

# ЛЕКЦИЯ №1: «МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ»

1. Основные понятия и определения колебательных процессов

2. Затухающие колебания

3. Вынужденные колебания. Автоколебания. Резонанс

4. Уравнение плоской волны. Энергия и

Кафедра медицинской и биологической физики

# ЛИТЕРАТУРА

1. Ремизов А.Н., Максина А.Г., Потапенко А.Я. Медицинская и биологическая физика. М., «Дрофа», 2008, §§ 5.1.-5.8.
2. Ремизов А.Н., Потапенко А.Я. Курс физики. М., «Дрофа», 2004, §§ 6.1.-6.6.
3. Физика и биофизика (под ред. Антонова В.Ф.). М., «ГЭОТАР-Медиа», 2008, §§ 1.1.-1.6, 2.1, 2.2.

# ***1. Основные понятия и определения колебательных процессов***

***Колебаниями называются движения или изменения состояния, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени.***

**Колебания присущи всем явлениям природы:** колеблется температура воздуха, вода в морях и океанах, магнитное поле Земли, пульсирует излучение звезд, внутри которых происходят циклические ядерные реакции, с высокой степенью точности вращаются планеты Солнечной системы, движение Луны вызывает приливы и отливы на Земле.

В любом живом организме – от одиночной клетки до их высокоорганизованных популяций - непрерывно происходят разнообразные, ритмично повторяющиеся процессы: *биение сердца, артериальный пульс, создание звуков голосовыми связками и т.д.*

**Колебания разнообразны по своей физической природе:** механические колебания тела, подвешенного на пружине (*пружинный маятник*), качания маятников, колебания струн, вибрации фундаментов зданий, электромагнитные колебания в колебательном контуре и др. *Разнообразные по природе, колебания могут иметь общие закономерности и описываться однотипными математическими методами.*

Колебания бывают *периодическими* и

Последние можно разложить на периодические составляющие, поэтому мы здесь будем рассматривать только периодические колебания.

*Если значения физических величин, изменяющихся в процессе колебаний, повторяются через равные промежутки времени, то колебания называются **периодическими**.*

Время, за которое совершается одно полное колебание, называется **периодом колебания  $T$** .

Число полных колебаний, совершающихся за единицу времени, называется **частотой периодических колебаний  $\nu$** :

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad [\nu] = 1\text{Гц} = 1\text{с}^{-1}.$$

## **Циклической** или **круговой частотой**

периодических колебаний называется число полных колебаний, совершаемых за  $2\pi$  единиц времени:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

В физике особо выделяются **механические** и **электромагнитные** колебания и их комбинации. Это обусловлено той исключительной ролью, которую играют гравитационные и электромагнитные взаимодействия в жизнедеятельности человека. С помощью распространяющихся механических колебаний плотности и давления воздуха, воспринимаемых нами как звук и быстрых колебаний электрических и магнитных полей, воспринимаемых нами как свет, мы получаем большую часть прямой информации об окружающем мире.

*Периодические колебания физической величины  $x$ , происходящие по закону синуса или косинуса*

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (1a)$$

называются **гармоническими**.

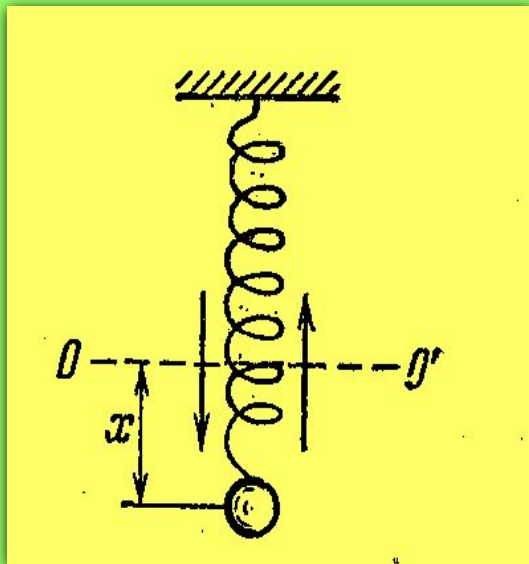
Здесь  $A$ ,  $\omega$ ,  $\varphi_0$  - постоянные величины и  $A > 0$ ,  $\omega > 0$ .

Величина  $A$ , равная наибольшему абсолютному значению колеблющейся физической величины, называется **амплитудой** колебаний;  $\varphi = \omega t + \varphi_0$  - **фаза колебаний**,  $\varphi_0$  - **начальная фаза** ( $\varphi = \varphi_0$  при  $t=0$ ).

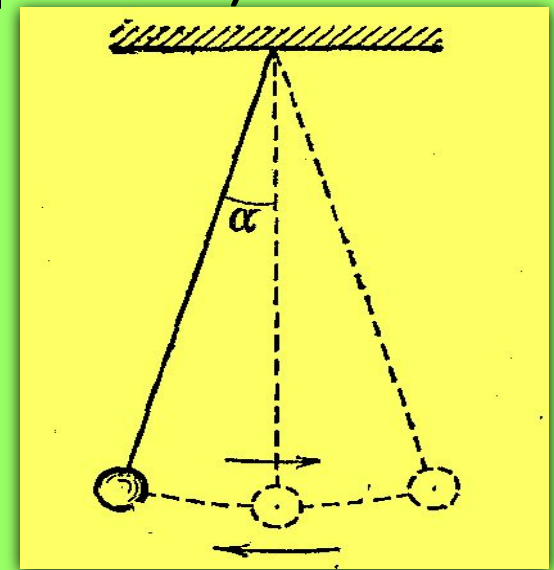
Если мы рассматриваем колеблющуюся массу, то  $x$  соответствует смещению массы от положения равновесия, в случае колебательного контура  $x$  - это либо заряд на обкладках конденсатора, либо ток в катушке индуктивности.

Колебания замкнутой системы, возникающие в результате первоначального (однократного) внешнего воздействия, называют **свободными** или **собственными**.

Например, свободными являются колебания тела на пружине при однократном выведении его из положения равновесия  $OO'$  (рис.1а), колебания маятника, отклоненного на угол  $\alpha$  (рис.1б).



**Рис. 1а**



**Рис.1б**



Если колебания системы происходят по закону (1) и на нее не действуют никакие внешние силы, то она может совершать колебания бесконечно долго. Рассеяния энергии при этом не происходит, и колебания называются **незатухающими**. Амплитуда незатухающих колебаний не зависит от времени.

Однако реальные свободные колебания всегда являются **затухающими**, так как в системе всегда имеется трение или другое сопротивление движению.

В качестве примера системы рассмотрим маятник (рис.2).

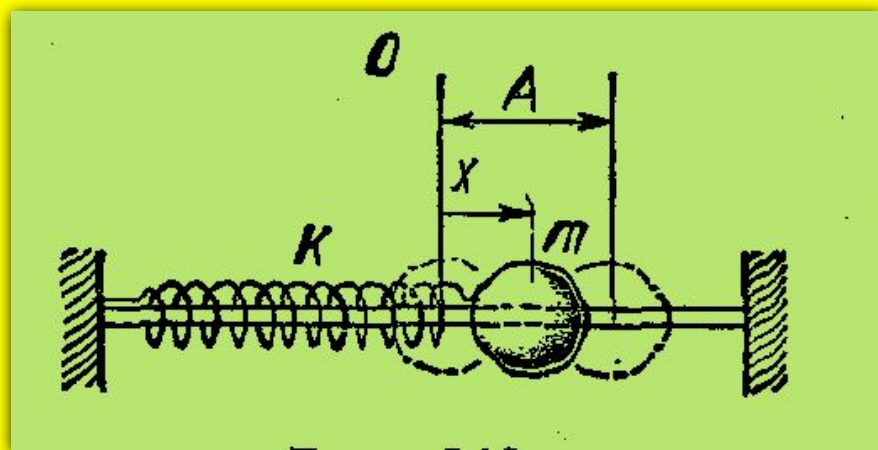


Рис .2

Шарик массой  $m$  может скользить без трения по горизонтальному стержню. Силу тяжести можно не учитывать, так как она уравновешивается реакцией стержня. К стенке и шарiku прикреплена пружина жесткостью  $k$  пренебрежимо малой массы. Таким образом, всю массу можно считать сосредоточенной в шарике, а всю жесткость в пружине. В положении равновесия шарика  $O$  растяжение пружины равно нулю. Смещение шарика  $x$  в любой момент времени равно деформации пружины. На шарик действует сила упругости пружины по закону Гука:

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k \vec{x}.$$

Но по второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{\text{упр}} = m \vec{a},$$

где  $m$  - масса шарика,  $\vec{a}$  - его ускорение.  
Следовательно  $m \vec{a} + k \vec{x} = 0$ .

Но ускорение есть вторая производная по времени от смещения, и с учетом одномерности движения можно записать  $x'' + \frac{k}{m} x = 0$ ,

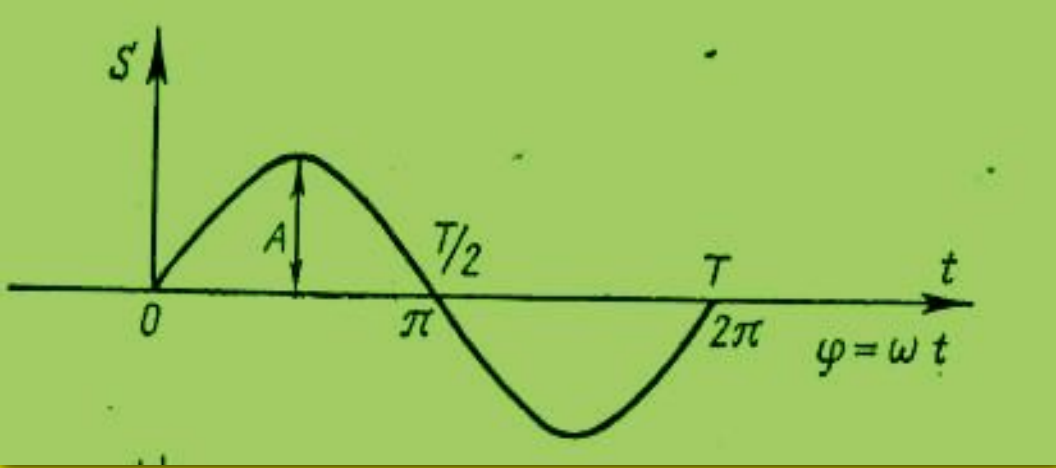
(3)

Это уравнение гармонических колебаний пружинного маятника. Решение его имеет вид

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (4)$$

где

Таким образом, мы получили закон колебаний пружинного маятника **в форме синусоиды** (рис.3):



Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

**Рис.3**

## **2. Затухающие колебания**

Колебания, энергия которых уменьшается с течением времени, называются **затухающими**. Убыль энергии связана с действием сил трения в колеблющейся системе и других сил сопротивления. Если для гармонических периодических колебаний амплитуда постоянна, то амплитуда затухающих колебаний изменяется по закону

$$A = A_0 e^{-\delta t}, \quad (5)$$

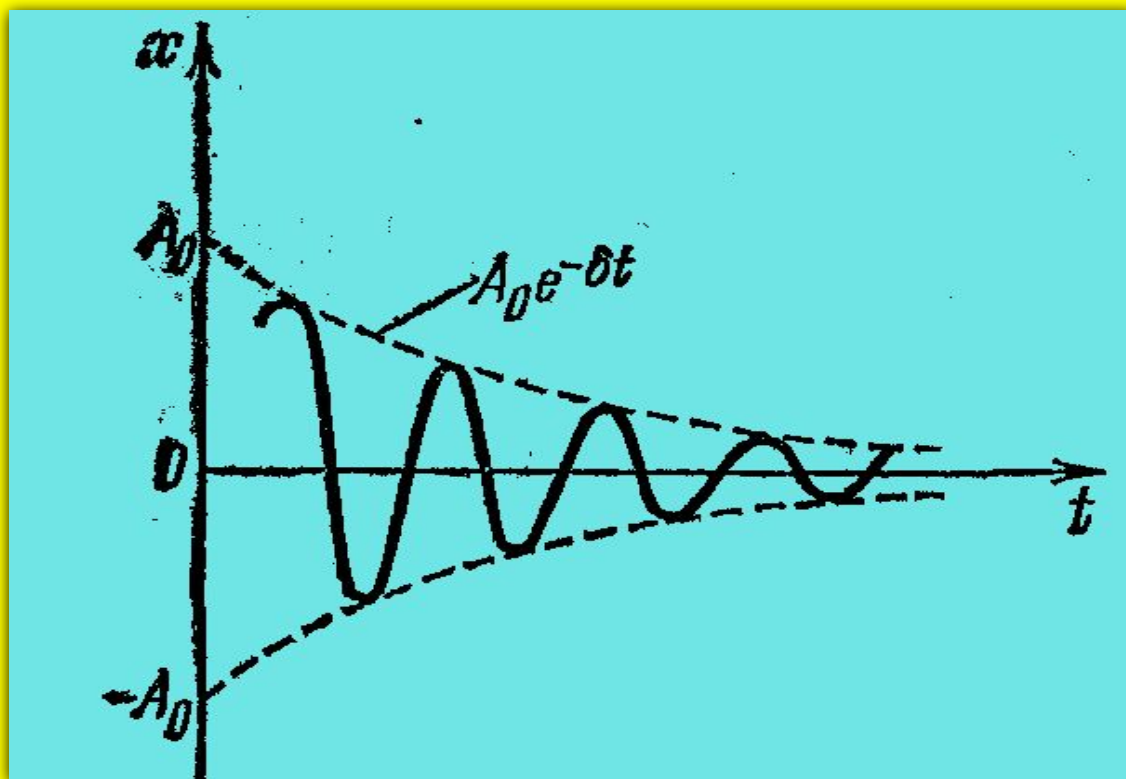
где  $A_0$  - начальная амплитуда колебаний в момент времени  $t = 0$ ,  $\delta$ -коэффициент затухания, который зависит от сил трения и массы колеблющегося тела. При не слишком больших скоростях силу трения можно считать пропорциональной скорости колебаний  $v$ , т.е.  $F_{тр} = -rv$ , где  $r$  - коэффициент трения, и в этом случае

$$\delta = \frac{r}{2m},$$

где  $m$  - масса тела.

Значения физических величин, характеризующих затухающие колебания, никогда не повторяются, т.е. затухающие колебания являются

График затухающих колебаний имеет вид:



**Рис.4**

### 3. Вынужденные колебания.

#### Автоколебания. Резонанс

Незатухающие колебания системы, вызываемые действием на нее внешней периодической силы  $F(t)$ , называются **вынужденными**.

Сила  $F(t)$  называется **возмущающей** или **вынуждающей силой**.

Если  $F(t)$  меняется по гармоническому закону  $F(t) = F_0 \sin \omega t$ , (6)

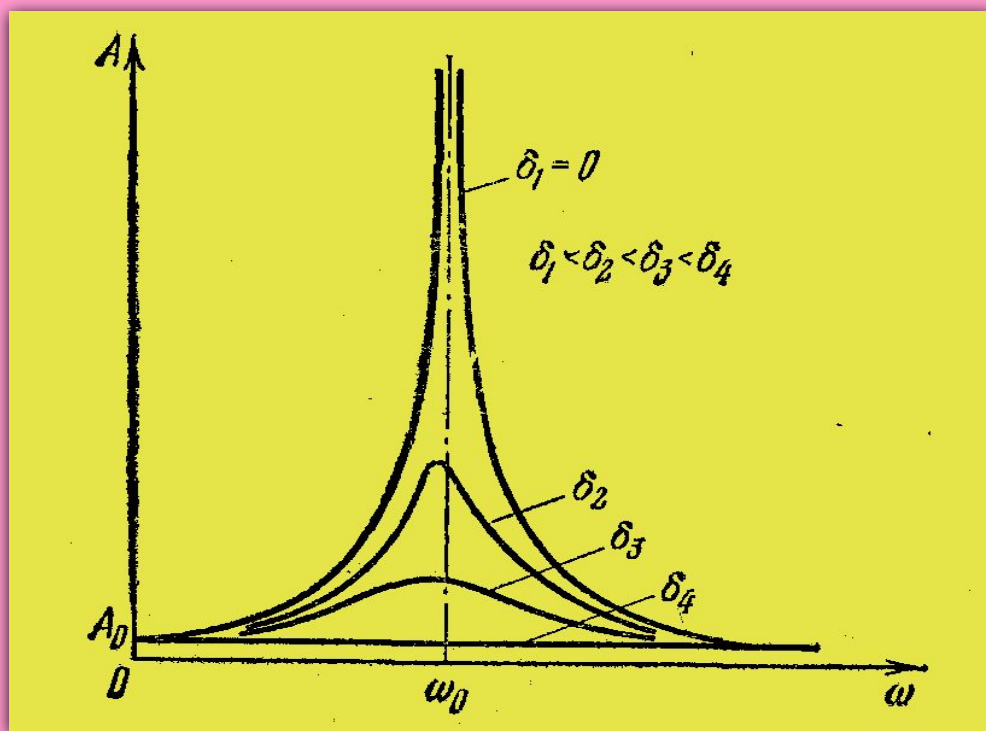
то соответствующие вынужденные колебания могут быть также гармоническими с частотой вынуждающей силы:  $x = A \sin(\omega t + \varphi_1)$ , (7)

где  $A$  - амплитуда вынужденных колебаний физической величины  $\varphi$  -

**Амплитуда установившихся вынужденных колебаний дается формулой**

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}, \quad (8)$$

где  $F_0$  - амплитуда возмущающей силы,  $m$  - масса колеблющейся системы,  $\omega_0$  - циклическая частота свободных незатухающих колебаний системы,  $\omega$  - циклическая частота внешней силы,  $\delta$ -коэффициент затухания. Графики  $A = f(\omega)$  при разных  $\delta$  имеют вид:



**Рис.5**



Разберем различные случаи:

1) При  $\omega = 0$   $A = A_0 = F_0 / m\omega_0^2$ . При этом колебания не совершаются и отклонение системы из положения равновесия называется **статическим отклонением**.

2)  $\delta = 0$  (отсутствует затухание). Амплитуда вынужденных колебаний  $A$  растет с увеличением  $\omega$ , а при  $\omega = \omega_0$   $A \rightarrow \infty$ . С дальнейшим ростом  $\omega$  амплитуда  $A$  уменьшается.

3)  $\delta \neq 0$  - **затухание существует**. Амплитуда вынужденных колебаний  $A$  максимальна при

$$\omega = \omega_{рез} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{2\delta}{\omega_0^2}}, \quad (9)$$

**Явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении циклической частоты вынуждающей силы к значению  $\omega_{рез}$  называется**

Величина  $\omega_{рез}$  называется **резонансной циклической частотой**, а кривые зависимости  $A$  от  $\omega$  (рис. 5) – **резонансными кривыми**.

Форма резонансных кривых зависит от величины коэффициента затухания  $\delta$ .

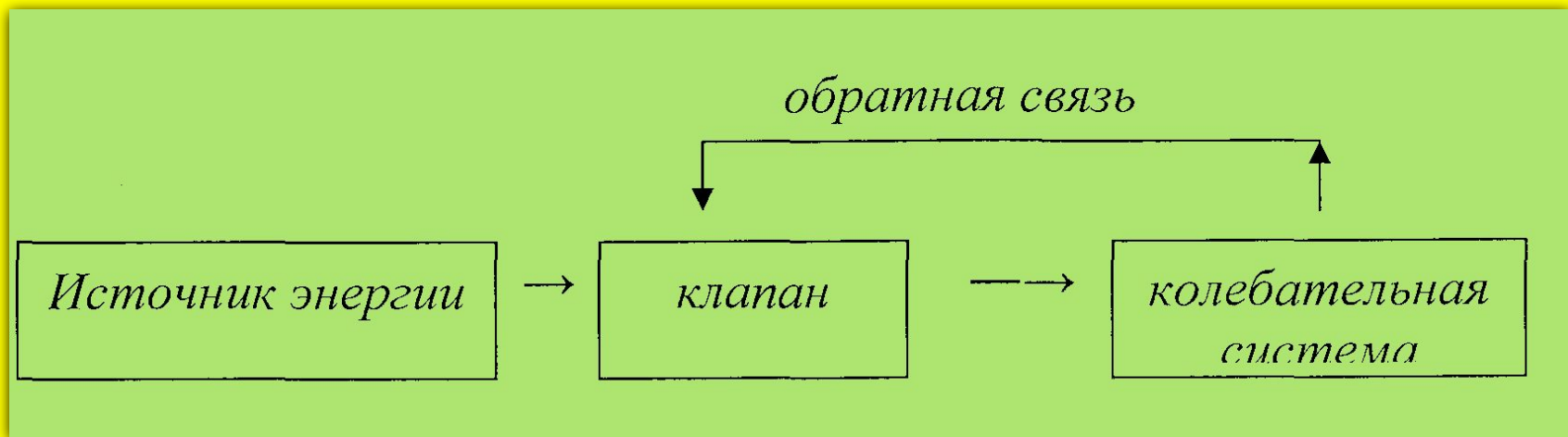
Резонанс может иметь место в различных сооружениях и машинах, когда в них периодически меняются нагрузки.

С явлением резонанса приходится считаться при движении любых машин: вибрации, возникающие при работе двигателя, могут стать опасными, если они будут в резонансе с какими-либо из собственных колебаний

*Система, совершающая незатухающие колебания за счет действия источника энергии, не обладающего колебательными свойствами, называется **автоколебательной системой**.*

Любая автоколебательная система состоит из четырех частей:

- **колебательная система,**
- **источник энергии,** который компенсирует потери энергии на затухание колебаний за счет трения или других сил сопротивления,
- **клапан** – устройство, регулирующее поступление энергии в систему определенными порциями,
- **обратная связь** – устройство для обратного воздействия автоколебательной системы на клапан, управления работой клапана за счет процессов в самой колебательной системе.



**Рис.6**

Если за время воздействия источника энергии на колебательную систему источник энергии производит над системой **положительную** (отрицательную) работу и **передает ей** (отнимает от нее) некоторый запас энергии, то обратная связь называется **положительной (отрицательной)**.

**Положительная обратная связь используется для возбуждения автоколебаний.**

***В случае отрицательной обратной связи усиливается затухание и автоколебания подавляются.***

Автоколебательными системами являются, например, часы, паровые машины и двигатели внутреннего сгорания, отбойные молотки, электрические звонки. Автоколебания совершают струны под действием смычка в скрипке, воздушные столбы в трубах духовых инструментов, голосовые связки при разговоре или пении. Электрической автоколебательной системой является генератор незатухающих электрических колебаний.

### **3. Механические (упругие) волны. Основные характеристики волн**

Среда называется **упругой**, если между ее частицами существуют силы взаимодействия, препятствующие какой-либо деформации этой среды.

Пусть какое-либо тело совершает колебания в упругой среде. Тогда оно воздействует на частицы среды, прилегающие к нему и заставляет совершать их вынужденные колебания. Среда вблизи колеблющегося тела деформируется и в ней возникают упругие силы, которые

Для распространения колебаний необязательно наличие упругой среды. Например, электромагнитные колебания могут распространяться и в вакууме.

*Любое возмущение состояния вещества или поля, распространяющееся в пространстве с течением времени называются **волнами**.*

Так, звуковые волны в газах или жидкостях – это колебания давления в этих средах.

*Механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде, называются **упругими волнами**.*

Тело, вызывающее возмущение среды, называется **источником волн**.

Геометрическое место точек среды, колеблющихся в одинаковых фазах, называется **фронтом волны** или **волновой поверхностью**.

Например, в **плоской** волне волновыми поверхностями являются *плоскости*, перпендикулярные направлению распространения волны, а в **сферической** волне – *сферы*. Сферические волны порождаются точечным источником (например, волны на поверхности воды, возникающие от брошенного камня).

Волны бывают ***продольными*** и ***поперечными***.

*Если частицы среды колеблются в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны, то волна называется **поперечной**.*

Например, волна, распространяющаяся вдоль натянутого резинового шнура с одним закрепленным концом, является поперечной.

*В **продольной волне** колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны.*



**Скоростью (фазовой скоростью)** волны  $v$  называется физическая величина равная расстоянию, которое за единицу времени проходит любая точка волновой поверхности. **Вектор скорости** направлен перпендикулярно к фронту волны в сторону распространения волны.

**Длиной волны  $\lambda$**  называется расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе (или со сдвигом фаз  $\Delta\varphi=2\pi$ ). Другими словами, **длина волны – это расстояние, на которое распространяется фронт волны за один период колебаний источника волн:**

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu} = \frac{2\pi v}{\omega},$$

где  $v$  – скорость распространения волн,  $\nu=1/T$  – частота колебаний в источнике,  $\omega$  – циклическая частота. **Частота колебаний зависит только от свойств источника волн. От свойств среды зависит скорость распространения волн и, вследствие этого, длина волны**

## 4. Уравнение плоской волны. Энергия и интенсивность волны. Вектор Умова

Пусть в источнике волн изменения колеблющейся величины происходят по закону

$$S = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (10)$$

с амплитудой  $A$ , циклической частотой  $\omega$  и начальной фазой  $\varphi$ . Тогда колебания частиц фронта плоской волны в точке, отстоящей на расстояние  $x$  от источника, запаздывают по времени на  $\Delta t$ :

$$S_x = A \sin\left[\omega(t - \Delta t) + \varphi\right], \Delta t = \frac{x}{v}, \quad (11)$$

При этом предполагается, что в процессе распространения волны не происходит ее

**Уравнение плоской синусоидальной волны,** распространяющейся вдоль оси  $Ox$  имеет вид

$$S_x = A \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi \right], \quad (12)$$

Величина

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (13)$$

называется **волновым числом**. Оно показывает, сколько длин волн укладывается на расстоянии, равном  $2\pi$  единиц длины. С учетом этого, уравнение плоской волны можно переписать в виде

$$S_x = A \sin [\omega t - kx + \varphi], \quad (14)$$

**Колеблющийся источник волн обладает энергией. В процессе распространения волны каждая частица среды, до которой доходит волна, также колеблется и имеет энергию.**

Выделим некоторый объем  $V$  упругой среды, в которой распространяется волна с амплитудой  $A$  и циклической частотой  $\omega$ . В этом объеме имеется средняя энергия  $\bar{W} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$ ,

$$\bar{W} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2, \quad (15)$$

где  $m$  - масса выделенного объема среды.

**Средняя плотность энергии волны** есть энергия волны, сосредоточенная в единице объема среды:

$$\bar{w} = \frac{\bar{W}}{V} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2, \quad (16)$$

где  $\rho$  - плотность среды.

**Интенсивностью волны  $I$**  называется величина, равная энергии, которую в среднем переносит волна за единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикулярной к направлению распространения волны:

$$I = \bar{w} v = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2, \quad (17)$$

где  $v$  - скорость распространения волны. В векторной форме

$$\vec{I} = \bar{w} \vec{v}, \quad (18)$$

$\vec{I}$  называется **вектором Умова**.

# КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется механическим колебанием?
2. Что такое гармоническое колебание?
3. Дайте определения частоты, периода, круговой частоты и фазы колебаний и укажите связь между ними.
4. Запишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение.
5. Какие колебания называются вынужденными?
6. Что такое резонанс?
7. Запишите уравнение плоской волны.
8. Запишите дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний и его решение.
9. Что такое автоколебательная система? Из каких необходимых элементов она состоит?