

# ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

$$f(x) = 0 \quad f(x_p) \equiv 0$$

# ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

1) Локалізувати корінь  $a < x_p < b$

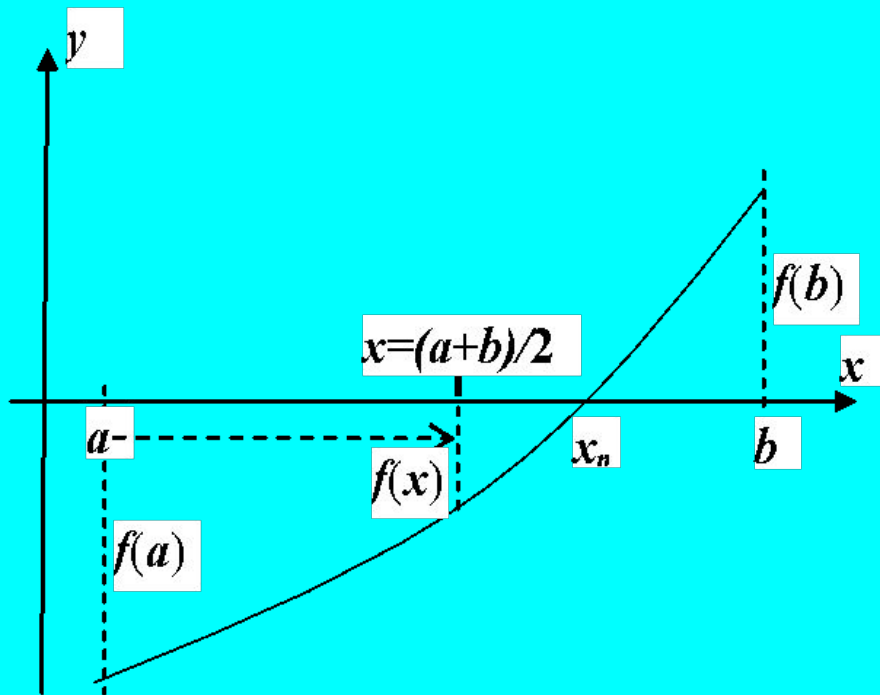
ознака:  $f(a)f(b) < 0 \Rightarrow x \in [a, b]$

2) Уточнити корінь до припустимої  
похибки  $\delta_x < \varepsilon$

$$x_p = \frac{a+b}{2} \pm \frac{a-b}{2}$$

# МЕТОДИ УТОЧНЕННЯ КОРЕНЯ

# 1. Метод половинного поділу (бісекції)



$$x_p = \frac{a+b}{2} \pm \frac{a-b}{2}$$

Алгоритм:

ПОВТОРЮВАТИ

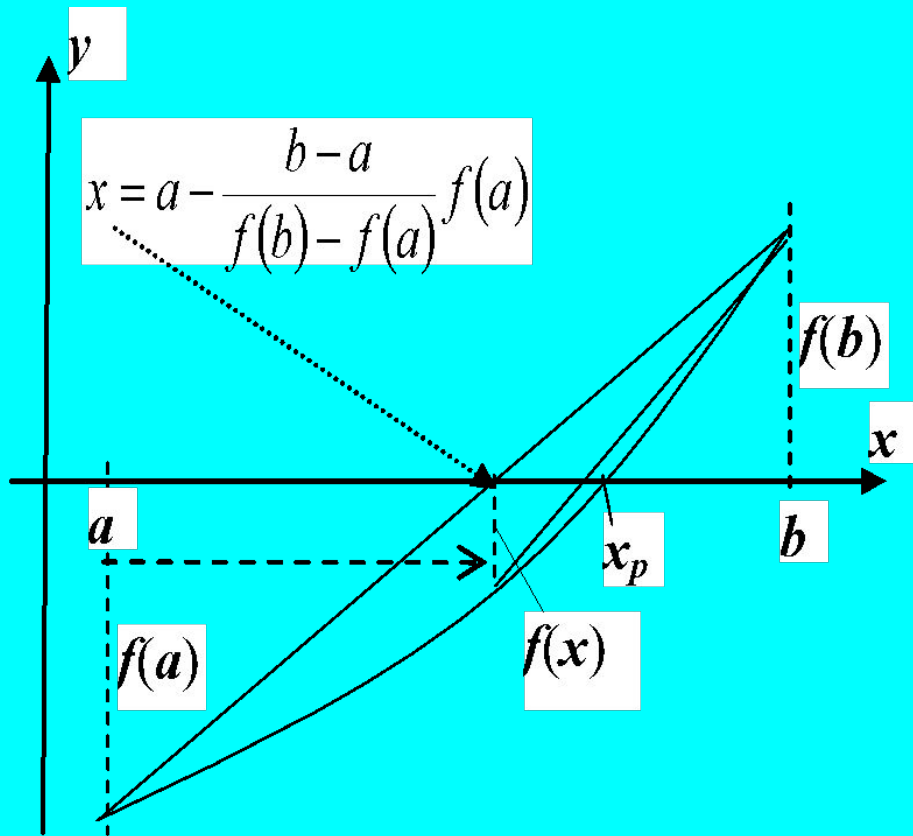
$$x_p = \frac{a+b}{2} ;$$

ЯКЩО  $f(x)f(a) > 0$  ТО  $a := x$

ІНАКШЕ  $b := x$ ;

ДО  $\frac{a-b}{2} < \varepsilon$  .

## 2. Метод хорд



**Алгоритм:**

$x := a$ ;

повторювати

$x_n := x$ ;

$x := a - \frac{b-a}{f(b)-f(a)} f(a)$  ;

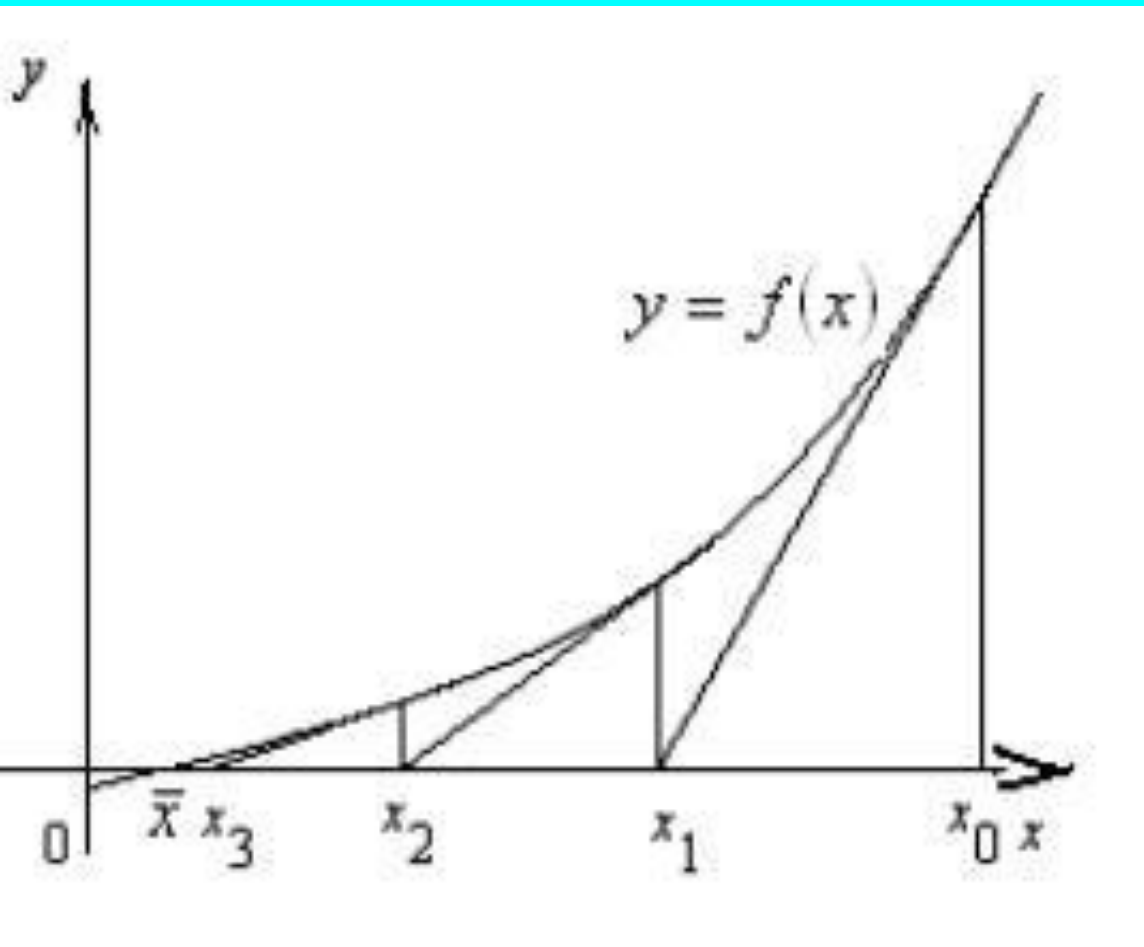
якщо  $f(x)f(a) > 0$  то  $a := x$ ;

інакше  $b := x$ ;

до  $|x - x_n| < \cdot \varepsilon$

# 3. Метод Ньютона (дотичних) лінеаризація рівняння

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 0 \Rightarrow x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$



**Алгоритм:**

$$x := (a + b) / 2; ;$$

**ПОВТОРЮВАТИ**

$$x_n := x;$$

$$x = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} ;$$

**ДО**  $|x - x_n| < \varepsilon$  .

# Метод Ньютона–Рафсона (січних)

$$x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad f'(x) \approx \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$$

$$x = x_{n-1} - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_{n-1})$$

## Алгоритм:

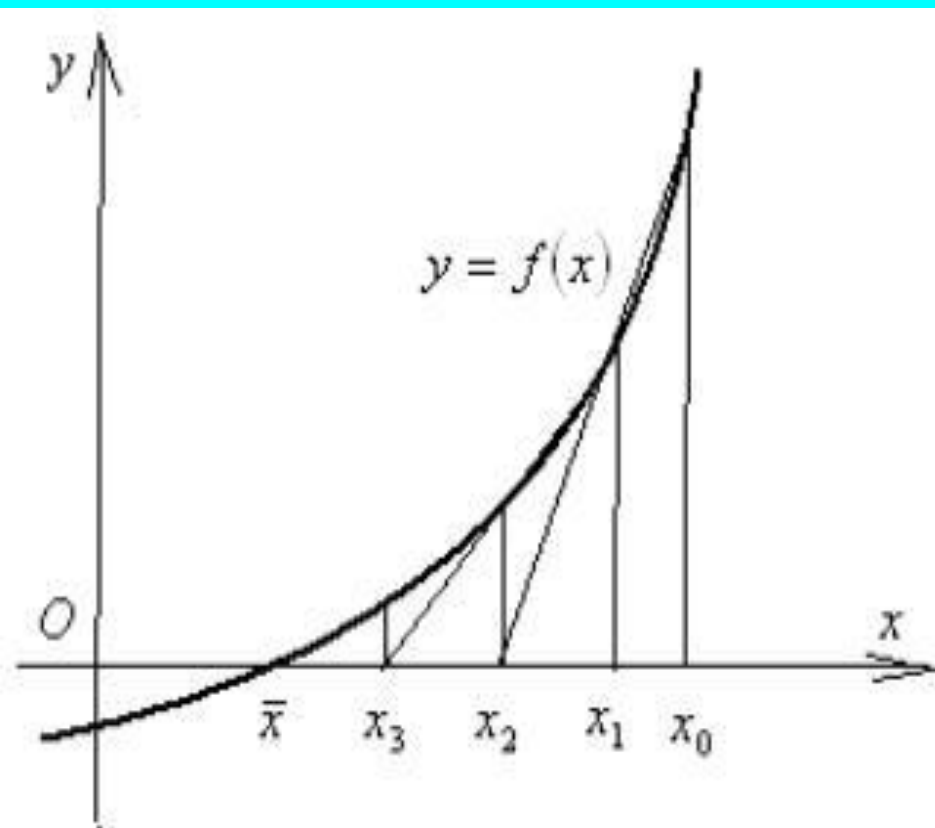
$$x_n := a; \quad x := b;$$

### повторювати

$$x_{n-1} := x_n; \quad x_n := x;$$

$$x = x_{n-1} - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_{n-1});$$

$$\underline{\text{ДО}} \quad |x - x_n| < \varepsilon \quad .$$



# 5. Метод простої ітерації

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = \varphi(x)$$

$$x_1 = \varphi(x_0), \quad x_2 = \varphi(x_1), \dots, x_n = \varphi(x_{n-1}), \dots$$

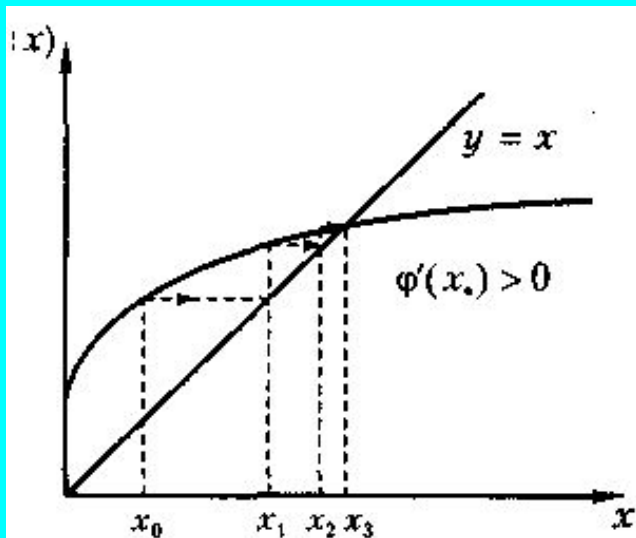
Якщо існує границя послідовності  $x_n$  то  $x_n \rightarrow x_p$ .

**Умова збіжності:**

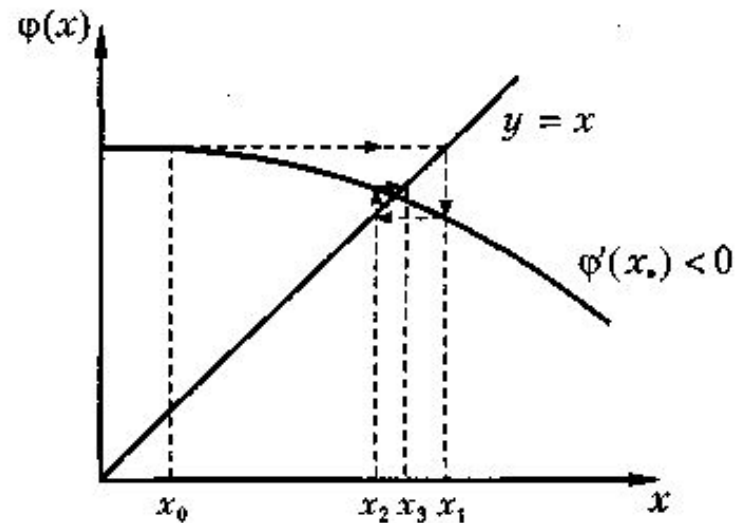
$$\begin{aligned} x_{n+1} - x_n \rightarrow 0 &\Rightarrow |x_{n+1} - x_n| < |x_n - x_{n-1}| \Rightarrow \\ &\Rightarrow |\varphi(x_n) - \varphi(x_{n-1})| < |x_n - x_{n-1}| \Rightarrow \\ &\Rightarrow |\Delta\varphi| < |\Delta x| \Rightarrow |\varphi'(x)| < 1 \end{aligned}$$



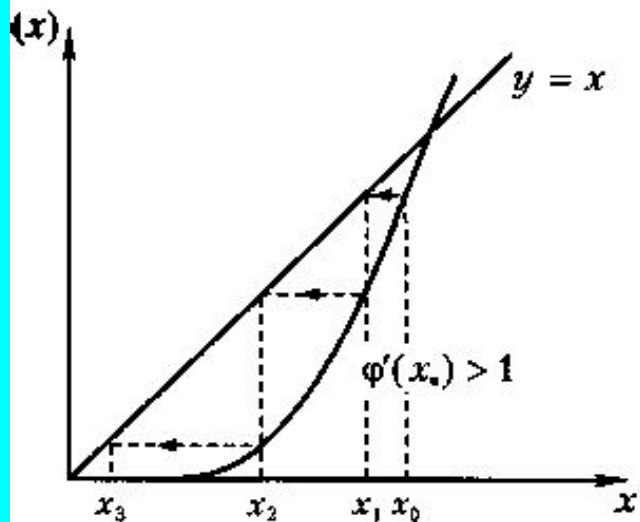
# Метод простої ітерації геометрична інтерпретація



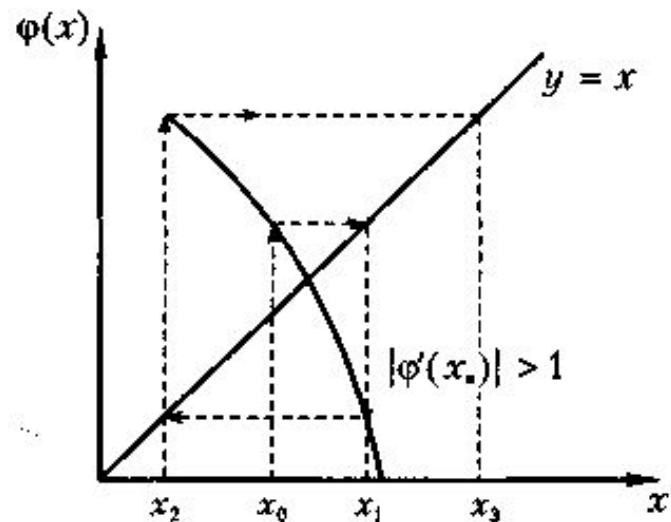
а



б



в



г