Модели атомных ядер

Модели атомных ядер.

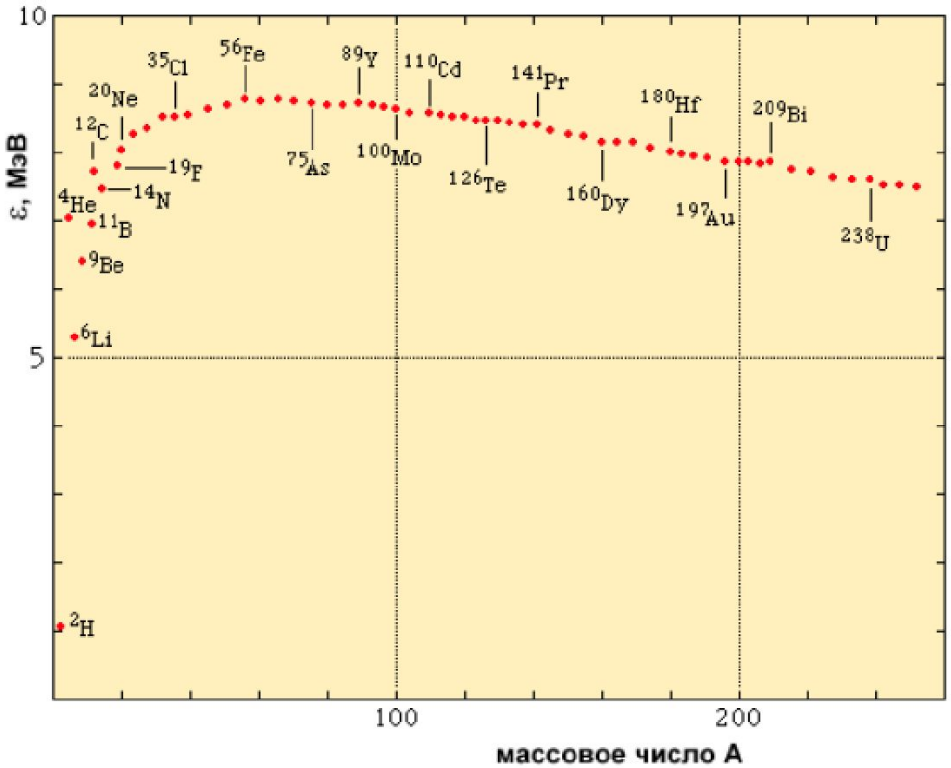
- Что мы ждём?
- Микроскопические и коллективные модели.
- Модель жидкой капли.
- Оболочечная модель.
- Модель Ферми-газа.
- Оптическая модель.

Что мы ждём?

- Стабильность ядер?
- Виды распадов?
- Энергии и угловые распределения частиц?
- Радиусы, массы, энергии связи?
- Спины, моменты, чётности?
- Энергетические уровни?
- Вероятности переходов?
- Сечения взаимодействия?
- Распространённость изотопов?
- .....

Физические обоснования моделей

1. Плотность ядерного вещества приблизительно постоянна: $R = r_0 \cdot A^{1/3}$, $\rho \approx 0.17$ нуклон/ферми^3
2. Удельная энергия связи приблизительно постоянна



$$\varepsilon(A,Z) = \frac{W(A,Z)}{A}$$

Свойства 1 и 2 обусловлены природой ядерных сил, которые имеют конечный радиус действия и вызывают сильное взаимное притяжение нуклонов, находящихся друг от друга на расстоянии от ~2 ферми до ~0.5 ферми, но при уменьшении этого расстояния начинают действовать как очень сильные отталкивающие силы.

Коллективные модели

- в этих моделях предполагается, что взаимодействие между соседними нуклонами настолько велико, что степени свободы индивидуальных нуклонов можно не учитывать

(капельная модель, макроскопические модели).

Физические обоснования моделей

- Средняя длина пробега нуклонов в ядре велика по сравнению с расстоянием между ними и превышает размеры ядра. Взаимодействие нуклонов приводит к возникновению среднего ядерного поля, в котором частицы движутся независимо друг от друга.

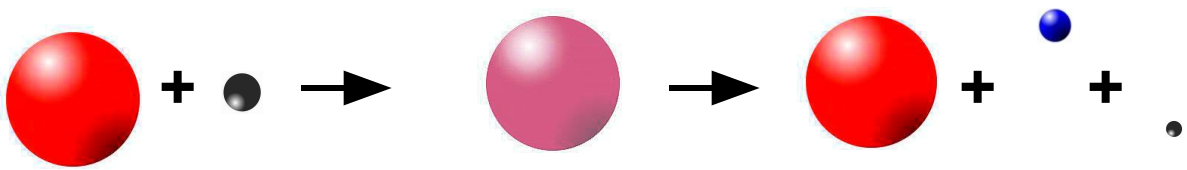
(модели независимых частиц, микроскопические модели)

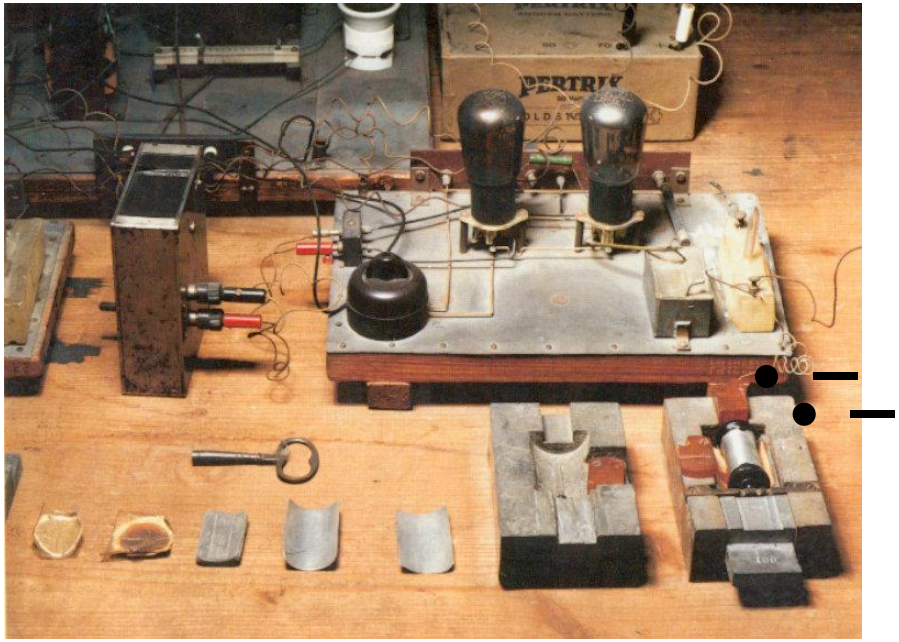
Капельная модель

- Опыты Резерфорда по изучению α-радиоактивности 1911 год.
- $R = r_0 \cdot A^{1/3}$,
- $\rho_n = A/V = A/(4/3\pi R^3) \approx 10^{38}$ нуклон/см^3,
- ρ(г/см^3) $= \rho_n m_n \approx 10^{14}$ г/см^3

1934: поиск трансуранов

$$^{238}_{92}U + n \rightarrow {}^{239}_{92}U^* \rightarrow {}^{239}_{93}Nn + e^- + \bar{\nu}$$

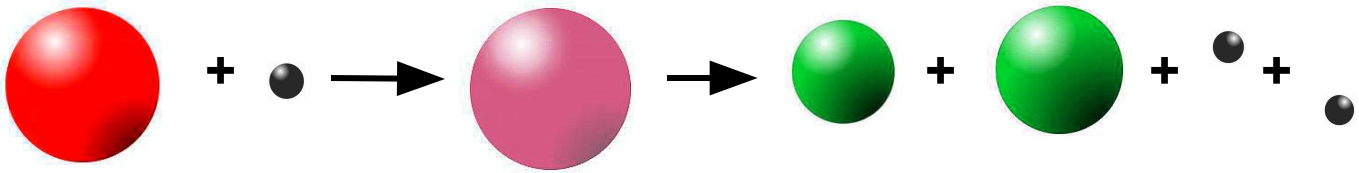


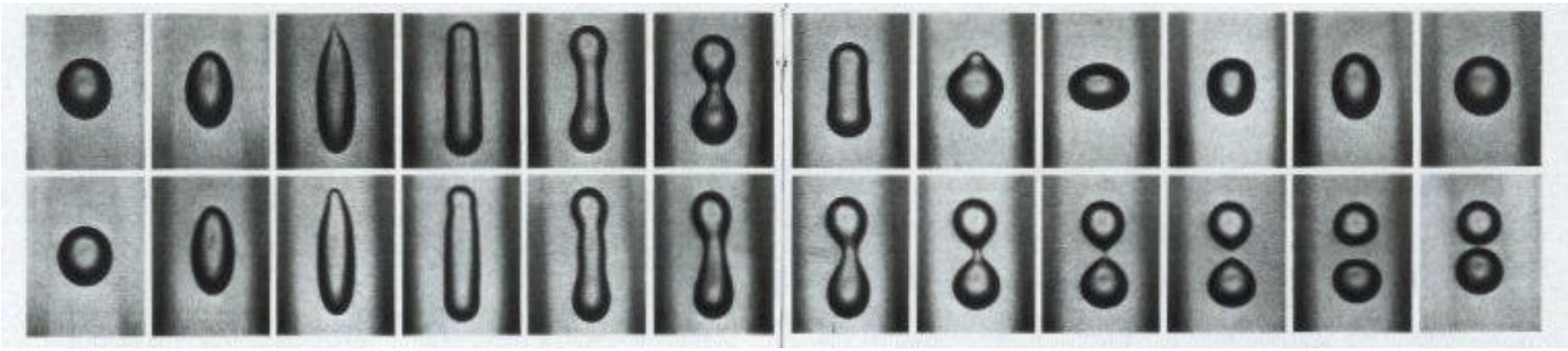


Otto Hahn und Lise Meitner

1938: открытие деления ядер

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{236}_{92}U^{*} \rightarrow ^{90}_{36}Kr + ^{144}_{56}Ba + ^{1}_{0}n + ^{1}_{0}n$$





Модель жидкой капли

Формула Вайцзеккера

- Энергия связи ядра W(A,Z) – энергия, которая необходима для того, чтобы разделить ядро на отдельные составляющие его нуклоны.

$$W \approx \alpha A$$

- Нуклоны неравноценны

$$W \approx \alpha A - \beta A^{2/3}$$

- Кулоновское расталкивание

$$W \approx \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2/A^{1/3}$$

«Некапельные» члены

- «Энергия симметрии»

$$- \delta (A/2 - Z)^2/A$$

- Эффекты чётности

$$\zeta A^{-3/4}$$

$\zeta =$ +34 МэВ – чётно-чётные ядра;
$\zeta =$ 0 – нечётные ядра;
$\zeta =$ –34 МэВ – нечётно-нечётные ядра.

Формула Вайцзеккера

$$W(A,Z) = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - \delta \frac{(A-2Z)^2}{A} + \zeta A^{-3/4}$$

$\alpha = 15.6$ МэВ,
$\beta = 17.2$ МэВ,
$\gamma = 0.72$ МэВ,
$\delta = 23.6$ МэВ.

$\zeta = +34$ МэВ – чётно-чётные ядра;
$\zeta = 0$ – нечётные ядра;
$\zeta = -34$ МэВ – нечётно-нечётные ядра.

Область применения

- Вычисление энергии связи с точностью ~10^{-4}
- Вычисление масс ядер;
- Вычисление энергий отделения частиц;
- Вычисление энергий распадов;
- Колебания жидкости;
- Качественная теория деления ядер;
- Линия β-стабильности.

Недостатки

- Непоследовательность модели;
- Низкая точность;
- Качественный характер;
- Игнорирует периодичность.

Модель ферми-газа

- В этой модели рассматривается движение невзаимодействующих друг с другом нуклонов в области объемом V, в пределах которой потенциал считается постоянным,
- Волновые функции нуклонов – плоские волны,
- В ограниченном объеме V возможен только дискретный набор значений вектора импульса, $\vec{p} = \{ p_x, p_y, p_z \}$
- На каждом нейтронном (или протонном) уровне могут в соответствии с принципом Паули находится только два нейтрона (или протона), имеющие разные проекции спина,
- Граница, разделяющая заполненные и незаполненные одночастичные уровни, называется границей Ферми.

- Из статистики Ферми:

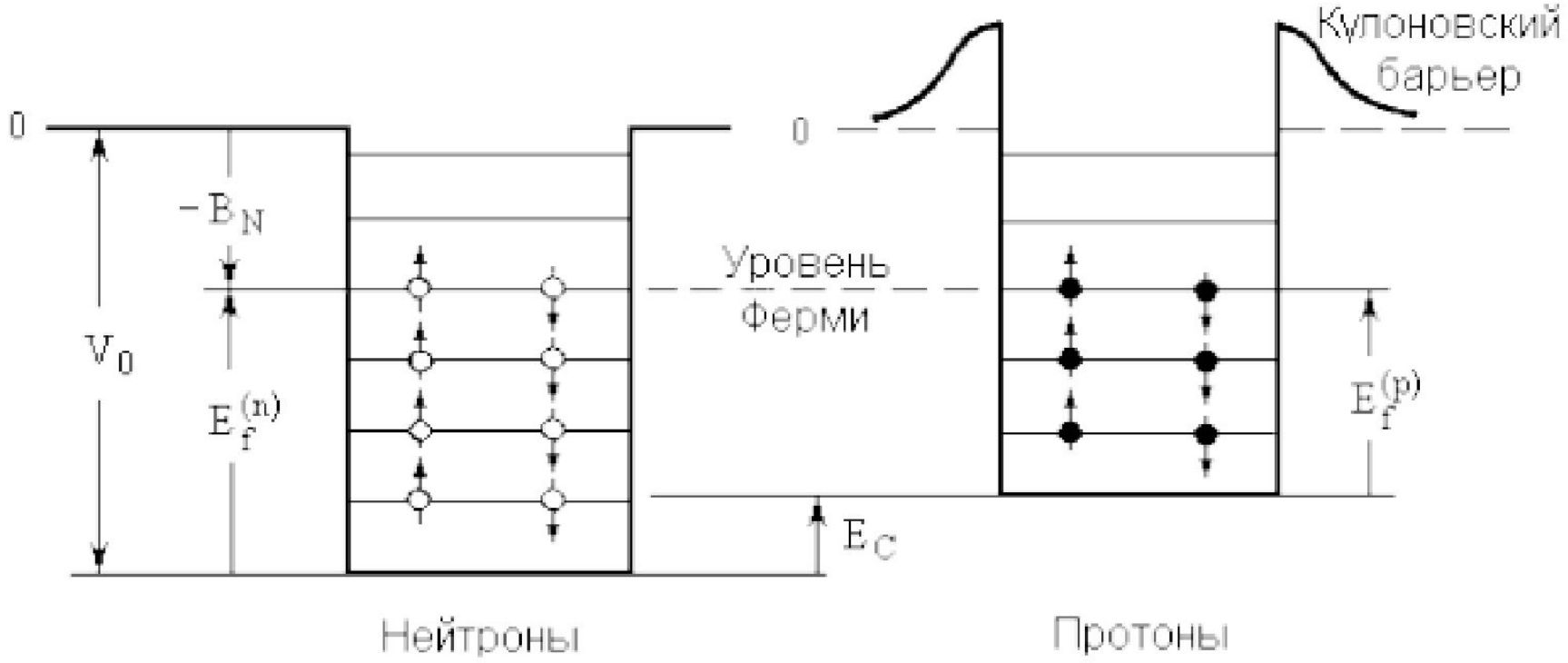
$$p_f^{(n)} = (3\pi^2\hbar^3 N/V)^{1/3}, \text{ и } p_f^{(p)} = (3\pi^2\hbar^3 N/V)^{1/3}.$$

$$p_f = p_f^{(n)} = p_f^{(p)} = ((9\pi\hbar)/(8r_0))^{1/3} = 8.1\cdot 10^{-22} \text{ МэВ}\cdot\text{с/ферми},$$

$$E_f^{(n)} = \frac{(p_f^{(n)})^2}{2m}, \; E_f^{(p)} = \frac{(p_f^{(p)})^2}{2m}$$

$$E_f = E_f^{(n)} = E_f^{(p)} = 32 \text{ МэВ}.$$

Нейтронные и протонные одночастичные уровни энергии в модели ферми-газа.



Область применения

- **В случаях, где важно движение нуклонов внутри ядра: рождение частиц, некоторые реакции.**

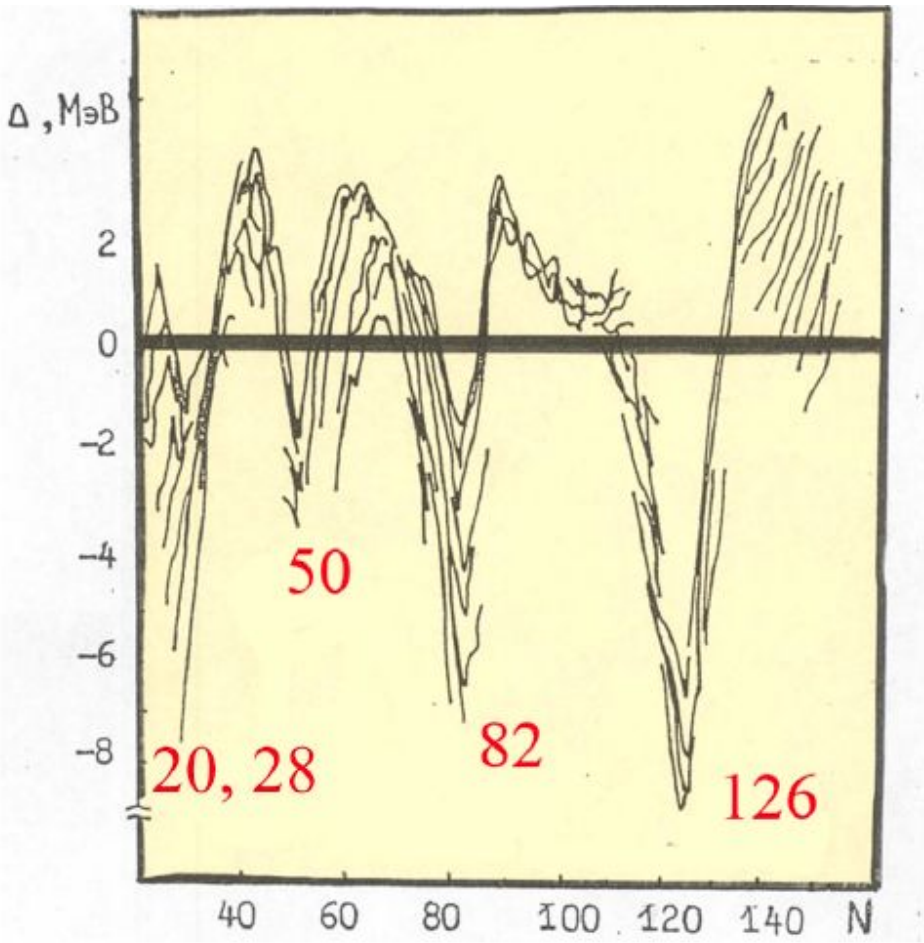
Оболочечная модель

- **В модели оболочек предполагается, что нуклоны движутся независимо друг от друга в сферически-симметричной потенциальной яме. Собственные состояния нуклона в такой яме находят, решая соответствующее уравнение Шредингера.**

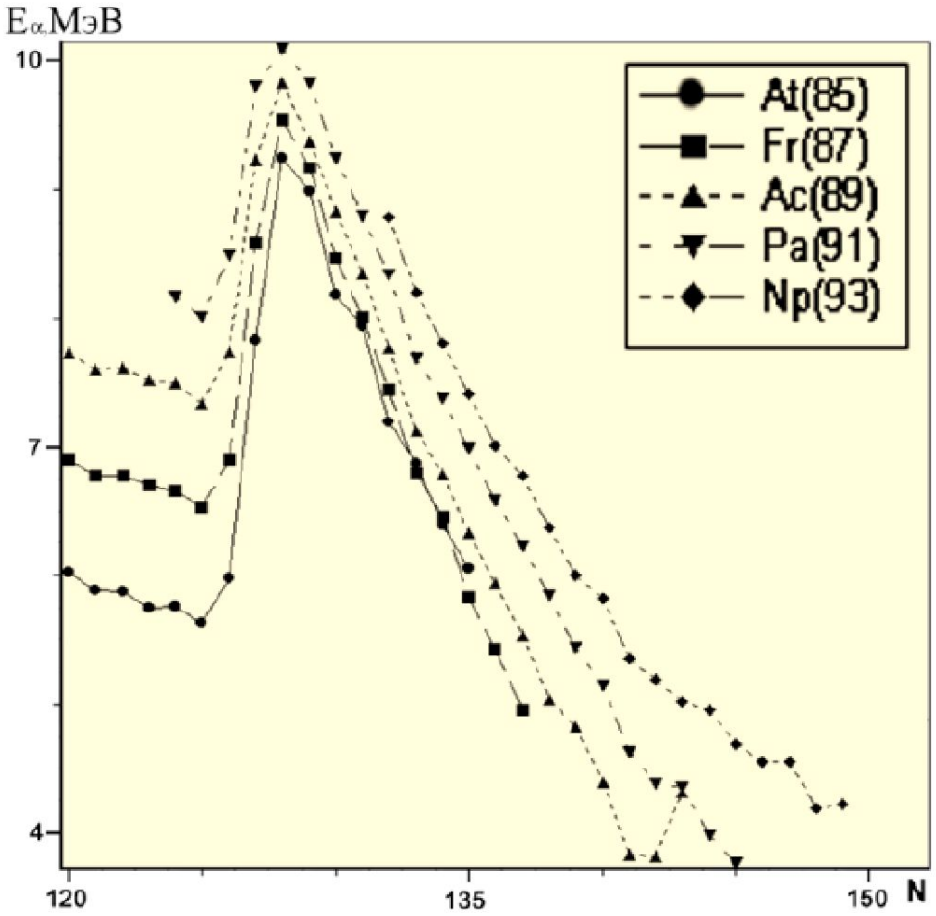
Обоснование модели

- **Периодичность свойств;**
- **Магические числа: 2, 8, 20, 50, 82, 126;**
- **Нулевые квадрупольные моменты (сферичность ядер);**
- **Распространённость изотопов.**

Энергии связи ядер

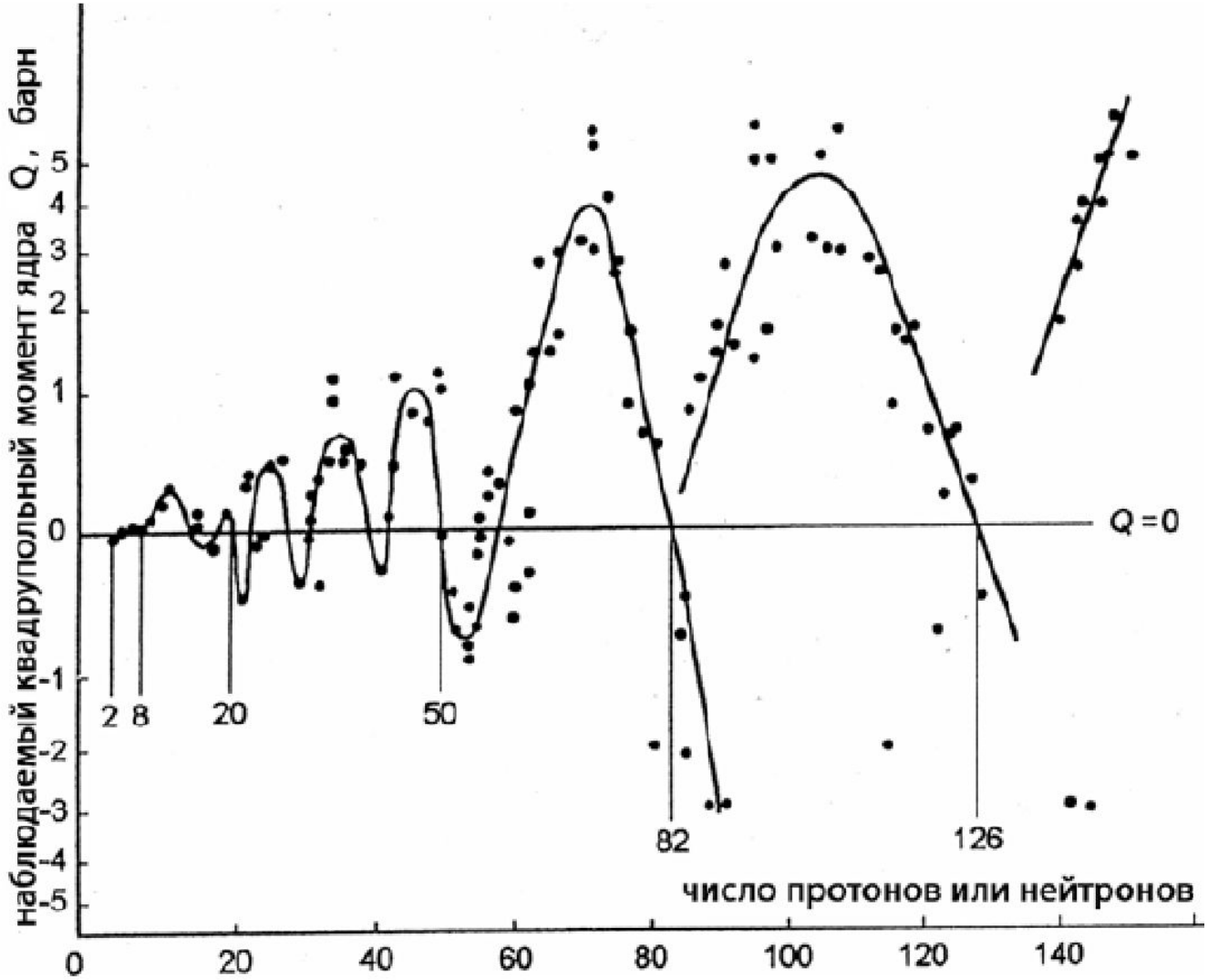


Энергия α-распада $Q_\alpha(A,Z)$

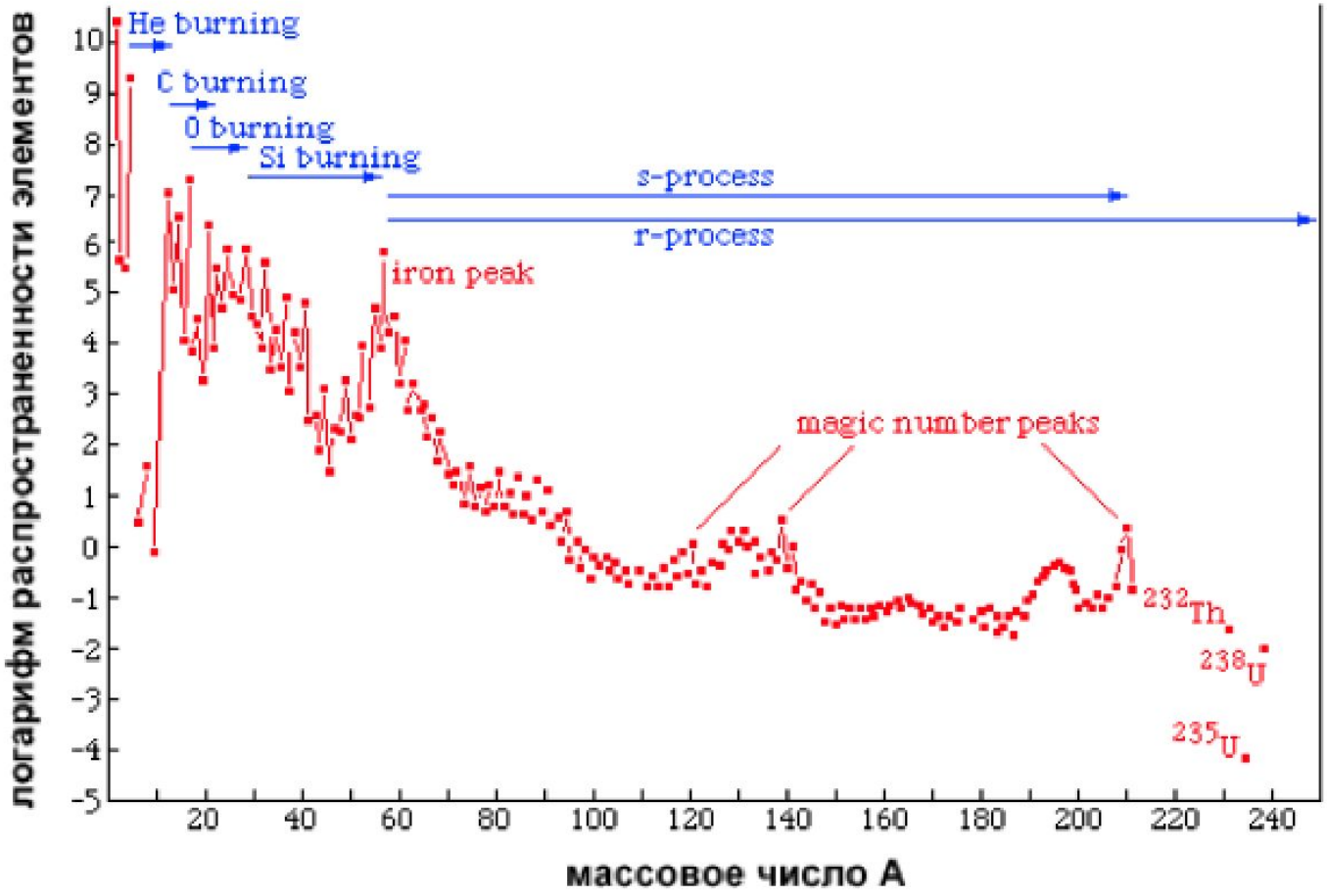


Зависимости энергии α-распада E_α изотопов Z = 85, 87, 89, 91, 93 от числа нейтронов в ядре.

Квадрупольные моменты ядер

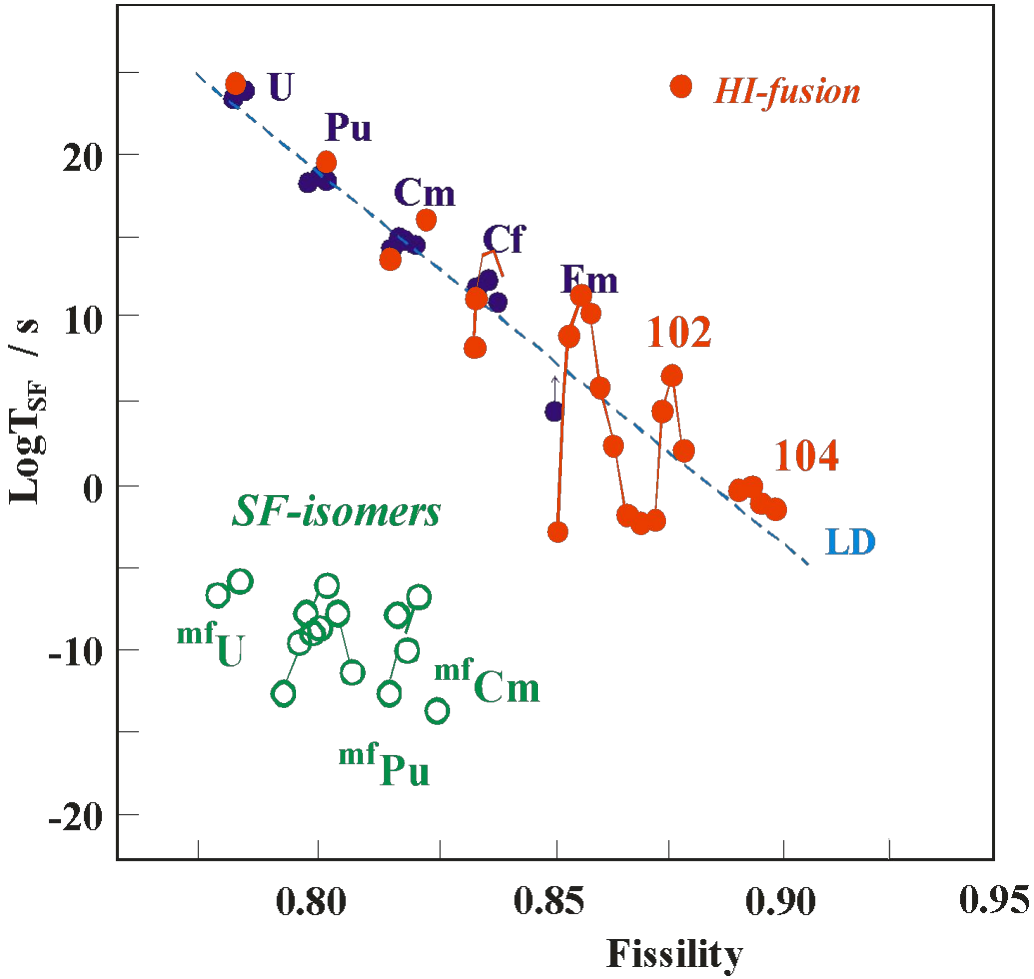


Распространённость нуклидов во Вселенной



Распространенность *Si* принята равной 10^6.

Периоды полураспада актинидов



- **Первые попытки: Бартлет (1932 г.) и Эльзассер (1933 г.): объяснили 2, 8, 20.**
- **Окончательный вид 1949 г: М. Гепперт-Майер и Дж. Иенсен.**

Построение модели

- **Принцип Паули выполняется.**
- **В атоме есть силовой центр и электроны слабо взаимодействуют между собой.**
- **В ядре нет силового центра, нуклоны сильно взаимодействуют между собой.**

$$n \approx 10^{38}\ \text{нукл/см}^3;\ \sigma \approx 3\cdot 10^{-25}\ \text{см}^2;$$

$$\lambda = 1/(n\sigma) \approx 3\cdot 10^{-14}\text{см !!}$$

Построение модели

- Малый радиус взаимодействия.
- Сложение эффектов от потенциальных ям.
- Большая плотность ядра → однородность потенциала.
- Принцип Паули → большая длина свободного пробега → отсутствие взаимодействия.

Основные положения:

- В сферическом потенциале движутся невзаимодействующие нуклоны.
- Потенциал одинаков для протонов и нейтронов.
- Орбитальный момент является интегралом движения.
- Выполняется принцип Паули (2(2l+1)).
- Решения уравнений Шредингера.

Ядерные потенциалы

В первом приближении можно считать ядерный потенциал сферически симметричным. В качестве потенциалов используют:

пямоугольную потенциальную яму $V_{пя}$

$$V_{пя}(r) = \begin{cases} -V_0, & r \le R, \\ 0, & r \ge R. \end{cases}$$

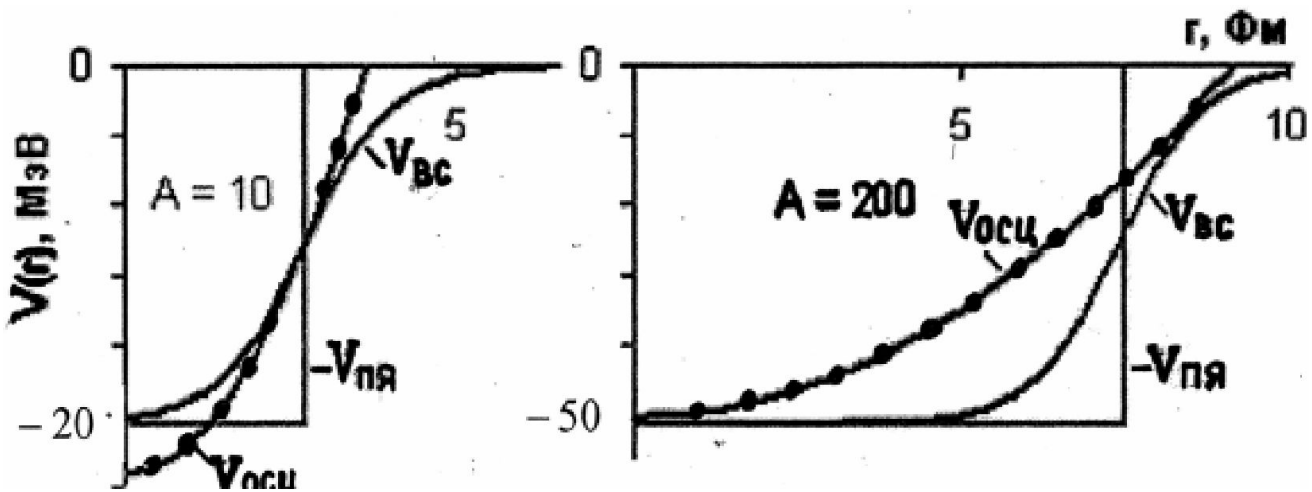
осцилляторный потенциал $V_{осц}$,

$$V_{осц}(r) = -V_0 + \frac{1}{2} M\omega^2 r^2,$$

потенциал Вудса-Саксона $V_{ВС}$.

$$V_{ВС}(r) = -\frac{V_0}{1+e^{\frac{r-R}{a}}}.$$

Ядерные потенциалы

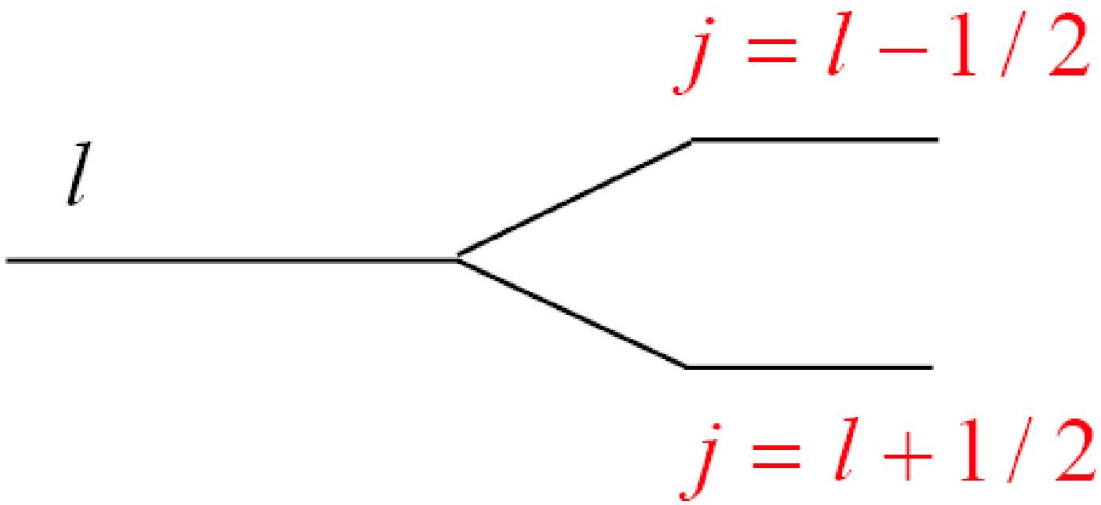


Магические числа в прямоугольной яме: 2, 8, 10, 20, 34, 40, 58, 68, 70, 92, 106, 112

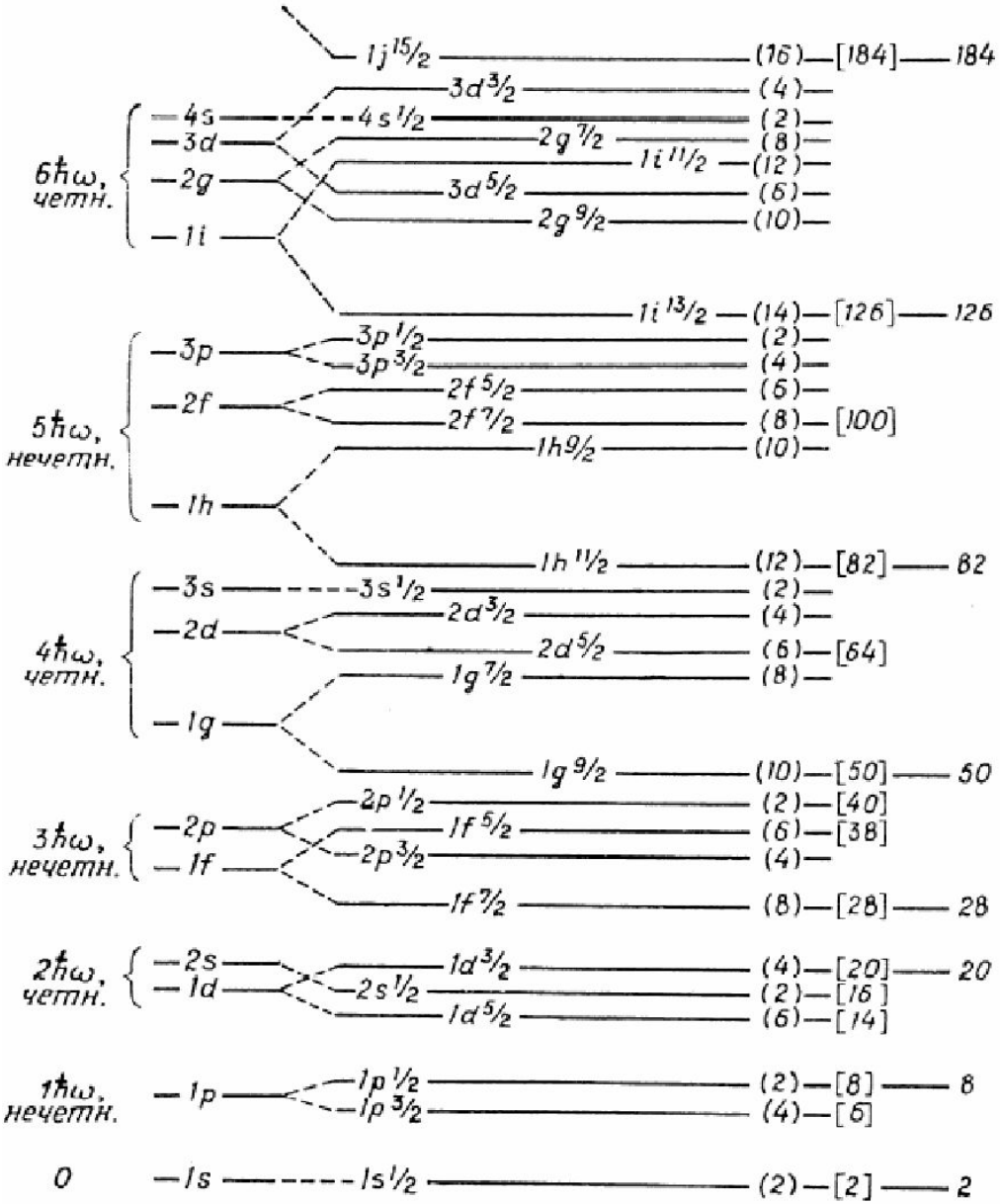
Необходимо вводить спин-орбитальное взаимодействие!

Спин-орбитальное взаимодействие

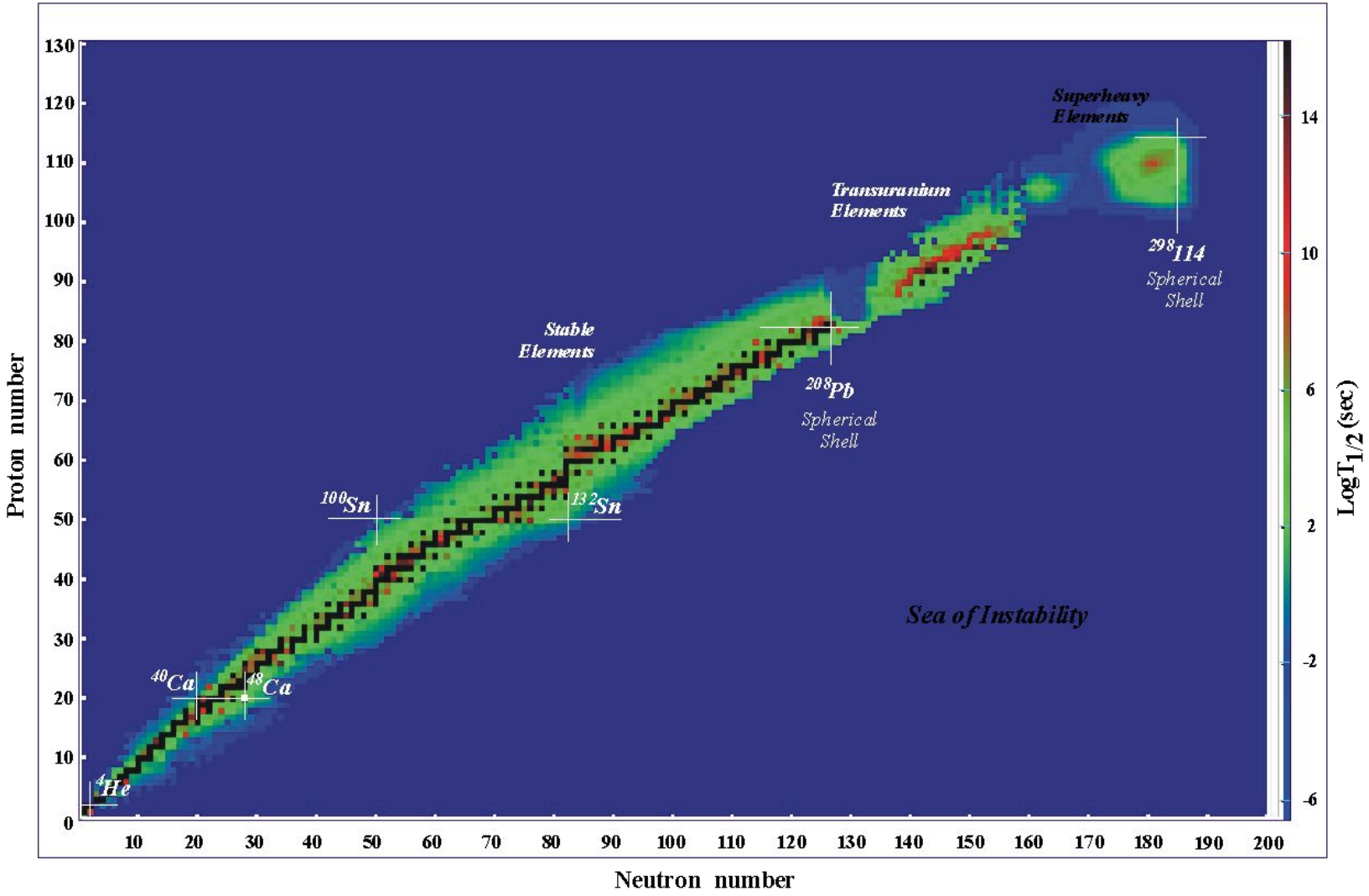
- Энергия состояния с данным **l** принимает два значения.
- Параллельной ориентации спина и момента соответствует большая энергия связи.
- Уровни с данным **l** расщепляются на два **i = l ± ½**
- np → $np_{1/2}$ и $np_{3/2}$
- nd → $nd_{3/2}$ и $nd_{5/2}$



Одночастичные уровни в оболочечном потенциале



Карта изотопов



Недостатки оболочечной модели

- Объясняет немногие свойства ядер в основном состоянии.
- Неправильные значения спинов.
- Наличие вращательных уровней у чётно-чётных ядер.
- Заниженные значения электрических квадрупольных моментов.
- Заниженные вероятности E2 переходов.

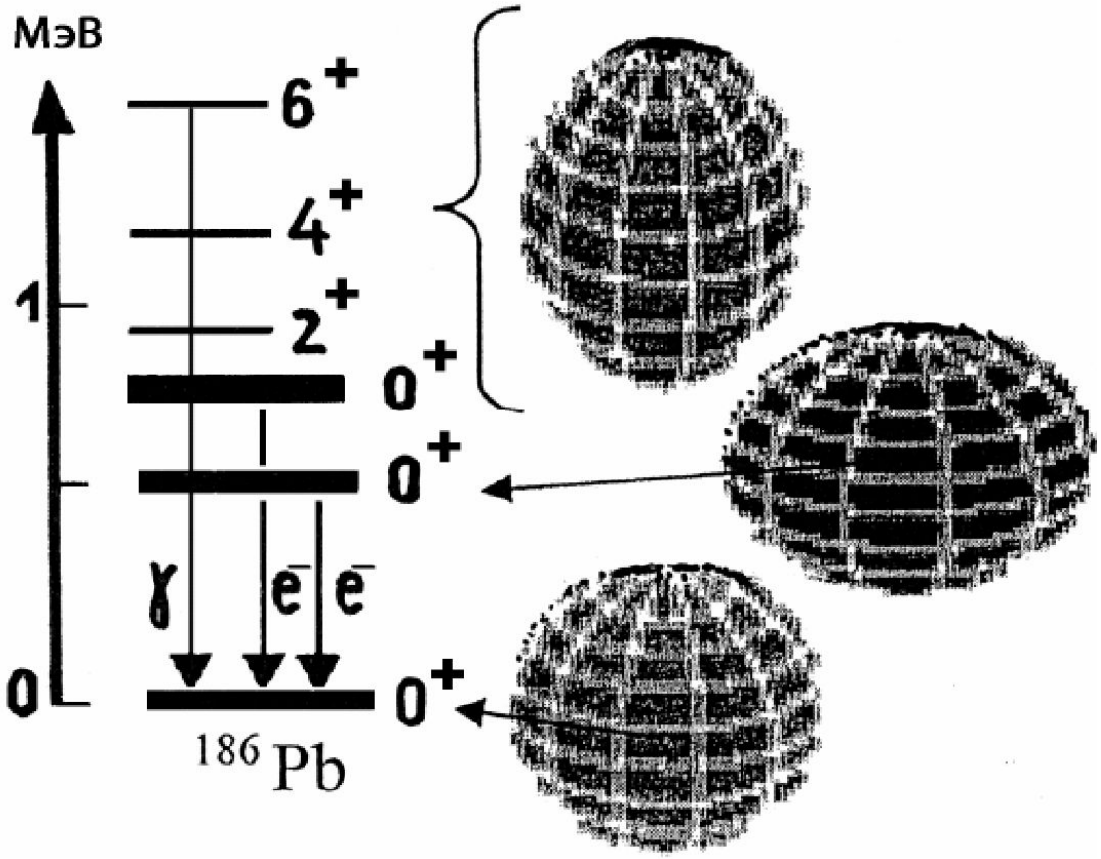
Недостатки оболочечной модели

- Объясняет немногие свойства ядер в основном состоянии.
- Неправильные значения спинов.
- Наличие вращательных уровней у чётно-чётных ядер.
- Заниженные значения электрических квадрупольных моментов.
- Заниженные вероятности E2 переходов.

Обобщённая модель ядра

- Потенциал не является жёстким.
- Взаимодействие определяется числом нуклонов сверх замкнутой оболочки.
- Центробежное давление на стенки ядра.
- Деформация ядер в основном состоянии.
- Появление вращательных степеней свободы.
- Перестройка остова ядра.
- Связь всех степеней свободы.

Форма ядра



Форма атомных ядер может изменяться в зависимости от того, в каком возбужденном состоянии оно находится. Например, ядро ^{186}Pb в основном состоянии (0+) сферически симметрично, в первом возбужденном состоянии 0+ имеет форму сплюснутого эллипсоида, а в состояниях 0+,2+, 4+,6+ форму вытянутого эллипсоида.

Одночастичные состояния в деформированных ядрах

- Аксиально-симметричный потенциал гармонического осциллятора – ***потенциал Нильссона.***

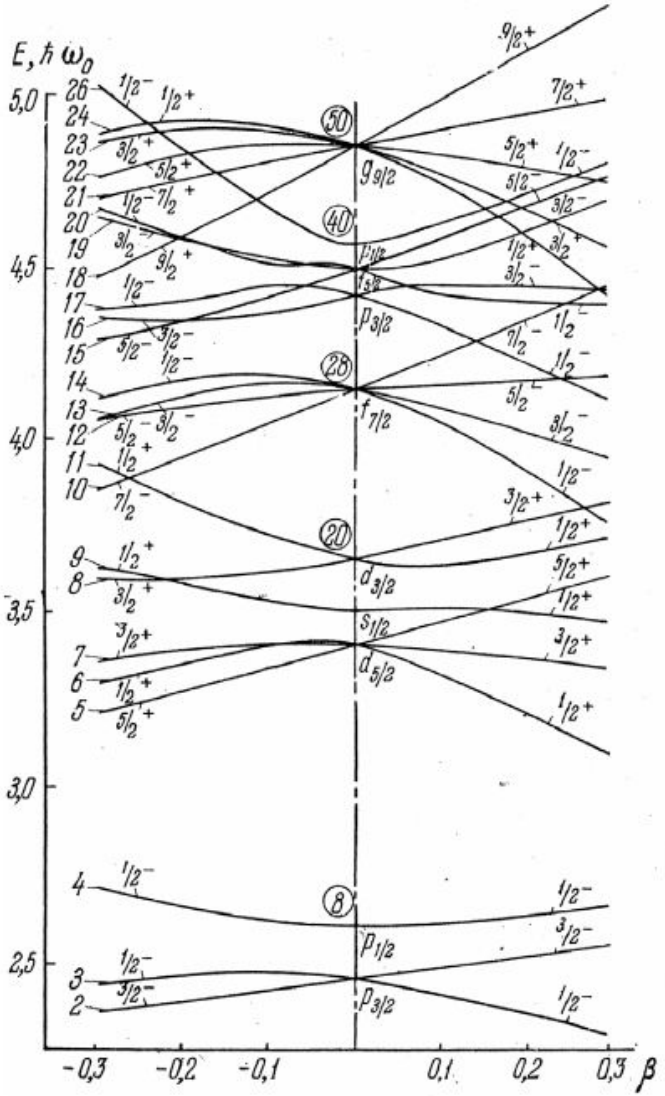
$$V_{Нильс}(\vec{r}) = \frac{1}{2}M\left[\omega_{xy}^2(x^2+y^2)+\omega_z^2 z^2\right]+C\vec{l}\vec{s}+D\vec{l}^{\,2},$$

- Положение одночастичных уровней в потенциале Нильссона зависит от величины и знака параметра деформации β.

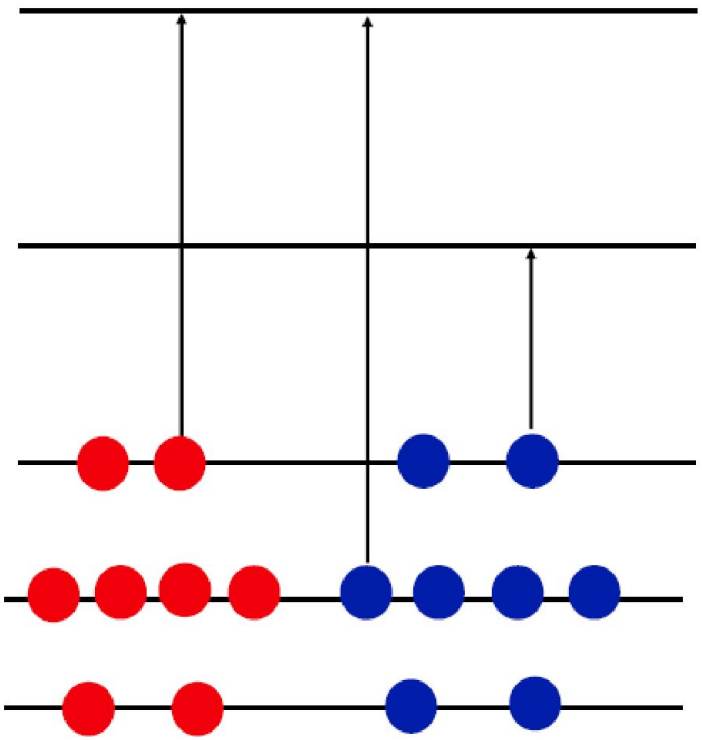
$$\omega_z = \omega_0\left(1+\frac{2}{3}\beta\right), \qquad \omega_{xy} = \omega_0\left(1+\frac{1}{3}\beta\right).$$

- В сферически-симметричной потенциальной яме состояния нуклона характеризуются квантовыми числами орбитального l и полного моментов $j = l \pm ½$, причем уровни вырождены по проекции момента $\boldsymbol{j}$ на ось z, т.е. кратность вырождения равна $2j + 1$.
- В деформированном ядре состояния нуклона нельзя характеризовать квантовыми числами l и j. Однако так как сохраняется симметрия относительно поворотов вокруг оси z (аксиальная симметрия), то момент количества движения, создаваемый нуклоном, характеризуют квантовым числом K проекции момента j на ось симметрии z.

Одночастичные состояния в деформированных ядрах



Одночастичные возбуждения атомных ядер

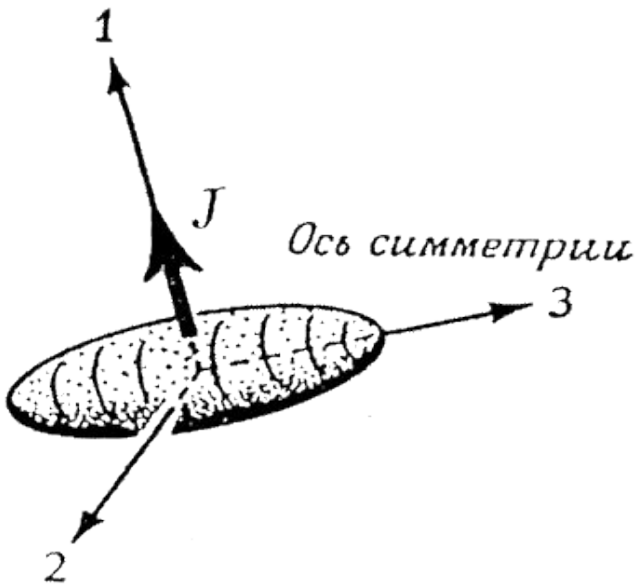


Одночастичные возбуждённые состояния ядер возникают при переходе одного или нескольких нуклонов на более высокие одночастичные орбиты.

Вращательные состояния ядер

- Сферически-симметричное ядро не может иметь вращательной энергии.
- Если равновесная форма ядра не сферична (деформирована), то появляется пространственная анизотропия, а вместе с ней и вращательные степени свободы.
- Такое ядро обязательно имеет внутренний электрический квадрупольный момент Q_0.

Аксиально-симметричный ротатор



- **Форма ядра – эллипсоид вращения.**
- **Асиально-симметричное ядро не может вращаться вокруг оси симметрии.**
- **Частота вращения ядра как целого мала по сравнению частотами внутреннего движения: $\omega_{вращ} << \omega_{внутр}$**
- **Пренебрегают кориолисовыми и центробежными вращательными силами**
- **Рассматривают только коллективные переменные (углы поворота).**

Сложение моментов

- **Полный момент количества движения ядра складывается из коллективного вращательного момента ядра и внутреннего момента нуклонов**

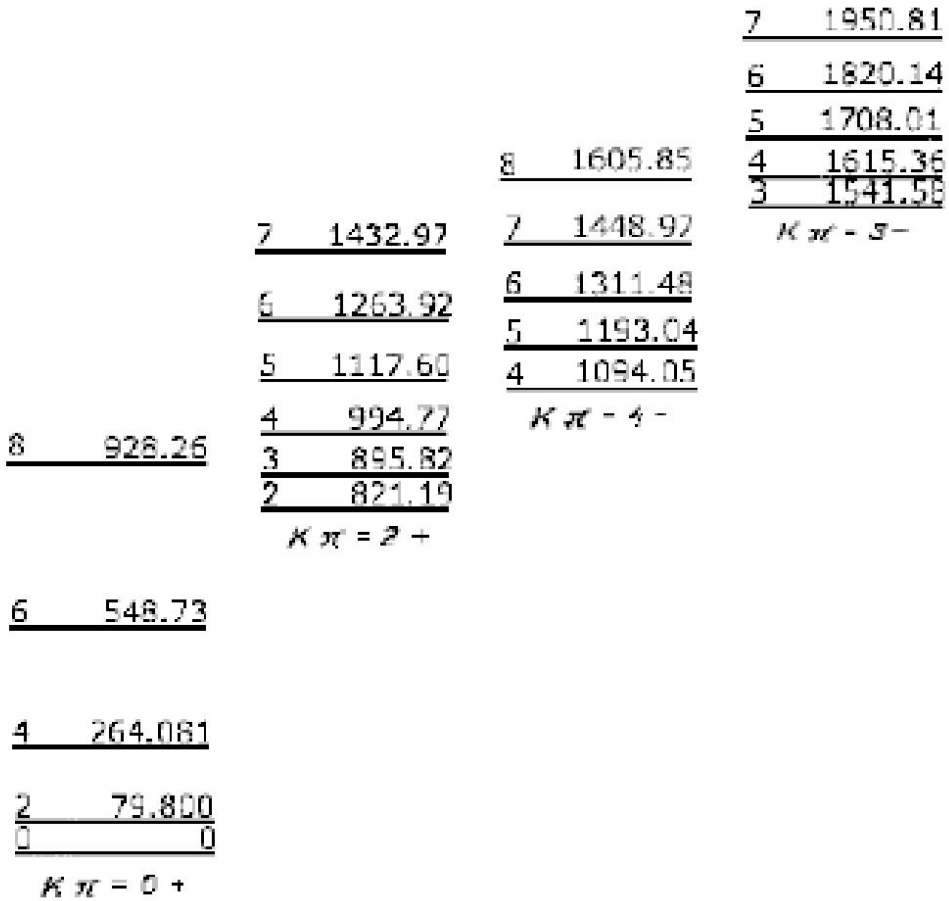
$$\mathbf{I = K + \Omega}$$

$$E_{вращ} = \Omega^2/2J_{эфф} = (I^2 - K^2)/2J_{эфф} = \hbar^2/2J_{эфф}[I(I+1)-K(K+1)]$$

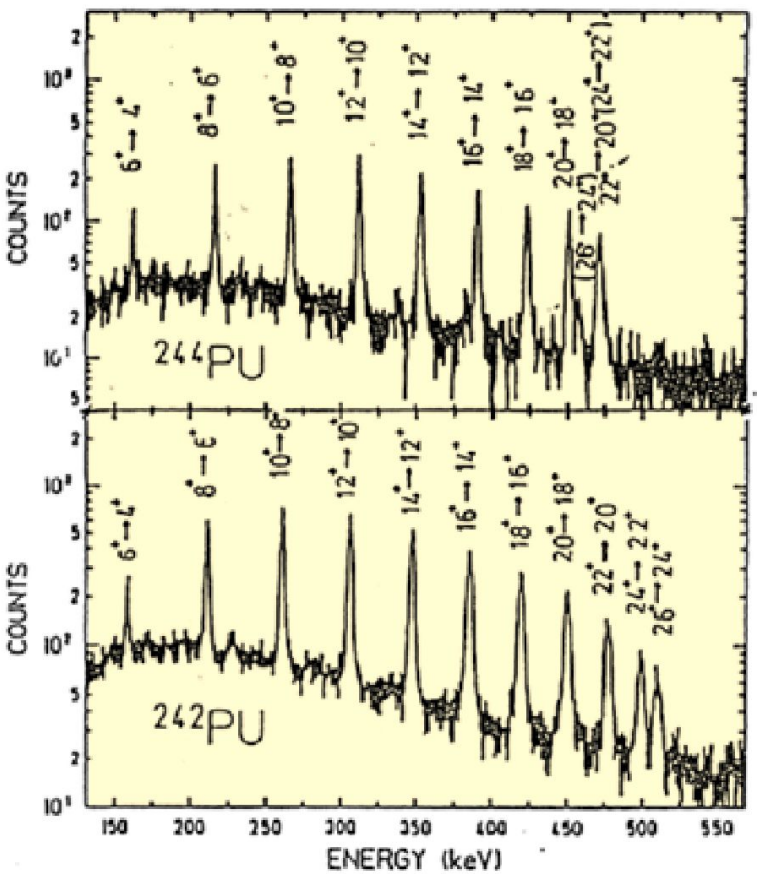
При K=0: $E_{вращ} = \hbar^2 I(I+1)/2J_{эфф}$, I=0, 2, 4, 6

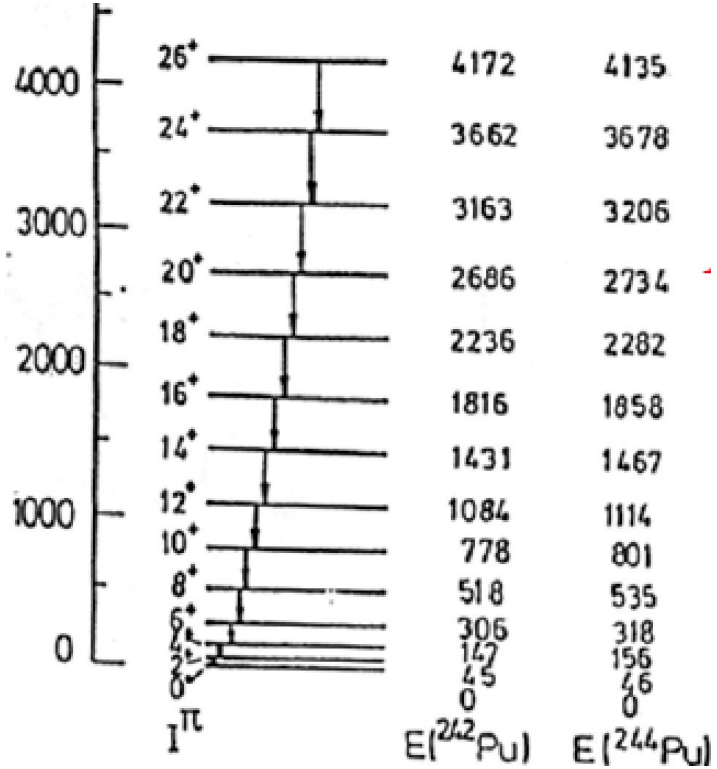
$$J_{эфф} = J_0(\Delta R/R)^2$$

Энергетические уровни ^{168}Er



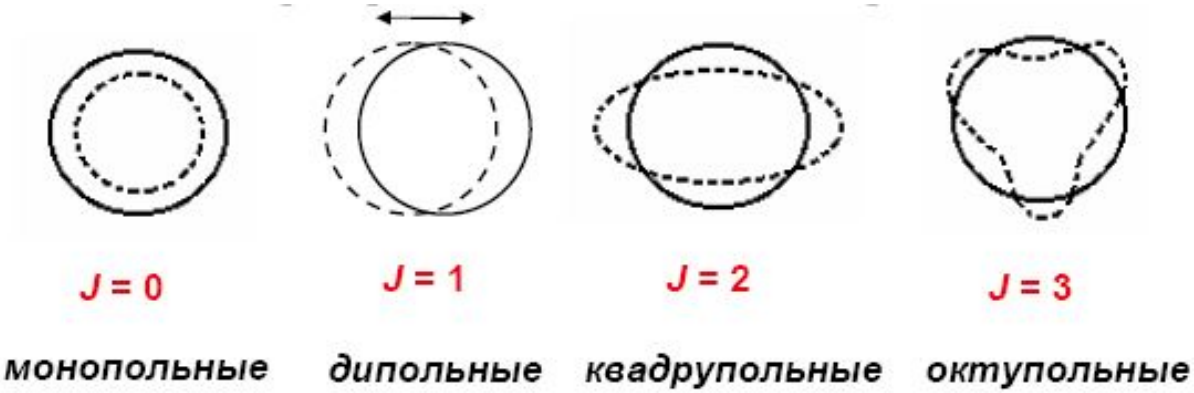
Вращательные спектры





$$E_J = \frac{\hbar^2}{2J} J(J+1)$$

Колебательные состояния ядер



Энергии квадрупольных и октупольных возбуждений в квантовой теории могут принимать дискретные значения

$$E_{квадр} = n_2 \hbar \omega_2, \qquad E_{окт} = n_3 \hbar \omega_3,$$

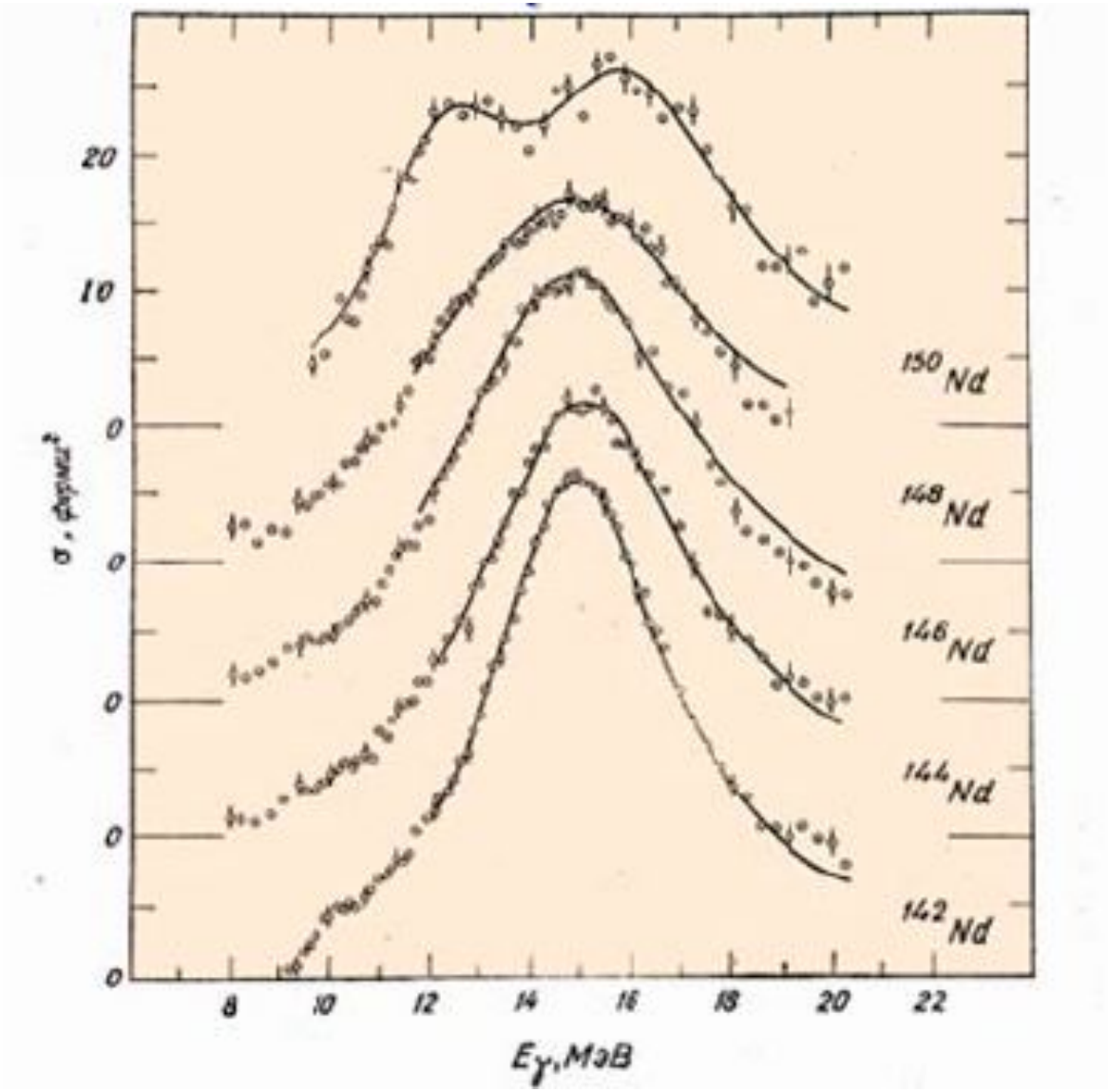
Энергия возбуждения ядра, в котором одновременно происходят различные поверхностные колебания формы, имеет вид

$$E = \sum_{J \geq 2} n_J \hbar \omega_J$$

n_J – число фононов определенного типа,

$\hbar \omega_J$ – энергия фонона.

Гигантские резонансы



Пример

Массы нейтральных атомов в атомных единицах массы: ^{16}O — 15,9949, ^{15}O — 15,0030, ^{15}N — 15.0001. Чему равны энергии отделения нейтрона и протона в ядре ^{16}O?

Энергия отделения нейтрона

$$\varepsilon_n(A,Z) = m_n + M(A-1,Z) - M(A,Z),$$

протона — $\varepsilon_p(A,Z) = m_p + M(A-1,Z-1) - M(A,Z)$.

В обеих формулах массы должны быть в энергетических единицах.

Для ядра ^{16}O

$$\varepsilon_n = 939{,}6 \text{ МэВ} +$$

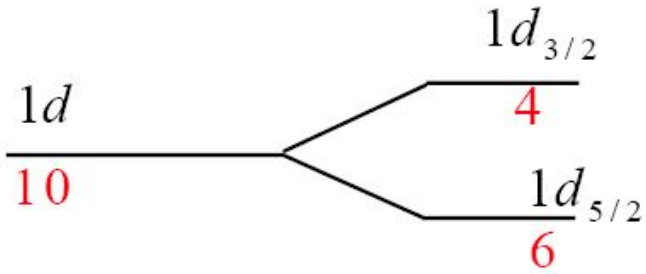
$$+(15{,}0030 \text{ а.е.м.} - 15{,}9949 \text{ а.е.м.}) \times 931{,}5 \text{ МэВ} = 15{,}6 \text{ МэВ};$$

$$\varepsilon_p = 938{,}3 \text{ МэВ} +$$

$$+(15{,}0001 \text{ а.е.м.} - 15{,}9949 \text{ а.е.м.}) \times 931{,}5 \text{ МэВ} = 11{,}6 \text{ МэВ}.$$

Пример

Определить число частиц одного типа в состояниях 1d,$1d_{3/2}$$1d_{5/2}$



$$d \rightarrow l = 2$$

N(l=2) = 2(2l+1)=10

N(j=5/2) = 2j+1=6

N(j=3/2) = 2j+1=4

В состоянии 1d может находится 10 протонов и 10 нейтронов.

В состоянии $1d_{3/2}$,может находится 4 протона и 4 нейтрона.

В состоянии $1d_{5/2}$,может находится 6 протонов и 6 нейтронов.

Полное число нуклонов в состоянии 1d равно суммарному числу нуклонов в состояниях $1d_{3/2}$ и $1d_{5/2}$

Пример

Известно, что внутренний электрический квадрупольный момент Q_0 ядра ^{175}Lu равен +5,9 Фм^2. Какую форму имеет это ядро? Чему равен параметр деформации этого ядра?

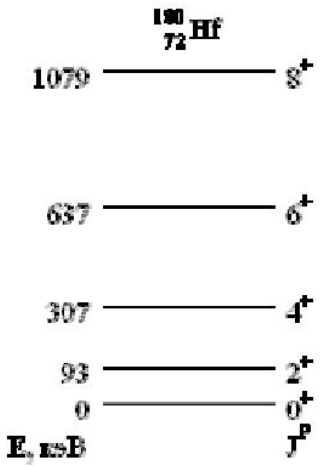
Для равномерно заряженного аксиально симметричного эллипсоида, имеющего заряд Ze $Q_0 = \frac{2}{5}Z(b^2 - a^2)$, где b — полуось эллипсоида, направленная по оси симметрии z, а a — по осям x и y. Параметр деформации ядра $\beta = \frac{1}{2}\frac{b^2 - a^2}{\overline{R}^2}$, где $\overline{R} = \frac{(b+a)}{2}$ — средний радиус ядра. Тогда

$$\beta = \frac{5}{4}\frac{Q_0}{Z\left(r_0 A^{1/3}\right)^2} = \frac{5 \times 5,9}{4 \times 71 \times (1,2 \times 175^{1/3})^2} = 0,002.$$

Здесь учтено, что при малых деформациях $\overline{R} \approx R = r_0 A^{1/3}$. Так как $Q_0 > 0$, то $b > a$, и ядро представляет из себя эллипсоид вытянутый вдоль оси симметрии z.

Пример

Показать, что спектр возбужденных состояний деформированного ядра ^{180}Hf представляет собой «вращательную полосу».



Для четно-четных деформированных ядер энергия вращательных состояний

$$E = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I},$$

J **— спин состояния, который принимает лишь четные значения** $J = 0, 2, 4, \ldots,$

I **— момент инерции ядра. Отношение энергий уровней должно быть следующим:**

$$E_{2^+} : E_{4^+} : E_{6^+} : E_{8^+} =$$
$$= J_{2^+}(J_{2^+}+1) : J_{4^+}(J_{4^+}+1) : J_{6^+}(J_{6^+}+1) : J_{8^+}(J_{8^+}+1) =$$
$$= 2(2+1) : 4(4+1) : 6(6+1) : 8(8+1) = 3 : 10 : 21 : 36.$$

Подставим приведенные на рисунке значения энергий и получим:

$$E_{2^+} : E_{4^+} : E_{6^+} : E_{8^+} = 93 : 307 : 637 : 1079 =$$
$$= \frac{93}{31} : \frac{307}{31} : \frac{637}{31} : \frac{1079}{31} = 3 : 9{,}90 : 20 : 55 : 34{,}81.$$

Полученные отношения, а также отсутствие в спектре в спектре уровней с $J = 1, 3, 5, \ldots$ **указывают, что это «вращательная полоса» ядра.**

Задание на дом от 22.03.2012

1. Используя формулу Вайцзеккера, найти условие, связывающее A и Z для β-стабильных ядер.
2. Оценить вклад различных слагаемых $W_{объём}$, $W_{пов}$, $W_{кулон}$, $W_{симм}$, $W_{пар}$ в энергию связи ядер ^{16}O и ^{208}Pb.
3. Вычислите энергию, высвобождаемую при делении ядра ^{238}U на два одинаковых осколка.