

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

$$f(x) = 0 \quad f(x_p) \equiv 0$$

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

1) Локалізувати корінь $a < x_p < b$

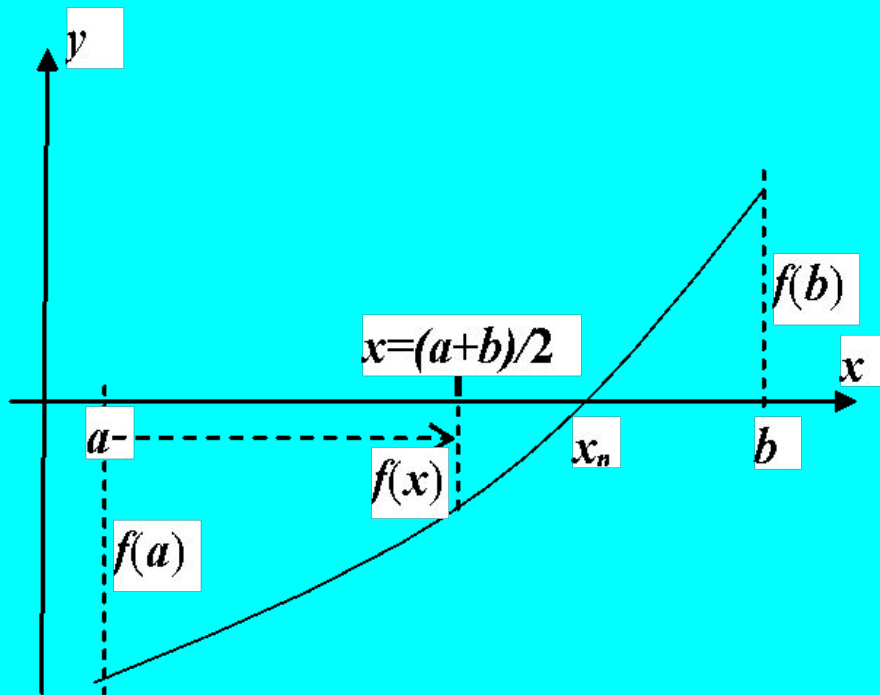
ознака: $f(a)f(b) < 0 \Rightarrow x \in [a, b]$

2) Уточнити корінь до припустимої
похибки $\delta_x < \varepsilon$

$$x_p = \frac{a+b}{2} \pm \frac{a-b}{2}$$

МЕТОДИ УТОЧНЕННЯ КОРЕНЯ

1. Метод половинного поділу (бісекції)



$$x_p = \frac{a+b}{2} \pm \frac{a-b}{2}$$

Алгоритм:

ПОВТОРЮВАТИ

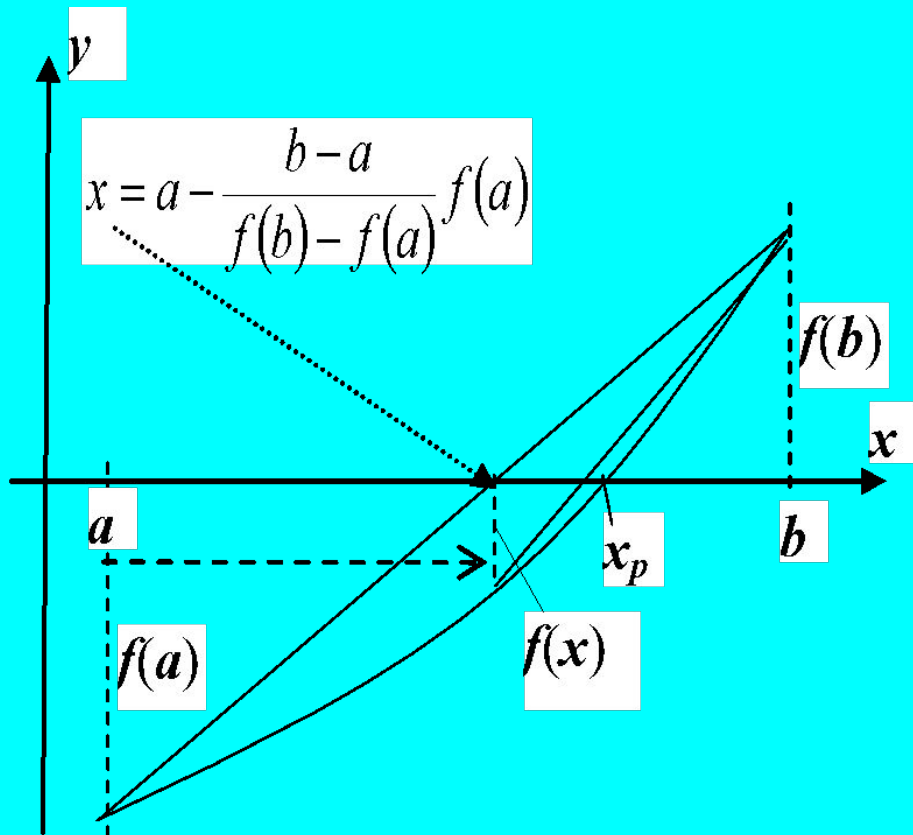
$$x_p = \frac{a+b}{2} ;$$

ЯКЩО $f(x)f(a) > 0$ ТО $a := x$

ІНАКШЕ $b := x$;

ДО $\frac{a-b}{2} < \varepsilon$.

2. Метод хорд



Алгоритм:

$x := a$;

повторювати

$x_n := x$;

$x := a - \frac{b-a}{f(b)-f(a)} f(a)$;

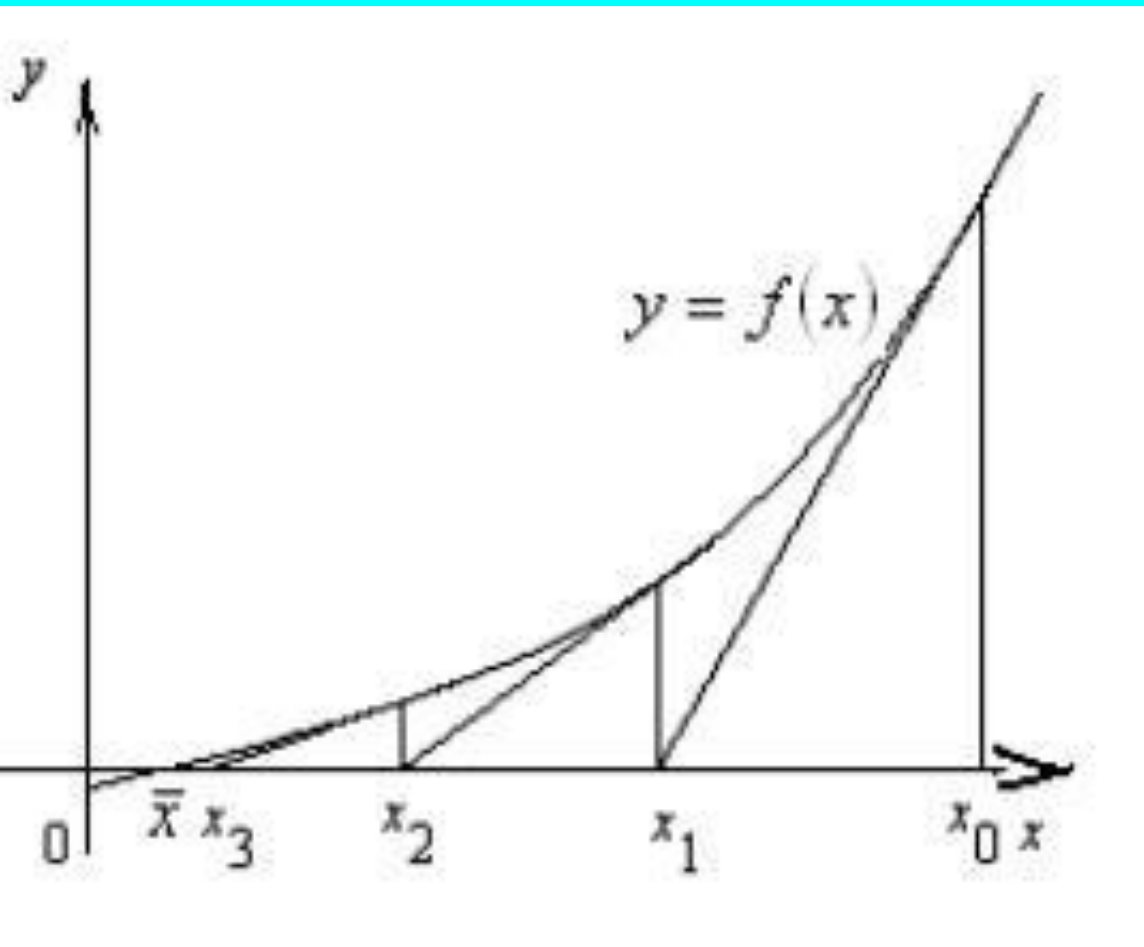
якщо $f(x)f(a) > 0$ то $a := x$;

інакше $b := x$;

до $|x - x_n| < \cdot \varepsilon$

3. Метод Ньютона (дотичних) лінеаризація рівняння

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 0 \Rightarrow x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$



Алгоритм:

$$x := (a + b) / 2; ;$$

ПОВТОРЮВАТИ

$$x_n := x;$$

$$x = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} ;$$

ДО $|x - x_n| < \varepsilon$.

Метод Ньютона–Рафсона (січних)

$$x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad f'(x) \approx \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$$

$$x = x_{n-1} - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_{n-1})$$

Алгоритм:

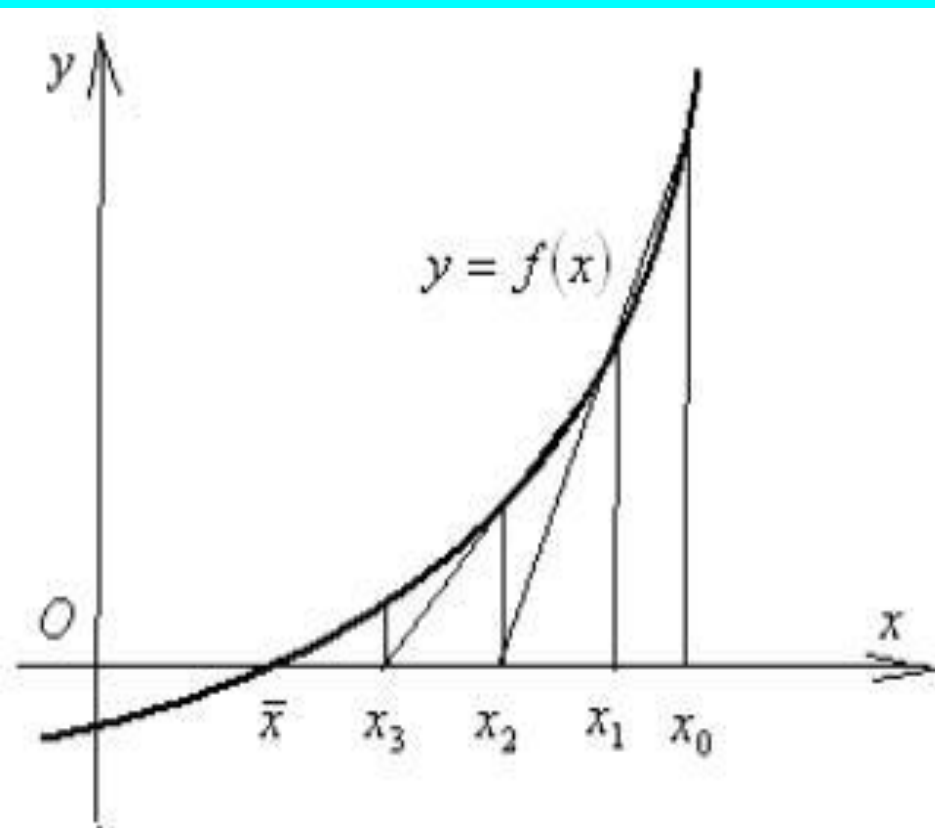
$$x_n := a; \quad x := b;$$

повторювати

$$x_{n-1} := x_n; \quad x_n := x;$$

$$x = x_{n-1} - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_{n-1});$$

$$\underline{\text{ДО}} \quad |x - x_n| < \varepsilon \quad .$$



5. Метод простої ітерації

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = \varphi(x)$$

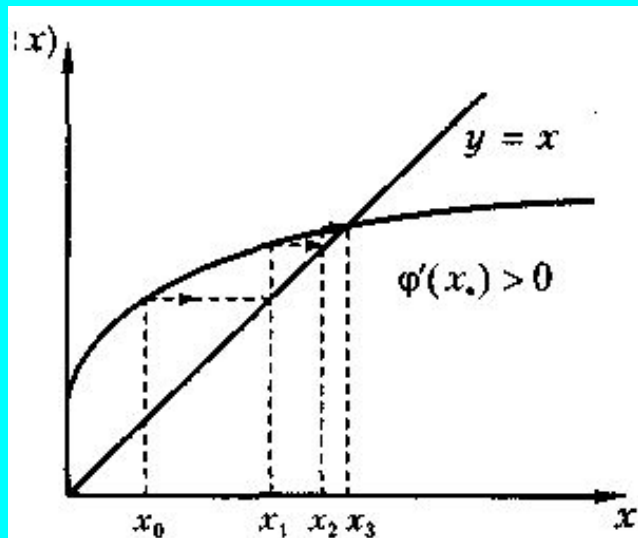
$$x_1 = \varphi(x_0), \quad x_2 = \varphi(x_1), \dots, x_n = \varphi(x_{n-1}), \dots$$

Якщо існує границя послідовності x_n то $x_n \rightarrow x_p$.

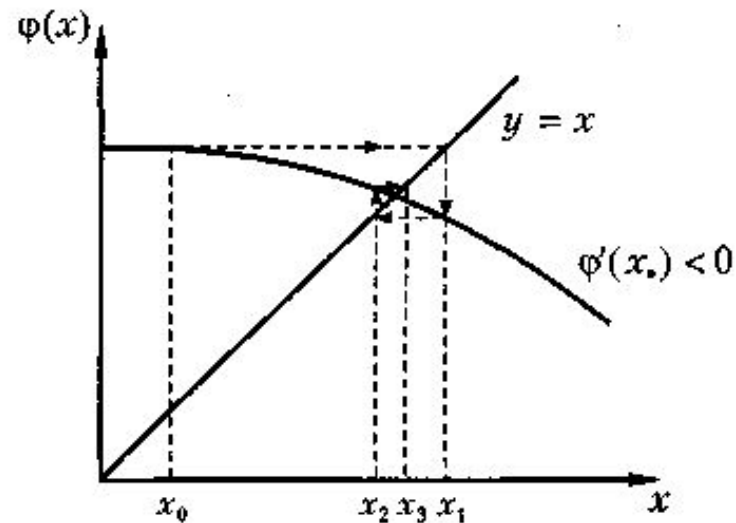
Умова збіжності:

$$\begin{aligned} x_{n+1} - x_n \rightarrow 0 &\Rightarrow |x_{n+1} - x_n| < |x_n - x_{n-1}| \Rightarrow \\ &\Rightarrow |\varphi(x_n) - \varphi(x_{n-1})| < |x_n - x_{n-1}| \Rightarrow \\ &\Rightarrow |\Delta\varphi| < |\Delta x| \Rightarrow |\varphi'(x)| < 1 \end{aligned}$$

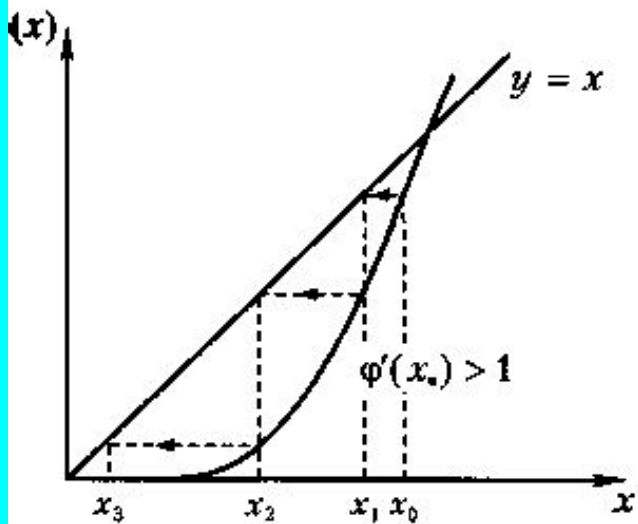
Метод простої ітерації геометрична інтерпретація



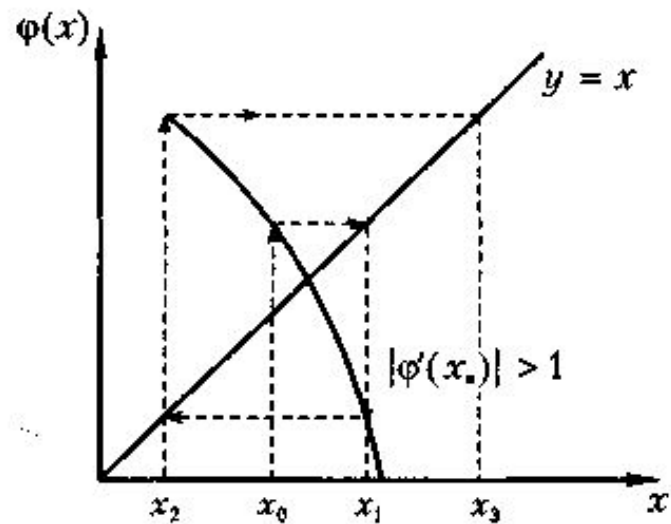
a



b



c



d