Информатика
Лекция 4

Арифметические и логические основы ПК

Системы счисления
Правила перевода целых и дробных чисел
Арифметические действия над целыми числами
Схемы И, ИЛИ, НЕ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ
Одноразрядный сумматор

Система счисления — это совокупность приемов и правил записи и считывания чисел

- Позиционные;
- Непозиционные с/сч.

XXXII

700 + 50 + 7 + 0,7 = 7•102 + 5•101 + 7•100 + 7•10-1 = 757,7.

Правила перевода целых чисел

— ***правило последовательного деления:*** Для перевода целой части из С.С. с основанием p в С.С. с основанием q необходимо делить исходную число и <u>полученные значения частного</u> на основание системы, в которую необходимо преобразовать данное число, представленное в С.С. p. Остатки от деления дают последовательность цифр представления целого числа в С.С. q. Запись числа в новой с.с. происходит с конца.

Частичные частные	**134**	**67**	**33**	**16**	**8**	**4**	**2**	**1**	**Последнее частное**
Остатки	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**		

Правила перевода дробных чисел

Правило перевода дробной части — правило последовательного умножения: Для перевода правильной дроби из С.С. с основанием р в С.С. с основанием q необходимо умножить исходную дробь и <u>дробные части</u> получающихся произведений на основание системы в которую необходимо преобразовать данное число, представленное в С.С. р. Целые части получающихся произведений дают последовательность цифр представления дроби в С.С. q.

0.375 * 2 = 0.75 0
Старший Значащий Разряд (СЗР)
0.75 * 2 = 1.5 1
0.5 *2 = 1 1
Младший ЗР (МЗР)
Результат
0.011

Запись чисел в различных с/сч

10 с/сч	2 с/сч	8 с/сч	16 с/сч
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	20

Представление чисел

- с фиксированной точкой;
- с плавающей точкой.

$N=\pm M\ P^{\pm R}$,

где M – мантисса числа ($|M|<1$); R – порядок числа. P – основание системы.

Нормализованным называют такое число, в старшем разряде мантиссы которого стоит единица.

Связь 8 и 16 с/сч с 2 с/сч

$(537.1)_8=(101\ 011\ 111.001)_2$
$(1A3.F)_{16}=(1\ 1010\ 0011.1111)_{16}$

Перевод получается заменой цифры на эквивалентную двоичную триаду или двоичную тетраду

Знак числа обычно кодируется двоичной цифрой, при этом 0 означает + (плюс), код 1 – знак минус (минус).

Сложение двоичных чисел

- $11101_2 => 1*2^4+1*2^3+1*2^2+1*2^0 = 27_{10}$
- $+ \quad 111_2 => 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 7_{10}$

$100100 => 1*2^5 + 1*2^2 = 34_{10}$

Вычитание двоичных чисел

- $100100 \Rightarrow 1*2^5 + 1*2^2 = 34_{10}$
- $- \quad 111_2 \Rightarrow 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 7_{10}$

$11101_2 \Rightarrow 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^0 = 27_{10}$

Двоичное умножение

- *А). Формирование первого частного произведения.* Если значение младшего значащего разряда множителя равно 0, то и результат равен 0, если значение этого разряда равно 1, то результат является копией множимого.
- Б). *Правило сдвига.* При использовании очередного разряда множителя для формирования частного произведения производится сдвиг множимого на один разряд (позицию) влево.
- В). *Правило сложения.* Каждый раз, когда значение разряда множителя равно 1, к результату необходимо прибавить множимое, расположенное в позиции, определенной правилом сдвига.
- Г). *Определение результирующего произведения.* Искомое произведение есть результат выполнения всех операций сдвига и сложения.

Умножение двоичных чисел

- $111_2 => 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 7_{10}$
- $* \ 101_2 => 1*2^2 + 1*2^0 = 5_{10}$

$$
\begin{array}{r}
\hline
111 \\
+111 \\
\hline
\end{array}
$$

$100011_2 => 1*2^5 + 1*2^1 + 1*2^0 = 35_{10}$

Деление двоичных чисел

$$
\begin{array}{r|l}
100011_2 & 101_2 \\
-\ 101 & \overline{\quad 111_2 \quad} \\
\hline
111 & \\
-\ 101 & \\
\hline
101 & \\
-\ 101 &
\end{array}
$$

Логические основы

Логической основой вычислительной техники является алгебра высказываний или булева алгебра. Она имеет свои законы, тождества и аксиомы. Разработана алгебра логики была Джорджем Булем в середине 19 века и названа в его честь.

Алгебра логики — это раздел математической логики, значения всех элементов (функций и аргументов) которой определены в двухэлементном множестве: 0 и 1.

Алгебра логики оперирует с логическими высказываниями

Высказывание

— это любое предложение, в отношении которого имеет смысл утверждение о его истинности или ложности.

- Логическое отрицание (инверсия) – НЕ;
- Логическое сложение (дизъюнкция) – ИЛИ (+,v);
- Логическое умножение (конъюнкция) – И (^,*);
- Функция Вебба (отрицание дизъюнкции) – ИЛИ-НЕ;
- Функция Шеффера (отрицание конъюнкции) – И-НЕ;
- Импликация – операция, связанная связками «если …, то» - →;
- Эквиваленция – операция, выражаемая связками «тогда и только тогда», «необходимо и достаточно», «равносильно…» - ↔ или □
- Сложение по модулю 2 (М2).

Импликация, выраженная через дизъюнкцию и отрицание

A → B =

$$A \to B = \overline{A} \vee B$$

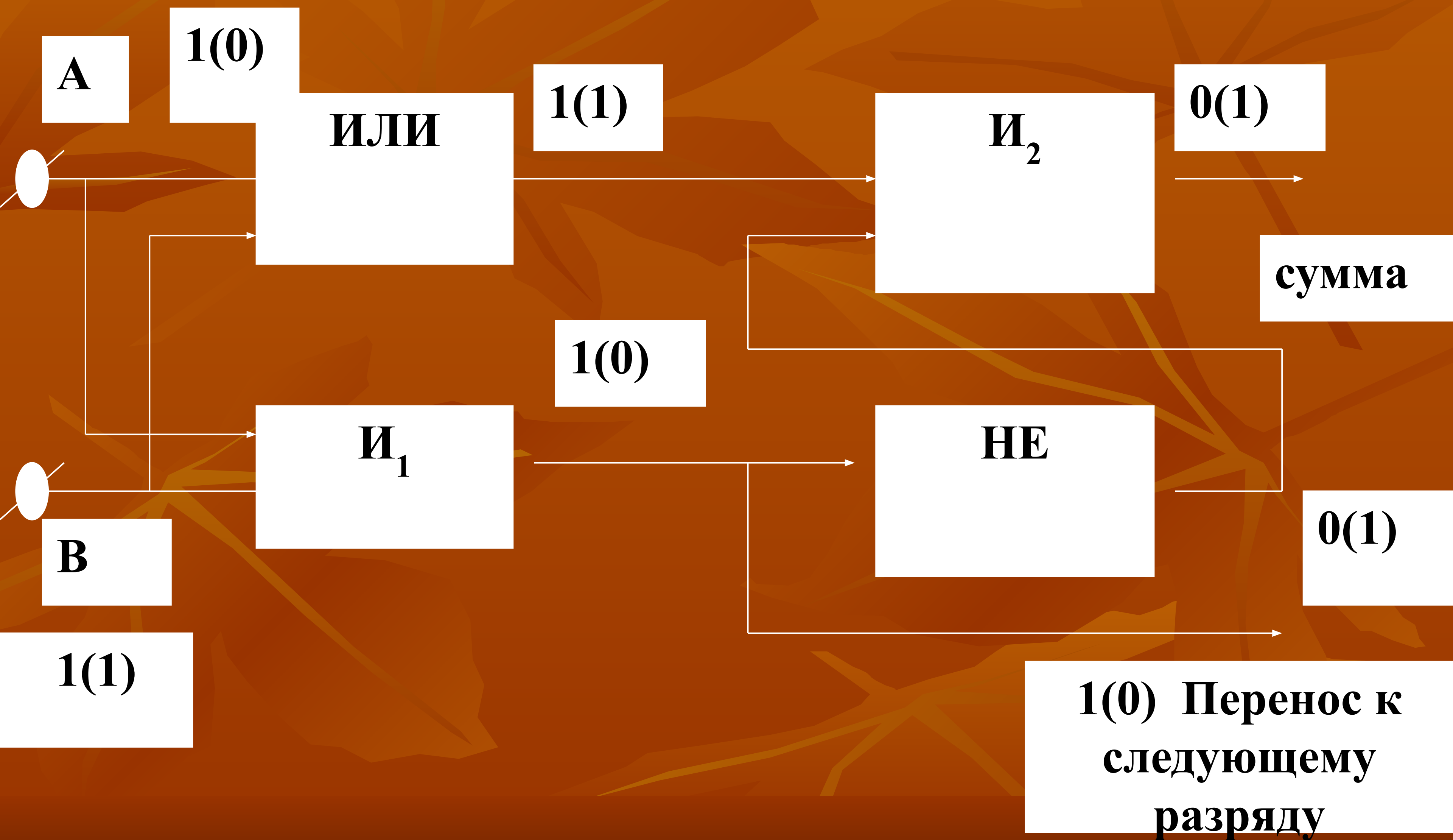
Эквиваленция, выраженная через отрицание, дизъюнкцию и конъюнкцию

$$A \leftrightarrow B = (\overline{A} \vee B) \cdot (\overline{B} \vee A)$$

Физической моделью операции «И» является последовательное включение двух транзисторов в цепи. Цепь замкнута при работе обоих транзисторов.

Физической моделью операции «ИЛИ» является параллельное включение двух транзисторов в цепи.

Логическая схема одноразрядного двоичного сумматора с двумя входами



Основные законы алгебры логики

Закон	Для ИЛИ	Для И
Переместительный	x√y=y√x	x*y=y*x
Сочетательный	x√(y√z)=(x√y)√z	(x*y)*z=x*(y*z)
Распределительный	x*(y√z)=x*y√x*z	x√y*z=(x√y)*(x√z)
Правила де Моргана	¬(x√y)= ¬x*¬y	¬(x*y)= ¬x√¬y
Идемпотенции	x√x=x	x*x=x
Поглощения	x√x*y=x	x*(x√y)=x
Склеивания	(x*y)√(¬x*y)=y	(x√y)*(¬x√y)=y
Операция переменной с ее инверсией	x√¬x=1	x*¬x=0
Операция с константами	x√0=x; x√1=1	x*1=x; x*0=0
Двойного отрицания	¬(¬x)=x	