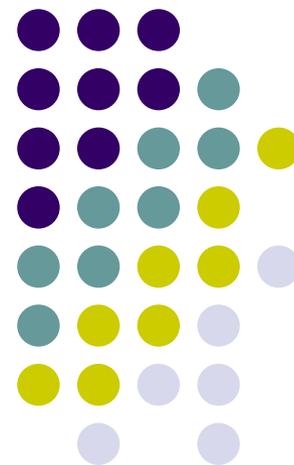


Учет в моделях наращения операций инфляций, обмена валют и налоговых отчислений





Инфляция в финансово- коммерческих расчетах



Сущность инфляции и необходимость ее учета в количественном анализе



- Инфляция – это экономическое явление, которое возникает вследствие целого комплекса как политических, так и социально-экономических событий.
- Инфляция – устойчивый рост среднего уровня цен на товары и услуги в экономике.

Внешним проявлением инфляции является повышение общего уровня цен, т.е. совокупный рост цен на товары и услуги в течение длительного времени.

Если наблюдается общее снижение цен происходит дефляция.



Показатели инфляции:

Уровень инфляции показывает, на сколько процентов выросли цены за рассматриваемый период времени. Он выступает обобщающим показателем финансово-экономического положения страны.

Индекс инфляции – относительного показателя, характеризующего среднее изменения уровня цен некоторого фиксированного набора товаров и услуг за данный период времени.

$$J_{\tau} = (1 + \tau)^T$$





Индекс потребительских цен (ИПЦ) – это показатель международной статистики, регулярно использующийся практически во всех странах мира (CPI – Consumer Price Index), который характеризует динамику затрат на постоянный набор товаров и услуг за счет ценностного фактора.

$$\tau = \text{ИПЦ} - 100\%$$

В зависимости от уровня инфляции в год выделяют:

- нормальную (ползучую) – от 3% до 10%;
- галопирующую – от 10% до 100%;
- гиперинфляцию – свыше 50% в месяц.

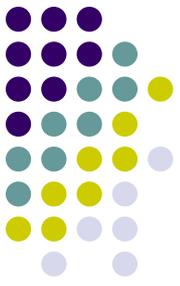
Вследствие начисления процентов происходит увеличение денежных сумм, но их стоимость под влиянием инфляции уменьшается.

$$S_u(t_0 + T) = \frac{S(t_0 + T)}{J_\tau} = S(t_0) \frac{(1+i)^T}{(1+\tau)^T}$$

Показатели финансовой операции могут быть представлены, как:

- номинальные, т.е. рассчитанные в текущих ценах;
- реальные, т.е. учитывающие влияние инфляции, и рассчитанные в сопоставимых ценах базисного периода.





Задача 1: Определить реальные результаты вкладной операции для суммы 5'000 руб., размещенной на полгода под 8% годовых, если ежемесячный уровень инфляции составляет 2%.

Решение:

Реальная сумма вклада с учетом инфляции

$$S_u(t_0 + T) = S(t_0) \frac{(1+i)^T}{(1+\tau)^T}$$

$$S_u(t_0 + T) = 5000 \frac{(1+0,08)^{0,5}}{(1+0,02)^6} = 4613,88 \text{ руб.}$$

Следовательно, наращенная величина по своей покупательной способности с учетом инфляции будет соответствовать сумме 4'613,88 руб., т.е. меньше первоначальной суммы.

Методы учета инфляции в финансовых расчетах



Индексация ставки процентов

- если уровень инфляции равен ставке начисляемых процентов, то реального роста денежных сумм не будет, т.к. наращение будет полностью поглощаться инфляцией;
- если уровень инфляции выше уровня процентной ставки, то происходит "проедание" капитала, и реальная наращенная сумма будет меньше первоначальной денежной суммы;
- если уровень инфляции ниже процентной ставки, то это будет соответствовать росту реальной денежной суммы.

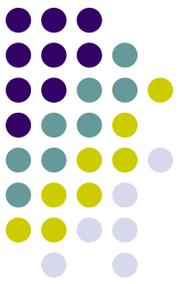
Формула для определения простой ставки процентов, компенсирующей ожидаемую инфляцию:

$$i_{\tau} = \frac{(1 + Ti)J_{\tau} - 1}{T}$$

Годовая ставка сложных процентов, обеспечивающая реальную доходность кредитной операции, определяется по формуле:

$$i_{\tau} = i + \tau + i\tau$$





Задача 2: Банк выдал клиенту кредит на один год в размере 20 тыс. руб. по ставке 6% годовых. Уровень инфляции за год составил 18%. Определить с учетом инфляции реальную ставку процентов по кредиту, погашаемую сумму и сумму процентов за кредит.

Решение:

Наращенная сумма без учета инфляции

$$S(t_0 + T) = S(t_0)(1 + i)^T = 20000(1 + 0,06)^1 = 21200 \text{ руб.}$$

Номинальные начисленные проценты

$$I = S(t_0 + T) - S(t_0) = 21200 - 20000 = 1200 \text{ руб.}$$

Реальная наращенная сумма с учетом инфляции

$$S_u(t_0 + T) = 20000 \frac{(1 + 0,06)^1}{(1 + 0,18)} = 17966,10 \text{ руб.}$$

Реальные проценты

$$I = S_u(t_0 + T) - S(t_0) = 17966,1 - 20000 = -2033,9 \text{ руб.}$$

Ставка по кредиту с учетом инфляции должна быть равна

$$i_\tau = \frac{(1 + Ti)J_\tau - 1}{T} = \frac{(1 + 0,06)1,18 - 1}{1} = 0,2508$$

Продолжение задачи 2:

Наращенная сумма

$$S(t_0 + T) = S(t_0)(1 + i)^T = 20000(1 + 0,2508)^1 = 25016 \text{ руб.}$$

Доход банка

$$I = S(t_0 + T) - S(t_0) = 25016 - 20000 = 5016 \text{ руб.}$$

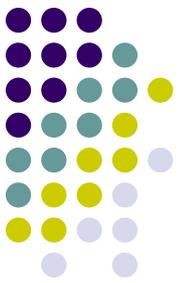
Реальная наращенная сумма с учетом инфляции

$$S_u(t_0 + T) = S(t_0) \frac{(1 + i)^T}{(1 + \tau)^M} = 20000 \frac{1 + 0,2508}{1 + 0,18} = 21200 \text{ руб.}$$

Доход банка с учетом инфляции:

$$I = S_u(t_0 + T) - S(t_0) = 21200 - 20000 = 1200 \text{ руб.}$$

Чтобы обеспечить доходность в размере 6 % годовых, ставка по кредиту с учетом инфляции должна составлять 25,1%



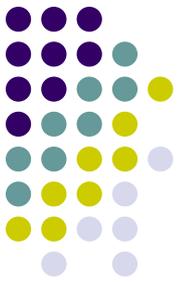
Для расчета номинальной ставки можно использовать следующую модель:

$$i_{\tau} = \frac{(1+i)}{\sqrt[T]{(1+\tau)}} - 1$$

из которой можно сравнивать уровни процентной ставки и инфляции, проводить анализ эффективности вложений и устанавливать реальный прирост вложенного капитала.

При начислении процентов несколько раз в год

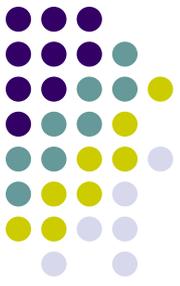
$$i_{\tau} = m \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m \sqrt[T]{(1+\tau)} - 1 \right]$$





Экономические расчеты при проведении валютных операций

Основные понятия валютных операций



Валютный курс – это цена денежной единицы национальной валюты, выраженная в денежных единицах другой страны.

Котировка - установление курса иностранной валюты.

Прямая котировка курса валюты показывает, сколько единиц национальной валюты надо заплатить за одну или 100 единиц иностранной валюты.

Косвенная котировка курса валюты - сколько единиц иностранной валюты можно получить за одну или 100 единиц национальной валюты.

Спрэд - разница между курсом продажи и курсом покупки валюты.

Оценка доходности операции покупки валюты



Сумма, полученная в результате проведенной операции, может быть определена по формуле:

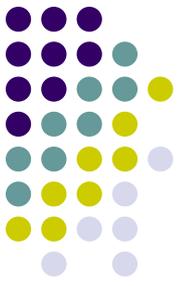
$$S(t_0 + T) = \frac{S(t_0)}{K_0} \cdot K_1 = S(t_0) \cdot I_k,$$

$S(t_0 + T)$ - сумма в рублях на конец операции;

K_0 - банковский курс продажи валюты,

K_1 - банковский курс покупки валюты.

$$I_k = \frac{K_1}{K_0}.$$



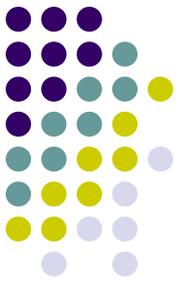
Поскольку в течение T лет в результате инфляции покупательная способность полученной суммы в определенной степени снизилась, то ее реальная покупательная способность может быть определена по формуле:

$$S = S(t_0) \cdot \frac{I_k}{I_p}$$

Индекс цен за период T лет

$$I_p = (1 + \gamma)^T$$

γ - среднегодовой темп инфляции



Определим доходность рассматриваемой финансовой операции в виде сложной годовой процентной ставки из равенства:

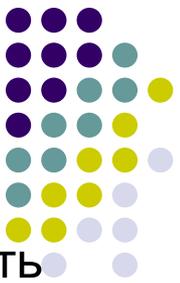
$$S(t_0) \cdot \frac{I_k}{I_p} = S(t_0)(1+i)^T \Rightarrow \sqrt[T]{\frac{I_k}{I_p}} = 1+i \Rightarrow i = \sqrt[T]{\frac{I_k}{I_p}} - 1$$

$$i = \sqrt[T]{\frac{I_k}{I_p}} - 1$$

Доходность такой операции равна нулю, если выполняется условие $I_k = I_p$.

При $I_k > I_p$ операция будет доходной, а при $I_k < I_p$ - убыточной.

Задача 3

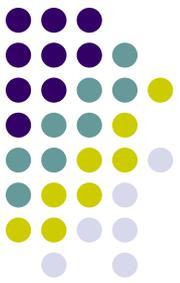


Предприниматель, имея свободную сумму 500 тыс. рублей предполагает приобрести на нее валюту с целью сохранения средств от инфляции, с тем, чтобы через 1,5 года вновь обменять валюту на рубли и приобрести на эти средства необходимое оборудование. На начало финансовой операции цена покупки доллара банком составляет 24,15 руб., а цена продажи - 24,20 рублей. Для евро эти показатели соответственно 34,65 руб. и 34,75 руб. Предполагается, что концу срока цена покупки долларов банком составит 24,75 руб., а цена продажи – 24,85 руб. Аналогичные показатели для евро на конец операции – 36,50 руб. и 36,60 руб. Среднегодовой темп инфляции прогнозируется на уровне 7,5%.

Определить:

- а) сумму в рублях, полученную в результате операции покупки-продажи долларов и евро;
- б) покупательную способность полученных сумм с учетом инфляции;
- в) доходность финансовых операций;
- г) курс покупки валюты банком в конце операции, который обеспечил бы полное сохранение средств от инфляции.

Решение задачи 3



Решение:

а)

$$S(t_0 + T)_{\text{долл}} = S(t_0) \cdot I^{\text{долл}}_k = S(t_0) \frac{K_1}{K_0} = 500 \cdot \frac{24,75}{24,2} = 500 \cdot 1,02273 = 511,36 \text{ тыс. рублей}$$

$$S(t_0 + T)_{\text{евро}} = S(t_0) \cdot I^{\text{евро}}_k = 500 \cdot \frac{36,5}{34,75} = 500 \cdot 1,05036 = 525,18 \text{ тыс. рублей}$$

Из произведенных расчетов видно, что операция с евро в данном случае дает лучший результат.

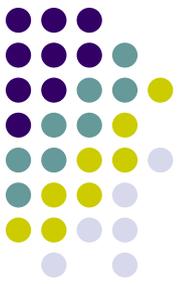
б) Скорректируем этот результат с поправкой на инфляцию:

$$S_{\text{долл}} = S(t_0) \cdot \frac{I^{\text{долл}}_k}{I_p} = \frac{S(t_0 + T)_{\text{долл}}}{I_p} = \frac{S(t_0 + T)_{\text{долл}}}{(1 + 0,075)^{1,5}} = \frac{511,36}{1,1146} = 458,783 \text{ руб.}$$

$$S_{\text{евро}} = S(t_0) \cdot \frac{I^{\text{евро}}_k}{I_p} = \frac{S(t_0 + T)_{\text{евро}}}{I_p} = \frac{525,18}{1,1146} = 471,825 \text{ руб.}$$

Следовательно, не удастся полностью сохранить деньги от инфляции.

Продолжение задачи 3



в) Определим доходность рассматриваемых финансовых операций.

$$i_{\text{долл}} = \sqrt[T]{\frac{I_{\text{долл}}^k}{I_p}} - 1 = \sqrt[1,5]{\frac{1,02273}{1,1146}} - 1 = 0,9443 - 1 = -0,0557$$

Операция с долларами является убыточной. Ее доходность отрицательна и составляет $-5,57\%$.

$$i_{\text{евро}} = \sqrt[T]{\frac{I_{\text{евро}}^k}{I_p}} - 1 = \sqrt[1,5]{\frac{1,05036}{1,1146}} - 1 = 0,96120 - 1 = -0,0388.$$

Операция с евро также убыточна. Ее доходность составляет $-3,88\%$.

Определим, при каком курсе покупки валюты в конце срока, операции по покупке-продаже валюты были бы безубыточны. Для этого используем равенство:

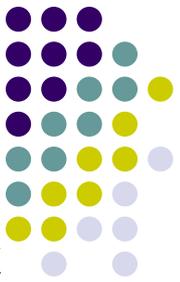
$$I_k^{\text{долл}} = I_p = \frac{K_1}{24,20} = 1,1146 \Rightarrow K_1 = 26,97 \text{ руб.}$$

Таким образом, при курсе покупки долларов банком по цене 26,97 руб. удастся сохранить деньги от инфляции. Для получения прибыли от такой операции, курс покупки должен превысить этот уровень.

Аналогично определим критическое значение курса евро из равенства:

$$\frac{K_1}{34,75} = 1,1146 \Rightarrow K_1 = 38,73 \text{ руб.}$$

Конверсия валюты и наращение по простым и сложным процентам



Для того чтобы найти возможности наилучшего размещения денежных средств (с конверсией или без нее), необходимо сравнить результаты непосредственного размещения денежных средств и опосредованно через другую валюту.

Существует четыре варианта для наращения процентов:

$$CKB \Rightarrow CKB$$

$$CKB \rightarrow \text{Руб.} \Rightarrow \text{Руб.} \rightarrow CKB$$

$$\text{Руб.} \Rightarrow \text{Руб.}$$

$$\text{Руб.} \rightarrow CKB \Rightarrow CKB \rightarrow \text{Руб.}$$

Здесь \rightarrow означает процесс конверсии;

\Rightarrow означает процесс наращения.

Вариант 1 и 3 не представляют интереса, т.к. здесь применяются обычные формулы наращения простых и сложных процентов.

В операциях наращения с конверсией валют можно выделить три этапа:

1. обмен валюты;
2. наращение процентов на полученную сумму;
3. конвертирование в исходную валюту.

$$CKB \rightarrow Py\bar{b}. \Rightarrow Py\bar{b}. \rightarrow CKB$$

Рассматривая этот процесс поэтапно, получим следующие результаты:

$$S(t_0) = S^*(t_0) \cdot K_0$$

$$S(t_0 + T) = S(t_0)(1 + iT) = S^*(t_0) \cdot K_0(1 + iT)$$

$$S^*(t_0 + T) = \frac{S(t_0 + T)}{K_1} = \frac{S^*(t_0) \cdot K_0(1 + iT)}{K_1} = S^*(t_0)(1 + iT) \cdot \frac{K_0}{K_1}$$

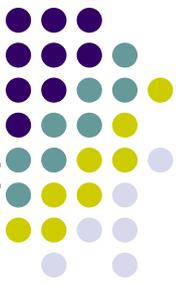
Нетрудно видеть, что результат операции в случае наращенной по сложным процентам может быть определен по формуле:

$$S^*(t_0 + T) = S^*(t_0)(1 + i)^T \cdot \frac{K_0}{K_1}$$

$S^*(t_0)$ — исходная сумма в валюте;

— наращенная сумма в валюте;

$S^*(t_0 + T)$



Доходность операции будет нулевой, если

Для простых процентов:

$$S^*(t_0 + T) = S^*(t_0) \Rightarrow (1 + iT) \cdot \frac{K_0}{K_1} = 1$$

Для сложных процентов:

$$(1 + i)^T \cdot \frac{K_0}{K_1} = 1$$

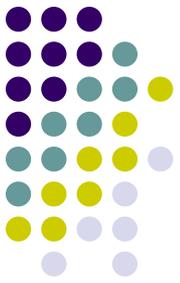
Следовательно, критическое значение курса продажи валюты в конце финансовой операции:

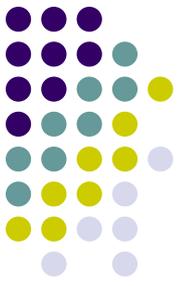
$$K_1 = K_0(1 + iT) \quad \text{- для простых процентов}$$

$$K_1 = K_0(1 + i)^T \quad \text{- для сложных процентов}$$

Операция убыточная, если

$$K_1 > K_0(1 + iT) \quad K_1 > K_0(1 + i)^T.$$





Задача 4. Предприниматель намерен поместить 5000 \$ на рублевый депозит на 4 месяца. Курс покупки долларов на начало финансовой операции составляет 25,3руб. за доллар. Ожидаемый курс продажи – 25,85руб. за доллар. Процентная ставка по рублевым депозитам 9%. Проценты простые. Определите:

- а) наращенную сумму в долларах;
- б) доходность операции с конверсией;
- в) критическое значение курса продажи доллара в конце сделки, при котором проведение финансовой операции целесообразно.

Решение:

а) Наращенная сумма:

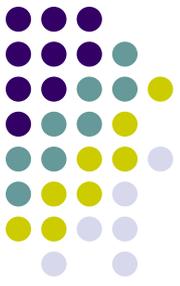
$$S^*(t_0 + T) = S^*(t_0)(1 + iT) \cdot \frac{K_0}{K_1} = 5000 \left(1 + 0,09 \cdot \frac{4}{12} \right) \cdot \frac{25,3}{25,85} = 5040,43\$.$$

б) Доходность операции с конверсией

$$i_k = \frac{5040,43 - 5000}{5000 \cdot \frac{4}{12}} = 0,024 \text{ или } 2,4\%.$$

в) Критическое значение

$$K_1 = K_0(1 + iT) = 25,3 \cdot \left(1 + 0,09 \cdot \frac{4}{12} \right) = 26,06 \text{ руб.}$$



Поскольку в момент заключения контракта значение курса продажи валюты в конце сделки неизвестно, полезно знать его максимально допустимое значение, при котором эффективность операции наращивания с конверсией валюты будет равна существующей ставке по соответствующим валютным депозитам. В этом случае применение двойного конвертирования не дает дополнительной выгоды.

Предположим, процентная ставка по валютным депозитам равна j .

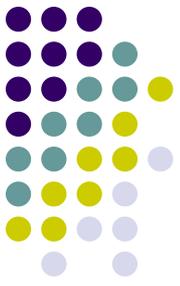
Тогда максимально допустимое значение может быть определено из равенства:

$$1 + jn = (1 + iT) \cdot \frac{K_0}{K_1} \Rightarrow K_1 = K_0 \cdot \frac{1 + iT}{1 + jT};$$

Проводить конверсию валюты нецелесообразно, если

$$K_1 > K_0 \cdot \frac{1 + iT}{1 + jT},$$

$$Pуб. \rightarrow CKB \Rightarrow CKB \rightarrow Pуб.$$



Рассматривая этот процесс поэтапно, получим следующие результаты:

$$S^*(t_0) = \frac{S(t_0)}{K_0};$$

$$S^*(t_0 + T) = S^*(t_0)(1 + jT) = \frac{S(t_0)(1 + jT)}{K_0};$$

$$S(t_0 + T) = S^*(t_0 + T) \cdot K_1 = \frac{S(t_0) \cdot K_1(1 + jT)}{K_0} = S(t_0)(1 + jT) \cdot \frac{K_1}{K_0}$$

Для сложных процентов:

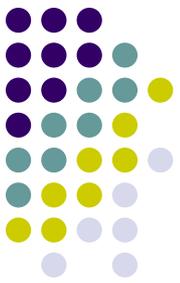
$$S(t_0 + T) = S(t_0)(1 + j)^T \cdot \frac{K_1}{K_0}.$$

Доходность операции будет нулевой, если⁰

$$S(t_0 + T) = S(t_0). \Rightarrow (1 + j)^T \cdot \frac{K_1}{K_0} = 1$$

Критическое значение курса продажи валюты в конце финансовой операции:

$$K_1 = \frac{K_0}{1 + jT}$$



Операция убыточна, если:

$$K_1 < \frac{K_0}{1 + jT} \quad - \text{ для простых процентов;}$$

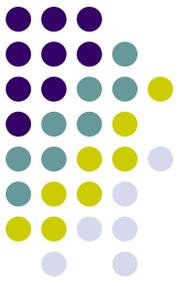
$$K_1 < \frac{K_0}{(1 + j)^T} \quad - \text{ для сложных процентов;}$$

Определим значение банковского курса покупки валюты, при котором эффективность операции наращивания с конверсией будет равна существующей ставке по рублевому депозиту. В этом случае применение двойного конвертирования не дает дополнительной выгоды.

Тогда минимально допустимая величина банковского курса покупки валюты может быть определена из равенства:

$$1 + iT = (1 + jT) \cdot \frac{K_1}{K_0} \Rightarrow K_1 = K_0 \cdot \frac{1 + iT}{1 + jT}$$

$K_1 < K_0 \cdot \frac{1 + iT}{1 + jT}$ - нецелесообразно проводить конверсию, а лучше положить деньги на рублевый депозит;



Задача 5. Предприниматель, имея сумму в размере 400 тыс. рублей, предполагает поместить ее на долларовом депозите на 3 месяца под процентную ставку 5% годовых, а затем обменять полученную сумму на рубли. Курс продажи долларов на начало срока депозита 25,45 руб., ожидаемый курс покупки через 3 месяца 25,85 руб. Процентная ставка на рублевом депозите 10%. Выяснить целесообразность этой сделки.

Решение:

Оценим целесообразность проведения конверсии. Для этого сравним

значения $K_1 = 25,85 \text{ руб.}$ $K_0 \cdot \frac{1 + iT}{1 + jT}$

$$K_0 \cdot \frac{1 + iT}{1 + jT} = 25,45 \cdot \frac{1 + 0,1 \cdot \frac{3}{12}}{1 + 0,05 \cdot \frac{3}{12}} = 25,14 \text{ руб.}$$

Следовательно, целесообразно провести операцию с конверсией.

Чтобы убедиться в этом, сравним результаты наращенной суммы с конверсией и без нее.

1. наращенная сумма с конверсией

$$S(t_0 + T) = S(t_0)(1 + jT) \cdot \frac{K_1}{K_0} = 400(1 + 0,05 \cdot 0,25) \cdot \frac{25,85}{25,45} = 411,365 \text{ тыс. руб.}$$

2. наращенная сумма на рублевом депозите (без конверсии):

$$S(t_0 + T) = S(t_0) \cdot (1 + iT) = 400 \cdot 410(1 + 0,1 \cdot 0,25) = 410 \text{ тыс. руб.}$$



Спасибо за внимание!