

ЛЕКЦИЯ №1: «МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ»

1. Основные понятия и определения колебательных процессов

2. Затухающие колебания

3. Вынужденные колебания. Автоколебания. Резонанс

4. Уравнение плоской волны. Энергия и

Кафедра медицинской и биологической физики

ЛИТЕРАТУРА

1. Ремизов А.Н., Максина А.Г., Потапенко А.Я. Медицинская и биологическая физика. М., «Дрофа», 2008, §§ 5.1.-5.8.
2. Ремизов А.Н., Потапенко А.Я. Курс физики. М., «Дрофа», 2004, §§ 6.1.-6.6.
3. Физика и биофизика (под ред. Антонова В.Ф.). М., «ГЭОТАР-Медиа», 2008, §§ 1.1.-1.6, 2.1, 2.2.

1. Основные понятия и определения колебательных процессов

Колебаниями называются движения или изменения состояния, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени.

Колебания присущи всем явлениям природы: колеблется температура воздуха, вода в морях и океанах, магнитное поле Земли, пульсирует излучение звезд, внутри которых происходят циклические ядерные реакции, с высокой степенью точности вращаются планеты Солнечной системы, движение Луны вызывает приливы и отливы на Земле.

В любом живом организме – от одиночной клетки до их высокоорганизованных популяций - непрерывно происходят разнообразные, ритмично повторяющиеся процессы: *биение сердца, артериальный пульс, создание звуков голосовыми связками и т.д.*

Колебания разнообразны по своей физической природе: механические колебания тела, подвешенного на пружине (*пружинный маятник*), качания маятников, колебания струн, вибрации фундаментов зданий, электромагнитные колебания в колебательном контуре и др. *Разнообразные по природе, колебания могут иметь общие закономерности и описываться однотипными математическими методами.*

Колебания бывают *периодическими* и

Последние можно разложить на периодические составляющие, поэтому мы здесь будем рассматривать только периодические колебания.

*Если значения физических величин, изменяющихся в процессе колебаний, повторяются через равные промежутки времени, то колебания называются **периодическими**.*

Время, за которое совершается одно полное колебание, называется **периодом колебания T** .

Число полных колебаний, совершающихся за единицу времени, называется **частотой периодических колебаний ν** :

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad [\nu] = 1\text{Гц} = 1\text{с}^{-1}.$$

Циклической или **круговой частотой**

периодических колебаний называется число полных колебаний, совершаемых за 2π единиц времени:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

В физике особо выделяются **механические** и **электромагнитные** колебания и их комбинации. Это обусловлено той исключительной ролью, которую играют гравитационные и электромагнитные взаимодействия в жизнедеятельности человека. С помощью распространяющихся механических колебаний плотности и давления воздуха, воспринимаемых нами как звук и быстрых колебаний электрических и магнитных полей, воспринимаемых нами как свет, мы получаем большую часть прямой информации об окружающем мире.

Периодические колебания физической величины x , происходящие по закону синуса или косинуса

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (1a)$$

называются **гармоническими**.

Здесь A , ω , φ_0 - постоянные величины и $A > 0$, $\omega > 0$.

Величина A , равная наибольшему абсолютному значению колеблющейся физической величины, называется **амплитудой** колебаний; $\varphi = \omega t + \varphi_0$ - **фаза колебаний**, φ_0 - **начальная фаза** ($\varphi = \varphi_0$ при $t=0$).

Если мы рассматриваем колеблющуюся массу, то x соответствует смещению массы от положения равновесия, в случае колебательного контура x - это либо заряд на обкладках конденсатора, либо ток в катушке индуктивности.

Колебания замкнутой системы, возникающие в результате первоначального (однократного) внешнего воздействия, называют **свободными** или **собственными**.

Например, свободными являются колебания тела на пружине при однократном выведении его из положения равновесия OO' (рис.1а), колебания маятника, отклоненного на угол α (рис.1б).

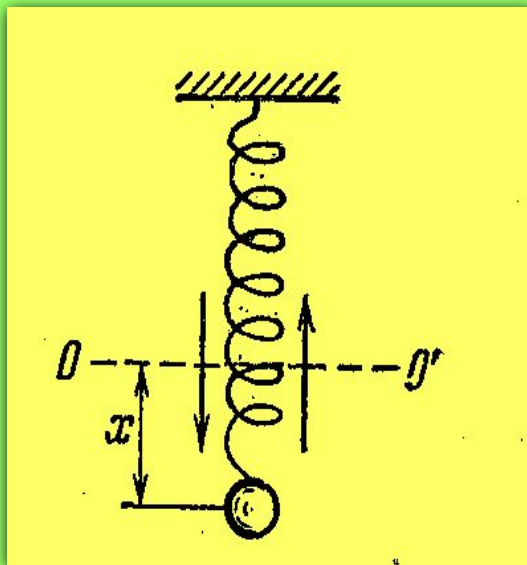


Рис. 1а

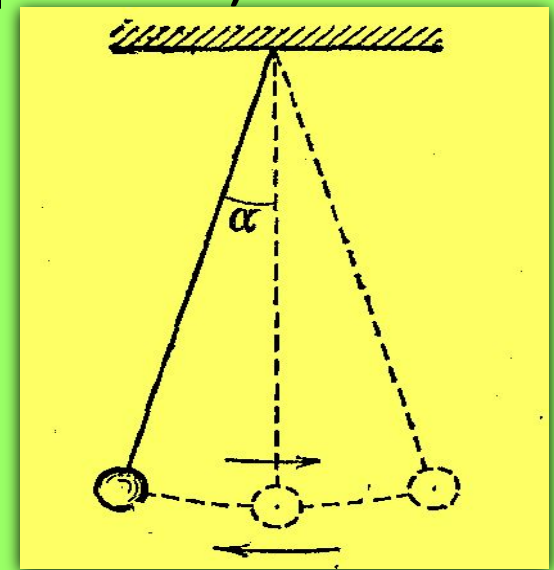


Рис.1б

Если колебания системы происходят по закону (1) и на нее не действуют никакие внешние силы, то она может совершать колебания бесконечно долго. Рассеяния энергии при этом не происходит, и колебания называются **незатухающими**. Амплитуда незатухающих колебаний не зависит от времени.

Однако реальные свободные колебания всегда являются **затухающими**, так как в системе всегда имеется трение или другое сопротивление движению.

В качестве примера системы рассмотрим маятник (рис.2).

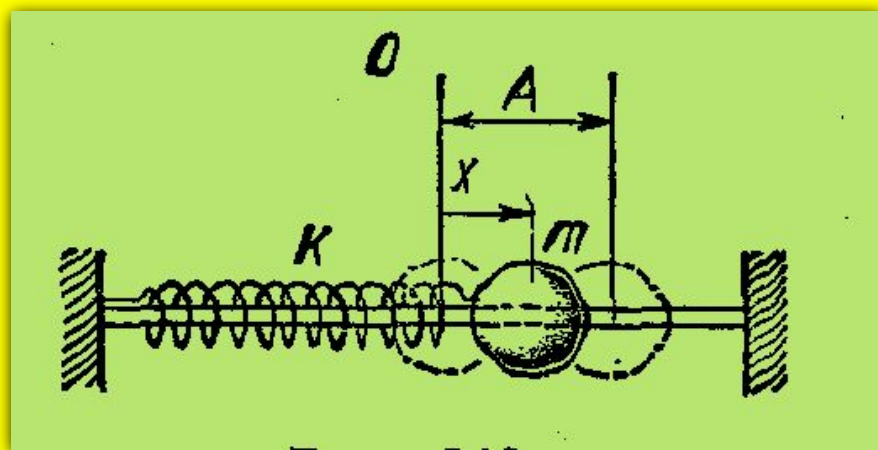


Рис .2

Шарик массой m может скользить без трения по горизонтальному стержню. Силу тяжести можно не учитывать, так как она уравновешивается реакцией стержня. К стенке и шарiku прикреплена пружина жесткостью k пренебрежимо малой массы. Таким образом, всю массу можно считать сосредоточенной в шарике, а всю жесткость в пружине. В положении равновесия шарика O растяжение пружины равно нулю. Смещение шарика x в любой момент времени равно деформации пружины. На шарик действует сила упругости пружины **по закону Гука**:

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k \vec{x}.$$

Но **по второму закону Ньютона**

$$\vec{F}_{\text{упр}} = m \vec{a},$$

где m - масса шарика, \vec{a} - его ускорение.
Следовательно $m \vec{a} + k \vec{x} = 0$.

Но ускорение есть вторая производная по времени от смещения, и с учетом одномерности движения можно записать $x'' + \frac{k}{m} x = 0$,

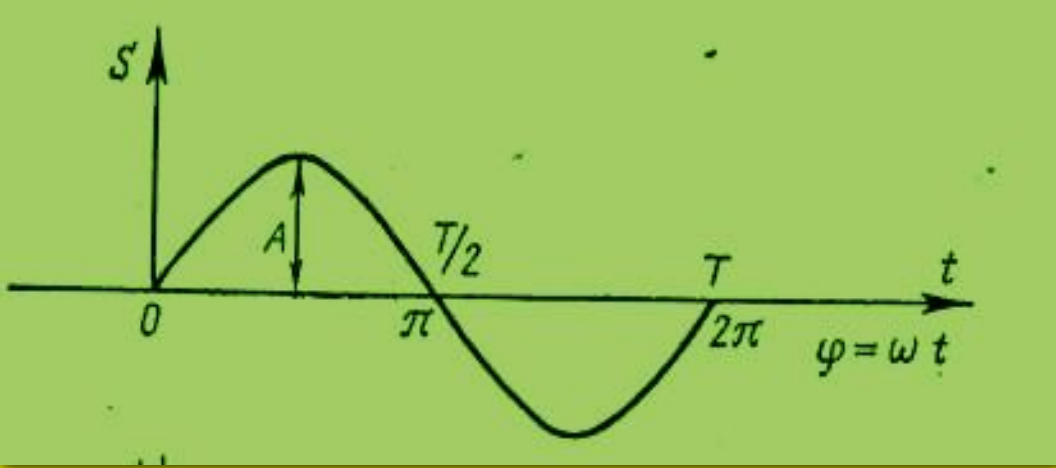
(3)

Это уравнение гармонических колебаний пружинного маятника. Решение его имеет вид

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (4)$$

где

Таким образом, мы получили закон колебаний пружинного маятника **в форме синусоиды** (рис.3):



Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Рис.3

2. Затухающие колебания

Колебания, энергия которых уменьшается с течением времени, называются **затухающими**. Убыль энергии связана с действием сил трения в колеблющейся системе и других сил сопротивления. Если для гармонических периодических колебаний амплитуда постоянна, то амплитуда затухающих колебаний изменяется по закону

$$A = A_0 e^{-\delta t}, \quad (5)$$

где A_0 - начальная амплитуда колебаний в момент времени $t = 0$, δ -коэффициент затухания, который зависит от сил трения и массы колеблющегося тела. При не слишком больших скоростях силу трения можно считать пропорциональной скорости колебаний v , т.е. $F_{тр} = -rv$, где r - коэффициент трения, и в этом случае

$$\delta = \frac{r}{2m},$$

где m - масса тела.

Значения физических величин, характеризующих затухающие колебания, никогда не повторяются, т.е. затухающие колебания являются

График затухающих колебаний имеет вид:

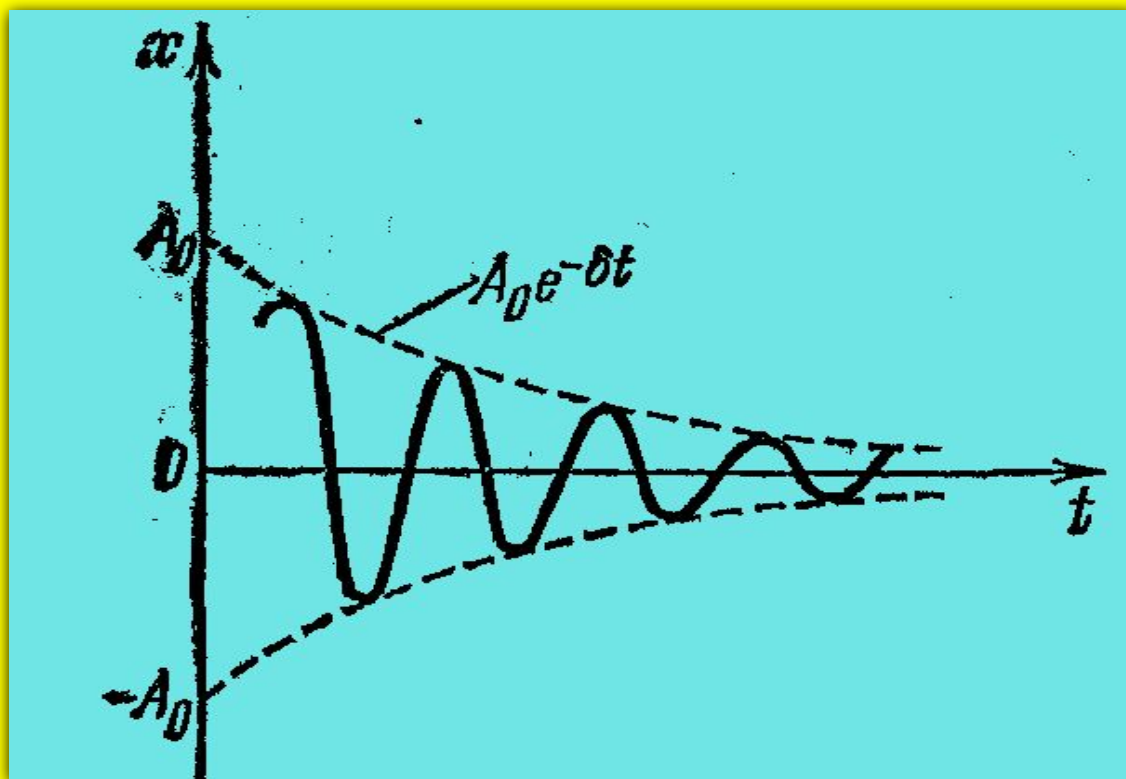


Рис.4

3. Вынужденные колебания.

Автоколебания. Резонанс

Незатухающие колебания системы, вызываемые действием на нее внешней периодической силы $F(t)$, называются **вынужденными**.

Сила $F(t)$ называется **возмущающей** или **вынуждающей силой**.

Если $F(t)$ меняется по гармоническому закону $F(t) = F_0 \sin \omega t$, (6)

то соответствующие вынужденные колебания могут быть также гармоническими с частотой вынуждающей силы: $x = A \sin(\omega t + \varphi_1)$, (7)

где A - амплитуда вынужденных колебаний физической величины φ -

Амплитуда установившихся вынужденных колебаний дается формулой

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}, \quad (8)$$

где F_0 - амплитуда возмущающей силы, m - масса колеблющейся системы, ω_0 - циклическая частота свободных незатухающих колебаний системы, ω - циклическая частота внешней силы, δ -коэффициент затухания. Графики $A = f(\omega)$ при разных δ имеют вид:

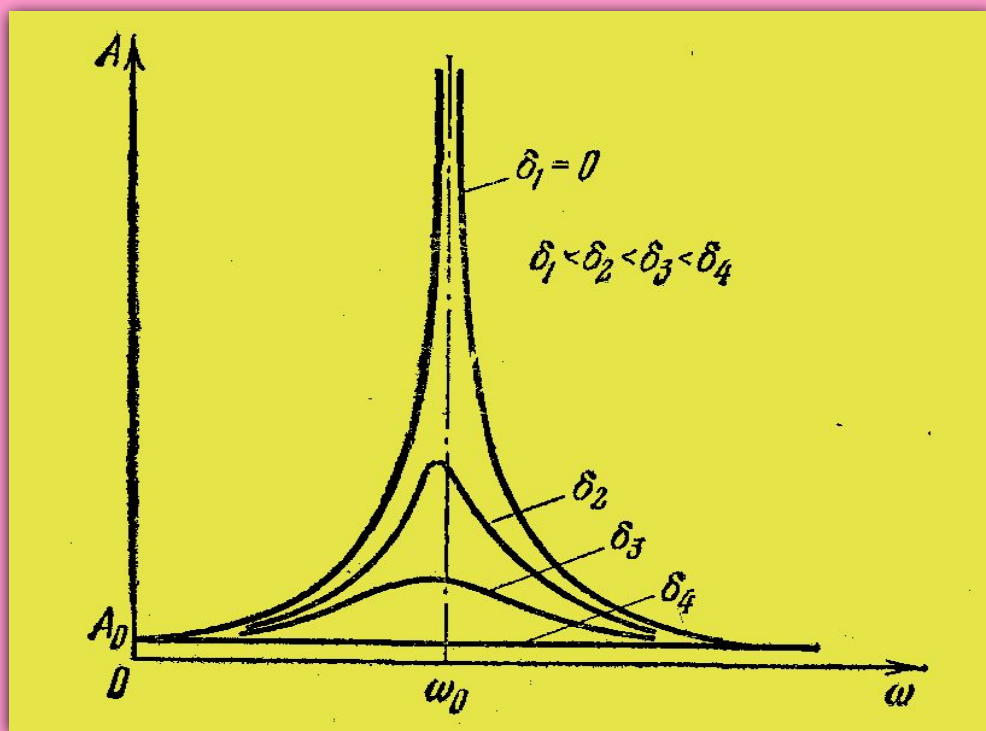


Рис.5

Разберем различные случаи:

1) При $\omega = 0$ $A = A_0 = F_0 / m\omega_0^2$. При этом колебания не совершаются и отклонение системы из положения равновесия называется **статическим отклонением**.

2) $\delta = 0$ (отсутствует затухание). Амплитуда вынужденных колебаний A растет с увеличением ω , а при $\omega = \omega_0$ $A \rightarrow \infty$. С дальнейшим ростом ω амплитуда A уменьшается.

3) $\delta \neq 0$ - **затухание существует**. Амплитуда вынужденных колебаний A максимальна при

$$\omega = \omega_{рез} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{2\delta}{\omega_0^2}}, \quad (9)$$

Явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении циклической частоты вынуждающей силы к значению $\omega_{рез}$ называется

Величина $\omega_{рез}$ называется **резонансной циклической частотой**, а кривые зависимости A от ω (рис. 5) – **резонансными кривыми**.

Форма резонансных кривых зависит от величины коэффициента затухания δ .

Резонанс может иметь место в различных сооружениях и машинах, когда в них периодически меняются нагрузки.

С явлением резонанса приходится считаться при движении любых машин: вибрации, возникающие при работе двигателя, могут стать опасными, если они будут в резонансе с какими-либо из собственных колебаний

*Система, совершающая незатухающие колебания за счет действия источника энергии, не обладающего колебательными свойствами, называется **автоколебательной системой**.*

Любая автоколебательная система состоит из четырех частей:

- **колебательная система,**
- **источник энергии,** который компенсирует потери энергии на затухание колебаний за счет трения или других сил сопротивления,
- **клапан** – устройство, регулирующее поступление энергии в систему определенными порциями,
- **обратная связь** – устройство для обратного воздействия автоколебательной системы на клапан, управления работой клапана за счет процессов в самой колебательной системе.

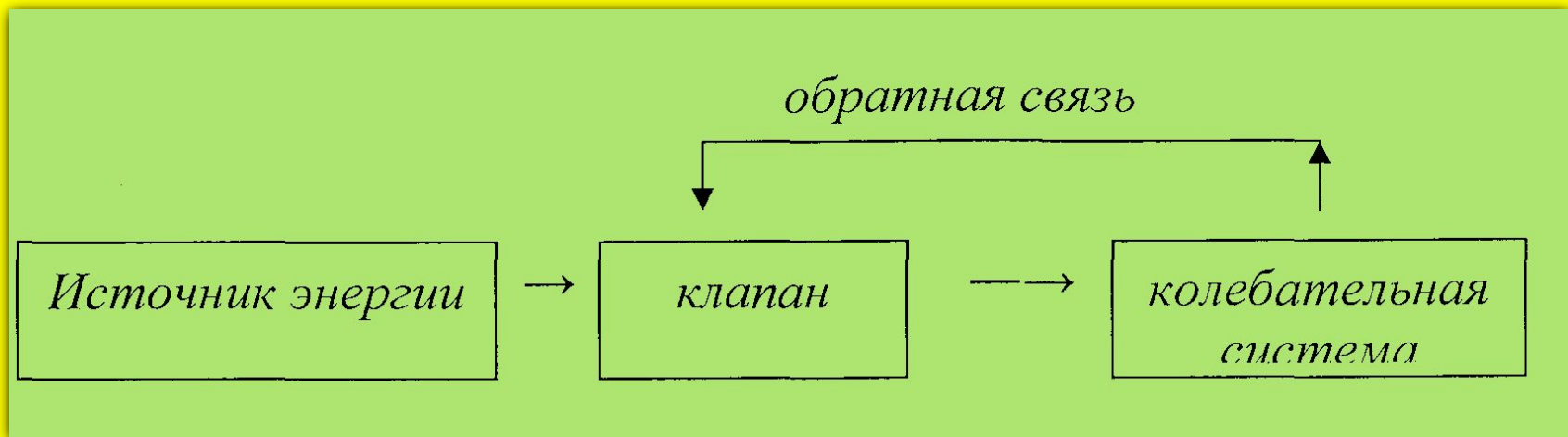


Рис.6

Если за время воздействия источника энергии на колебательную систему источник энергии производит над системой **положительную** (отрицательную) работу и **передает ей** (отнимает от нее) некоторый запас энергии, то обратная связь называется **положительной (отрицательной)**.

Положительная обратная связь используется для возбуждения автоколебаний.

В случае отрицательной обратной связи усиливается затухание и автоколебания подавляются.

Автоколебательными системами являются, например, часы, паровые машины и двигатели внутреннего сгорания, отбойные молотки, электрические звонки. Автоколебания совершают струны под действием смычка в скрипке, воздушные столбы в трубах духовых инструментов, голосовые связки при разговоре или пении. Электрической автоколебательной системой является генератор незатухающих электрических колебаний.

3. Механические (упругие) волны. Основные характеристики волн

Среда называется **упругой**, если между ее частицами существуют силы взаимодействия, препятствующие какой-либо деформации этой среды.

Пусть какое-либо тело совершает колебания в упругой среде. Тогда оно воздействует на частицы среды, прилегающие к нему и заставляет совершать их вынужденные колебания. Среда вблизи колеблющегося тела деформируется и в ней возникают упругие силы, которые

Для распространения колебаний необязательно наличие упругой среды. Например, электромагнитные колебания могут распространяться и в вакууме.

*Любое возмущение состояния вещества или поля, распространяющееся в пространстве с течением времени называются **волнами**.*

Так, звуковые волны в газах или жидкостях – это колебания давления в этих средах.

*Механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде, называются **упругими волнами**.*

Тело, вызывающее возмущение среды, называется **источником волн**.

Геометрическое место точек среды, колеблющихся в одинаковых фазах, называется **фронтом волны** или **волновой поверхностью**.

Например, в **плоской** волне волновыми поверхностями являются *плоскости*, перпендикулярные направлению распространения волны, а в **сферической** волне – *сферы*. Сферические волны порождаются точечным источником (например, волны на поверхности воды, возникающие от брошенного камня).

Волны бывают **продольными** и **поперечными**.

*Если частицы среды колеблются в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны, то волна называется **поперечной**.*

Например, волна, распространяющаяся вдоль натянутого резинового шнура с одним закрепленным концом, является поперечной.

*В **продольной** волне колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны.*

Скоростью (фазовой скоростью) волны v называется физическая величина равная расстоянию, которое за единицу времени проходит любая точка волновой поверхности. **Вектор скорости** направлен перпендикулярно к фронту волны в сторону распространения волны.

Длиной волны λ называется расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе (или со сдвигом фаз $\Delta\varphi=2\pi$). Другими словами, **длина волны – это расстояние, на которое распространяется фронт волны за один период колебаний источника волн:**

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu} = \frac{2\pi v}{\omega},$$

где v – скорость распространения волн, $\nu=1/T$ – частота колебаний в источнике, ω – циклическая частота. **Частота колебаний зависит только от свойств источника волн. От свойств среды зависит скорость распространения волн и, вследствие этого, длина волны**

4. Уравнение плоской волны. Энергия и интенсивность волны. Вектор Умова

Пусть в источнике волн изменения колеблющейся величины происходят по закону

$$S = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (10)$$

с амплитудой A , циклической частотой ω и начальной фазой φ . Тогда колебания частиц фронта плоской волны в точке, отстоящей на расстояние x от источника, запаздывают по времени на Δt :

$$S_x = A \sin\left[\omega(t - \Delta t) + \varphi\right], \Delta t = \frac{x}{v}, \quad (11)$$

При этом предполагается, что в процессе распространения волны не происходит ее

Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси Ox имеет вид

$$S_x = A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi \right], \quad (12)$$

Величина

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (13)$$

называется **волновым числом**. Оно показывает, сколько длин волн укладывается на расстоянии, равном 2π единиц длины. С учетом этого, уравнение плоской волны можно переписать в виде

$$S_x = A \sin [\omega t - kx + \varphi], \quad (14)$$

Колеблющийся источник волн обладает энергией. В процессе распространения волны каждая частица среды, до которой доходит волна, также колеблется и имеет энергию.

Выделим некоторый объем V упругой среды, в которой распространяется волна с амплитудой A и циклической частотой ω . В этом объеме имеется средняя энергия $\bar{W} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$,

$$\bar{W} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2, \quad (15)$$

где m - масса выделенного объема среды.

Средняя плотность энергии волны есть энергия волны, сосредоточенная в единице объема среды:

$$\bar{w} = \frac{\bar{W}}{V} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2, \quad (16)$$

где ρ - плотность среды.

Интенсивностью волны I называется величина, равная энергии, которую в среднем переносит волна за единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикулярной к направлению распространения волны:

$$I = \bar{w} v = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2, \quad (17)$$

где v - скорость распространения волны. В векторной форме

$$\vec{I} = \bar{w} \vec{v}, \quad (18)$$

\vec{I} называется **вектором Умова**.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется механическим колебанием?
2. Что такое гармоническое колебание?
3. Дайте определения частоты, периода, круговой частоты и фазы колебаний и укажите связь между ними.
4. Запишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение.
5. Какие колебания называются вынужденными?
6. Что такое резонанс?
7. Запишите уравнение плоской волны.
8. Запишите дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний и его решение.
9. Что такое автоколебательная система? Из каких необходимых элементов она состоит?