точек

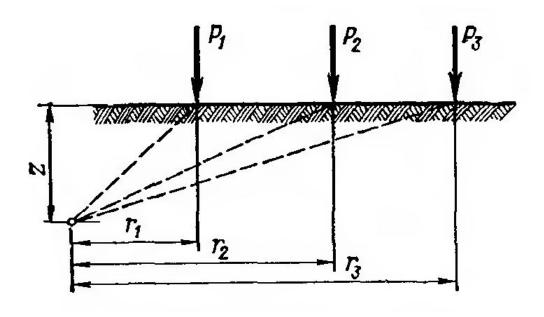


3
$$\sigma_{z} = \frac{1}{4} (\alpha_{1} + \alpha_{2} + \alpha_{3} + \alpha_{4}) P.$$



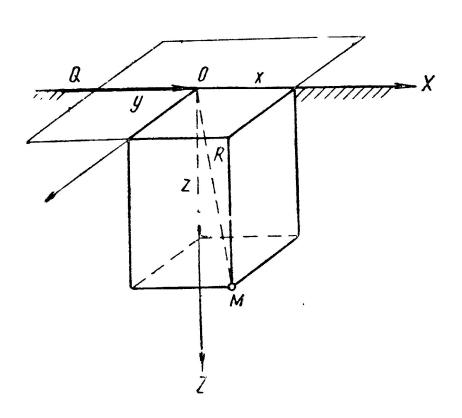
$$\sigma_{z} = \frac{1}{4} \left(\alpha_{1}^{\prime} - \alpha_{2}^{\prime} + \alpha_{3}^{\prime} - \alpha_{4}^{\prime} \right) P.$$

Случай нескольких сосредоточенных сил



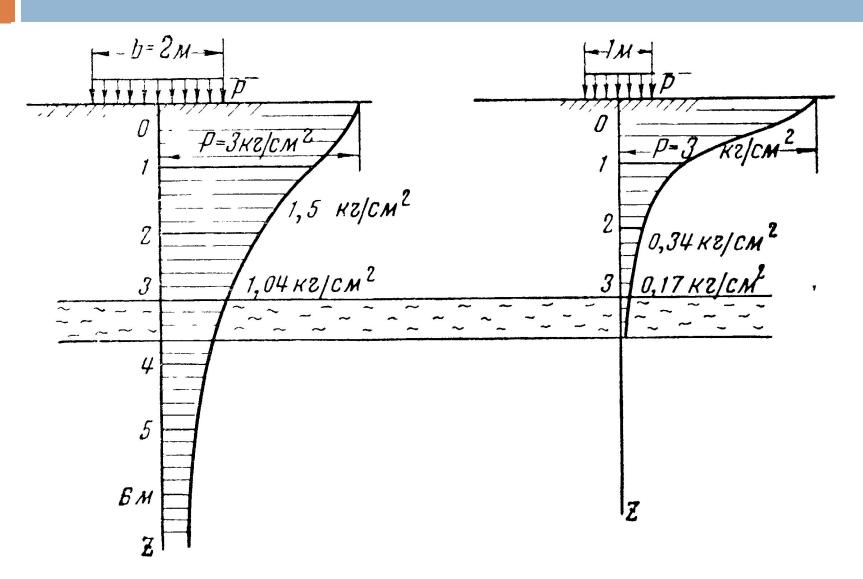
$$\sigma_{z} = K_{1} \frac{P_{1}}{z^{2}} + K_{2} \frac{P_{2}}{z^{2}} + K_{3} \frac{P_{3}}{z^{2}}$$

Сила, приложенная параллельно ограничивающей плоскости



$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi R^5} xz^2$$

Влияние размеров загруженной площади

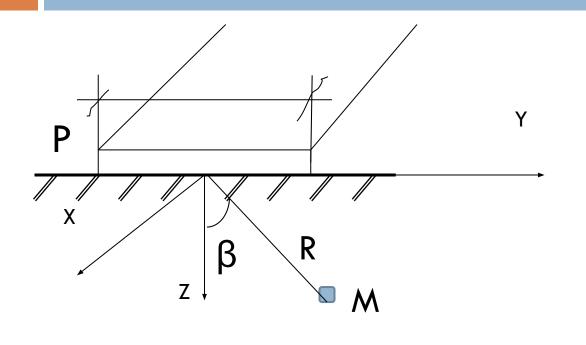


РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СЛУЧАЕ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ

Постановка задачи

- Напряжения распределяются в одной плоскости и не зависят от координат, перпендикулярных рассматриваемой плоскости в ленточных фундаментах, подпорных стенках, дорожных насыпях и т.д.
- Если принять, что по направлению оси х деформации равны нулю, то напряжения σ₂, σ₂ и т не зависят от деформационных характеристик линейно-деформируемого пространства.

Сосредоточенная погонная нагрузка (задача Фламана)



$$\sigma_z = -\frac{2P}{\pi} \frac{\cos^3 \beta}{R},$$

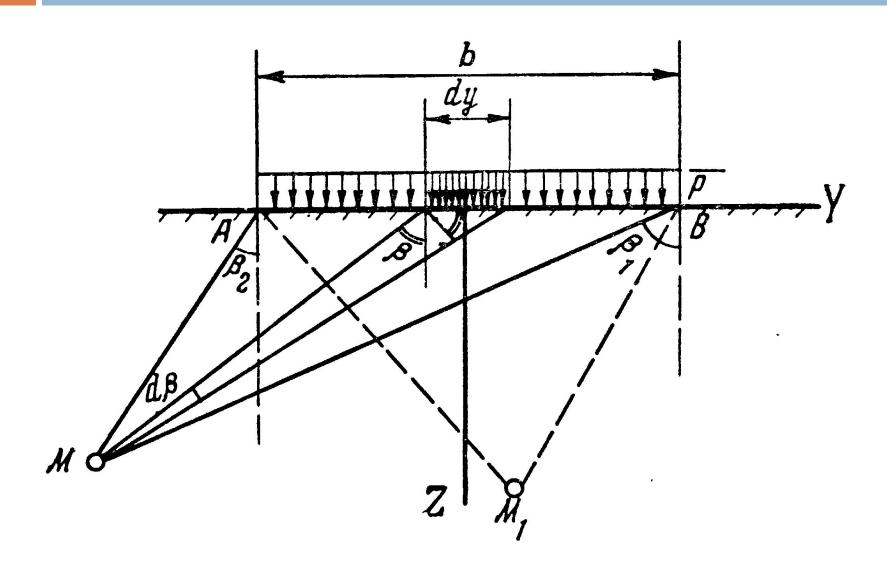
$$\sigma_{y} = -\frac{2P}{\pi} \frac{\sin^{2} \beta \cos \beta}{R}$$

$$\tau = -\frac{2P}{\pi} \frac{\sin \beta \cos^2 \beta}{R}$$

$$W = -\frac{2}{\pi} \frac{1 - \mu_0^2}{E_0} P \ln(x) + c$$

$$W = -\frac{2}{\pi} \frac{1 - \mu_0^2}{E_0} P \ln(x) + c, \qquad U = \pm \frac{(1 - \mu_0)(1 - 2\mu_0)P}{2E_0}.$$

Равномерно распределенная нагрузка

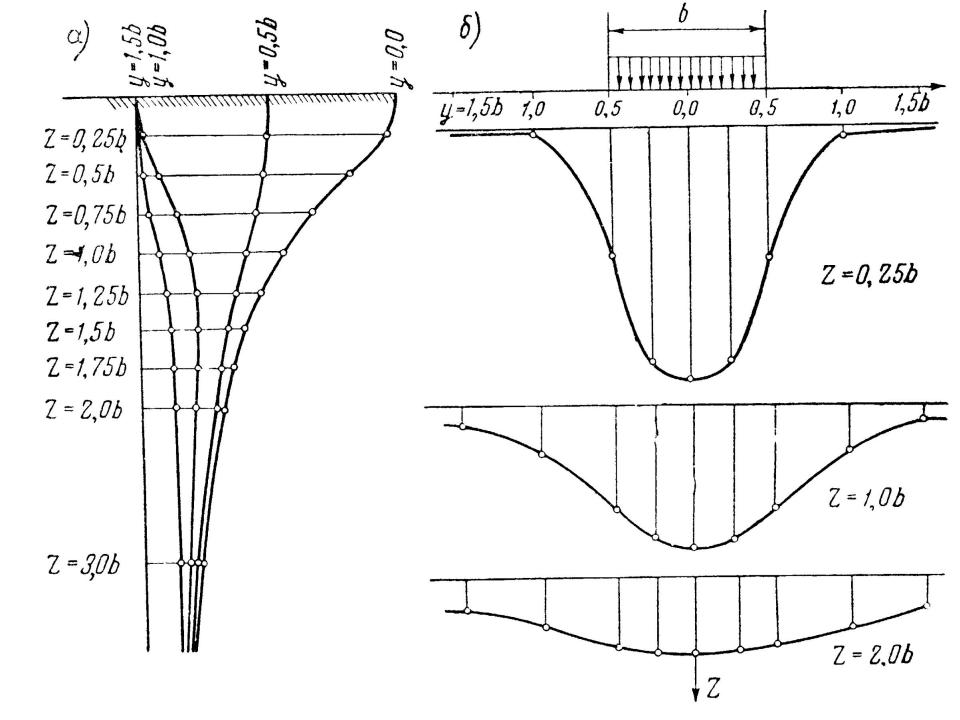


Равномерно распределенная нагрузка

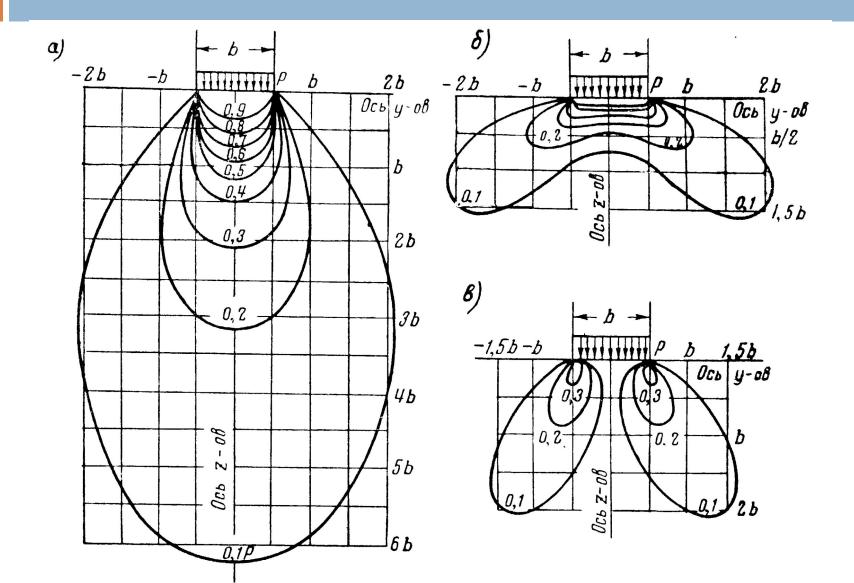
$$\sigma_{z} = -\frac{P}{\pi} \left[\beta_{1} + \frac{1}{2} \sin \beta_{2} - (\pm \beta_{2}) - \frac{1}{2} \sin(\pm 2\beta_{2}) \right];$$

$$\sigma_{y} = -\frac{P}{\pi} \left[\beta_{1} - \frac{1}{2} \sin \beta_{2} - (\pm \beta_{2}) + \frac{1}{2} \sin(\pm 2\beta_{2}) \right];$$

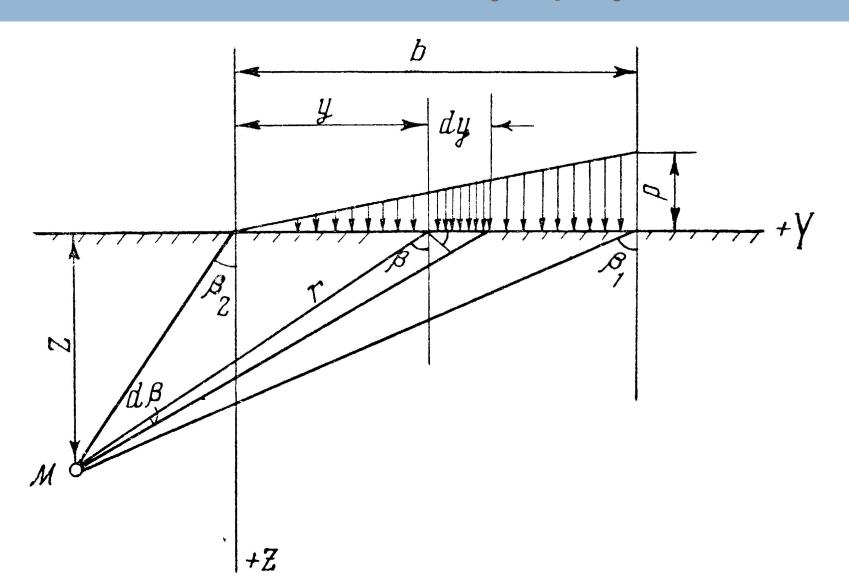
$$\tau = \frac{P}{2\pi} (\cos 2\beta_{2} - \cos 2\beta_{1}).$$



Линии равных напряжений



Распределенная нагрузка, меняющаяся по закону треугольника



Распределенная нагрузка, меняющаяся по закону

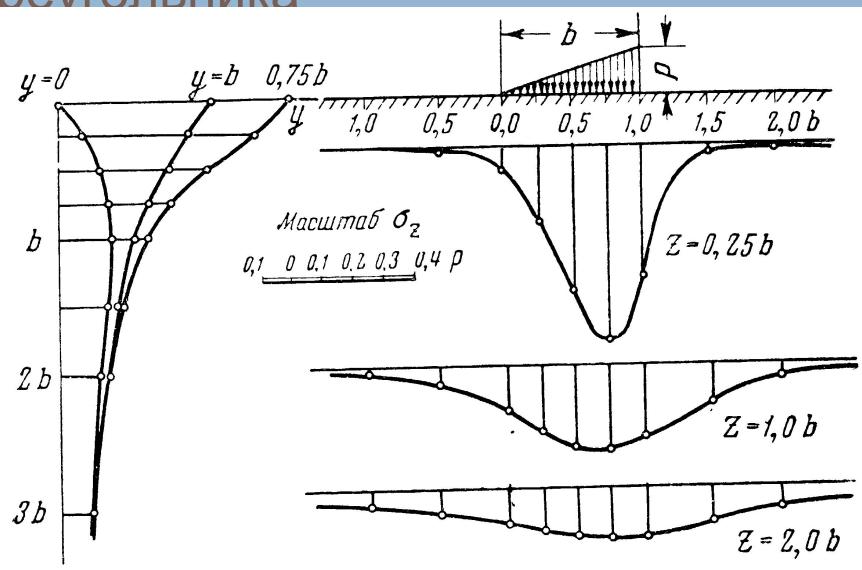
треугольника

$$\sigma_{z} = -\frac{Pz}{\pi b} [\sin^{2}\beta_{1} - \sin^{2}\beta_{2} - \cos^{2}\beta_{2}] - \tan^{2}\beta_{2} - \sin^{2}\beta_{2} - \sin^{2}\beta_{2}];$$

$$-\tan^{2}\beta_{2} \left(\beta_{1} + \frac{1}{2}\sin^{2}\beta_{1} - \beta_{2} - \frac{1}{2}\sin^{2}\beta_{2}\right)];$$

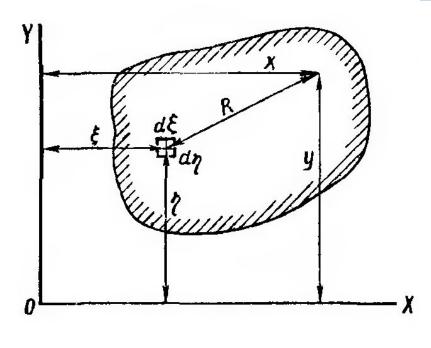
Распределенная нагрузка, меняющаяся по закону

релсопрника



КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА

Распределение давлений по подошве сооружений



Задача Буссинеска

$$w = \frac{P}{\pi C_0 R},$$

В общем случае

$$w = \frac{1}{\pi C_0} \iint_F \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}}$$

 Для абсолютно жесткого фундамента w=cosnt

Распределение давлений по подошве сооружений

При круглой площади подошвы

$$p_{xy} = p_m / \left[2\sqrt{1 - (\rho / r)^2} \right],$$

r – радиус подошвы фундамента, - расстояние от центра подошвы до любой ее точкир, - среднее давление на единицу площади подошвы.

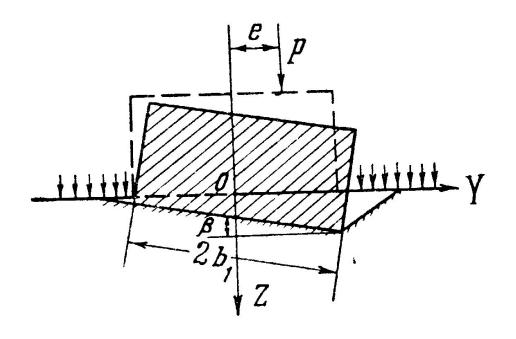
Для плоской задачи

$$p_{xy} = 2p_m / \left[\pi \sqrt{1 - (y/b_1)^2} \right],$$

у – расстояние по горизонтали от середины фундамента до рассматриваемой точки b_1 - полуширина фундамента.

Внецентренная нагрузка

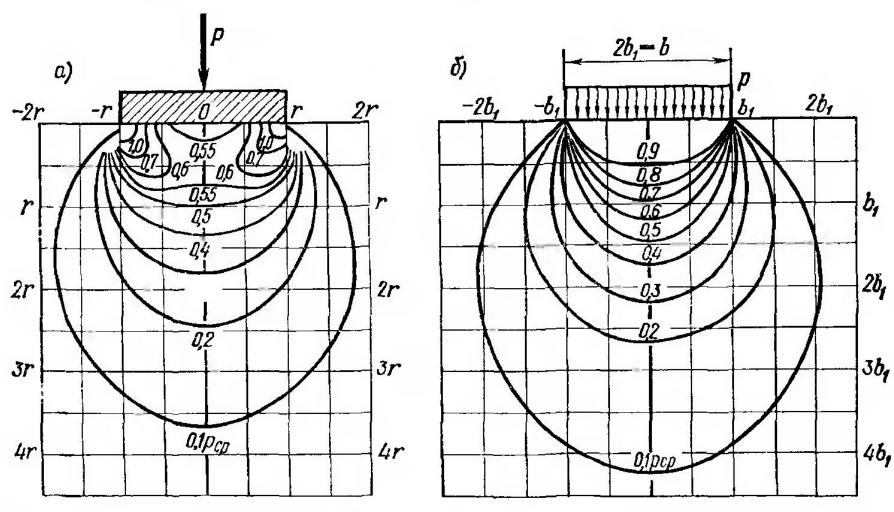
$$p_{xy} = \frac{P}{\pi \sqrt{b_1^2 - y^2}} \left(1 + \frac{2ey}{b_1^2} - \frac{2qb_1}{P} \right) + q$$



Р – приложенная нагрузка, е – эксцентриситет, q – интенсивность боковой нагрузки.

Изобары в грунте под абсолютно жестким и упругим

фундаментами



Начальные напряжения

- Силы гравитации (собственный вес)
- Увеличение или уменьшение грунтовой толщи
- Тектонические, сейсмические воздействия
- Работы нулевого цикла (выемка грунта, трамбование)

Распределение напряжений от собственного веса грунта

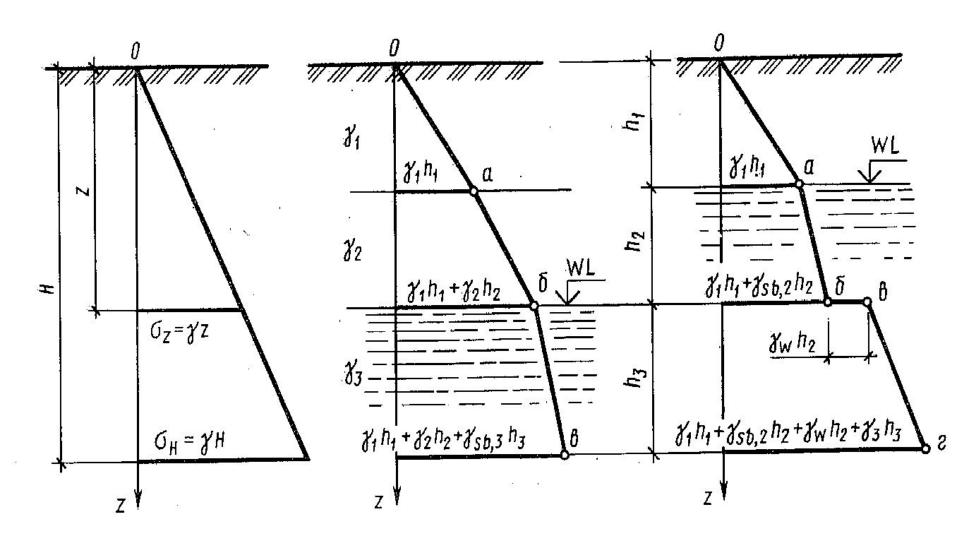
Если учитывать только силы гравитации

$$\sigma_{z} = \int_{0}^{z} \gamma_{z} dz; \ \sigma_{x} = \sigma_{y} = \xi_{0} \sigma_{z}$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0.$$

$$\xi_{0} = \frac{\mu_{0}}{1 - \mu_{0}}$$
 – коэффициент бокового давления

Характерные эпюры напряжений



Удельный вес грунта во взвешенном состоянии

$$\gamma_{sb} = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1 + e}$$