

Линия



Способы графического задания прямой линии

Если основой построения геометрии служит понятие расстояния между двумя точками пространства, то прямую линию можно определить как линию, вдоль которой расстояние между двумя точками является кратчайшим.

Прямая линия в линейной алгебре - линия первого порядка.

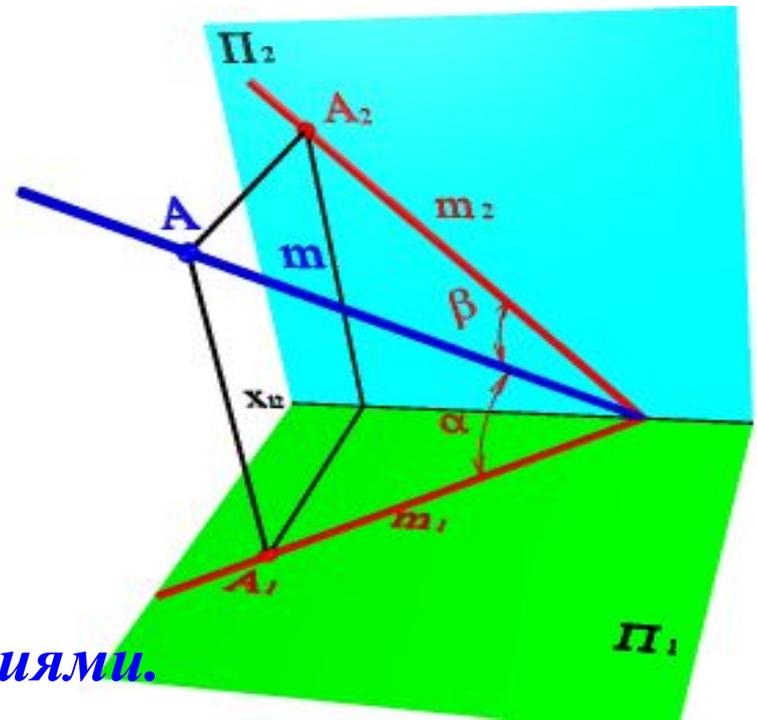
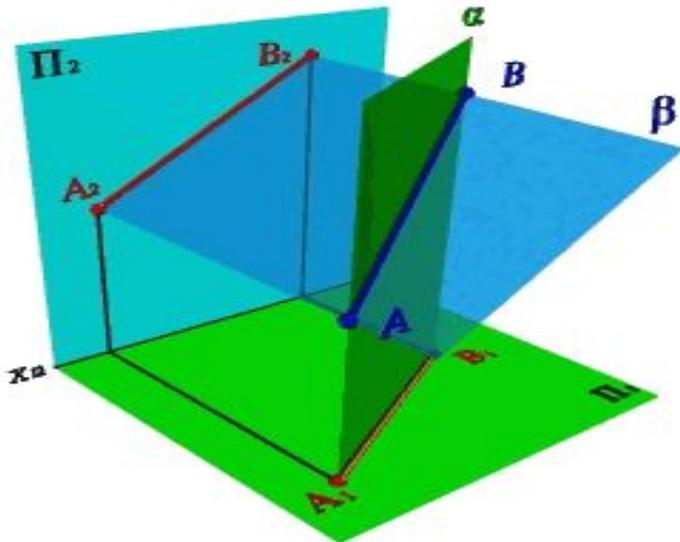
Общее уравнение прямой: $Ax + By + C = 0$, где A , B и C - любые постоянные.

1. Двумя точками (A и B).

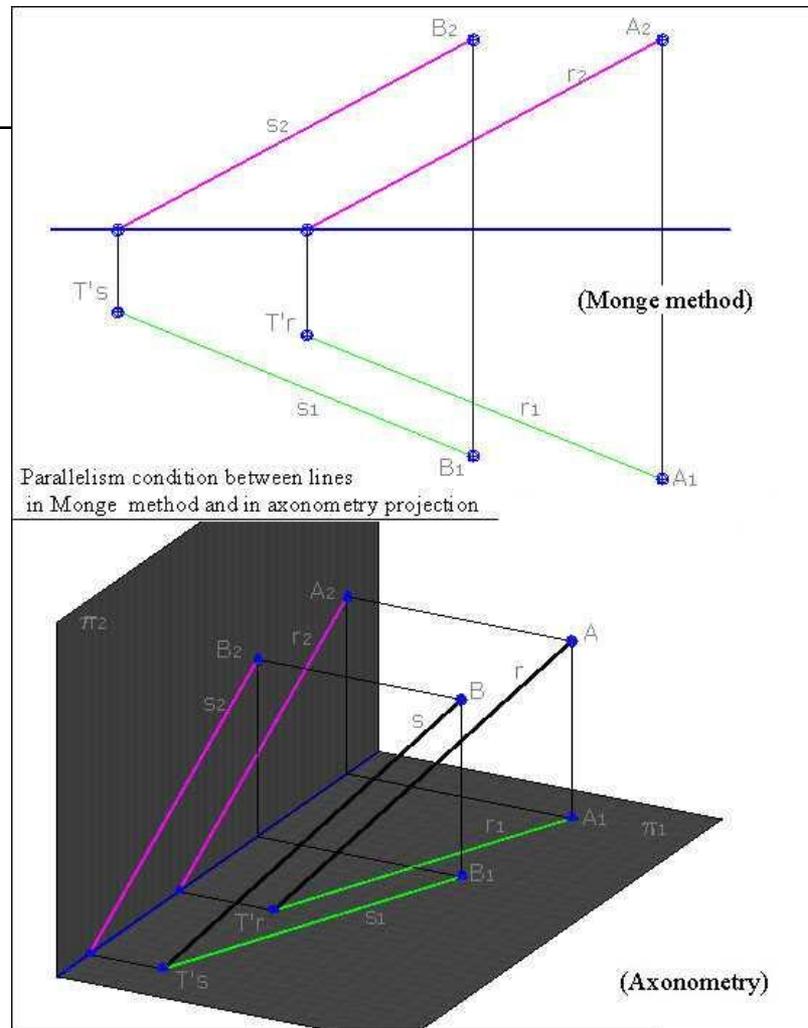
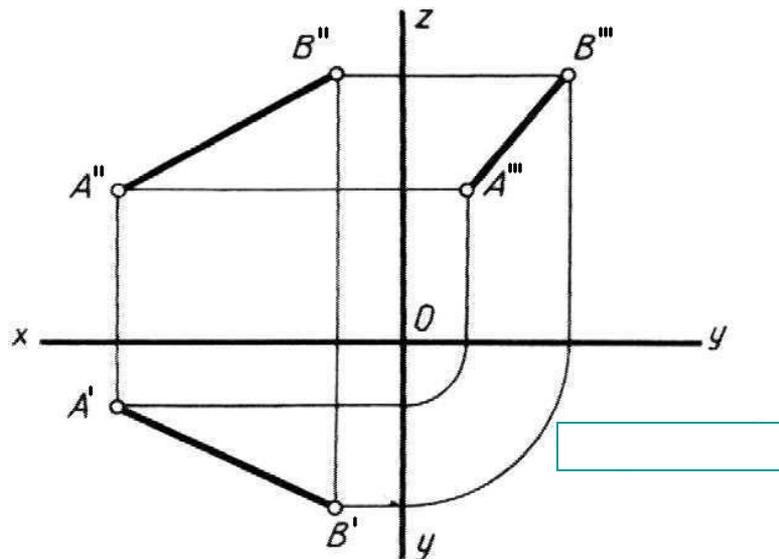
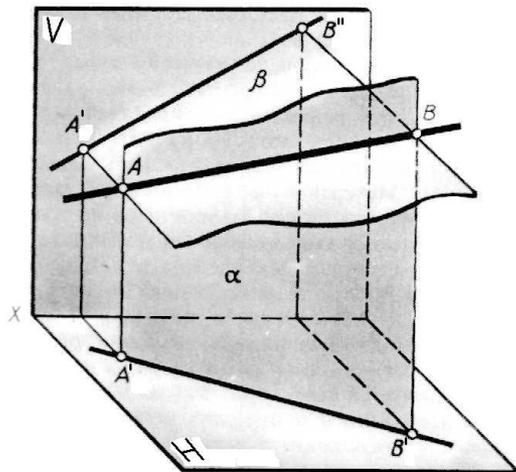
2. Двумя плоскостями (a ; b).

3. Двумя проекциями.

4. Точкой и углами наклона к плоскостям проекций.

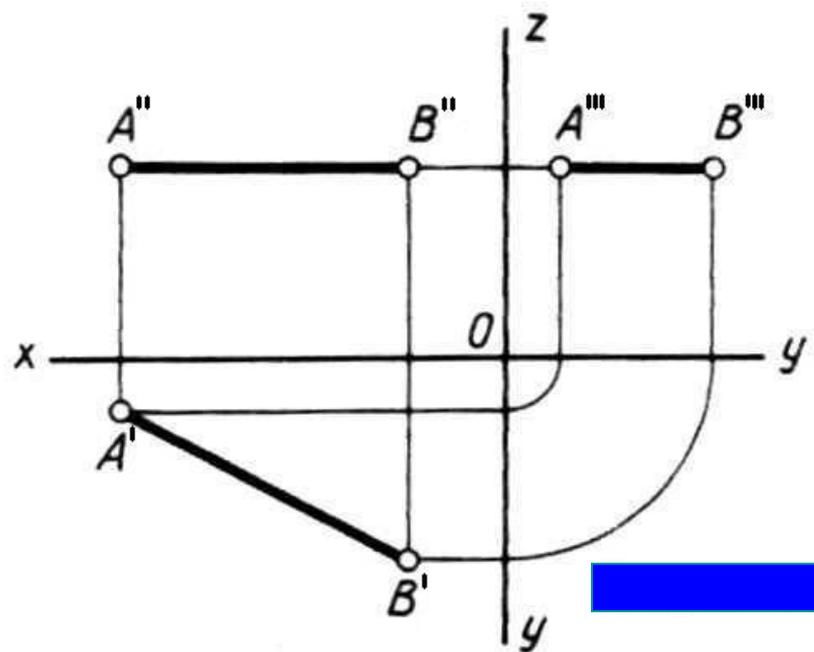
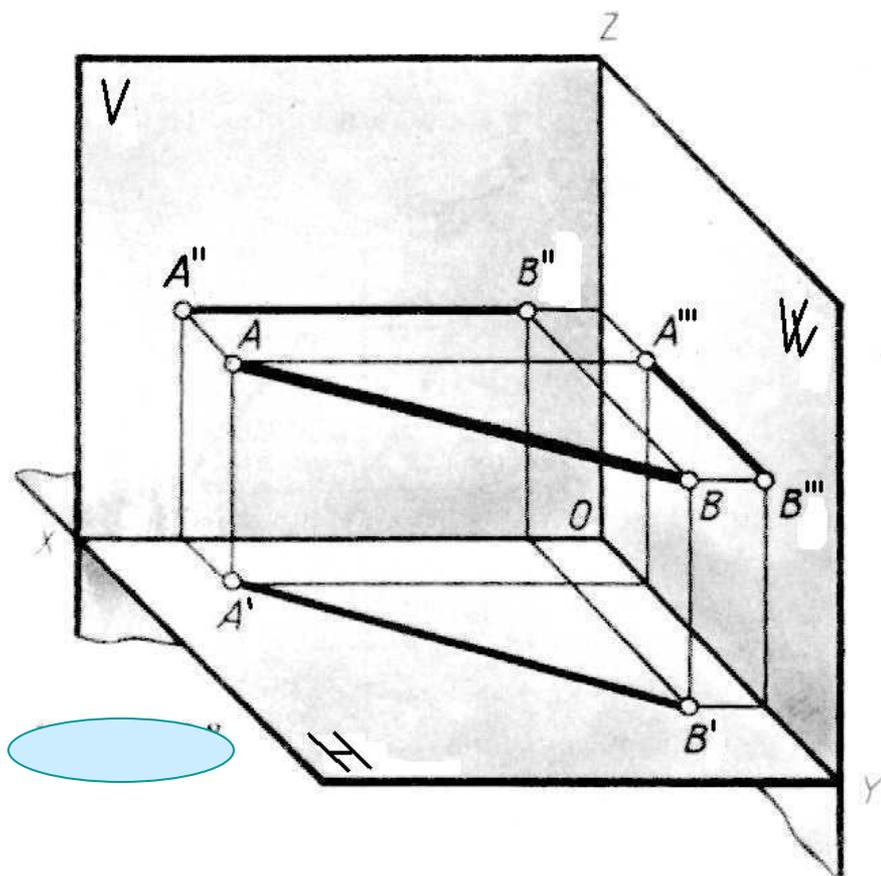


Эпюр прямой линии

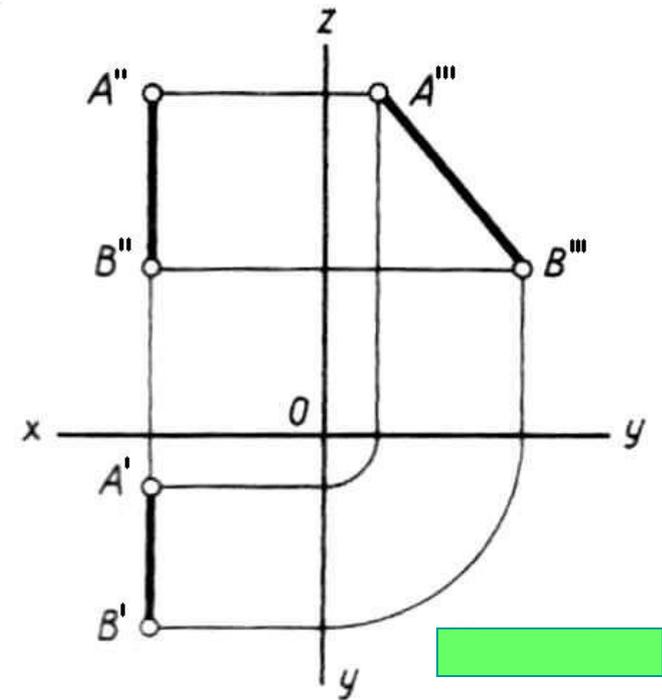
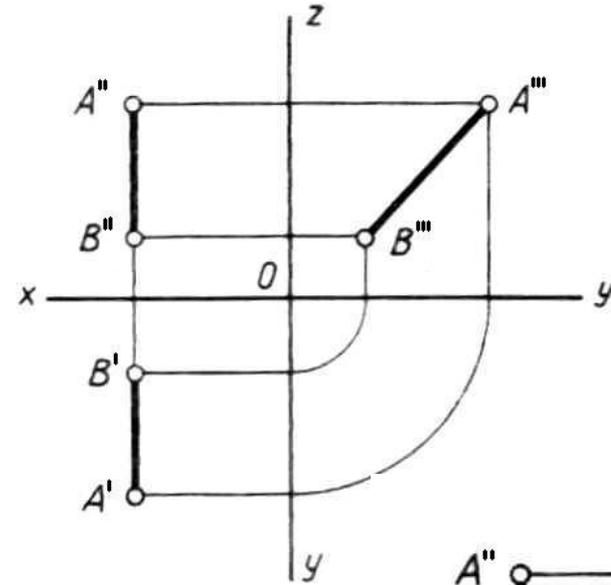
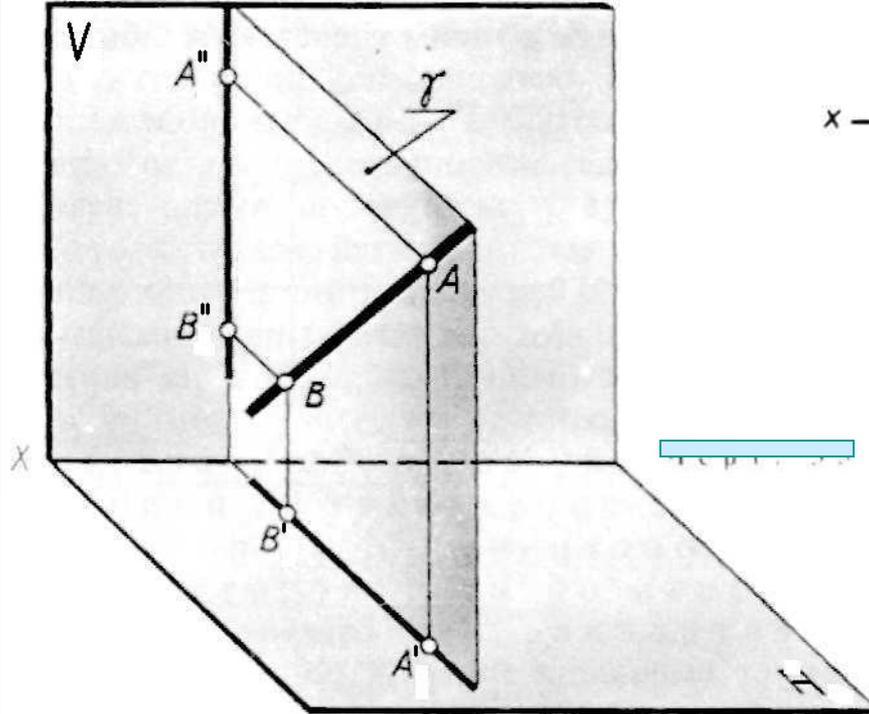


Параллельные прямые

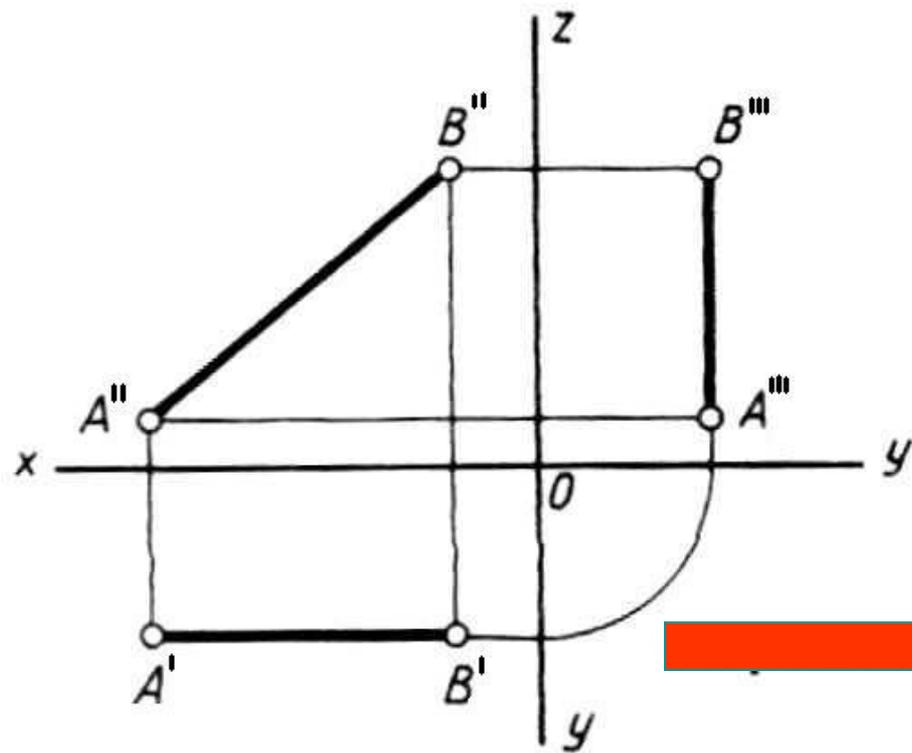
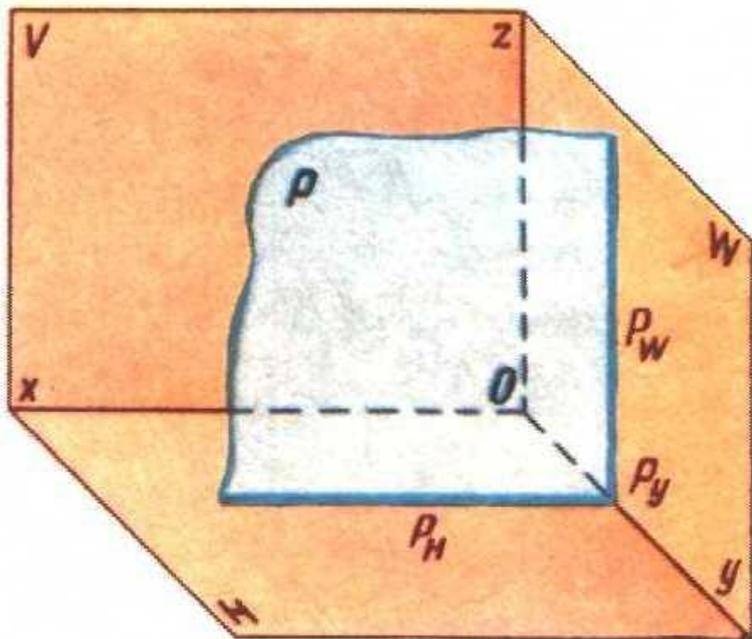
Линия параллельная горизонтальной плоскости



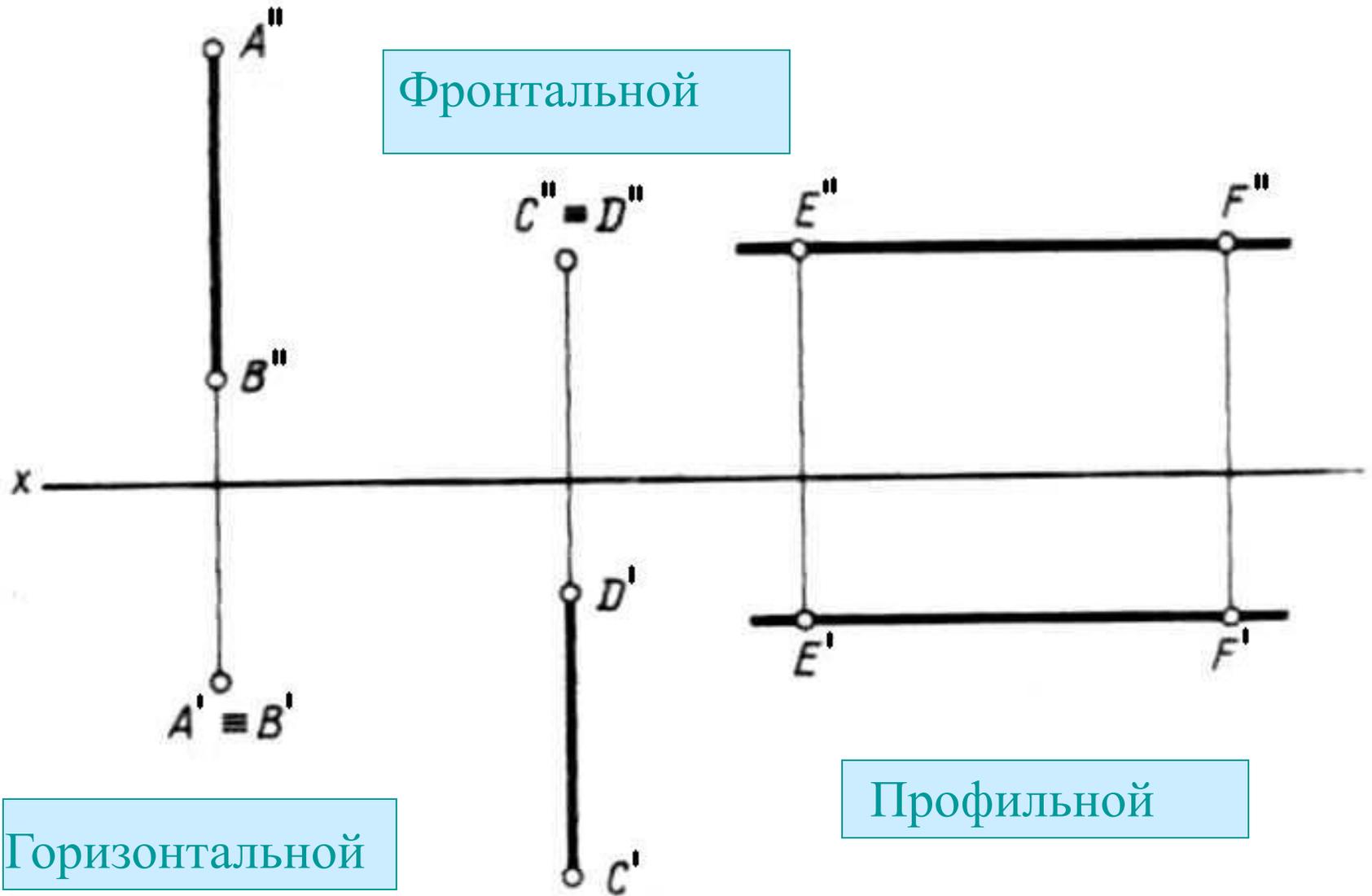
Линия параллельная профильной плоскости



Линия параллельная фронтальной плоскости

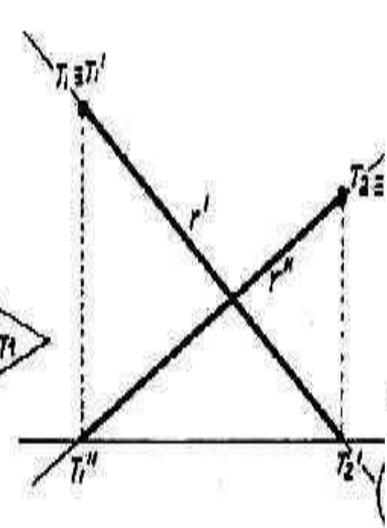
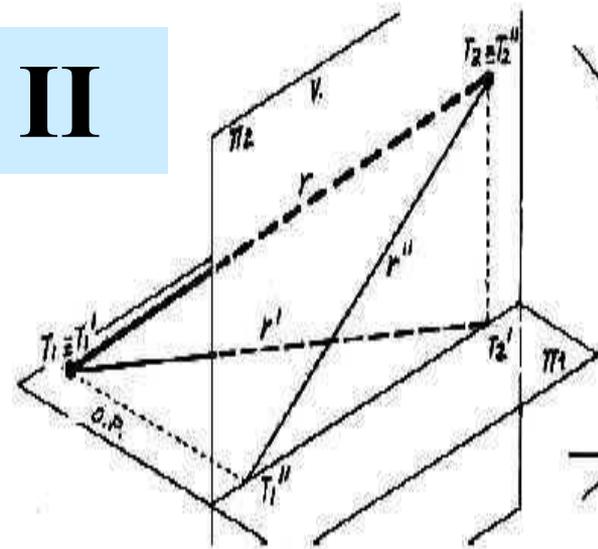


Прямые перпендикулярные плоскостям проекций (1 октант)

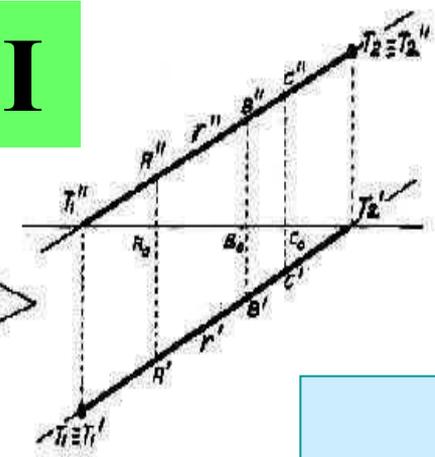
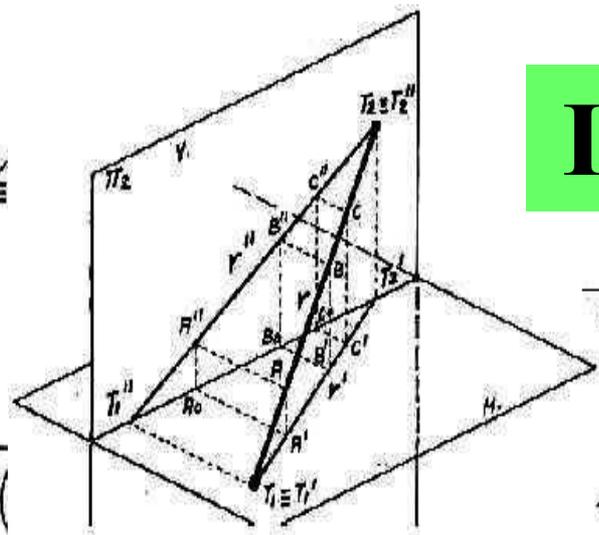


Эпюры линий 1-2-3-4 октантов

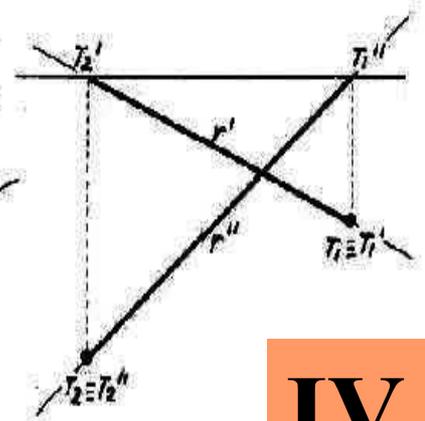
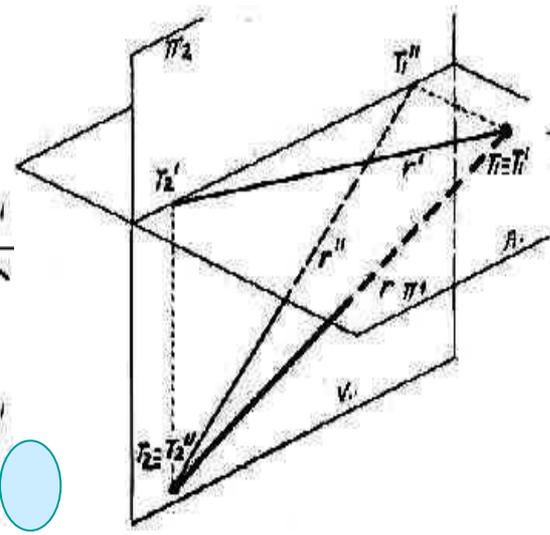
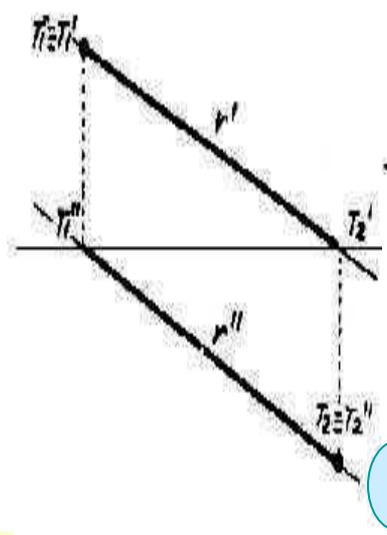
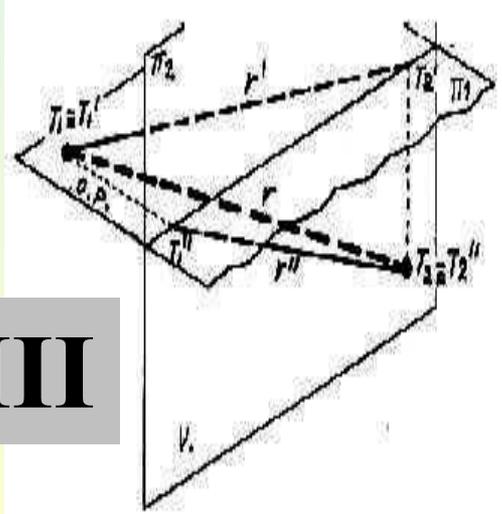
II



I

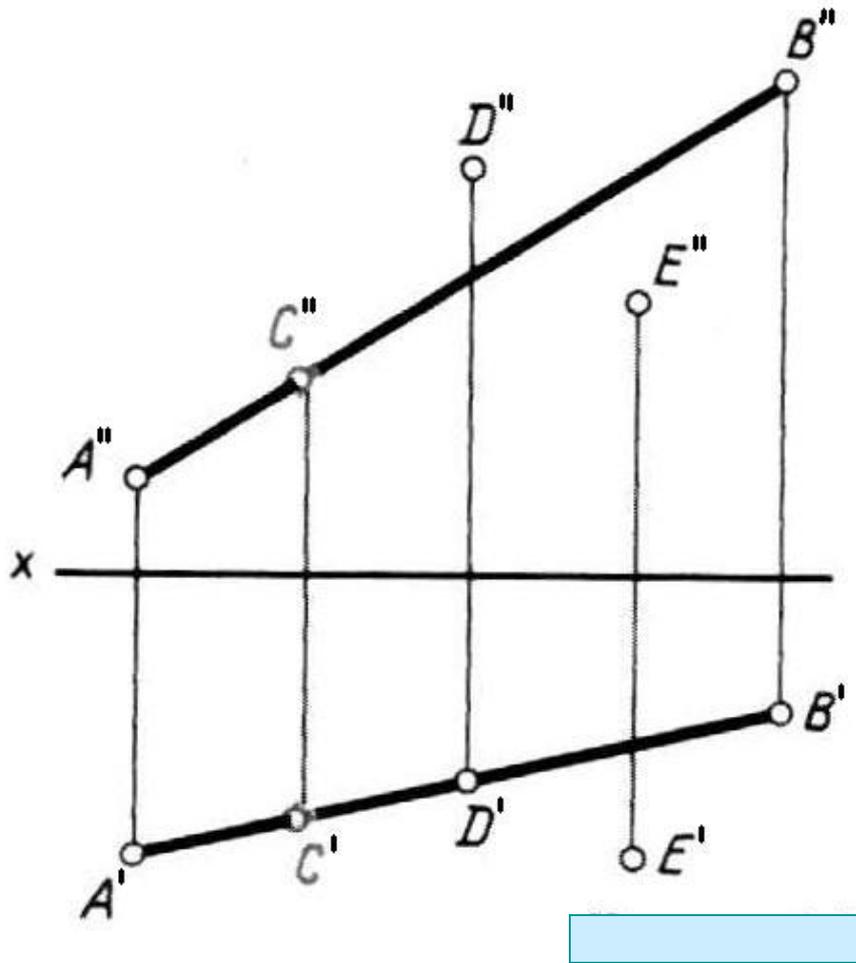


III

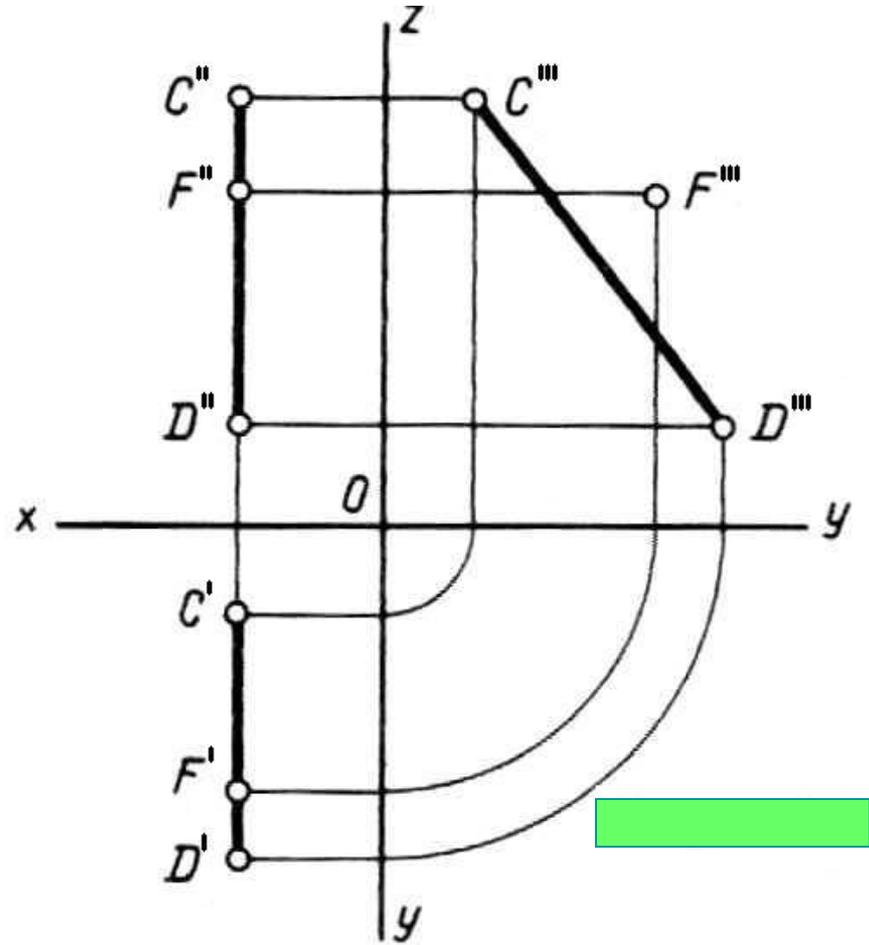


IV

Взаимное расположение точки и прямой

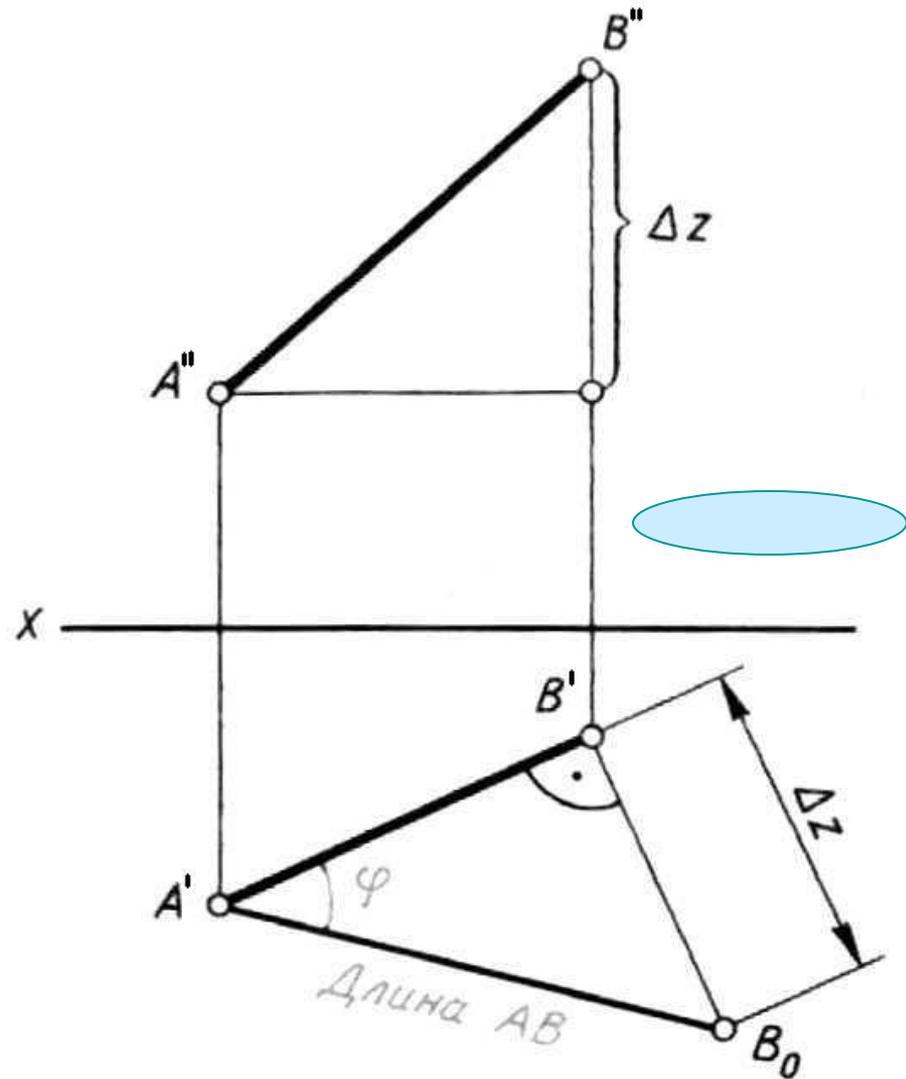
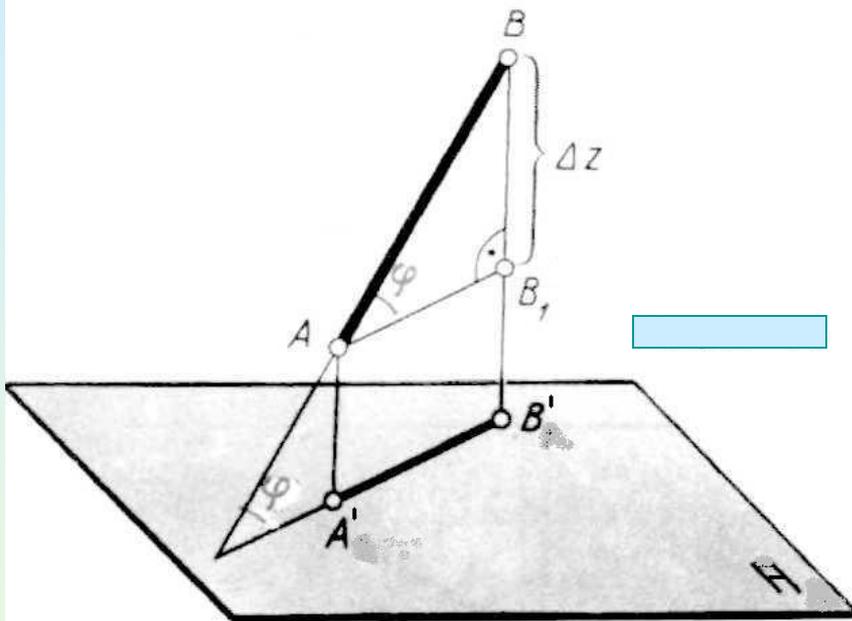


$C \in AB$

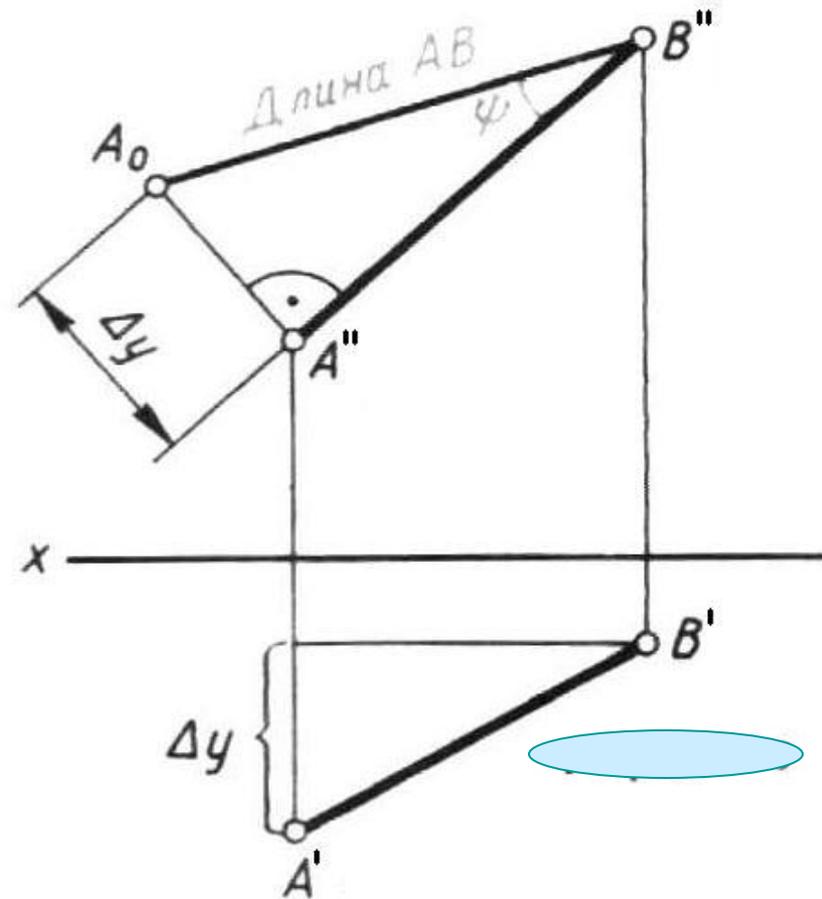
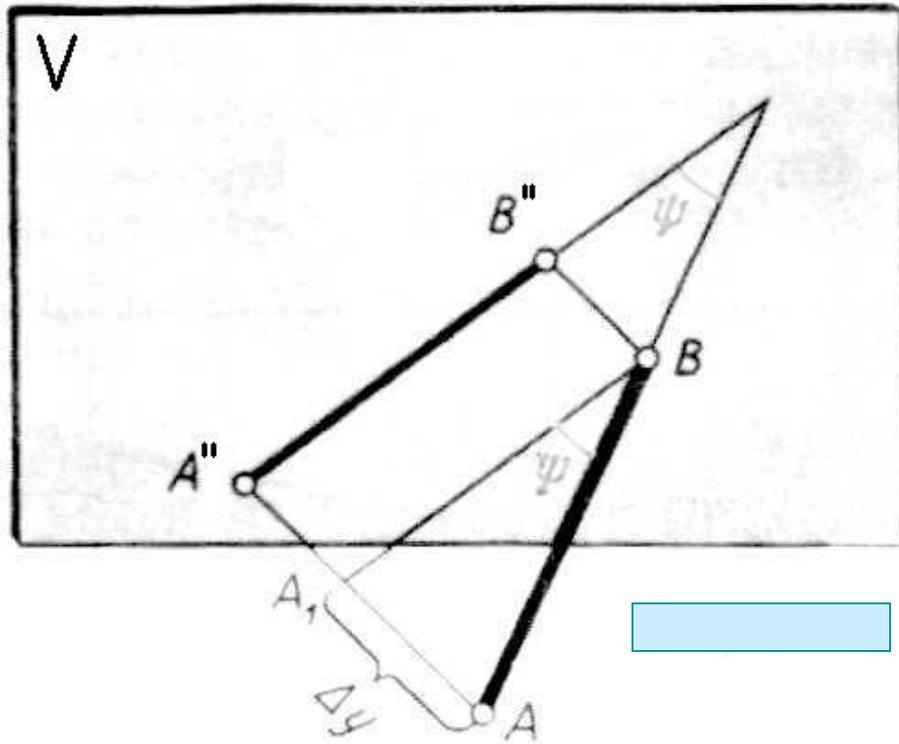


$F \notin CD$

Определение длины отрезка

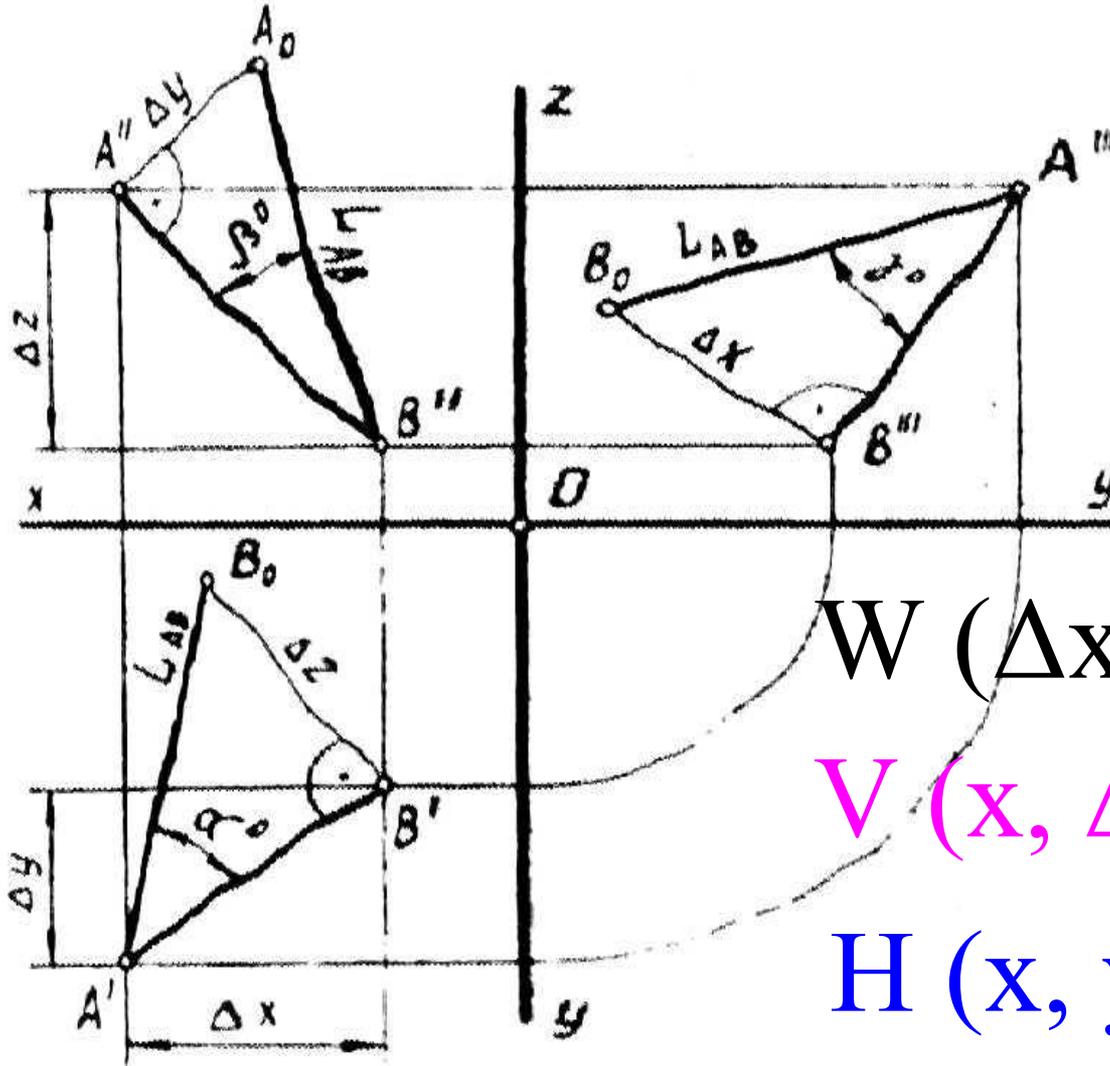


Длина отрезка и угол с фронтальной плоскостью



Определение длины отрезка и углов наклона к плоскостям проекций

V



W ($\Delta x, y, z$)

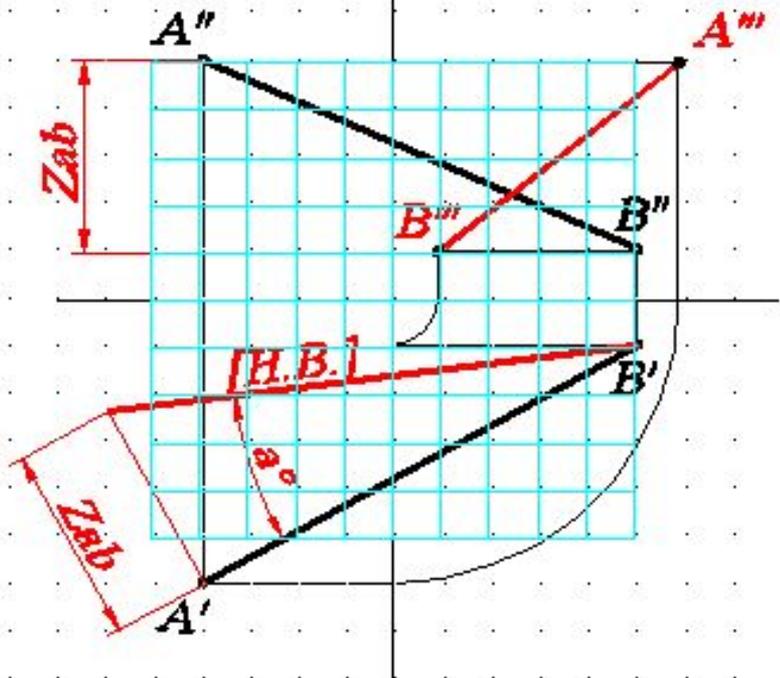
V ($x, \Delta y, z$)

H ($x, y, \Delta z$)

H

Построить третью проекцию,
определить натуральную величину отрезка,
найти угол отрезка с плоскостью H

55

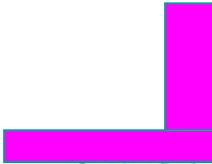


Задача 1

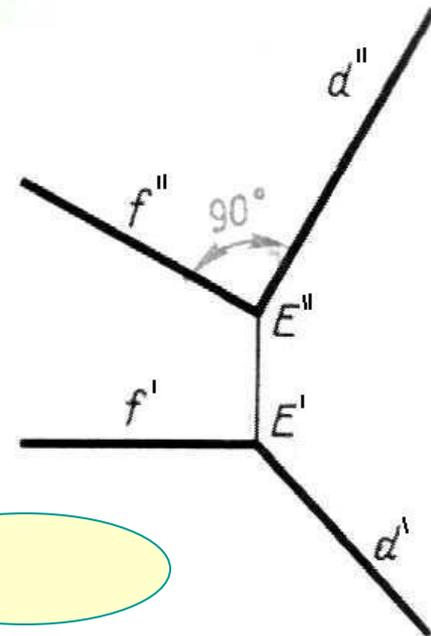
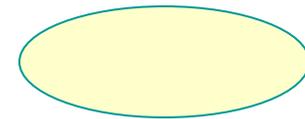
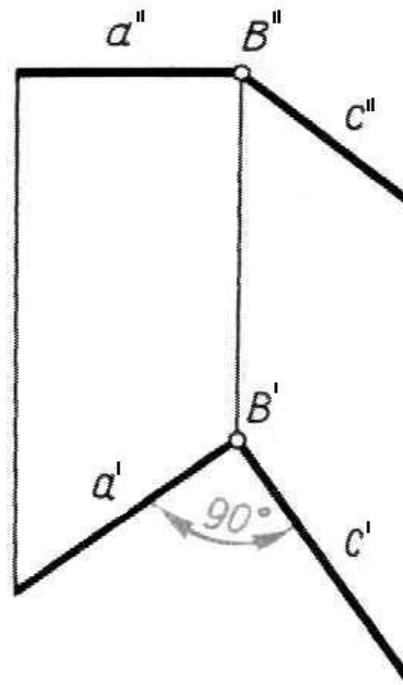
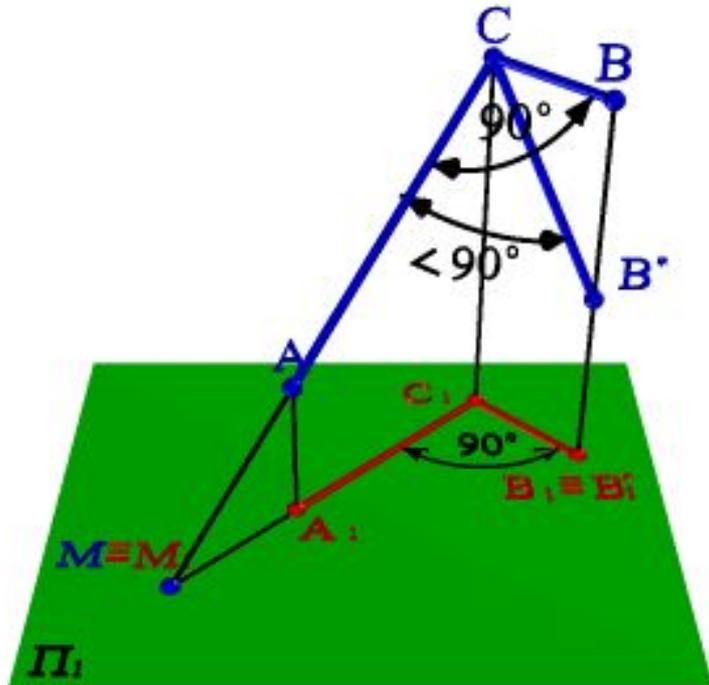
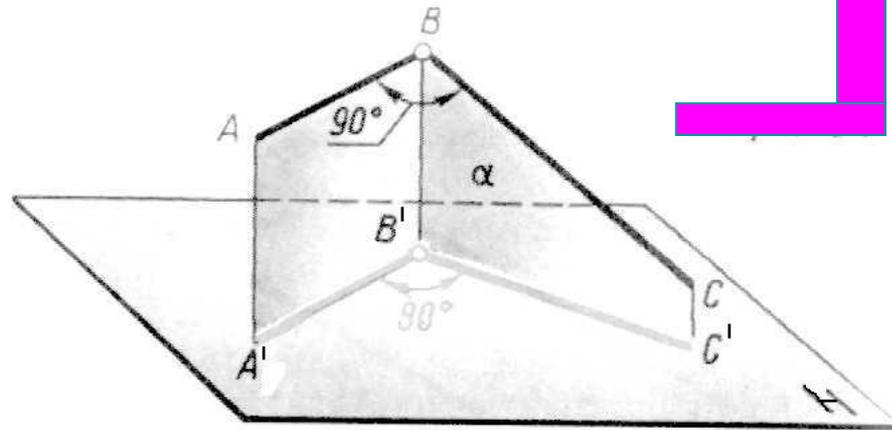
Дано: отрезок

$AB (A'B', A''B'')$

Взаимно перпендикулярные линии

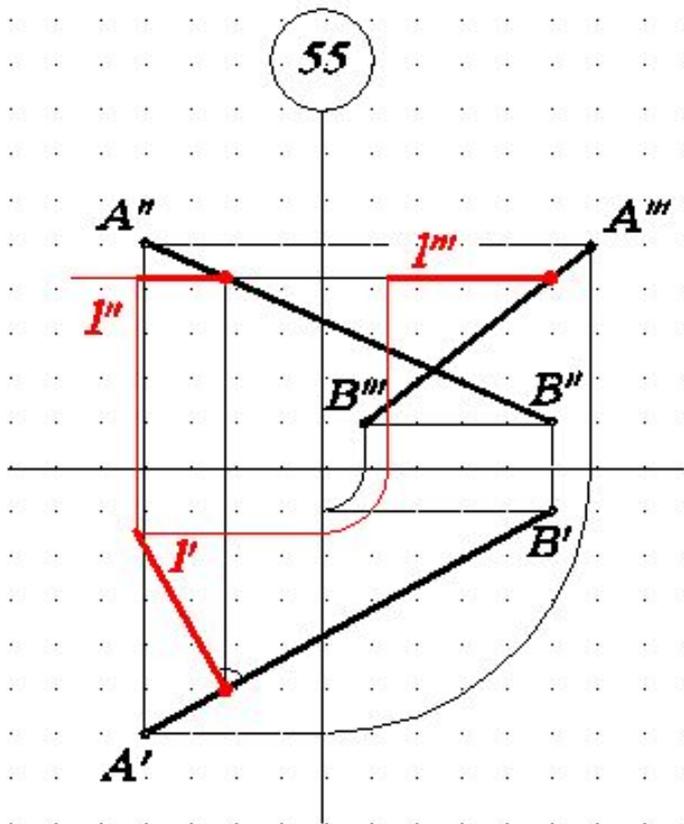


Чтобы прямой угол проецировался в истинную величину, необходимо и достаточно, чтобы одна из его сторон была параллельна, а другая не перпендикулярна плоскости проекций.



Построить прямой угол на горизонтальной (H) проекции

55



Задача 2

Дано: отрезок $1' \perp A'B'$

(на *горизонтальной*
плоскости проекций)
Решение.

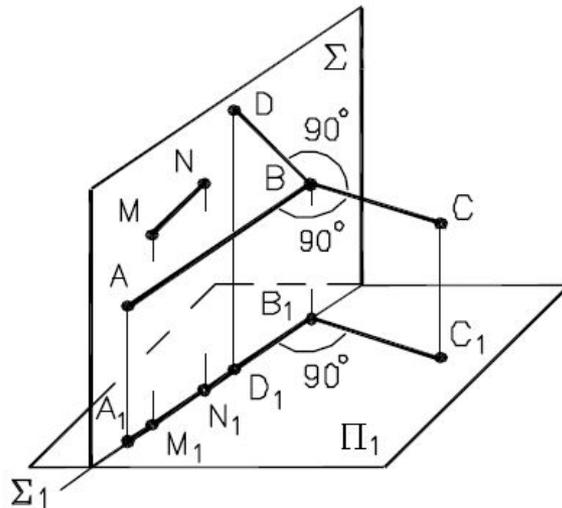
Проекция $1''$ и $1'''$
параллельны
горизонтальной
плоскости проекций



Любой линейный угол проецируется на плоскость проекций в истинную величину, если его стороны параллельны этой плоскости.

ТЕОРЕМА 1

Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая является прямой общего положения, то прямой угол проецируется на эту плоскость проекций без искажения, то есть в прямой же угол.



пусть $\angle ABC = 90^\circ$, $AB \parallel \Pi_1$, $BC \parallel \Pi_1$

ТОГДА

- ① $\angle ABC \rightarrow \angle A_1B_1C_1 = 90^\circ$
- ② $AB \perp A_1B_1 \subset \Sigma \perp \Pi_1$
- ③ $BC \perp AB \wedge BC \perp BB_1 \Rightarrow BC \perp \Sigma$

СЛЕДОВАТЕЛЬНО

- ④ $BC \perp BD \subset \Sigma \wedge BC \perp MN \subset \Sigma \dots$

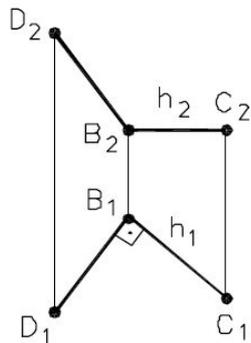
ОЧЕВИДНО

- ⑤ $\angle CBD = \angle C_1B_1D_1 = \angle A_1B_1C_1 = 90^\circ$

ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕОРЕМЫ 1

①

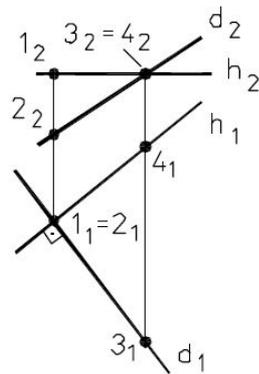
ПРОЕКЦИИ ПРЯМОГО УГЛА, ОДНА СТОРОНА КОТОРОГО ЯВЛЯЕТСЯ ГОРИЗОНТАЛЬЮ



$h \parallel \Pi_1 \Rightarrow \angle D_1B_1C_1 = 90^\circ$

②

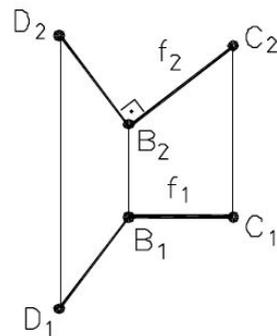
ПРОЕКЦИИ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ СКРЕЩИВАЮЩИХСЯ ПРЯМЫХ. ОДНА ИЗ КОТОРЫХ ЯВЛЯЕТСЯ ГОРИЗОНТАЛЬЮ



$h \parallel \Pi_1 \wedge h \perp d$

③

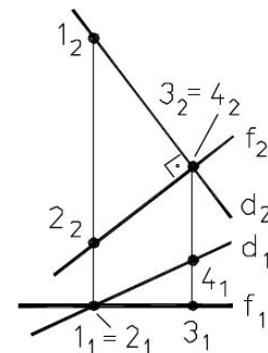
ПРОЕКЦИЯ ПРЯМОГО УГЛА, ОДНА СТОРОНА КОТОРОГО ЯВЛЯЕТСЯ ФРОНТАЛЬЮ



$f \parallel \Pi_2 \Rightarrow \angle D_2B_2C_2 = 90^\circ$

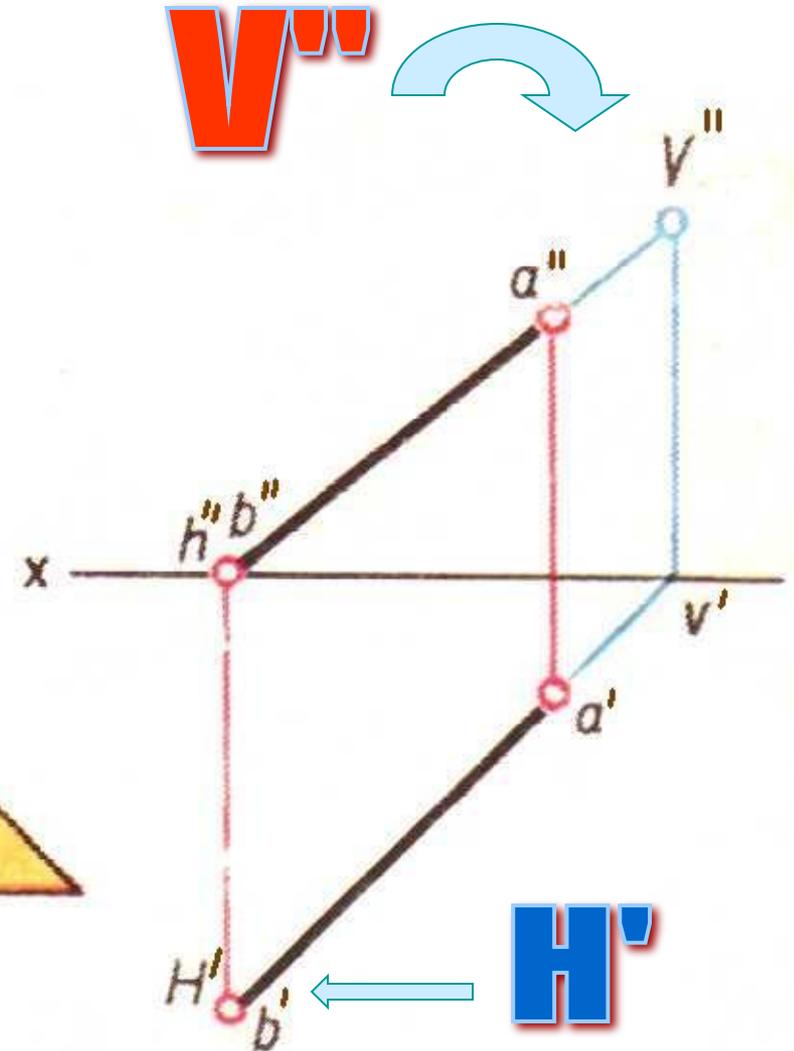
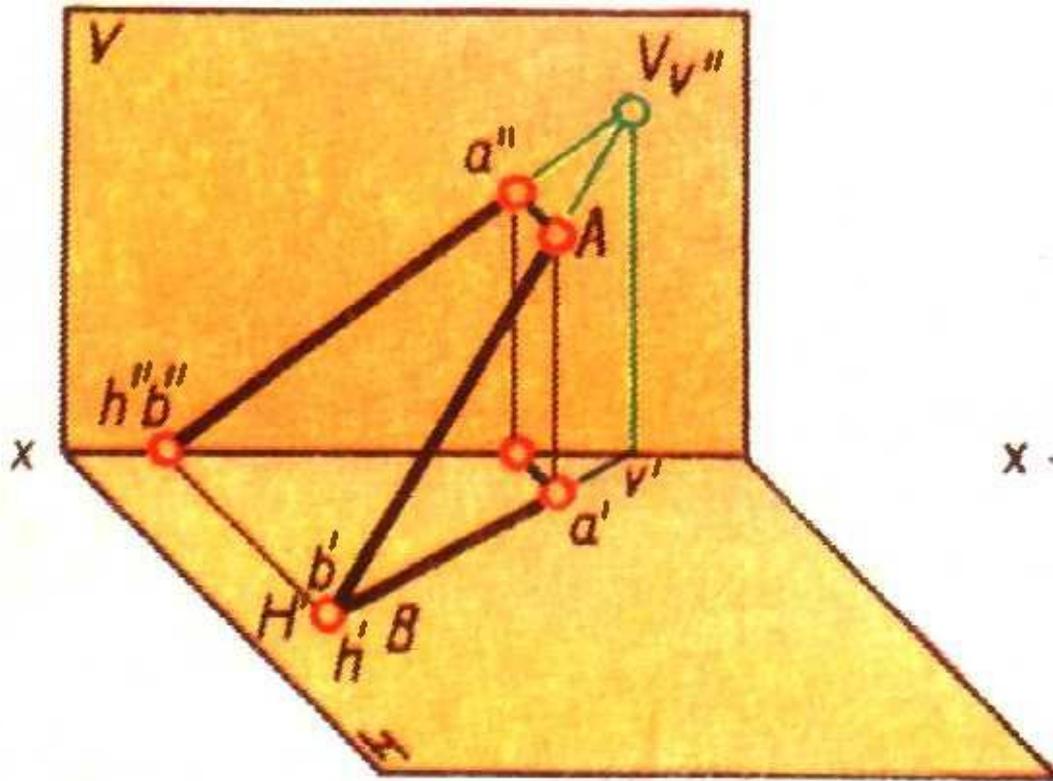
④

ПРОЕКЦИИ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ СКРЕЩИВАЮЩИХСЯ ПРЯМЫХ. ОДНА ИЗ КОТОРЫХ ЯВЛЯЕТСЯ ФРОНТАЛЬЮ

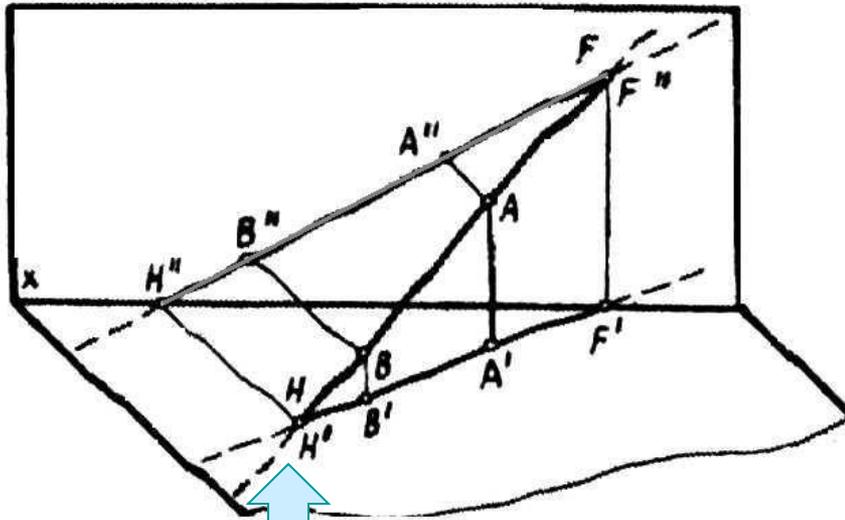


$f \parallel \Pi_2 \wedge f \perp d$

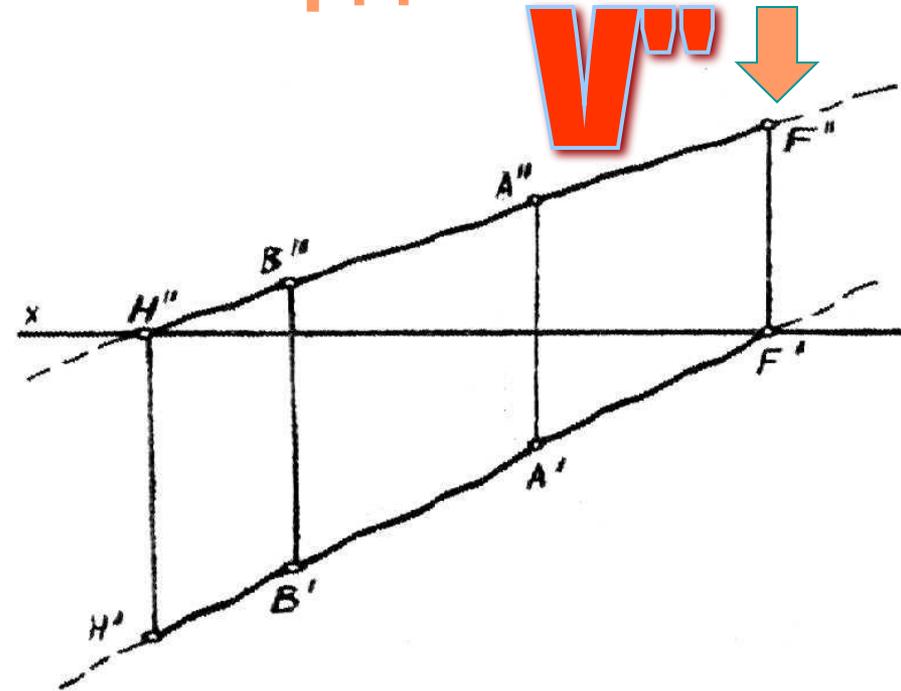
Следом прямой линии
называется точка пересечения
прямой с плоскостью проекций



Фронтальный след прямой - точка,
у которой координата $Y=0$.



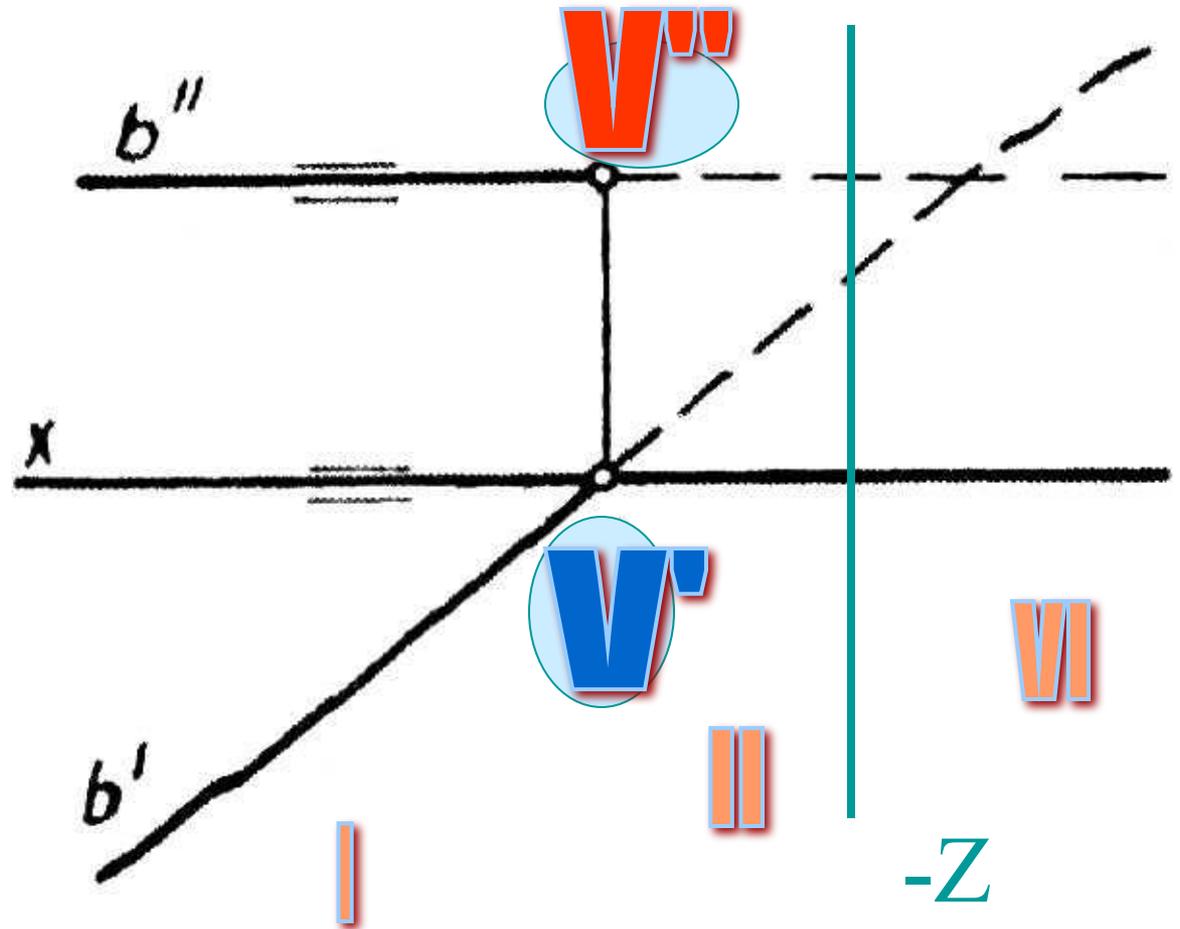
Н''



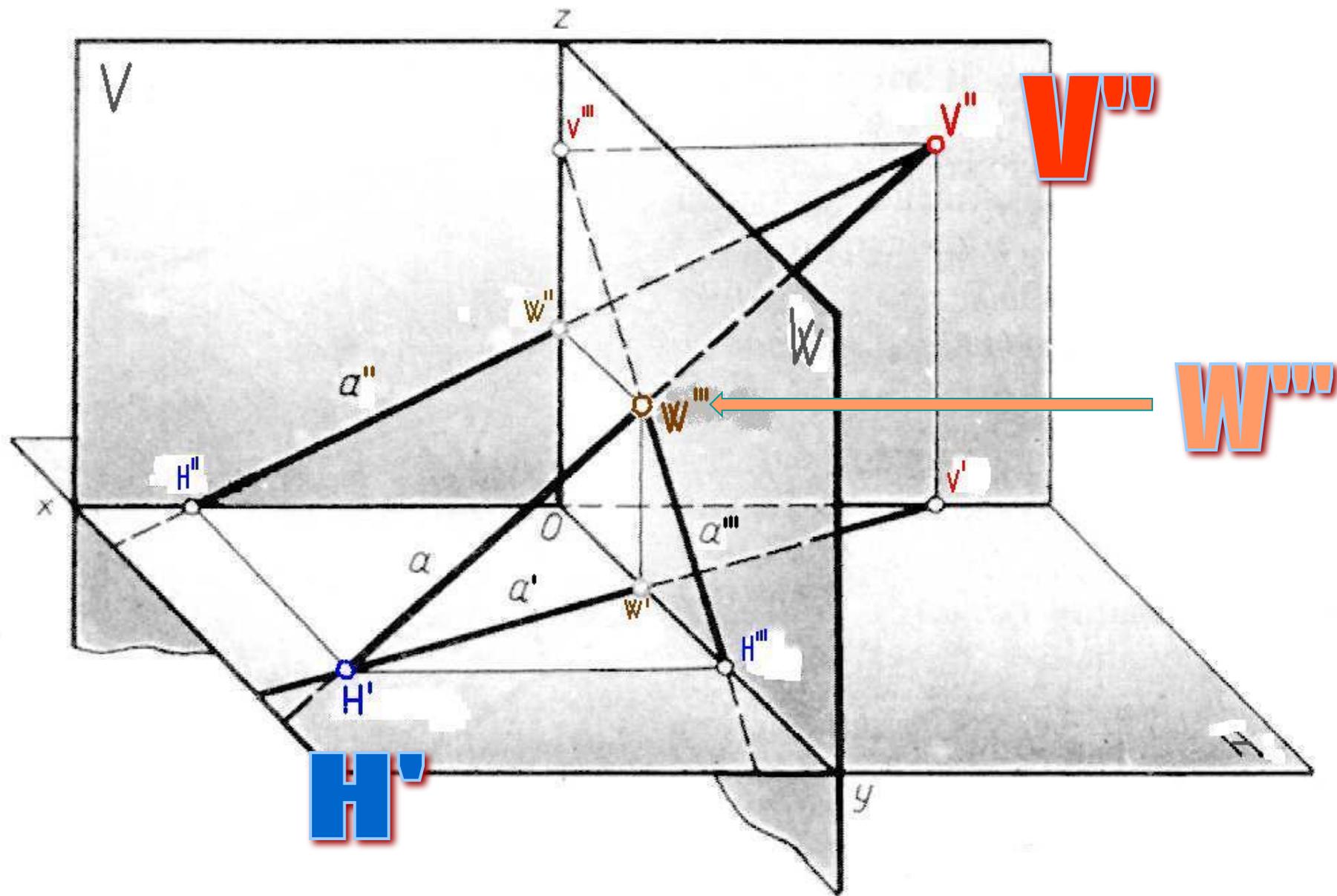
V''

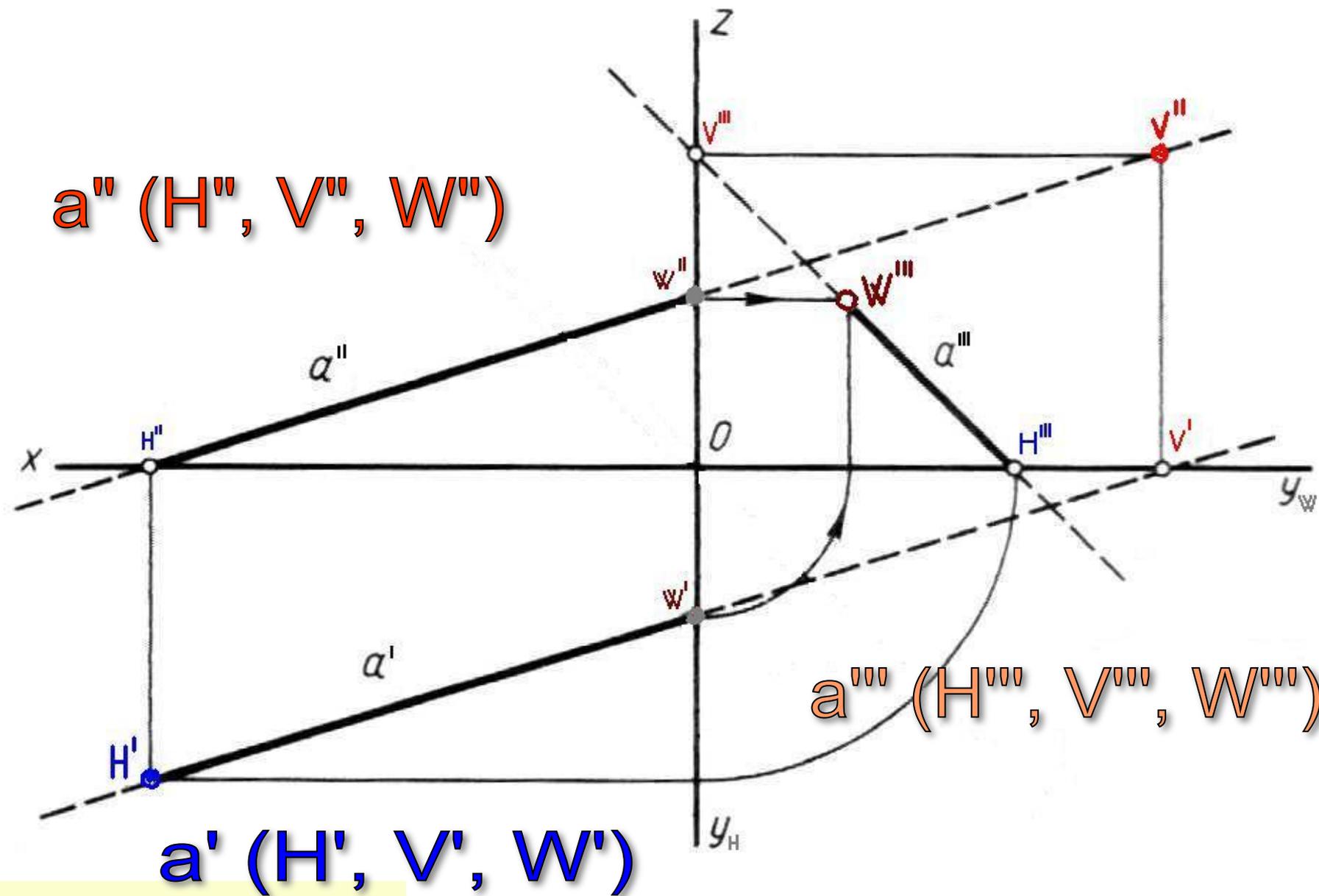
Горизонтальный след прямой - точка,
у которой координата $Z=0$.

Отрезок проходит через I - II - VI октанты



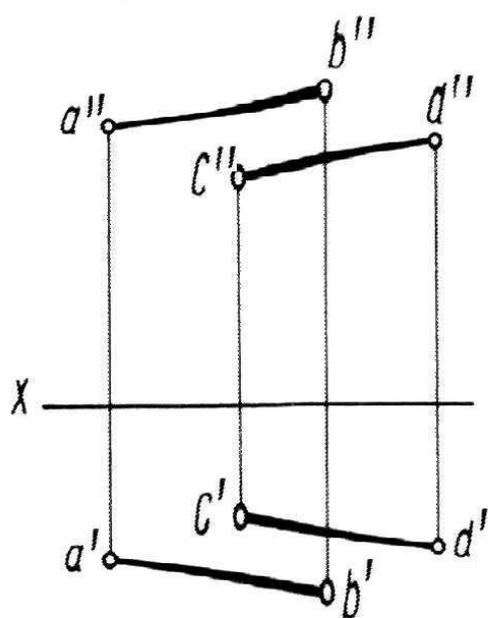
Следы линии



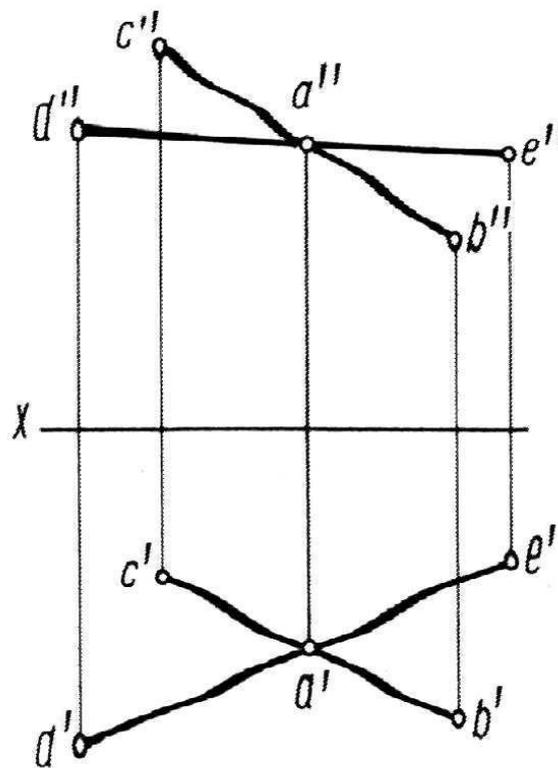


Прямые параллельны, пересекаются, скрещиваются.

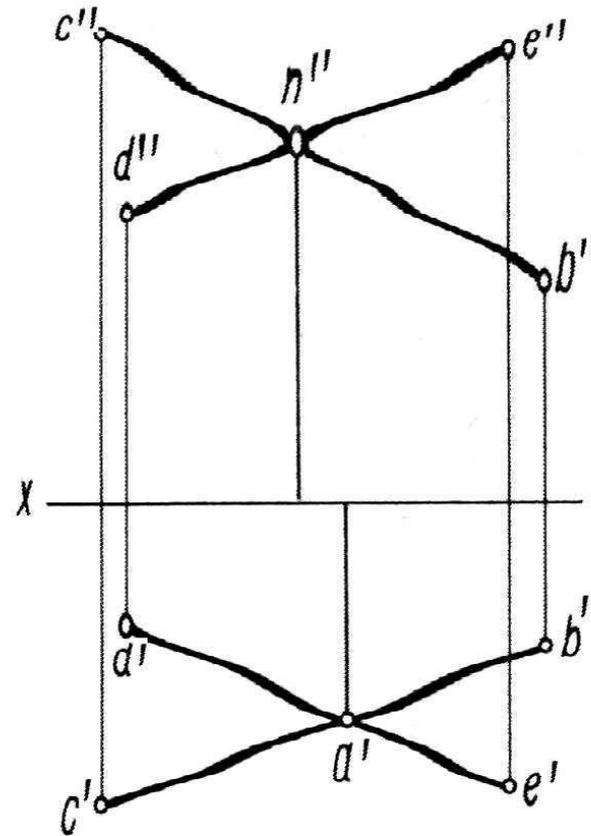
$ab \parallel cd$



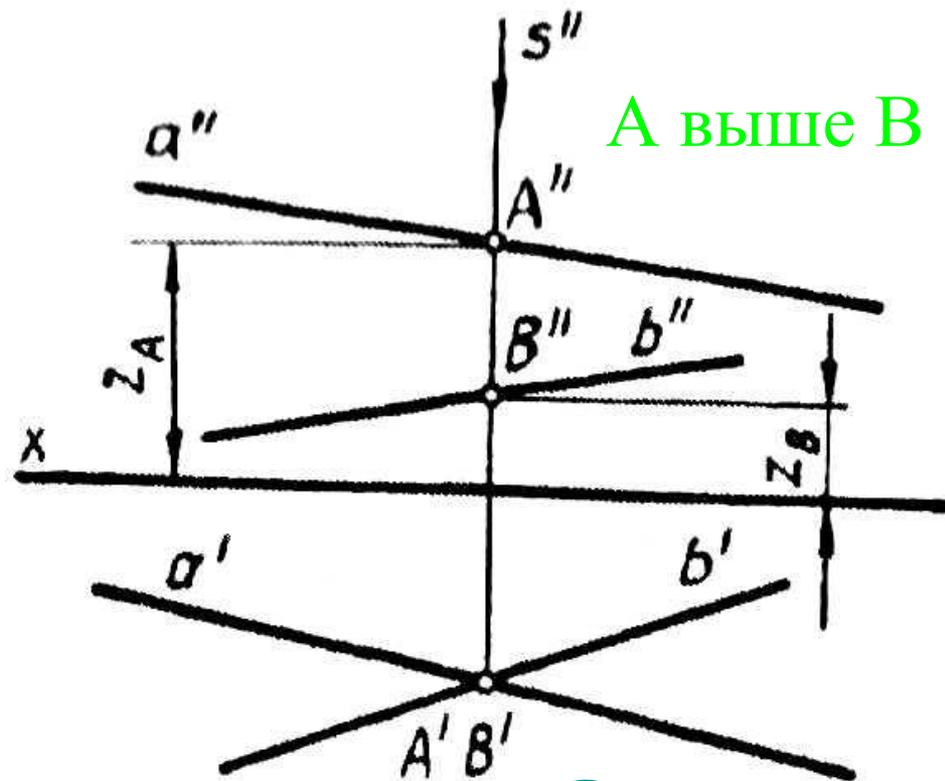
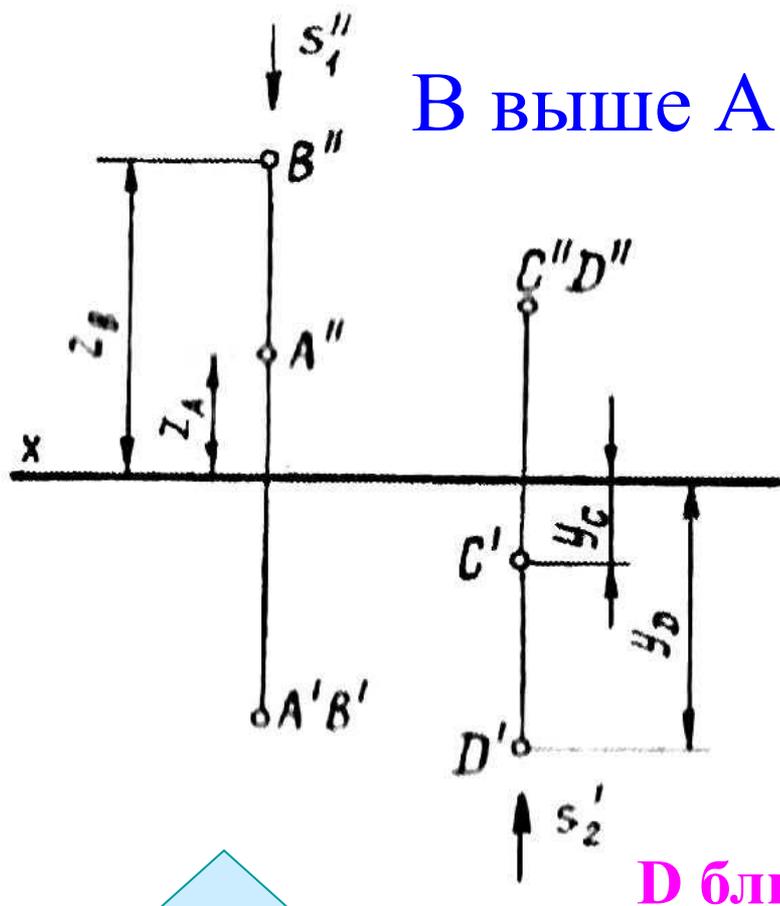
$de \cap cb$



$de \not\subset cb$



Метод конкурирующих точек

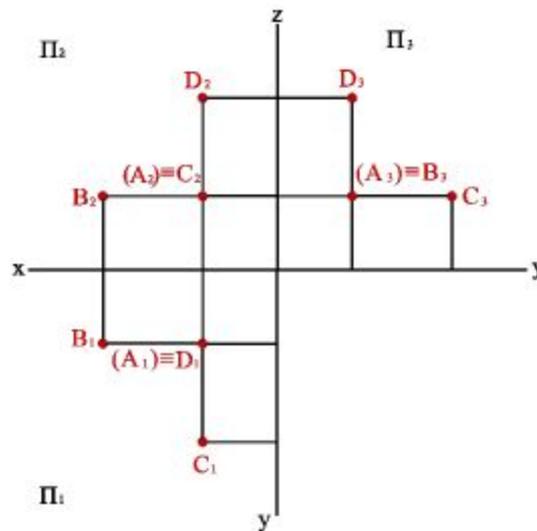
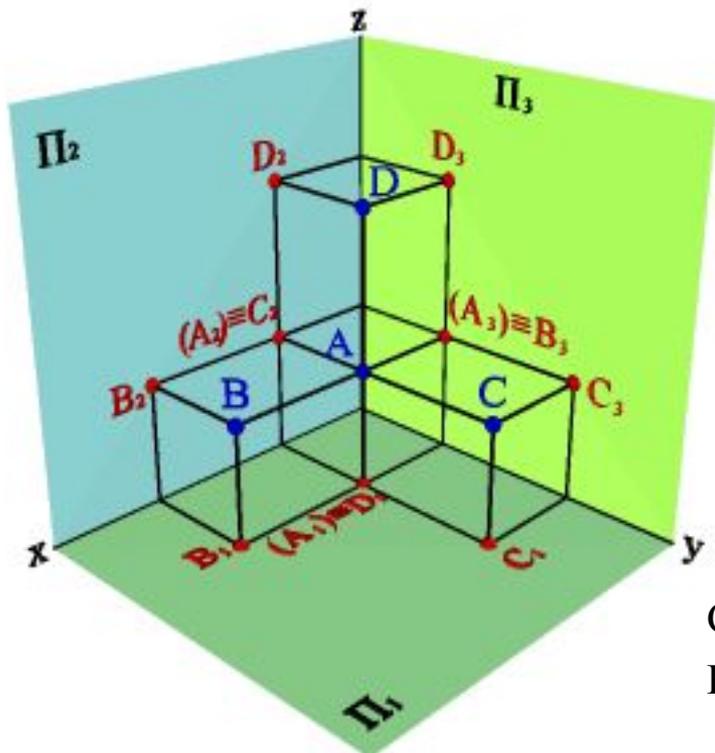


В ближе С

а ≠ б

Заключается в определении взаимной видимости точек по их несовпадающим проекциям:

Если у точек равны две одноименные координаты,
то они называются **конкурирующими**.



Конкурирующие точки расположены на одной проецирующей прямой.

Соответствующие проекции конкурирующих точек совпадают. Различают: **горизонтально конкурирующие** точки A и D , расположенные на горизонтально проецирующей прямой AD ; **фронтально** конкурирующие точки A и C расположенные на фронтально проецирующей прямой AC ; **профильно конкурирующие** точки A и B , расположенные на профильно проецирующей прямой AB .

$$\begin{aligned} X_A &= X_D; & Y_A &= Y_D; & Z_A &> Z_D; \\ X_A &= X_C; & Z_A &= Z_C; & Y_A &> Y_C; \\ Y_A &= Y_B; & Z_A &= Z_B; & X_A &> X_B; \end{aligned}$$

При проецировании на соответствующую плоскость проекций одна точка «закрывает» другую точку, конкурирующую с ней, соответствующая проекция которой окажется невидимой.