

# Информатика

## Лекция 4

### Арифметические и логические основы ПК

*Системы счисления*

*Правила перевода целых и дробных чисел*

*Арифметические действия над целыми числами*

*Схемы И, ИЛИ, НЕ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ*

*Одноразрядный сумматор*

Система счисления — это совокупность приемов и правил записи и считывания чисел

- Позиционные;
- Непозиционные с/сч.

XXXII

$$700 + 50 + 7 + 0,7 = 7 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} = 757,7.$$

# Правила перевода целых чисел

— *правило последовательного деления:* Для перевода целой части из С.С. с основанием  $p$  в С.С. с основанием  $q$  необходимо делить исходную число и полученные значения частного на основание системы, в которую необходимо преобразовать данное число, представленное в С.С.  $p$ . Остатки от деления дают последовательность цифр представления целого числа в С.С.  $q$ . Запись числа в новой с.с. происходит с конца.

Частичные частные	13 4	67	33	16	8	4	2	1	Последнее частное
Остатки	0	1	1	0	0	0	0		

# Правила перевода дробных чисел

## *Правило перевода дробной части*

— *правило последовательного*

*умножения:* Для перевода правильной дроби из С.С. с основанием  $r$  в С.С. с основанием  $q$  необходимо умножить исходную дробь и дробные части получающихся произведений на основание системы в которую необходимо преобразовать данное число, представленное в С.С.  $r$ . Целые части получающихся произведений дают последовательность цифр представления дроби в С.С.  $q$ .

$$0.375 * 2 = 0.75 \quad 0$$

Старший Значащий Разряд  
(СЗР)

$$0.75 * 2 = 1.5 \quad 1$$

$$0.5 * 2 = 1 \quad 1$$

Младший ЗР (МЗР)

Результат

0.011

# Запись чисел в различных с/сч

10 с/сч	2 с/сч	8 с/сч	16 с/сч
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	20

# Представление чисел

- с фиксированной точкой;
- с плавающей точкой.

$$N = \pm M P^{\pm R},$$

где  $M$  – мантисса числа ( $|M| < 1$ );  $R$  – порядок числа.  $P$  – основание системы.

Нормализованным называют такое число, в старшем разряде мантиссы которого стоит единица.

# Связь 8 и 16 с/сч с 2 с/сч

$$(537.1)_8 = (101\ 011\ 111.001)_2$$

$$(1A3.F)_{16} = (1\ 1010\ 0011.1111)_{16}$$

Перевод получается заменой цифры на эквивалентную двоичную триаду или двоичную тетраду

Знак числа обычно кодируется двоичной цифрой, при этом 0 означает + (плюс), код 1 – знак минус (минус).

# Сложение двоичных чисел

- $11101_2 \Rightarrow 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^0 = 27_{10}$
- +  $111_2 \Rightarrow 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 7_{10}$

---

$$100100 \Rightarrow 1*2^5 + 1*2^2 = 34_{10}$$



# Вычитание двоичных чисел

- $100100 \Rightarrow 1*2^5 + 1*2^2 = 34_{10}$
- -  $111_2 \Rightarrow 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 7_{10}$

---

$$11101_2 \Rightarrow 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^0 = 27_{10}$$

# Двоичное умножение

- *А). Формирование первого частного произведения.* Если значение младшего значащего разряда множителя равно 0, то и результат равен 0, если значение этого разряда равно 1, то результат является копией множимого.
- *Б). Правило сдвига.* При использовании очередного разряда множителя для формирования частного произведения производится сдвиг множимого на один разряд (позицию) влево.
- *В). Правило сложения.* Каждый раз, когда значение разряда множителя равно 1, к результату необходимо прибавить множимое, расположенное в позиции, определенной правилом сдвига.
- *Г). Определение результирующего произведения.* Искомое произведение есть результат выполнения всех операций сдвига и сложения.

# Умножение двоичных чисел

- $111_2 \Rightarrow 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 7_{10}$
- \*  $101_2 \Rightarrow 1*2^2 + 1*2^0 = 5_{10}$

$$\begin{array}{r} \hline 111 \\ +111 \\ \hline \end{array}$$

$$100011_2 \Rightarrow 1*2^5 + 1*2^1 + 1*2^0 = 35_{10}$$

# Деление двоичных чисел

$$\begin{array}{r} 100011_2 \\ - 101 \\ \hline 111 \\ - 101 \\ \hline 101 \\ - 101 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 101_2 \\ \hline 111_2 \end{array}$$

# Логические основы

Логической основой вычислительной техники является алгебра высказываний или булева алгебра. Она имеет свои законы, тождества и аксиомы. Разработана алгебра логики была Джорджем Булем в середине 19 века и названа в его честь.

**Алгебра логики** — это раздел математической логики, значения всех элементов (функций и аргументов) которой определены в двухэлементном множестве: 0 и 1.

Алгебра логики оперирует с логическими высказываниями

# Высказывание

- это любое предложение, в отношении которого имеет смысл утверждение о его истинности или ложности.
- Логическое отрицание (инверсия) – НЕ;
- Логическое сложение (дизъюнкция) – ИЛИ (+, v);
- Логическое умножение (конъюнкция) – И (^, \*);
- Функция Вебба (отрицание дизъюнкции) – ИЛИ-НЕ;
- Функция Шеффера (отрицание конъюнкции) – И-НЕ;
- Импликация – операция, связанная связками «если ..., то» -  $\rightarrow$ ;
- Эквиваленция – операция, выражаемая связками «тогда и только тогда», «необходимо и достаточно», «равносильно...» -  $\leftrightarrow$  или  $\square$
- Сложение по модулю 2 (M2).

Импликация, выраженная через дизъюнкцию и отрицание

$$\mathbf{A \rightarrow B =}$$

$$A \rightarrow B = \overline{A} \vee B$$

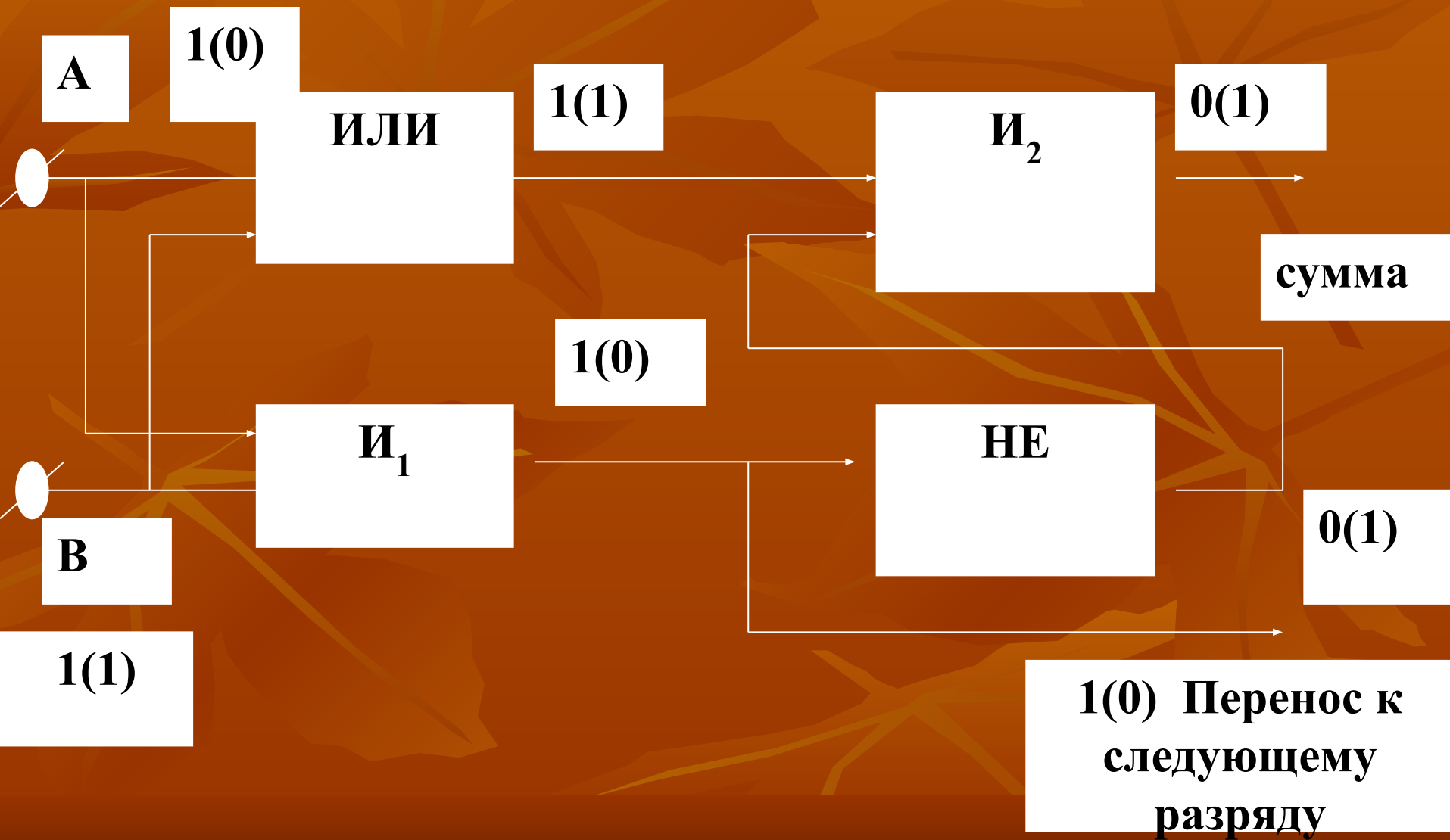
Эквиваленция, выраженная через отрицание, дизъюнкцию и конъюнкцию

$$A \leftrightarrow B = (\overline{A} \vee B) \cdot (\overline{B} \vee A)$$

*Физической моделью операции «И»* является последовательное включение двух транзисторов в цепи. Цепь замкнута при работе обоих транзисторов.

*Физической моделью операции «ИЛИ»* является параллельное включение двух транзисторов в цепи.

# Логическая схема одноразрядного двоичного сумматора с двумя входами





# Основные законы алгебры логики

Закон	Для ИЛИ	Для И
Переместительный	$x \vee y = y \vee x$	$x * y = y * x$
Сочетательный	$x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$	$(x * y) * z = x * (y * z)$
Распределительный	$x * (y \vee z) = x * y \vee x * z$	$x \vee (y * z) = (x \vee y) * (x \vee z)$
Правила де Моргана	$\neg(x \vee y) = \neg x * \neg y$	$\neg(x * y) = \neg x \vee \neg y$
Идемпотенции	$x \vee x = x$	$x * x = x$
Поглощения	$x \vee x * y = x$	$x * (x \vee y) = x$
Склеивания	$(x * y) \vee (\neg x * y) = y$	$(x \vee y) * (\neg x \vee y) = y$
Операция переменной с ее инверсией	$x \vee \neg x = 1$	$x * \neg x = 0$
Операция с константами	$x \vee 0 = x, \dots, x \vee 1 = 1$	$x * 1 = x, \dots, x * 0 = 0$
Двойного отрицания	$\neg(\neg x) = x$	