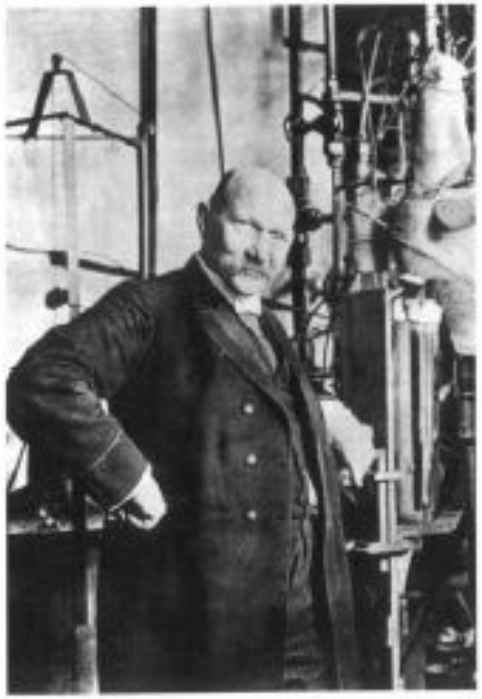
Физические основы сверхпроводимости

Стефанович Г.Б.

2012 г.

Историческая справка

Открытие сверхпроводимости: 1911 г., Каммерлинг Оннес



Kammerlingh Onnes (Nobel 1913)

Низкотемпературные измерения

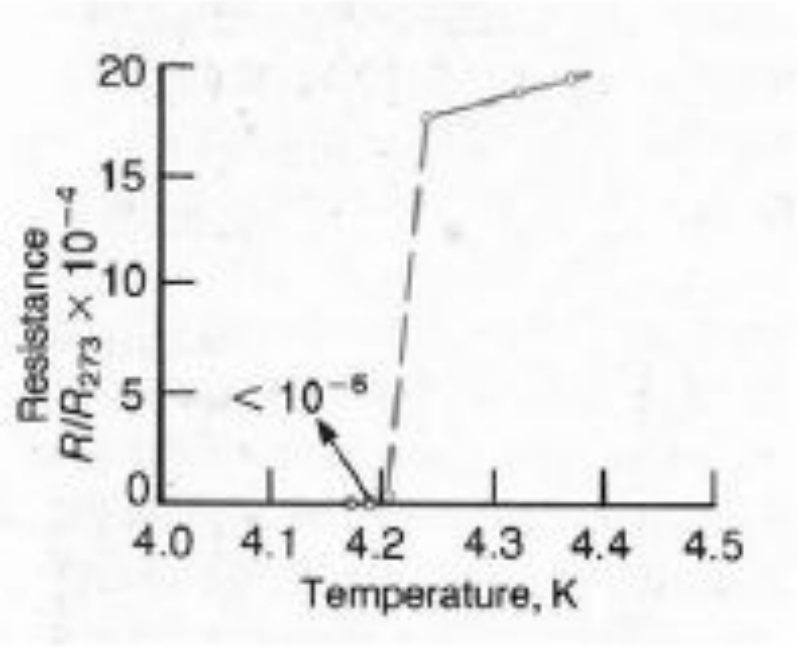
Kamerlingh Onnes (1853–1926) in his cryogenic laboratory in Leiden, The Netherlands. Onnes was the first to liquefy helium, and he received the 1913 Nobel Prize for this achievement. He also was the first to observe the phenomenon of superconductivity – the vanishing of the electrical resistance of some metals at very low temperatures.

Low Temperature Technology

Liquids	Boiling points (°K)
Helium	4.2
Hydrogen	20.3
Nitrogen	77.4
Argon	87.3
Oxygen	90.2
Methane	111.7

$$T_0 = 0\ К = -273^0C$$

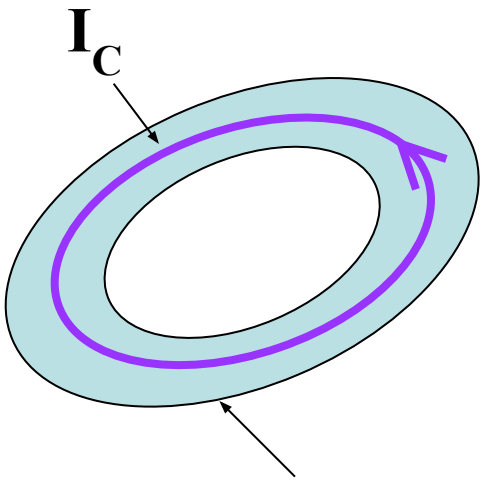
Эксперимент Каммерлинг Оннеса



Resistance of Mercury suddenly disappears at temperature below 4.2 K of liquid Helium

1. Основные экспериментальные факты

Сопротивление металла в сверхпроводящем состоянии



Сверхпроводниковое кольцо

Если сопротивление есть, то оно меньше 10^{-24} Om×cm.
Сопротивление металлов в нормальном состоянии значительно выше:

$\rho_{Cu\ at\ 4.2K}=10^{-9}$Om×cm.

Абсолютная проводимость, $\rho = 0$;

Критические температуры

Температура, при которой металл переходит в сверхпроводящее состояние (СП), называется критической и обозначается T_C.

Critical Temperatures and Critical Magnetic fields (measured at T = 0) of Elemental Superconductors

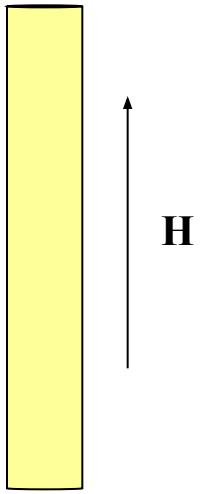
Superconductor	T_c(K)	B_c(0) in Tesla	Type	
Al	1.196	0.0105	I	Soft
Ga	1.083	0.0058	I	Soft
Hg	4.153	0.0411	I	Soft
In	3.408	0.0281	I	Soft
Nb	9.26	0.1991	II	Soft
Pb	7.193	0.0803	I	Soft
Sn	3.722	0.0305	II	Soft
Ta	4.47	0.0829	II	Soft
Ti	0.39	0.010	I	Soft
V	5.30	0.1023	II	Soft
W	0.015	0.000115	I	Soft
Zn	0.85	0.0054	I	Soft

Critical Temperatures and Upper Critical Magnetic Fields at T = 0 K for Type II Superconductors

Superconductor	T_c(K)	B_{c2} (0) in Tesla	Type	
Nb_3Al	18.7	32.4	II	Hard
Nb_3Sn	18.0	24.5	II	Hard
Nb_3Ge	23	38	II	Hard
NbN	15.7	15.3	II	Hard
NbTi	9.3	15	II	Hard
Nb_3(AlGe)	21	44	II	Hard
V_3Si	16.9	23.5	II	Hard
V_3Ga	14.8	20.8	II	Hard
PbMoS	14.4	60	II	Hard

Сверхпроводник в магнитном поле

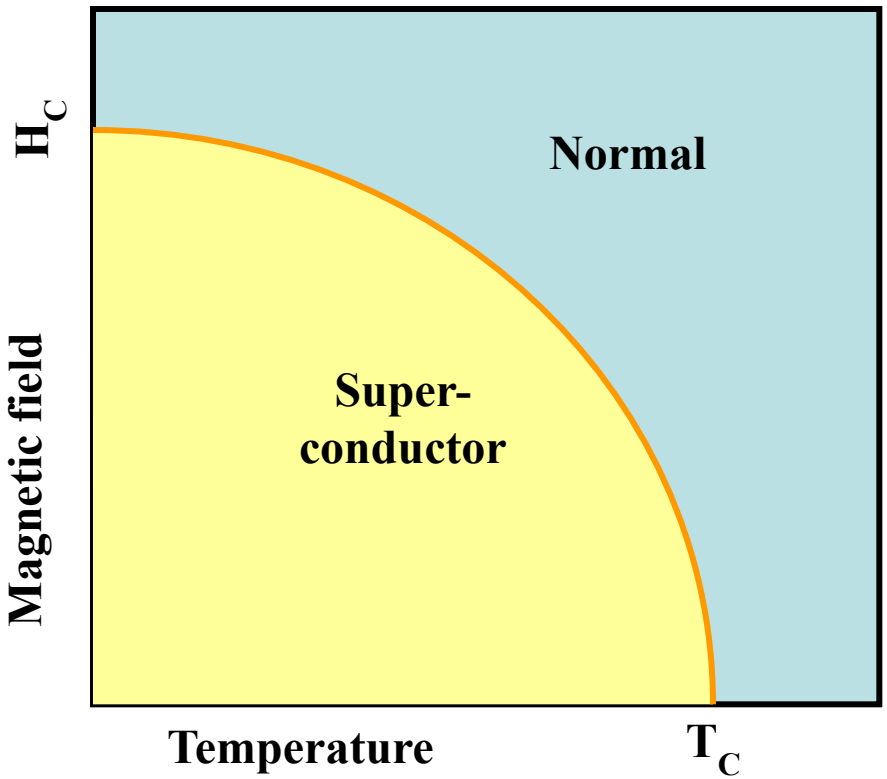
СП состояние может быть разрушена определенным магнитным полем. Это поле называют критическим – H_C. Критическое магнитное поле для одного и того же материала зависит от формы образца. Оно максимально для массивного длинного цилиндра, помещаемого в параллельное магнитное поле. Критическое поле для такого СП образца будем обозначать H_{Cm}.



$$H_{Cm}(T) = H_{Cm}(0)\left[1 - (T / T_C)^2\right] \qquad \textbf{(1.1)}$$

Здесь $H_{Cm}(0)$ – критическое магнитное поле, экстраполированное к T = 0К

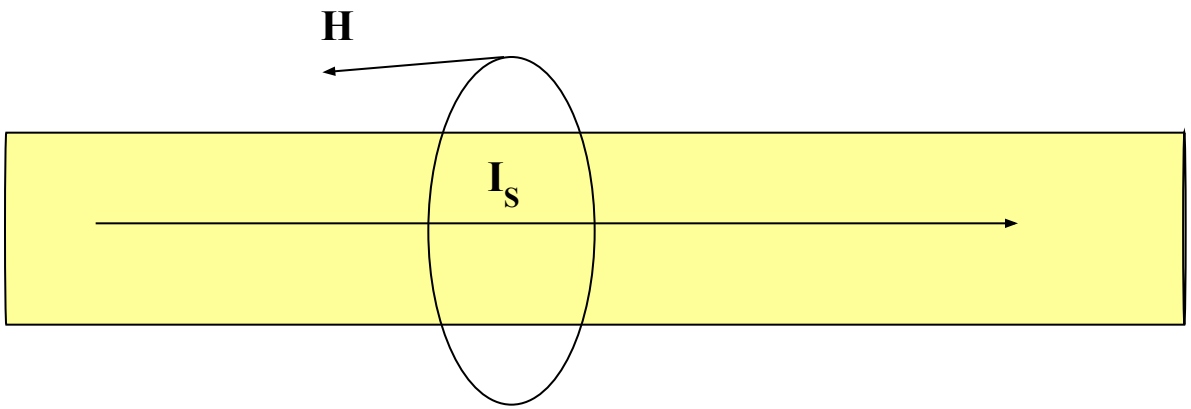
Зависимость критического поля от температуры

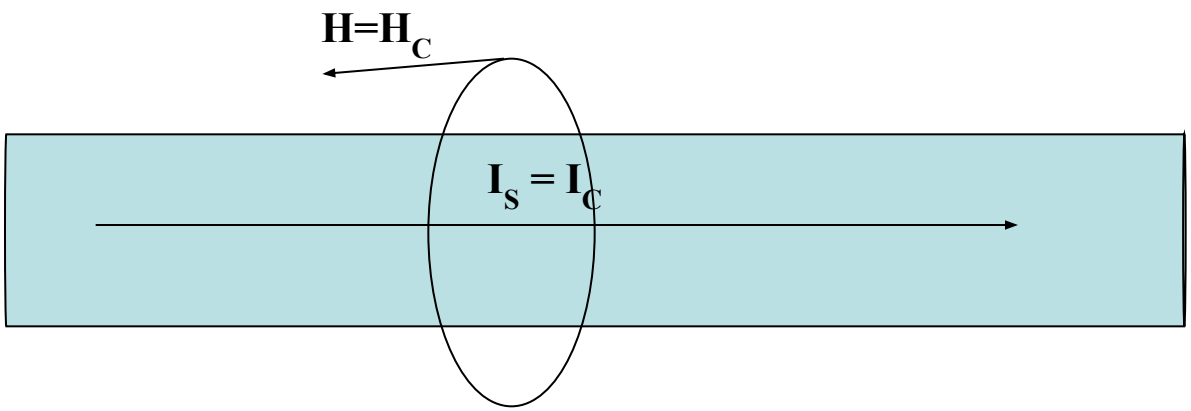


По существу это фазовая диаграмма СП состояния в координатах (H,T). СП переход можно рассматривать как фазовый переход.

Критический ток

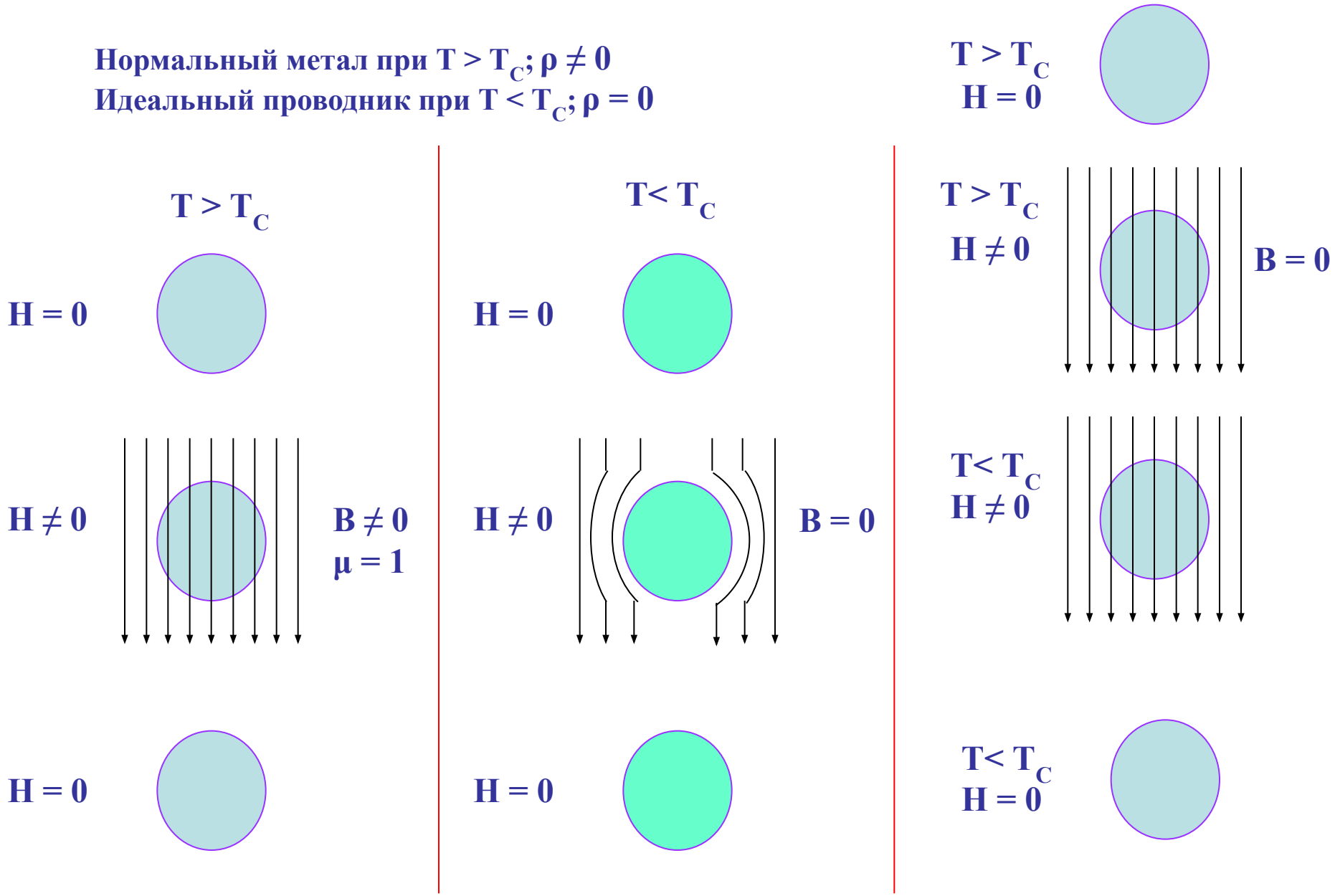
Достаточно большой ток через СП разрушает СПсостояние. Этот ток называется критическим током I_C





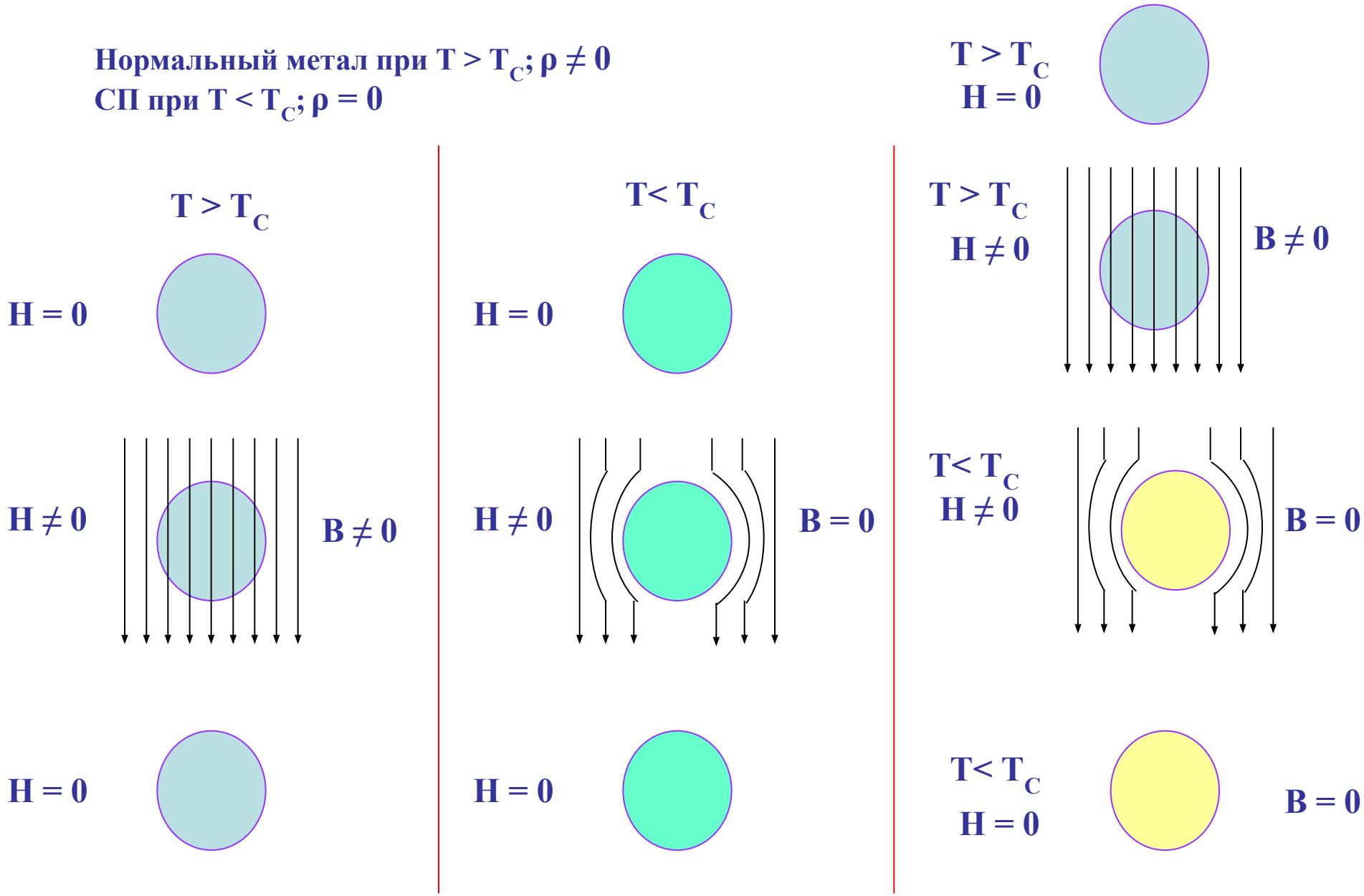
Идеальный проводник в магнитном поле.

Нормальный метал при $T > T_C$; $\rho \neq 0$
Идеальный проводник при $T < T_C$; $\rho = 0$

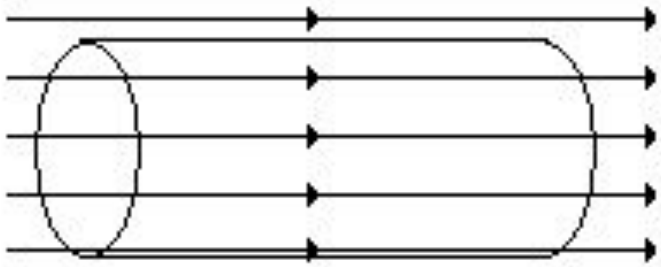


СП в магнитном поле
Эффект Мейсснера - Оксенфельда

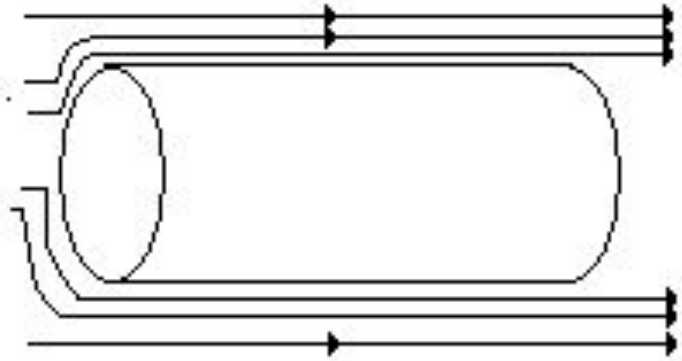
Нормальный метал при $T > T_C$; $\rho \neq 0$
СП при $T < T_C$; $\rho = 0$



Above Critical Temperature

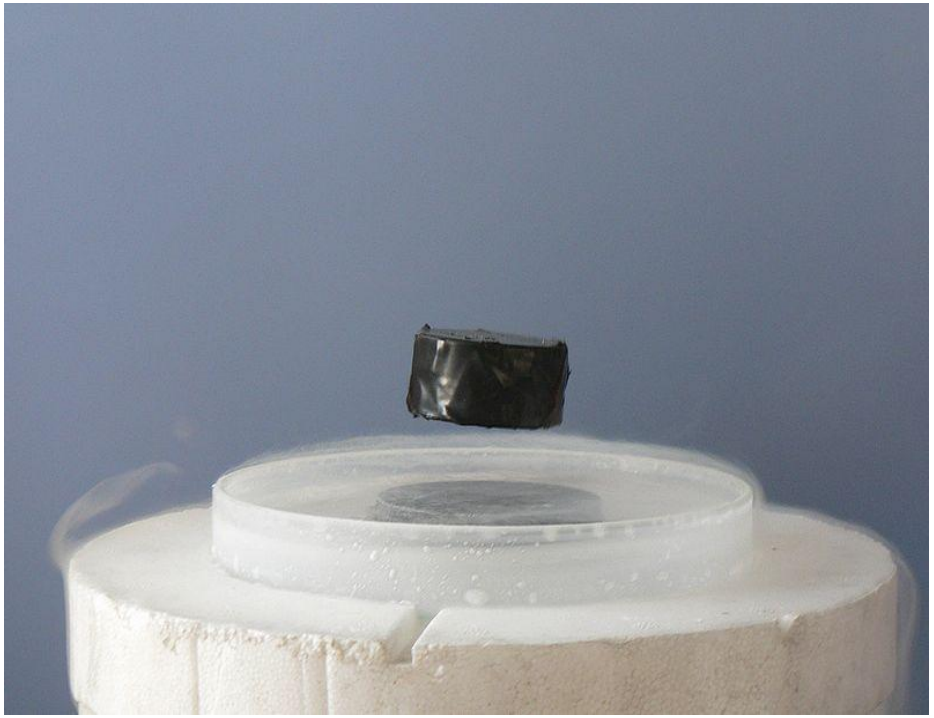


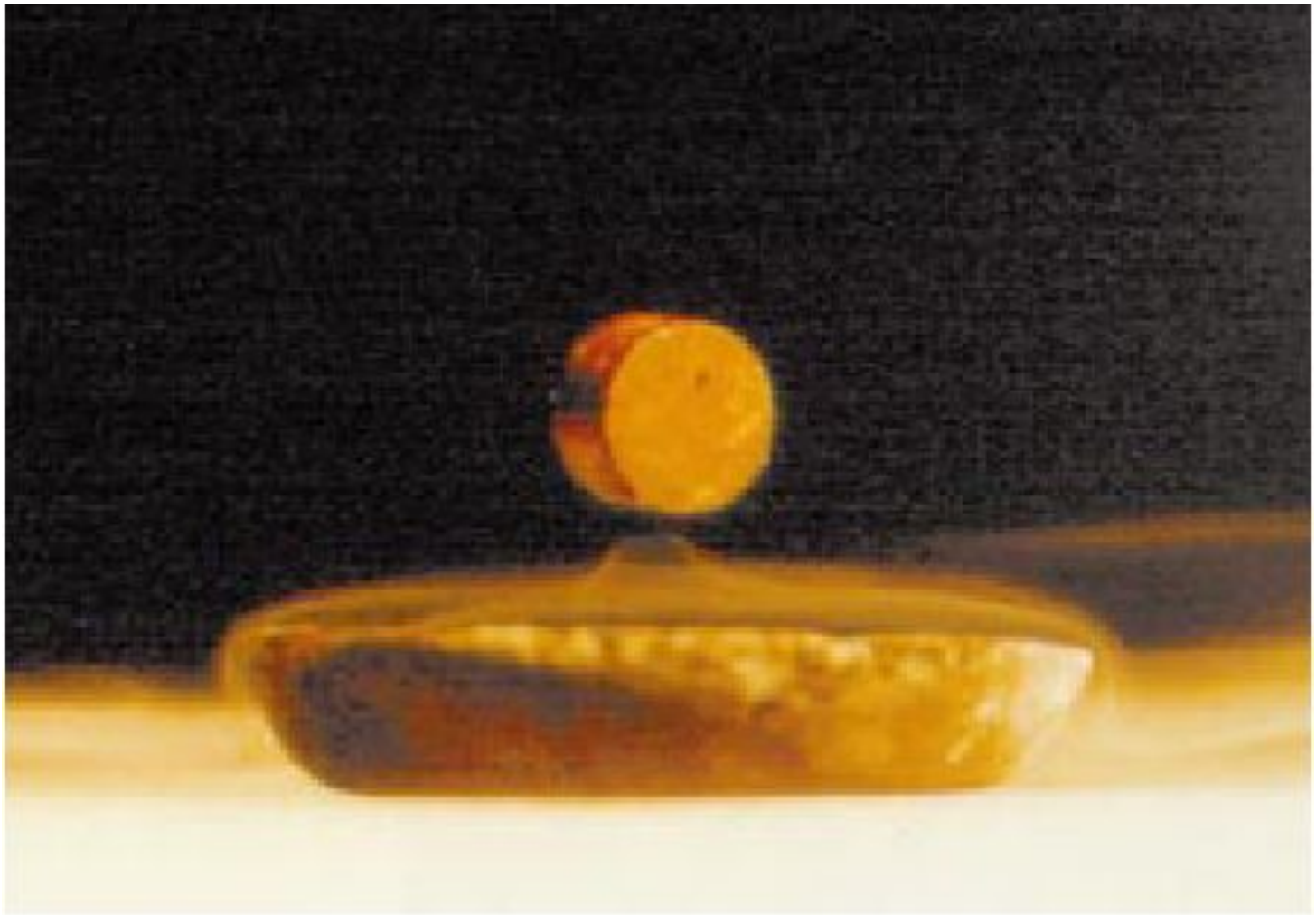
Below Critical Temperature



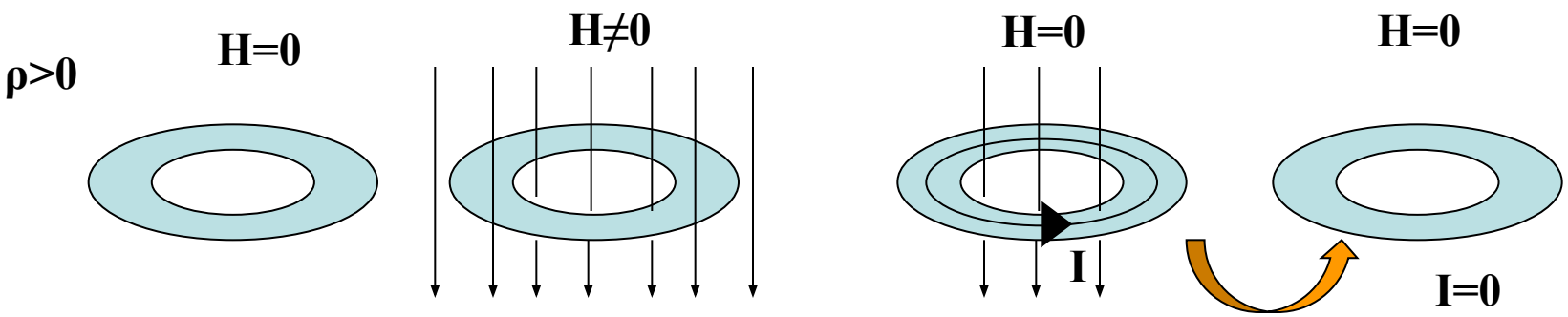
Левитация

- **Сверхпроводники выталкивают магнитное поле, и поэтому отталкиваются от магнитов. Сила отталкивания может оказаться сильнее гравитации, что приводит к левитации - наглядному и удивительному проявлению сверхпроводимости.**



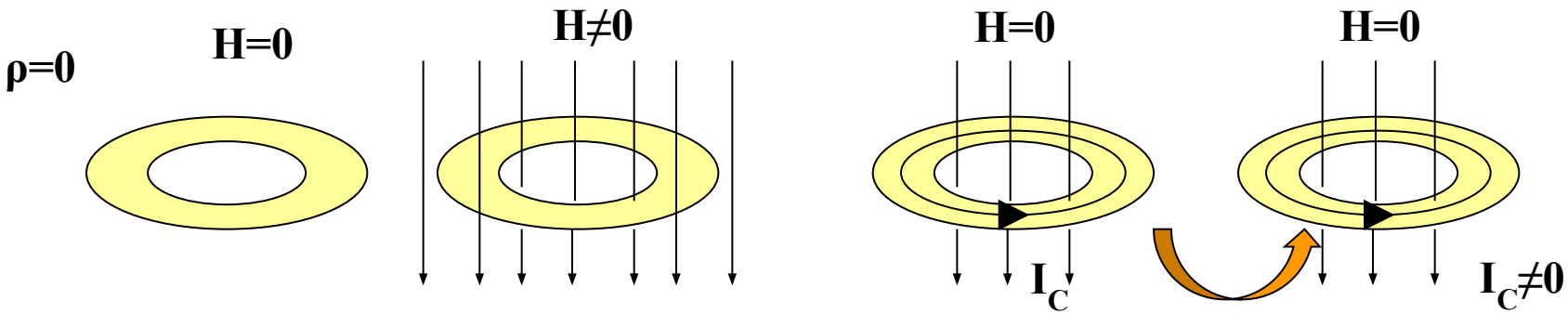


Квантование магнитного потока



Φ – магнитный поток внутри кольца

Φ=0 Φ≠0 Φ≠0 Φ=0



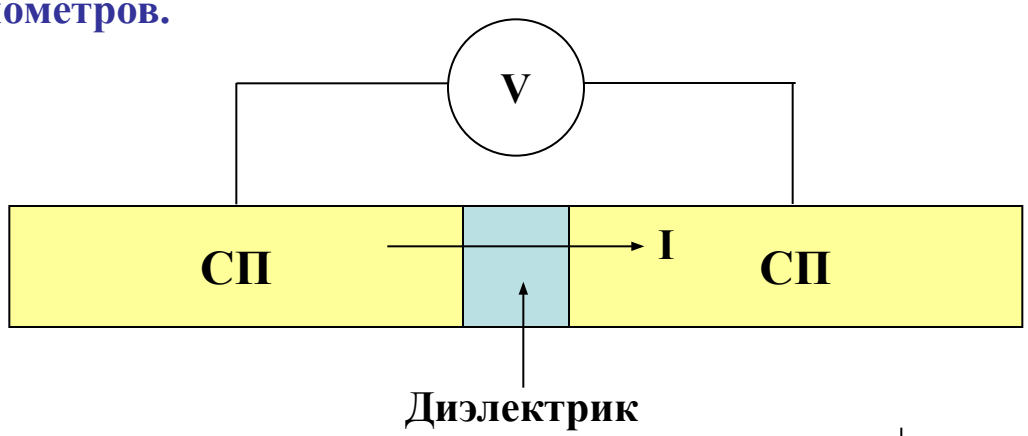
Φ=0 Φ≠0 Φ≠0 Φ≠0

$\Phi = n\Phi_0$, где n – целое число, $\Phi_0 = \pi h/c$ – квант магнитного потока.

Эффекты Джозефсона.

Необходима слабая связь или слабая сверхпроводимость – локальная область, где СП отсутствует или имеет малые критические параметры.

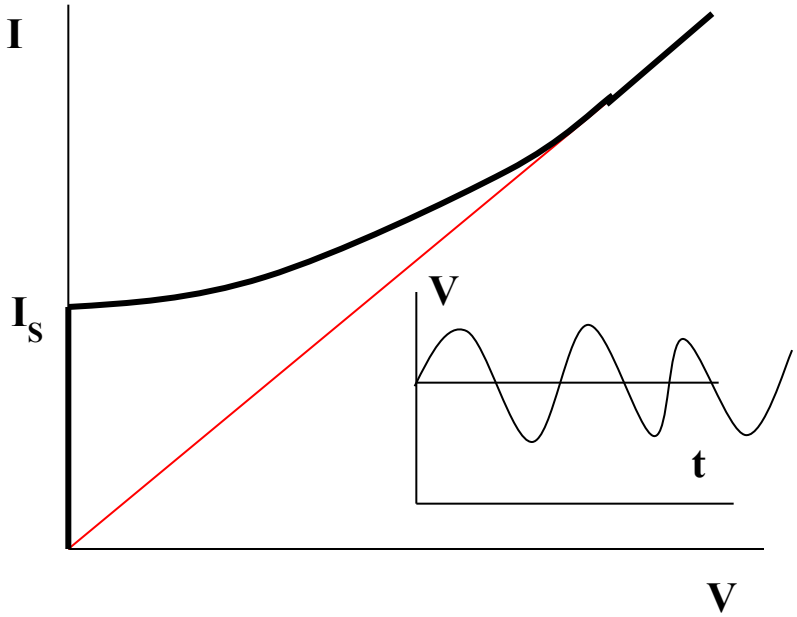
SIS контакт – туннельный контакт между 2 СП. Толщина изолятора несколько нанометров.



Первый эффект Джозефсона – $I = I_S$, $V = 0$;

Второй эффект Джозефсона – $I = I_S + I_N$, $V \neq 0$;

$$\omega = 2eV$$



Магнитные свойства сверхпроводников

СП отличаются по отклику на внешнее магнитное поле

СП I рода

Все элемент.СП

(кроме Nb)

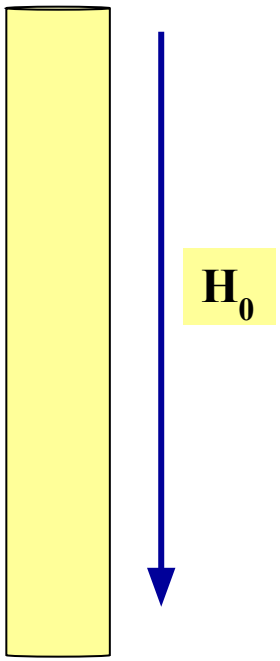
СП II рода

Сплавы,

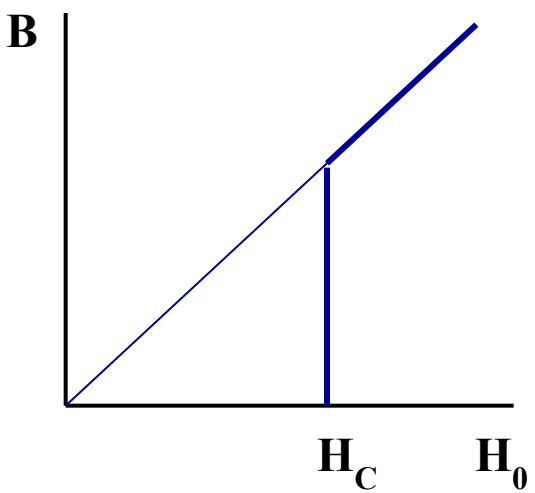
Хим. соединения, Nb

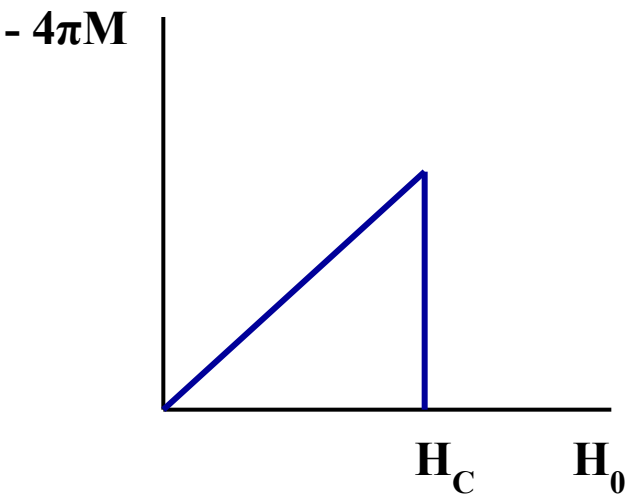
Магнитные свойства СП I рода

При увеличении H_0 B=0 (Эффект Мейсснера – Оксенфельда).



$B = H_0+4\pi M$, где M – магнитный момент ед. объема.
$M = \chi H_0$, где χ - магнитная восприимчивость.
$B = H_0+4\pi \chi H_0 = H_0(1+4\pi\chi) = \mu H_0$, где $\mu = (1+4\pi\chi)$ - магнитная проницаемость.





Кривая намагниченности

СП I рода

Магнитные силовые линии вне СП всегда касательны к его поверхности.

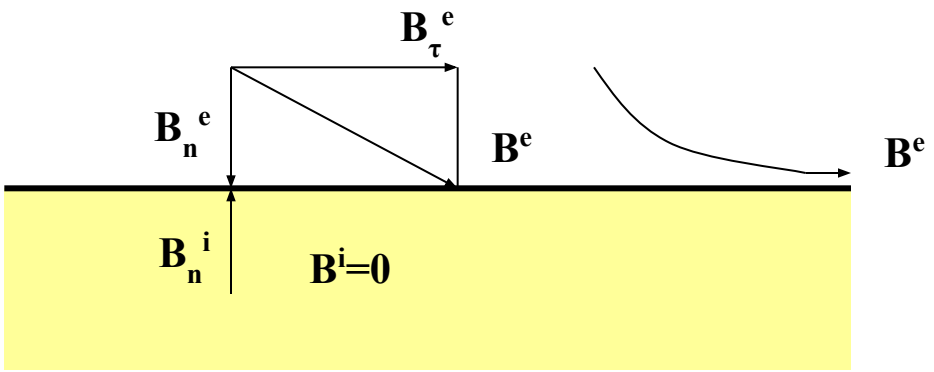
Линии вектора индукции всегда замкнуты и непрерывны. Это можно математически записать как

$$\mathrm{div}B=0$$

Это значит, что силовые линии нормальные к поверхности вене СП и силовые линии нормальные к поверхности внутри СП равны

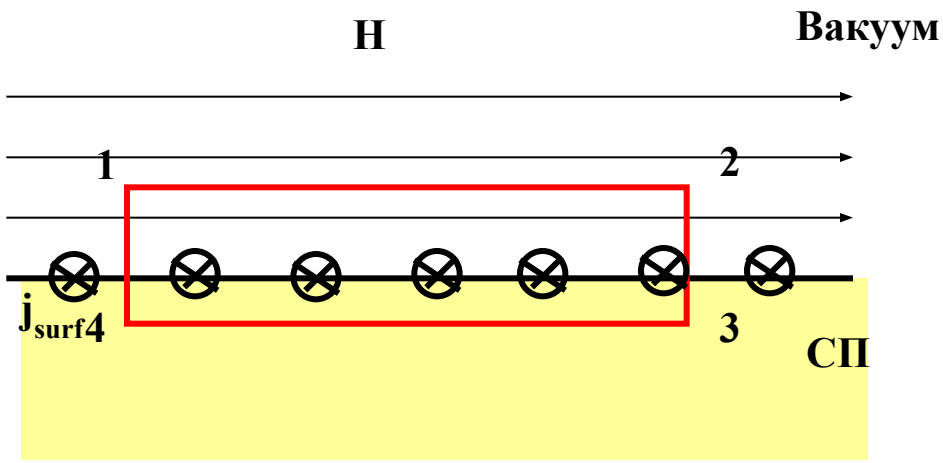
или $B^i_n = B^e_n$, но $B^i = 0$. **Следовательно**

$$B^e_n = 0$$



СП I рода

По поверхности СП, находящегося в магнитном поле , всегда течет поверхностный электрический ток. rot B = (4π/c)j. Внутри СП B = 0 и, следовательно j = 0.



Циркуляция вектора B вдоль контура 1-2-3-4

$$\oint Bdl = \int_1^2 Bdl + \int_2^3 Bdl + \int_3^4 Bdl + \int_4^1 Bdl = \int_1^2 Bdl = Hl_{12} = \frac{4\pi}{c} I$$

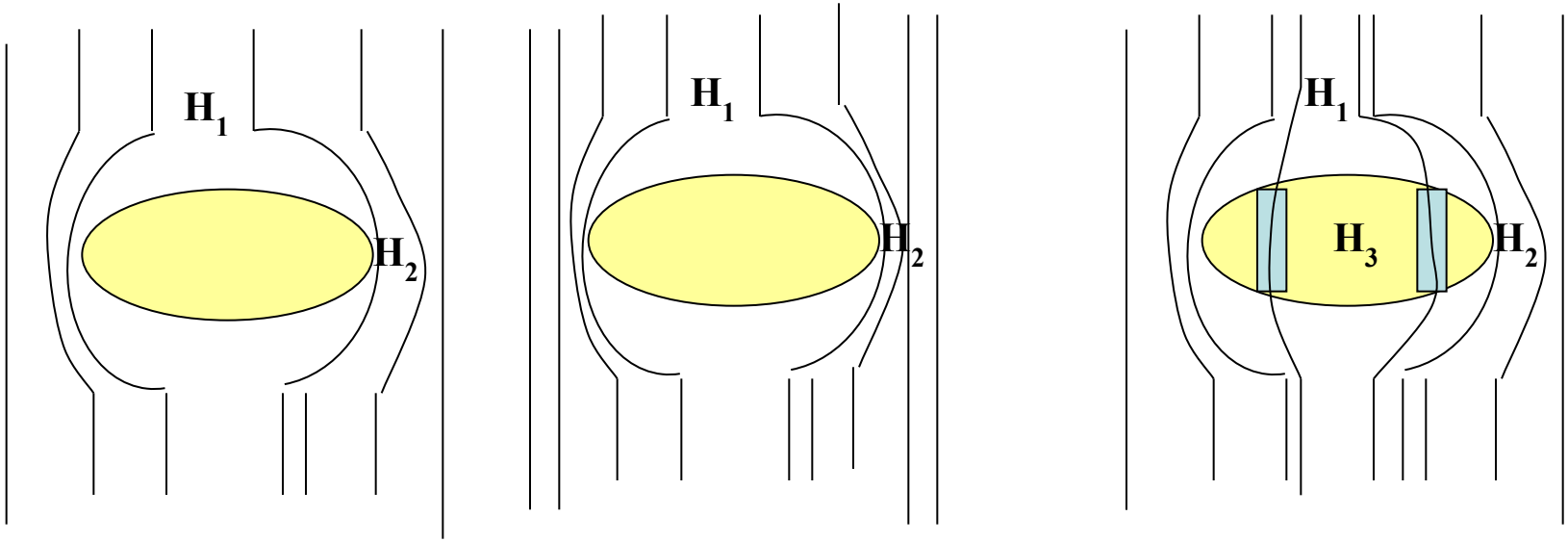
Где I – полный ток, протекающий через поверхность , ограниченную контуром 1-2-3-4. В вакууме I=0, далеко от границы СП в СП I=0, следовательно ток может течь только по поверхности СП. Запишем $I = j_{surf} l_{12}$, определяя j_{surf} как плотность поверхностного тока на единицу поверхности

Или, т.к. $Hl_{12}=(4\pi/c)\, j_{surf} l_{12}$,

$$\boxed{\bar{j}_{surf} = \frac{c}{4\pi}\left[\bar{n}\bar{H}\right]}$$

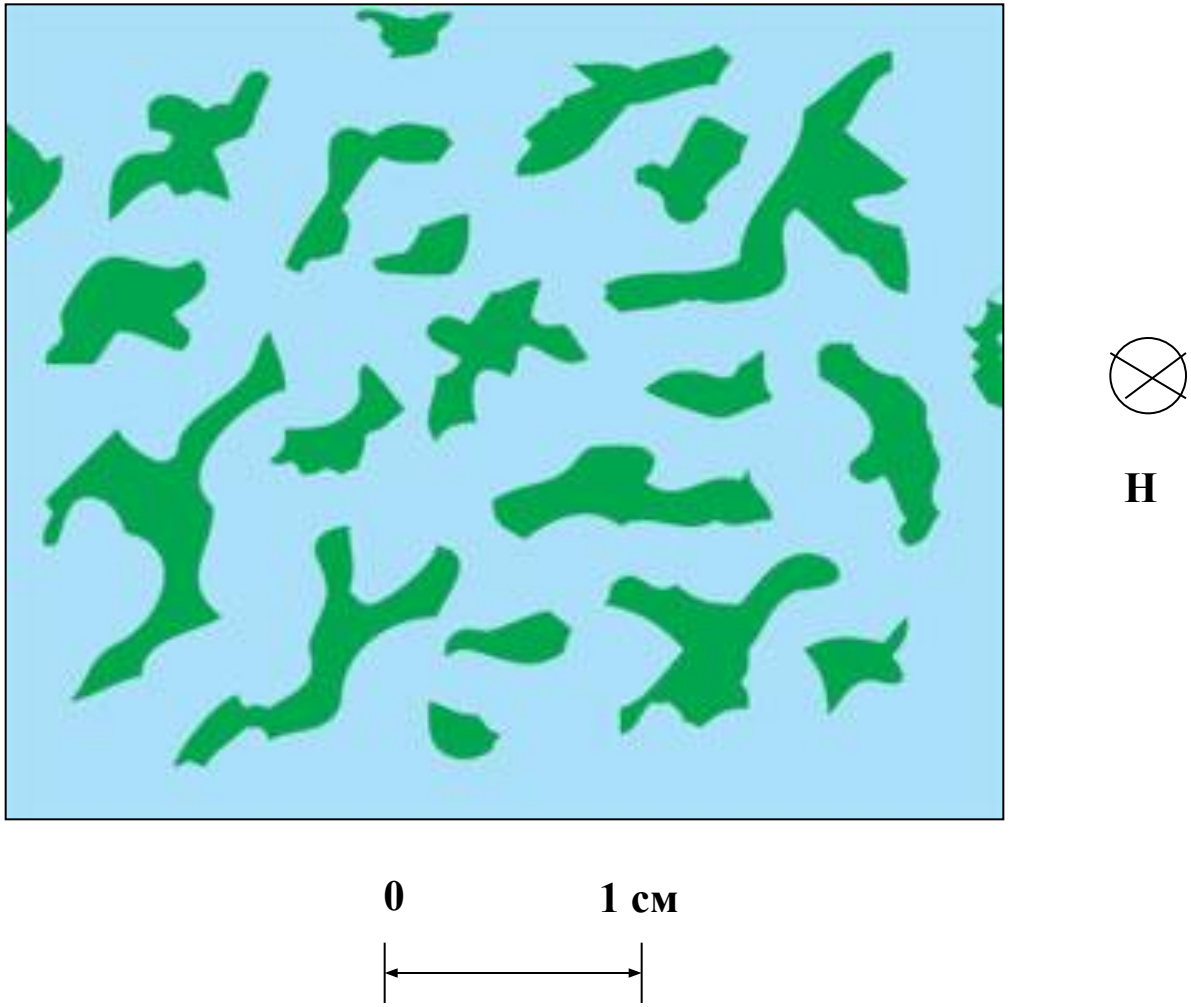
СП 1 рода. Промежуточное состояние.

- Для тонкого (бесконечного) цилиндра достижение критического поля разрушает СП во всем объеме СП.
- Для СП других конфигураций процесс разрушения СП более сложный.

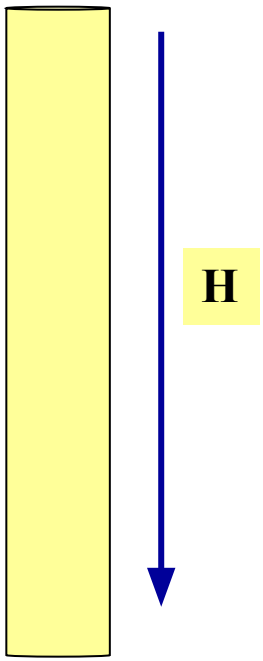


$H_1 < H_2 < H_C$ $\qquad$ $H_1 < H_2 = H_C$ $\qquad$ $H_1 < H_2 = H_3 = H_C$

Промежуточное состояние

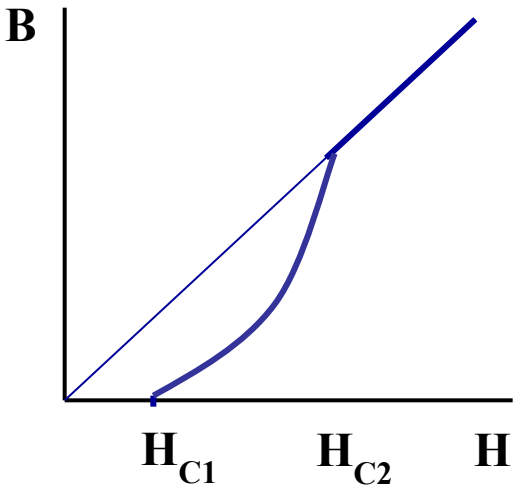


Магнитные свойства СП II рода



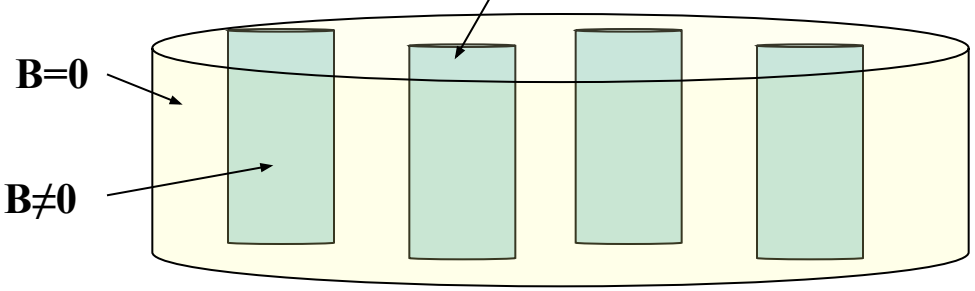
В СП II рода наблюдается неполный эффект Мейснера. При увеличении от 0 до H_{C1} B = 0 (Полный эффект Мейснера). Однако, начиная с H >H_{C1} B ≠ 0. При увеличении H B увеличивается и при H= H_{C2} B=0.

Кривая намагниченности



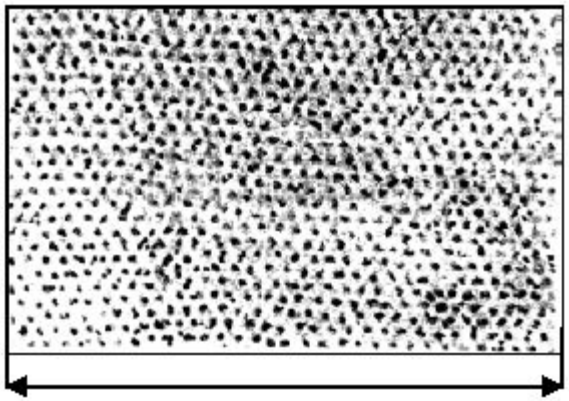
В области от H_{C1} до H_{C2} B ≠ 0, но ρ = 0.

Сверхпроводящие вихри или Абрикосовские вихри



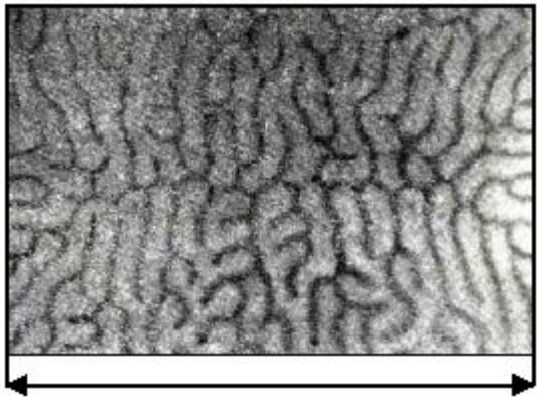
Смешанное состояние

Смешанное состояние, СП II рода



10 мкм

Промежуточное состояние, СП I рода



0,5 мм

2. Термодинамика сверхпроводников

Критическое магнитное поле.

Пусть $T<T_C$ и $H_0 < H_{Cm}$ следовательно существует эффект Мейсснера: B=0
Магнитный момент M единицы объема СП равен: $M = -H_0/4\pi$
Работа внешнего магнитного поля H_0 при изменении на dH_0 над единицей объема СП:

$$dA = -MdH_0 = H_0 dH_0 / 4\pi$$

Следовательно работа источника при изменении поля от 0 до H_0

$$A = -\int MdH_0 = H_0^2 / 8\pi$$

Эта работа идет на увеличение внутренней энергии СП в магнитном поле. Если плотность свободной энергии СП без магнитного поля равна F_{s0}, а плотность свободной энергии СП в магнитном пол равна F_{sH}, тогда можно записать

$$F_{sH} = F_{s0} + H_0^2/8\pi. \qquad 2.1$$

При достижении магнитным полем величины критического магнитного поля H_{cm} сверхпроводник перейдет в нормальное состояние, для которого плотность свободной энергии запишем как F_n, тогда

$$F_n - F_{s0} = H_{cm}^2/8\pi. \qquad 2.2$$

Можно сказать, что критическое магнитное поле является мерой того, насколько сверхпроводящее состояние является энергетически более выгодным по сравнению с нормальным. Поле H_{cm} часто называют термодинамическим критическим магнитным полем.

Энтропия сверхпроводников.

Согласно первому началу термодинамики

$$\delta Q = \delta R + \delta U, \qquad 2.3$$

где δQ – приращение плотности тепловой энергии рассматриваемого тела, δR – работа, совершенная единицей объема этого тела над внешними телами, δU – приращение внутренней энергии тела.
По определению, плотность свободной энергии F равна

$$F = U - TS, \qquad 2.4$$

Тогда можно записать

$$\delta F = \delta U - T\,\delta S - S\,\delta T. \qquad 2.5$$

При обратимом переходе, а переход СП – нормальный металл обратим, δQ = TδS

$$\delta U = T\,\delta S - \delta R, \qquad 2.6$$

$$\delta F = -\delta R - S\,\delta T. \qquad 2.7$$

Воспользуемся формулой (3.10), чтобы вычислить разность удельных энтропии сверхпроводящего и нормального состояний. Подставим для этого (3.5) в (3.10):

(3.11)

Из 2.7 следует

$$S = -(\partial F/\partial T)_R. \qquad 2.8$$

Воспользуемся формулой (2.8), чтобы вычислить разность удельных энтропии сверхпроводящего и нормального состояний. Подставим для этого (2.2) в (2.8):

$$S_s - S_n = \frac{H_{cm}}{4\pi}\left(\frac{\partial H_{cm}}{\partial T}\right)_R. \qquad 2.9$$

Мы видим, что такой важный термодинамический параметр как энтропия (важный но трудно определимый экспериментально) в физике СП связан простой зависимостью с экспериментальным параметром H_{cm}

Формула (2.9) позволяет получить важные физические следствия:

1. **Согласно теореме Нернста, энтропия всех тел при T = 0 равна нулю. Поэтому $(\partial H_{cm}/\partial T)_{T=0} = 0$. Это значит, что кривая зависимости H_{cm} (T) при T = 0 имеет нулевую производную.**

2. **Из эксперимента следует, что зависимость H_{cm}(T)— это монотонно спадающая с увеличением T кривая (см. рис. 1.1), т.е. что во всем интервале температур от 0 до T_c *величина* $\partial H_{cm}/\partial T < 0$. *Следовательно, в этом интервале температур* $S_s < S_n$.**

3. **Поскольку при $T = T_c$ поле $H_{cm} = 0$, *то* $S_s = S_n$ *при* $T = T_c$. Схематически зависимость $S_s - S_n$ от температуры показана на рис. 2.1.**

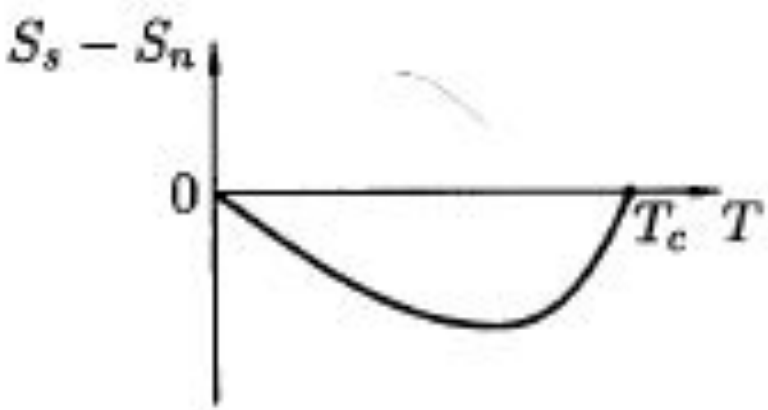


Рис. 2.1. Зависимость разности энтропии $S_s - S_n$ от температуры.

Мы можем сделать теперь весьма важные выводы.

1. **Оказывается, сверхпроводящее состояние является чем- то более упорядоченным, чем нормальное, так как его энтропия меньше.**

2. **Переход при $T = T_c$ происходит без поглощения или выделения скрытой теплоты, так как $S_s = S_n$ при $T = T_c$ Следовательно, переход при $T = T_c$ — это фазовый переход второго рода.**

3. **При $T < T_c$ переход из сверхпроводящею состояния в нормальное происходит под действием магнитного поля. Поскольку При этом $S_s < S_n$, то при переходе происходит поглощение скрытой теплоты. Наоборот, при переходе из нормального в сверхпроводящее состояние скрытая теплота выделяется. Следовательно, все переходы в магнитном поле при $T < T_c$ являются фазовыми переходами первого рода.**

4. **Удивительно, как несколько формул термодинамики и всего лишь один экспериментальный факт — зависимость Hcm от T (рис. 1.1) — позволяют сделать столь фундаментальные выводы! Ведь от понимания того, что сверхпроводящее состояние характеризуется большим порядком (меньшей энтропией), чем нормальное, лежит путь к пониманию того, что это — состояние с согласованным когерентным поведением электронов.**

Теплоемкость СП

Теплоемкость нормального металла.

Теплоемкость - это отношение тепла dQ, сообщенного телу, к изменению температуры dT, которое при этом произошло.

$$C=dQ/dT.$$

Теплоемкость металла складывается из теплоемкости электронов и теплоемкости кристаллической решетки.

$$C_n=C_{ne}+C_{nph}$$

Электронная теплоемкость – классический подход .

В классической теории теплоемкости металлов электроны рассматриваются как электронный газ, энергию моля Q_m которого (для одноэлектронного кристалла) можно рассчитать по известной формуле $c=3N_AkT/2$, здесь N_A – число Авогадро, k – постоянная Больцмана. kT/2 – средняя тепловая энергия, приходящаяся на одну степень свободы для одной частицы (в данном случае электрон). Множитель 3 учитывает число степеней свободы электрона.

Тогда молярная теплоемкость равна

$$c = dQ_m/dT=3N_AkT/2=3RT/2,$$

где R – постоянная Ридберга.

Электронная теплоемкость – квантовый подход.

В 1928 году Зоммерфельд применил к электронам в металле квантовую статистику Ферми-Дирака.

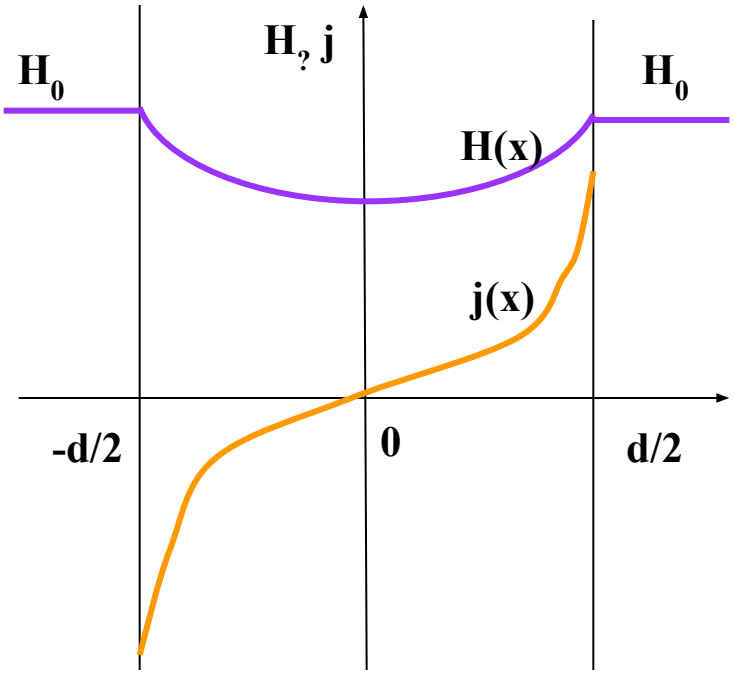
Разработанная им модель называется «моделью свободных электронов». В ней не рассматриваются взаимодействия электронов с атомами кристаллической решетки и друг с другом.

Квантовое статическое распределение Ферми – Дирака имеет вид (..)

$$n = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1},$$

где E – энергия электрона, E_F –энергия Ферми.

Графическое изображение распределения Ферми - Дирака приведено на рис. 3.2.

Распределение тока и магнитного поля в простейших сверхпроводниковых структурах.

- **Пластина в параллельном магнитном поле.**