

## 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

### 2.1. Поляризация диэлектрика

Диэлектриками (или изоляторами) называют вещества, практически не проводящие электрического тока. В диэлектриках нет зарядов, способных перемещаться на значительные расстояния.

При внесении нейтрального диэлектрика в электрическое поле обнаруживаются существенные изменения как в поле, так и в самом диэлектрике. Диэлектрики состоят либо из нейтральных молекул, либо из заряженных ионов, находящихся в узлах кристаллической решетки (кристаллы NaCl).

Сами молекулы могут быть **полярными и неполярными.**

У полярных молекул центр «тяжести» отрицательного заряда сдвинут относительно центра тяжести положительных зарядов, в результате чего они обладают собственным дипольным моментом  $p$ . неполярные молекулы собственным дипольным моментом не обладают.

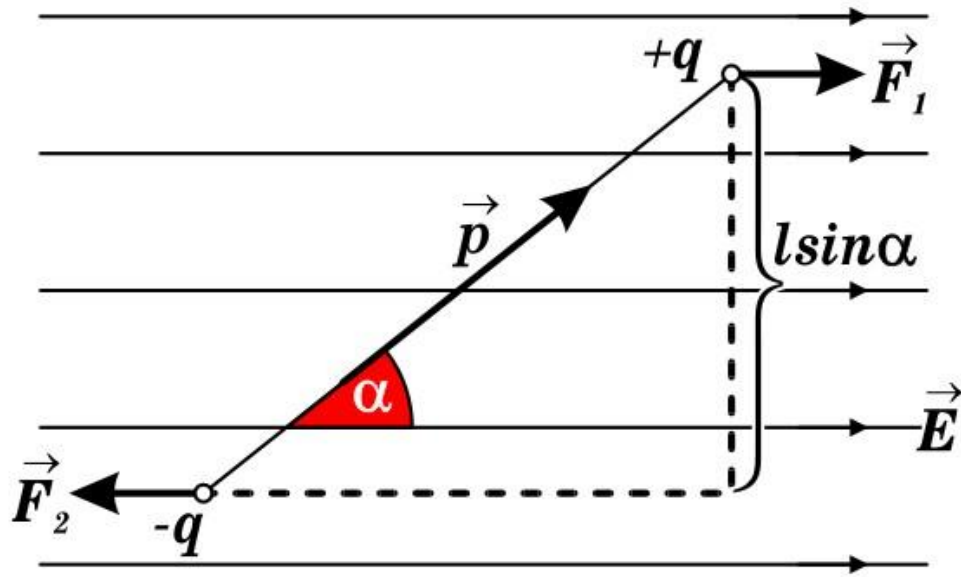
Под действием внешнего электрического поля происходит **поляризация диэлектрика.**

1) В **диэлектрических кристаллах** типа NaCl при включении внешнего поля все положительные ионы смещаются по полю, отрицательные — против.

2) В **неполярной молекуле** происходит смещение зарядов и молекула приобретает дипольный момент.

3) **Полярные молекулы** под действием внешнего поля поворачиваются так, чтобы их момент установился параллельно вектору  $E$ .

**Полярная молекула ведет себя как жесткий диполь во внешнем поле.**



**Момент сил, действующих на диполь:**

$$\vec{N} = [\vec{p}\vec{E}]$$

**Потенциальная энергия диполя в электрическом поле**

$$W = -pE \cos \alpha = -(\vec{p}\vec{E})$$

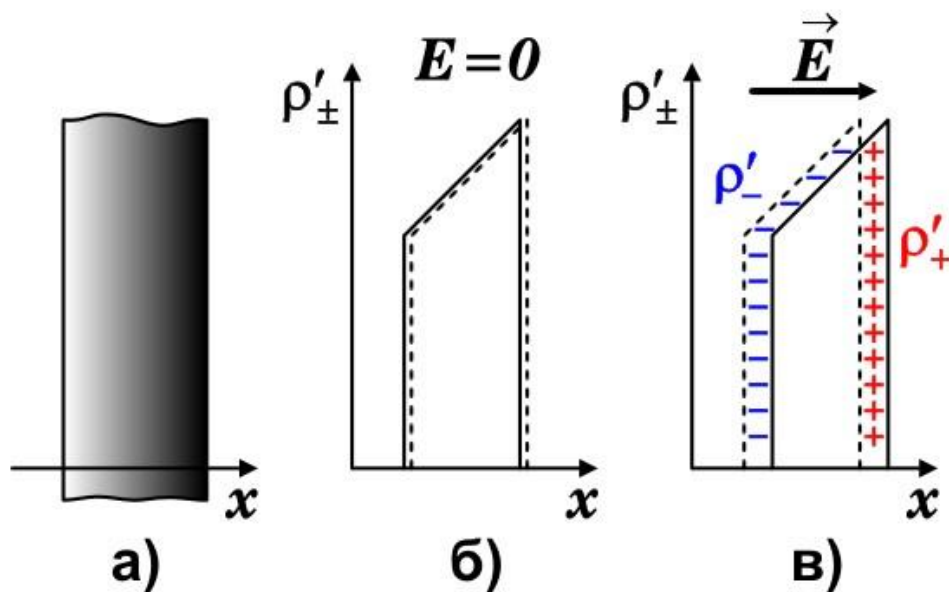
$$W=0, \text{ если } \vec{p} \perp \vec{E} .$$

$$W=-pE, \vec{p} \uparrow \uparrow \vec{E} \quad (\text{наименьшее значение энергии}).$$

$$W=pE, \vec{p} \uparrow \downarrow \vec{E} \text{ если } (\text{наибольшее значение энергии}).$$

В неоднородном поле силы  $F_1$  и  $F_2$  не будут равны по модулю и диполь будет либо втягиваться в область более сильного поля (угол  $\alpha$  острый), либо выталкиваться (угол  $\alpha$  тупой).

**Вывод:** независимо от механизма поляризации в этом процессе все положительные заряды смещаются по полю, а отрицательные против поля.



Рассмотрим пластину нейтрального неоднородного диэлектрика. При отсутствии внешнего поля объемные плотности зарядов в каждой точке диэлектрика равны  $\rho'_+ = \rho'_-$ .

Включение внешнего поля приведет к смещению зарядов и появлению **нескомпенсированных** зарядов в объеме и на поверхности диэлектрика.

В случае П-образного распределения зарядов (диэлектрик однородный) во внешнем поле возникают только поверхностные нескомпенсированные заряды.

Нескомпенсированные заряды, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называют **поляризационными или связанными**. Они могут смещаться лишь внутри электрически нейтральных молекул (обозначение  $q', \sigma', \rho'$ ). Заряды, которые не входят в состав молекул называют **сторонними**.

## 2.2. Поляризованность

Для количественного описания поляризации диэлектрика используют дипольный момент единицы объема – поляризованность:

$$P = \frac{1}{\Delta V} \sum p_i$$

где  $\Delta V$  – физически бесконечно малый объем внутри диэлектрика.

При поляризации диэлектрика положительный заряд в объеме  $\Delta V$  сместится относительно отрицательного на величину  $l$  и приобретут дипольный момент  $\Delta p = \rho'_+ \Delta V l$

$$P = \rho'_+ l$$

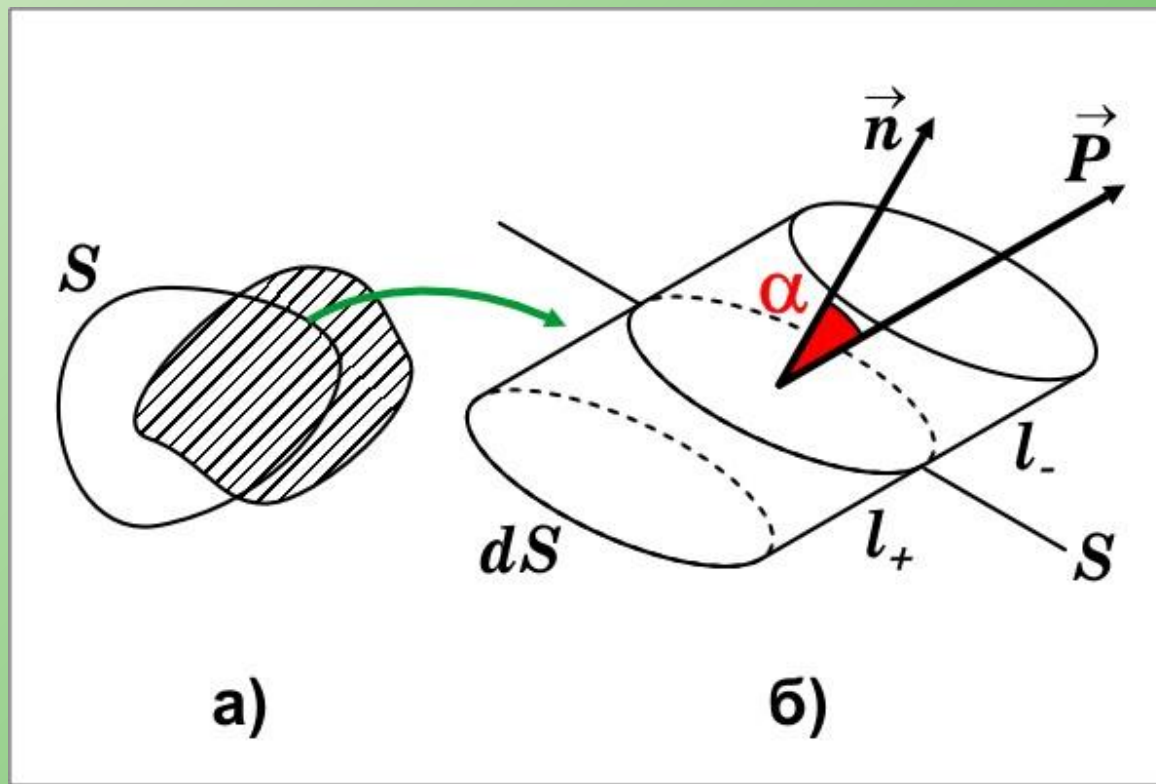
**Как показывает опыт для изотропных диэлектриков и если  $E$  не слишком велико**

$$\vec{P} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\kappa > 0$  – диэлектрическая восприимчивость вещества (не зависит от  $E$ ).

**Теорема Гаусса для поля вектора  $P$ :** поток вектора  $P$  сквозь произвольную замкнутую поверхность  $S$  равен взятому с обратным знаком избыточному связанному заряду диэлектрика в объеме, охватываемом поверхностью  $S$ .

$$\oint \vec{P} dS = -q'_{\text{внутр}}$$



Докажем, что в **однородном диэлектрике** при **отсутствии сторонних зарядов** объемная плотность избыточных связанных зарядов будет равна нулю.

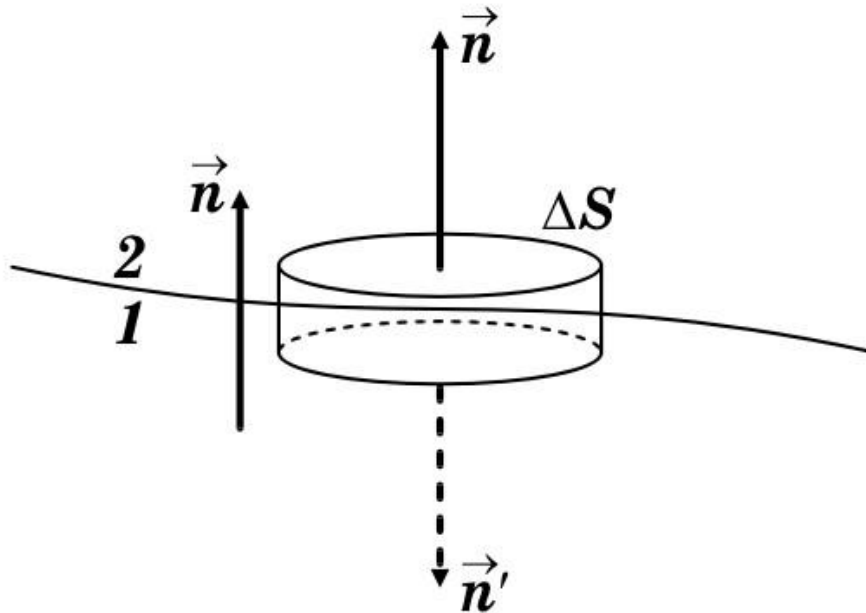
$$q' = -\frac{\kappa}{\kappa + 1} q$$

(справедливо для любого объема диэлектрика)



$$\rho' = -\frac{\kappa}{\kappa + 1} \rho$$

$$(\rho = 0 \Rightarrow \rho' = 0)$$



Связь между поляризованностью и поверхностной плотностью  $\sigma'$ .

$$P_{2n} - P_{1n} = -\sigma'$$

Нормальная составляющая вектора  $P$  испытывает разрыв, величина которого зависит от  $\sigma'$ .

Если вторая среда вакуум, то

$$\sigma' = P_n = \kappa \varepsilon_0 E_n$$

## 2.2. Описание поля в диэлектриках

Под напряженностью поля в диэлектрике понимают значение  $E$ , получающееся усреднением истинного поля по физически бесконечно малому объему – **макрополе**. Истинное (**микроскопическое**) поле в диэлектрике сильно меняется в пределах межмолекулярных расстояний.

Действие поля на макроскопические тела  $\sphericalangle$  определяется усредненным (**макроскопическим**) значением  $E$ . Это поле получается в результате наложения двух полей: поля  $E_0$ , создаваемого сторонними зарядами, т. е. такими зарядами, которые могут передаваться от одного тела к другому при их касании, и поля  $E'$  связанных зарядов.

$$\sphericalangle \quad \sphericalangle \quad \sphericalangle \\ E = E_0 + E'$$

**Теорема Гаусса для поля в диэлектрике:**

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E} dS = (q + q')_{\text{внутр}}$$

Эта формула мало полезна для вычисления поля так как заряд  $q'$  зависит от  $E$ .

**Электрическое смещение (индукция):**

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

**Теорема Гаусса для вектора  $D$ :** поток вектора  $D$  сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, охватываемых этой поверхностью.

$$\oint \vec{D} dS = q_{\text{внутр}}$$

**Теорема Гаусса в дифференциальной форме:**

$$\text{div} \vec{D} = \rho$$

## Связь векторов $D$ и $E$ .

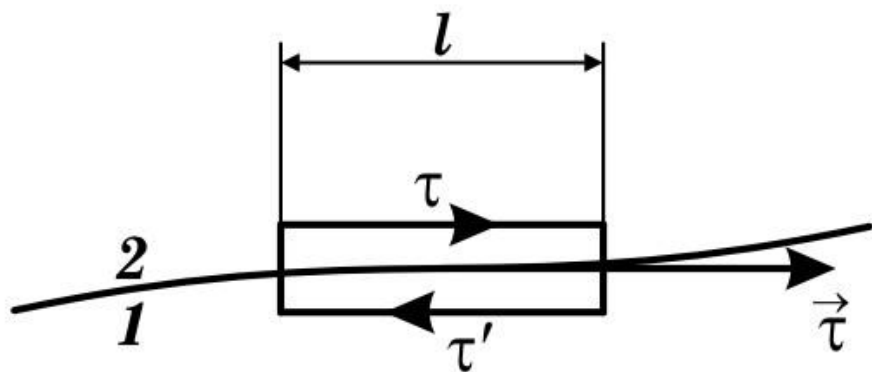
$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E},$$

где  $\varepsilon > 1$  диэлектрическая проницаемость среды ( $\varepsilon = 1$  для вакуума).

Линии вектора  $D$  начинаются и заканчиваются на сторонних зарядах, хотя само поле вектора  $D$  зависит как от сторонних, так и от связанных зарядов.

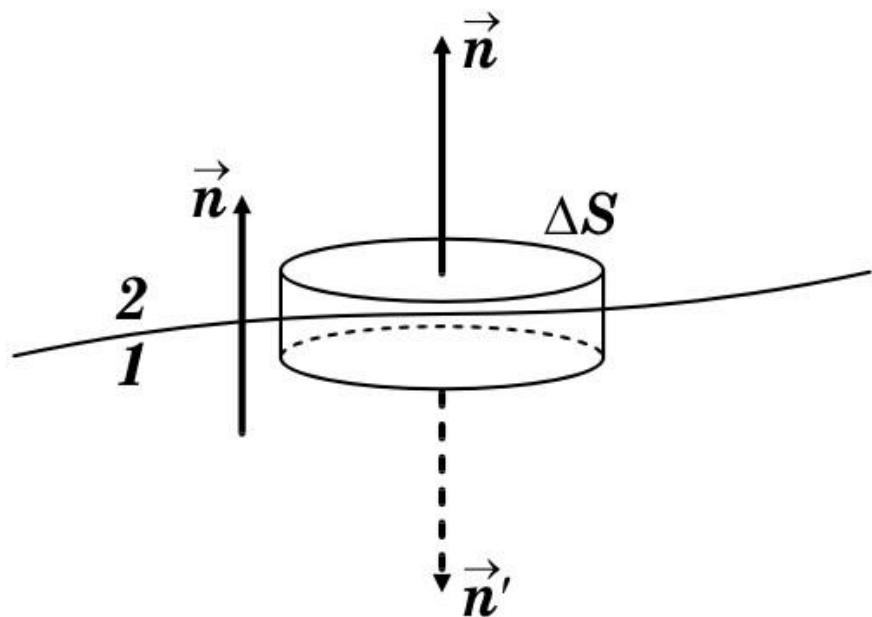
### 2.4. Преломление линий электрического смещения

Рассмотрим поведение векторов  $E$  и  $D$  на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков, на которой находится поверхностный сторонний заряд  $\sigma$ .



$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

Тангенциальные составляющие вектора  $E$  одинаковы по обе стороны границы раздела.



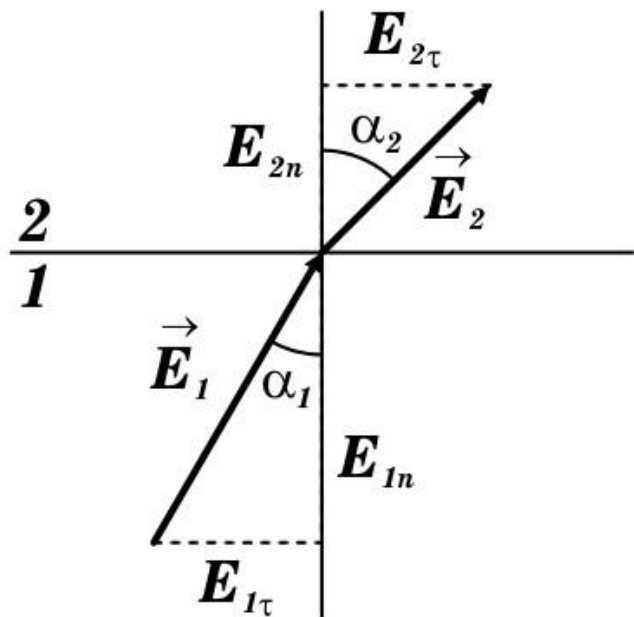
$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma$$

Нормальная составляющая вектора  $D$  испытывает скачок при переходе границы раздела.

$$\text{Если } \sigma = 0, \quad D_{2n} = D_{1n}$$

Если на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков **сторонних зарядов нет**, то при переходе этой границы составляющие  $E_\tau$  и  $D_n$  изменяются непрерывно, без скачка. Составляющие  $E_n$  и  $D_\tau$  претерпевают скачок.

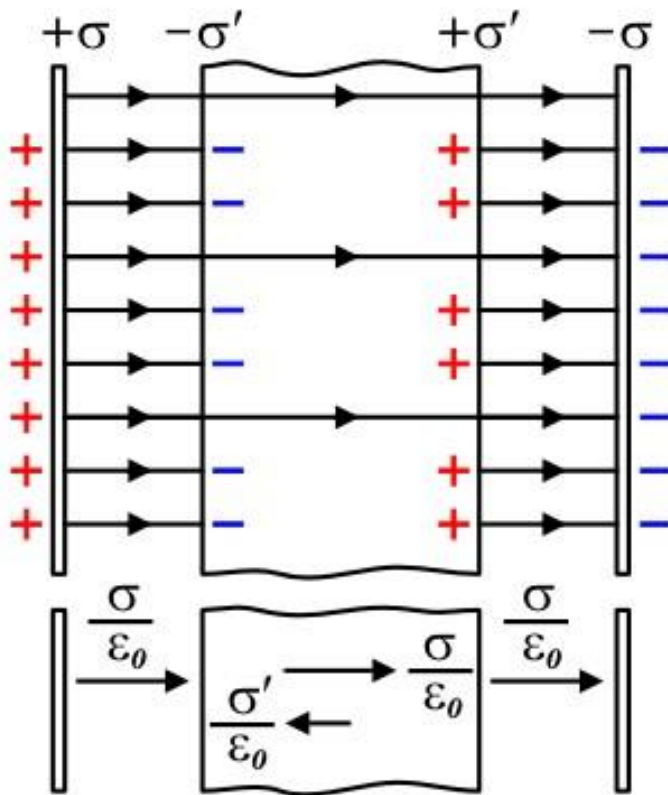
Это приводит к тому, что линии векторов  $E$  и  $D$  испытывают излом (преломляются) на границе двух диэлектриков.



$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

## 2.5. Поле в однородном диэлектрике

Определение результирующего поля  $E$  в веществе довольно сложная задача, так как мы не знаем заранее, как распределяются индуцированные заряды в веществе. Универсальной формулы для нахождения  $E'$ , к сожалению, нет.

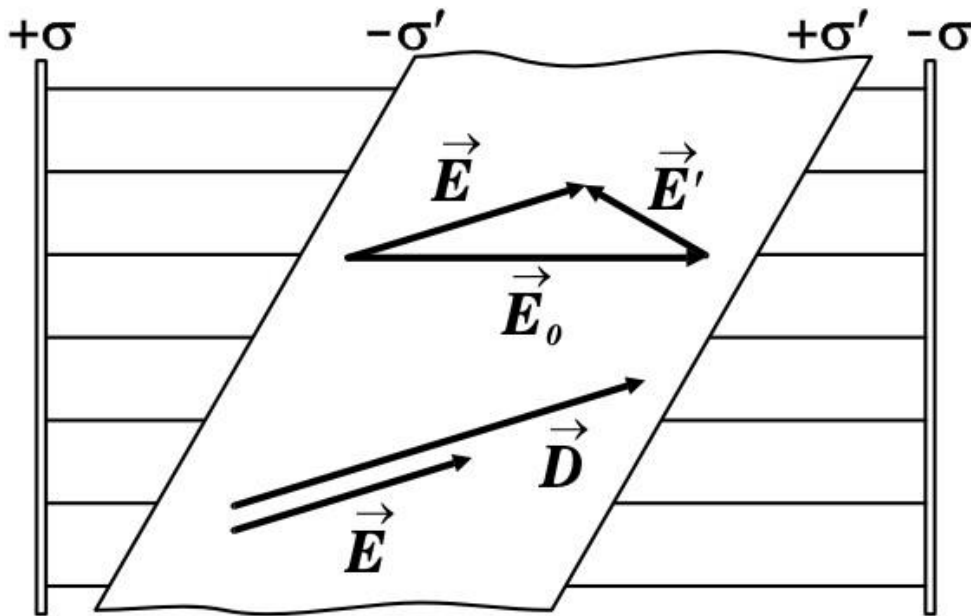


Поле внутри плоской пластины:

$$E = E_0 / \epsilon$$

В рассматриваемом случае относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  показывает, во сколько раз ослабляется поле за счет диэлектрика.

Можно показать, что если однородный диэлектрик полностью заполняет объем, ограниченный **эквипотенциальными поверхностями**, напряженность поля внутри диэлектрика в  $\epsilon$  раз меньше, чем напряженность поля свободных зарядов.



$$D = \epsilon_0 E_0$$



$$D \neq \epsilon_0 E_0$$