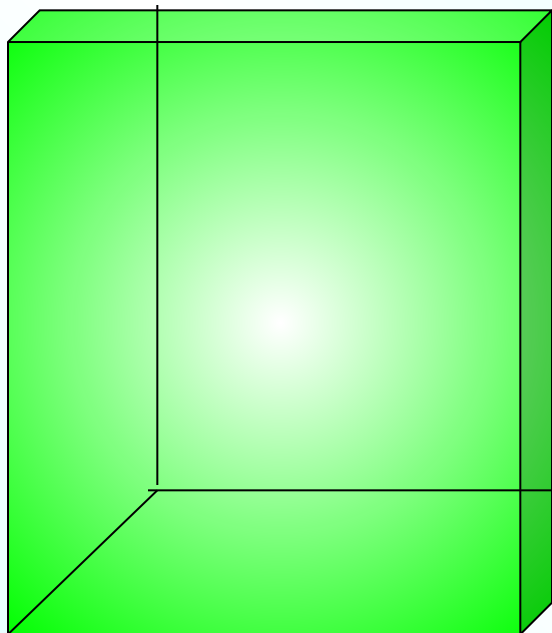


Савченко Е.М., учитель математики,  
МОУ гимназия № , г. Полярные Зори, Мурманской обл.

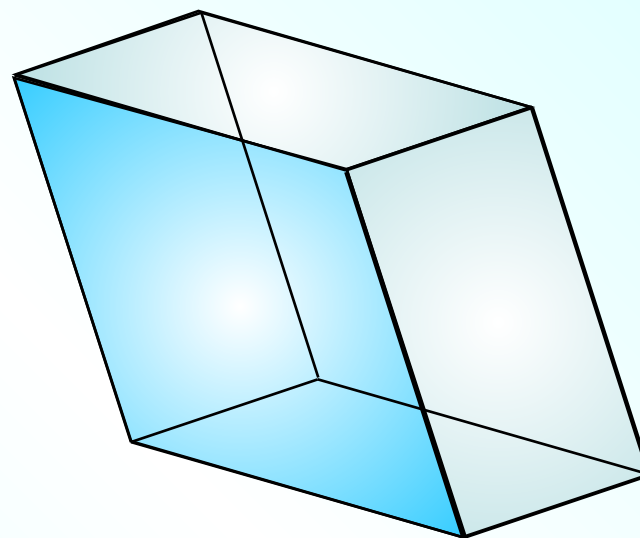
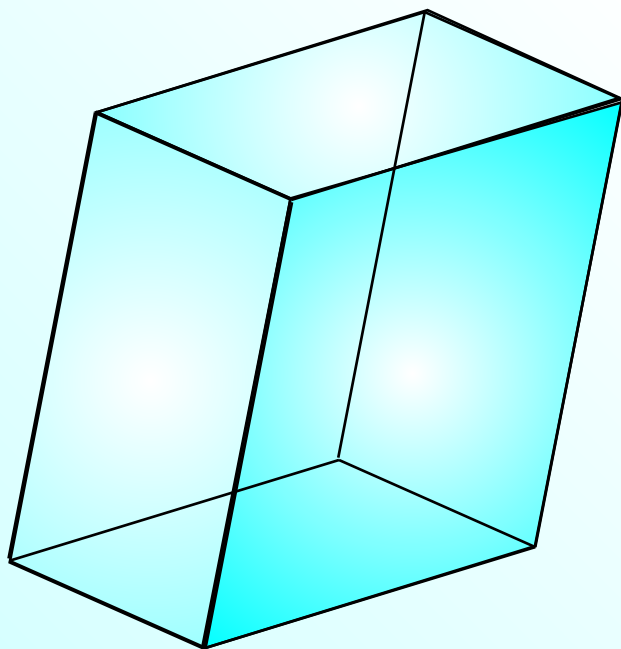
# Понятие многогранника

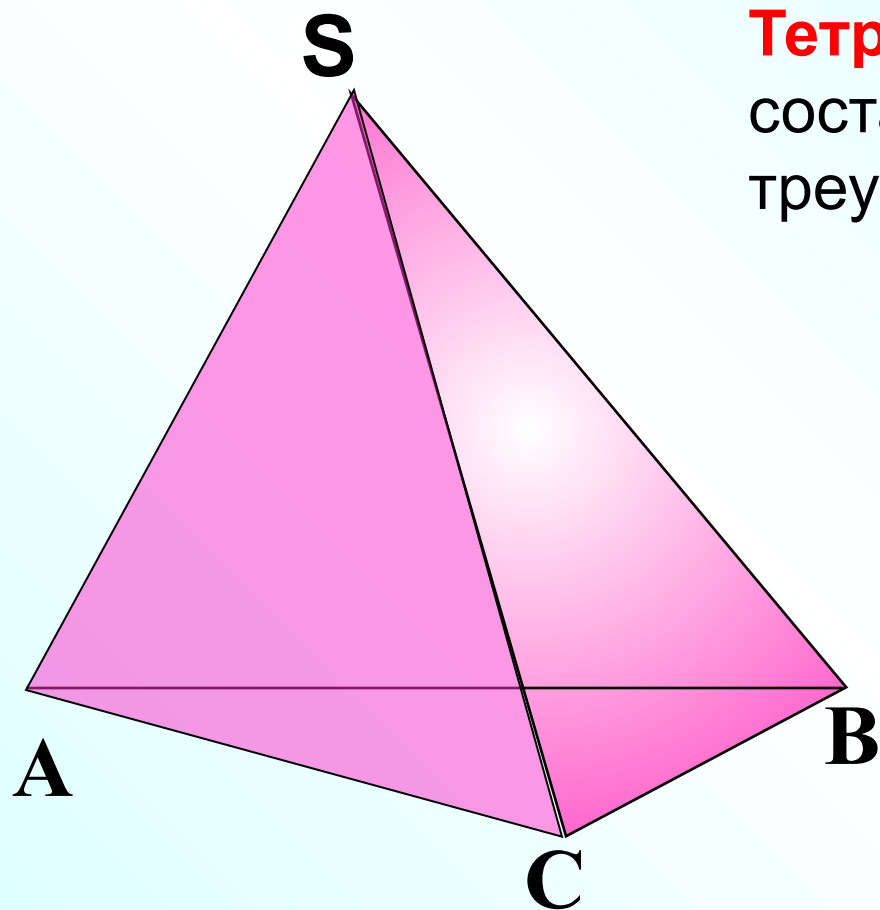
*Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"*

# Призма



**Параллелепипед** –  
поверхность, составленная из  
шести параллелограммов.

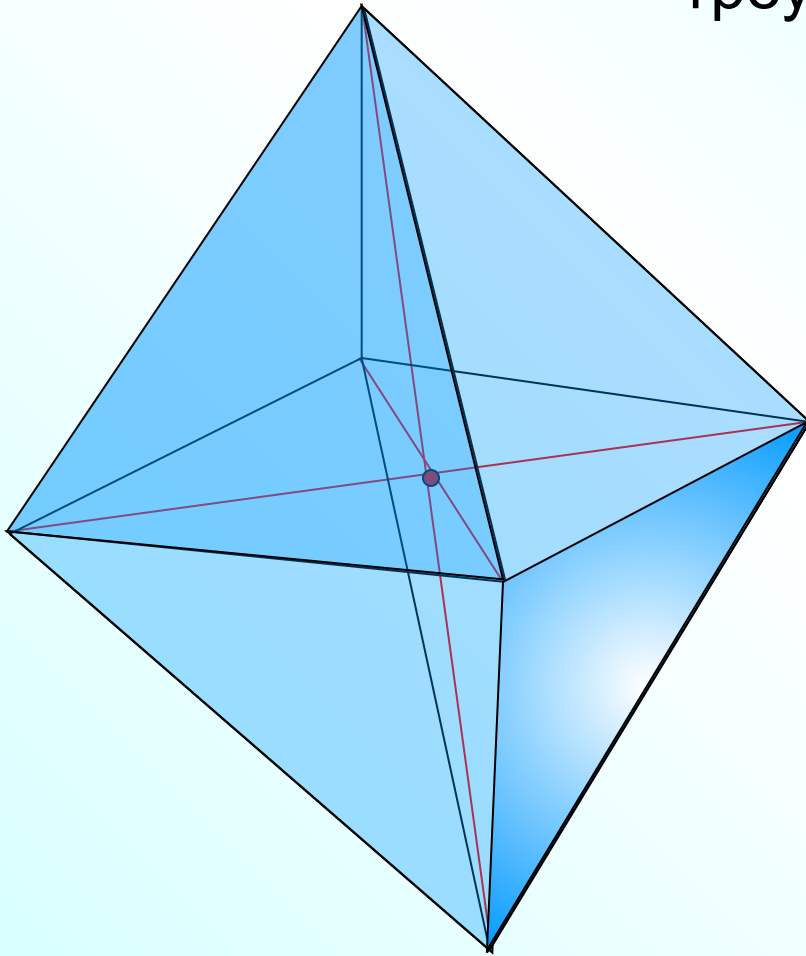




**Тетраэдр** – поверхность, составленная из четырех треугольников.

Поверхность, составленную из многоугольников и ограничивающую некоторое геометрическое тело, будем называть многогранной поверхностью или **многогранником**.

**Октаэдр** составлен из восьми треугольников.



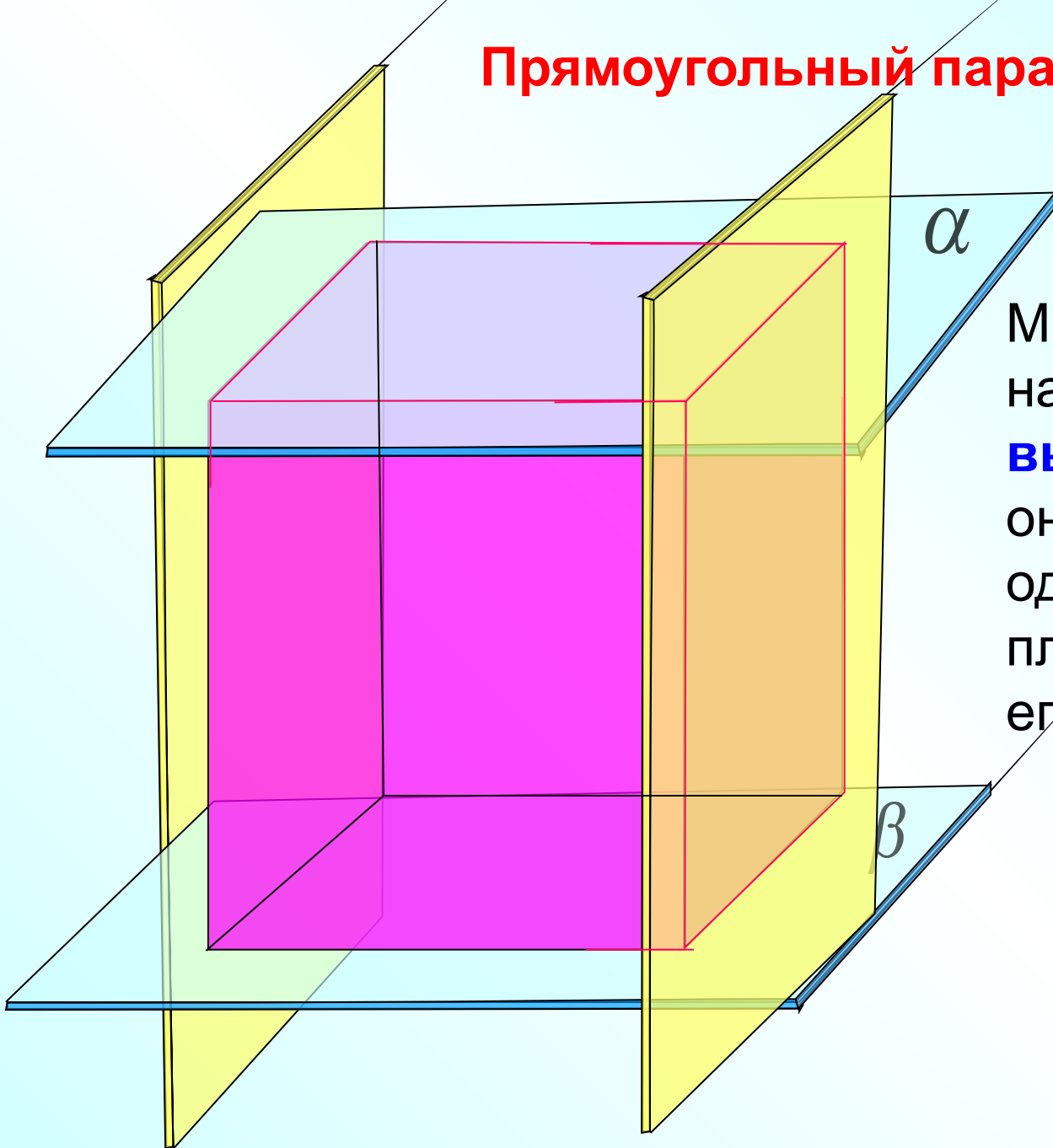
Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются

**гранями.**

Стороны граней называются **ребрами**, а концы ребер – **вершинами.**

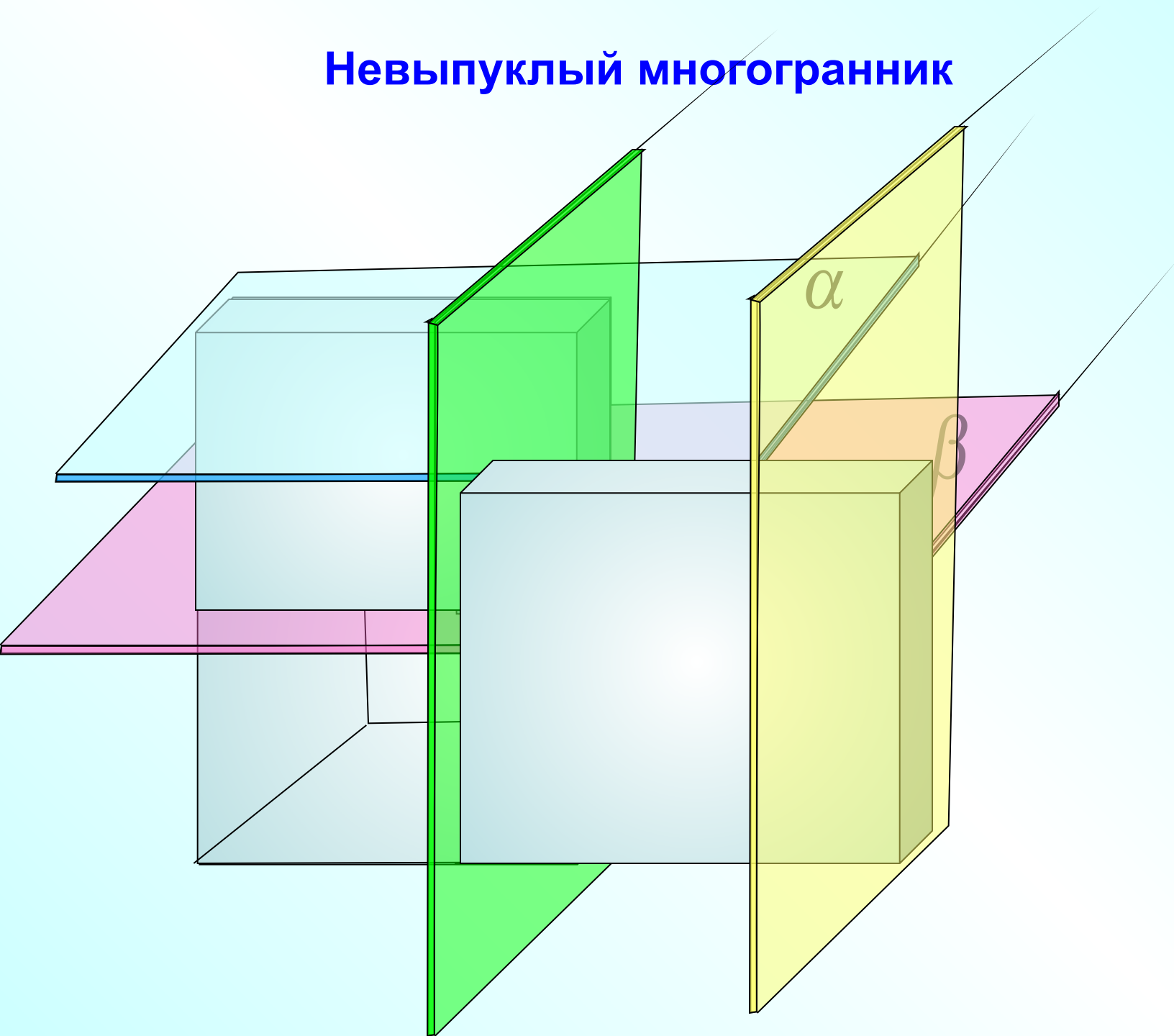
Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется **диагональю** многогранника.

# Прямоугольный параллелепипед

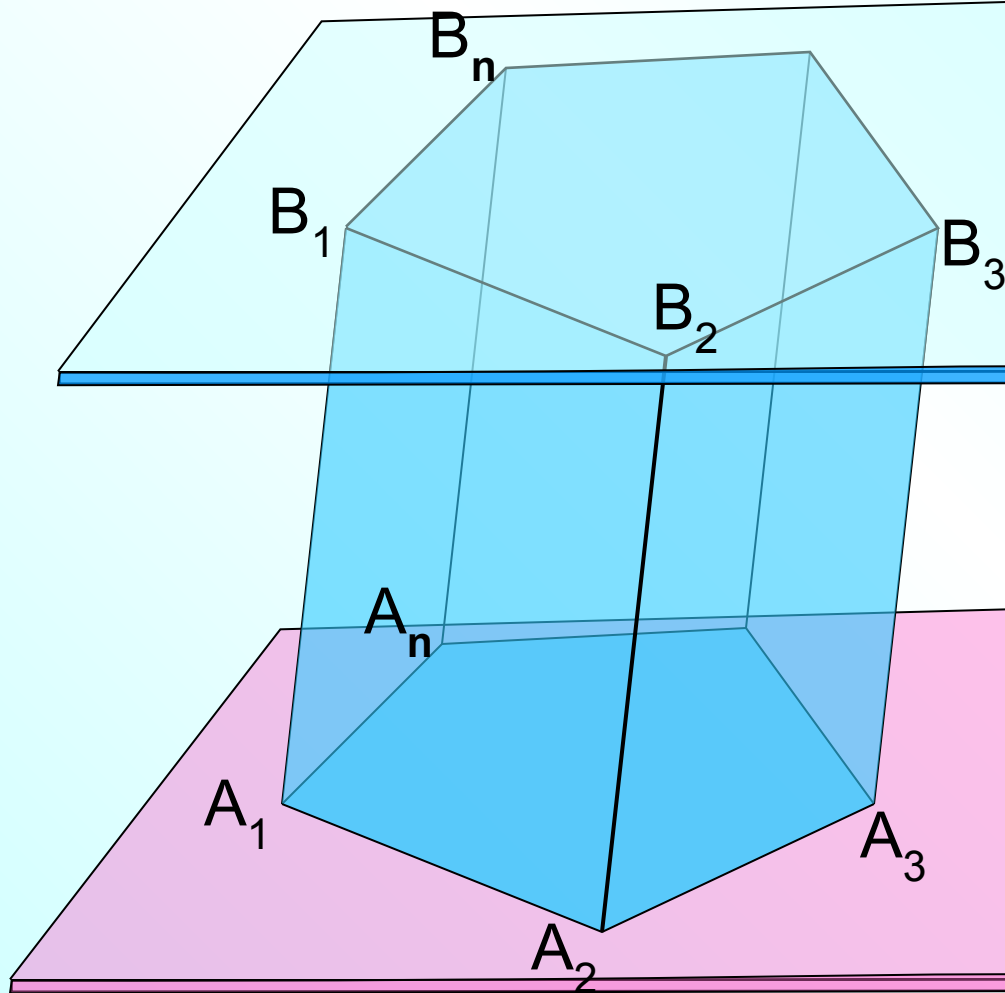


Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

# Невыпуклый многогранник



# Призма



Многогранник, составленный из двух равных многоугольников  $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$ , расположенных в параллельных плоскостях, и  $n$  параллелограммов, называется призмой.

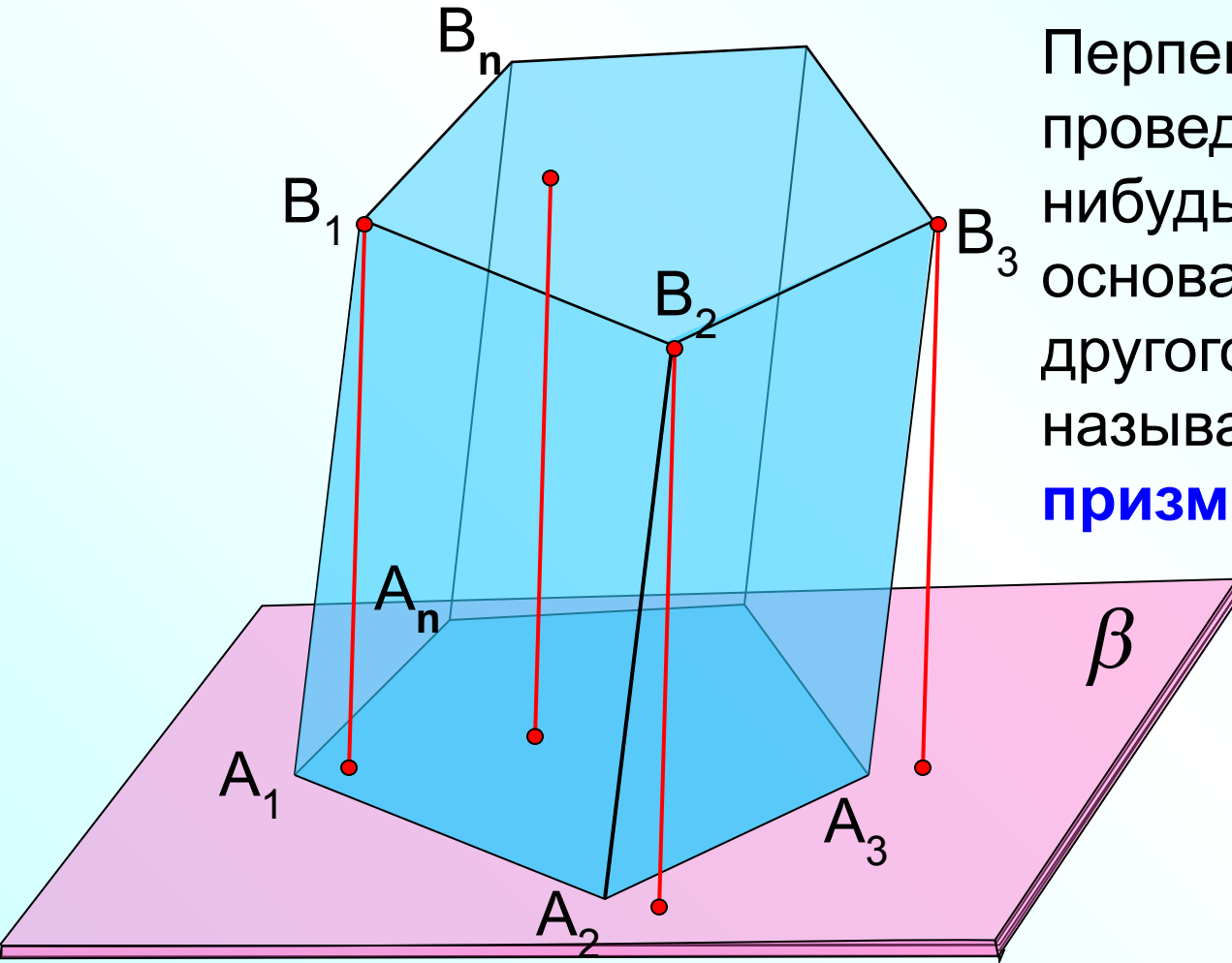
**$n$ -угольная призма.**

Многоугольники  $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$  — **основания призмы.**

Параллелограммы  $A_1B_1B_2B_2$ ,  $A_2B_2B_3A_3$  и т.д. **боковые грани призмы**

# Призма

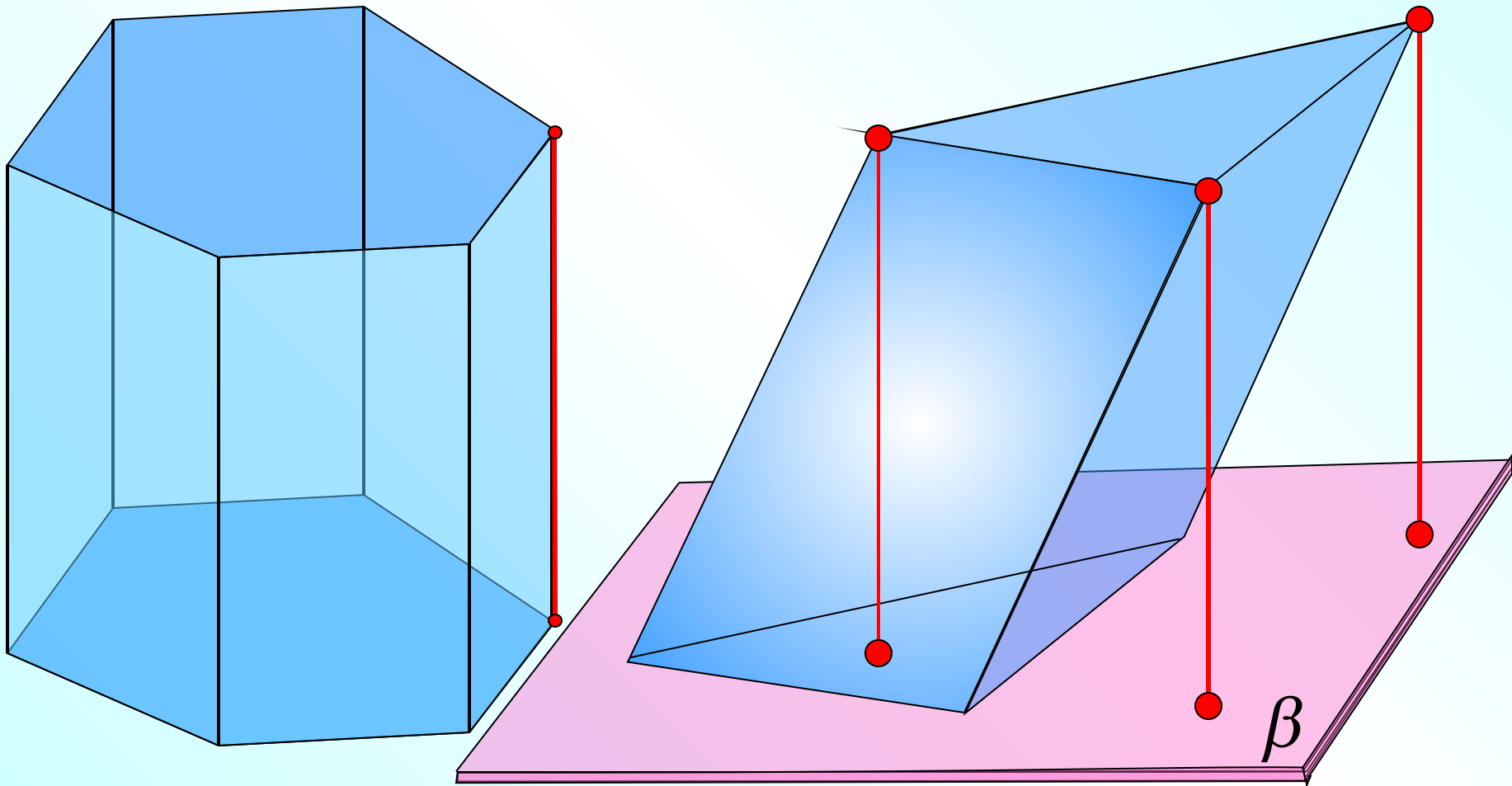
Отрезки  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$  и т.д. -  
**боковые ребра призмы**



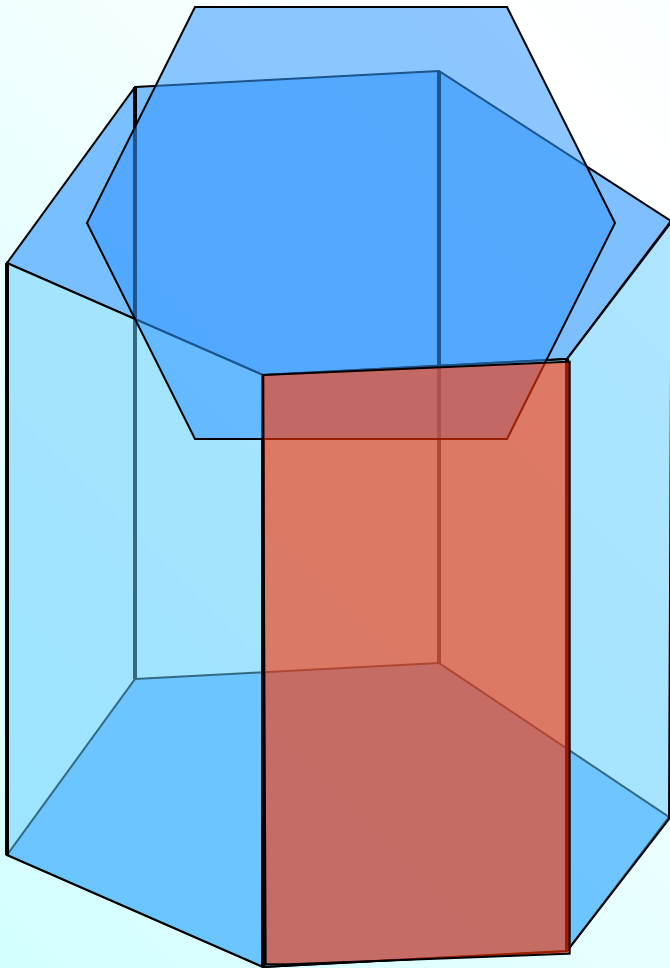
Перпендикуляр,  
проведенный из какой-  
нибудь точки одного  
основания к плоскости  
другого основания,  
называется **высотой**  
**призмы.**



Если боковые ребра перпендикулярны к основаниям, то призма называется **прямой**, в противном случае **наклонной**. Высота прямой призмы равна ее боковому ребру.



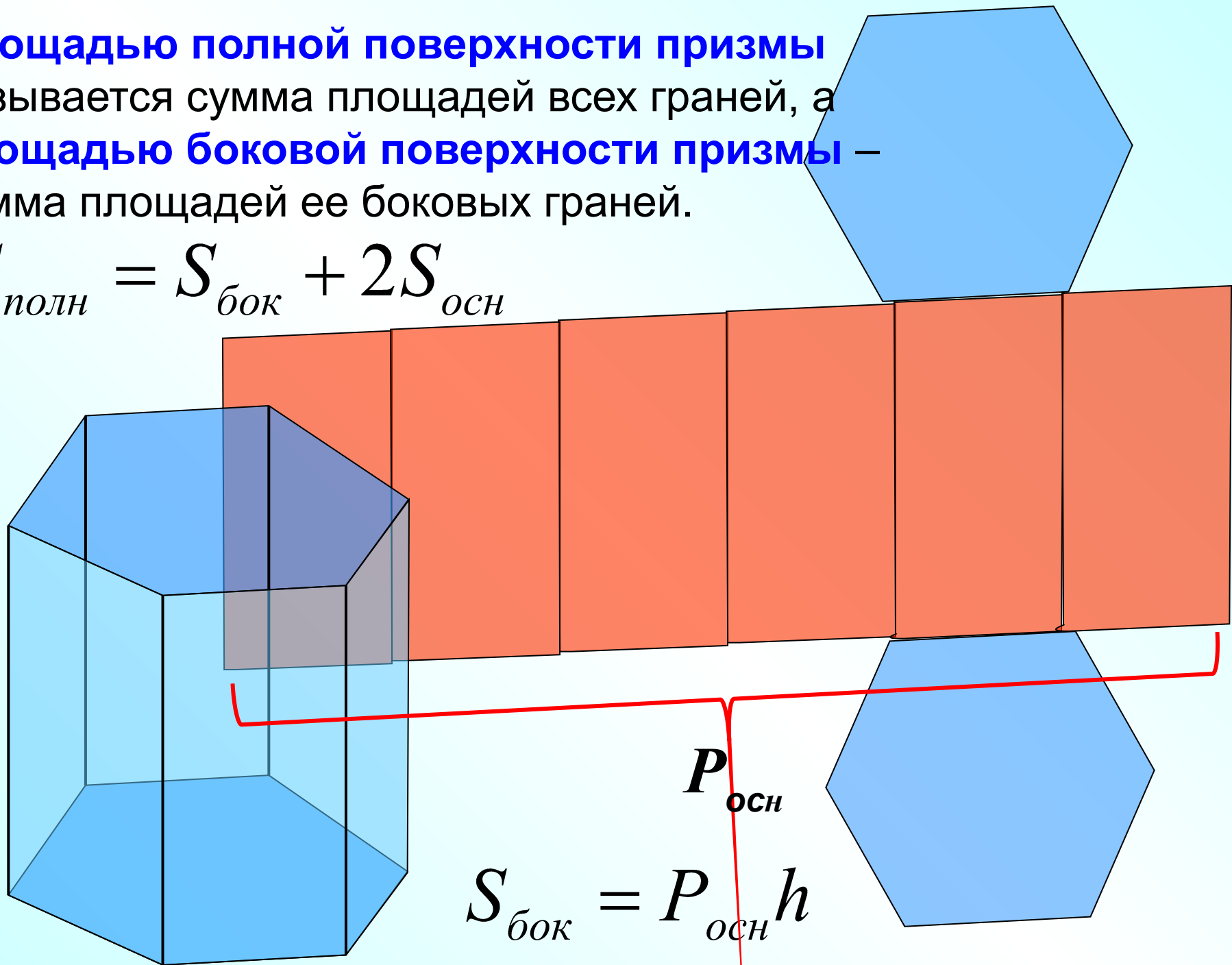
Прямая призма называется **правильной**, если ее основания - правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани – равные прямоугольники.



**Площадью полной поверхности призмы** называется сумма площадей всех граней, а **площадью боковой поверхности призмы** – сумма площадей ее боковых граней.

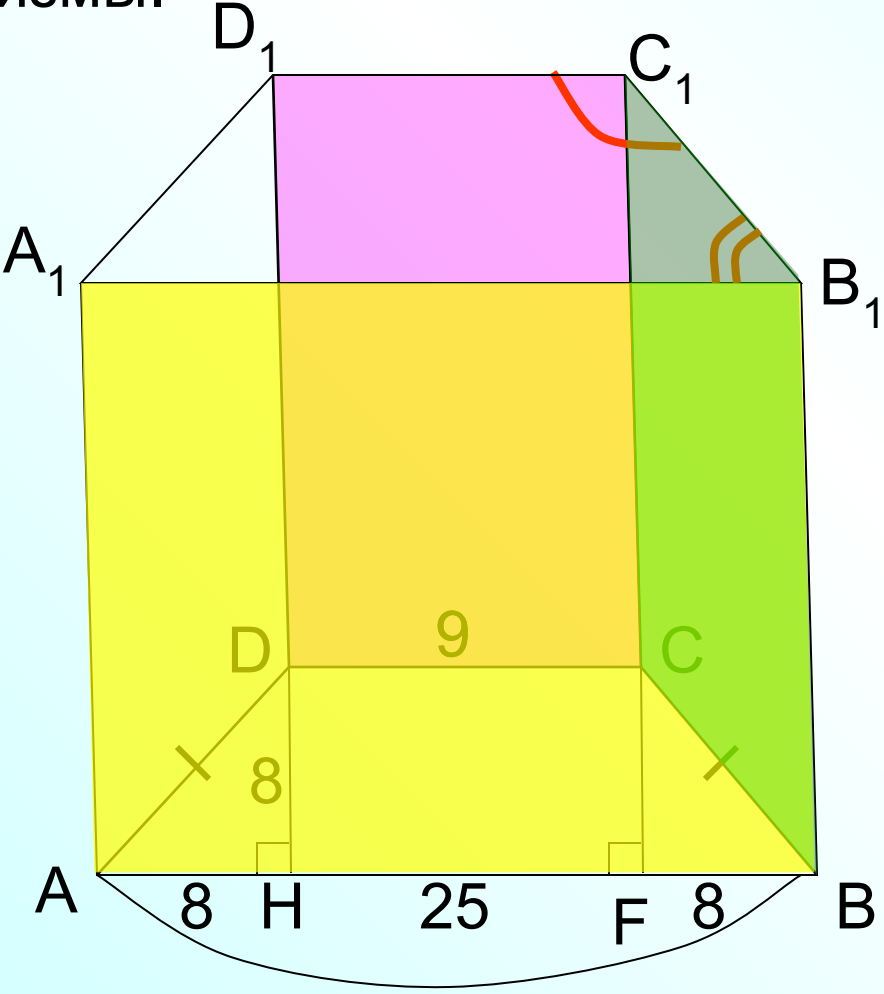
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

$h$

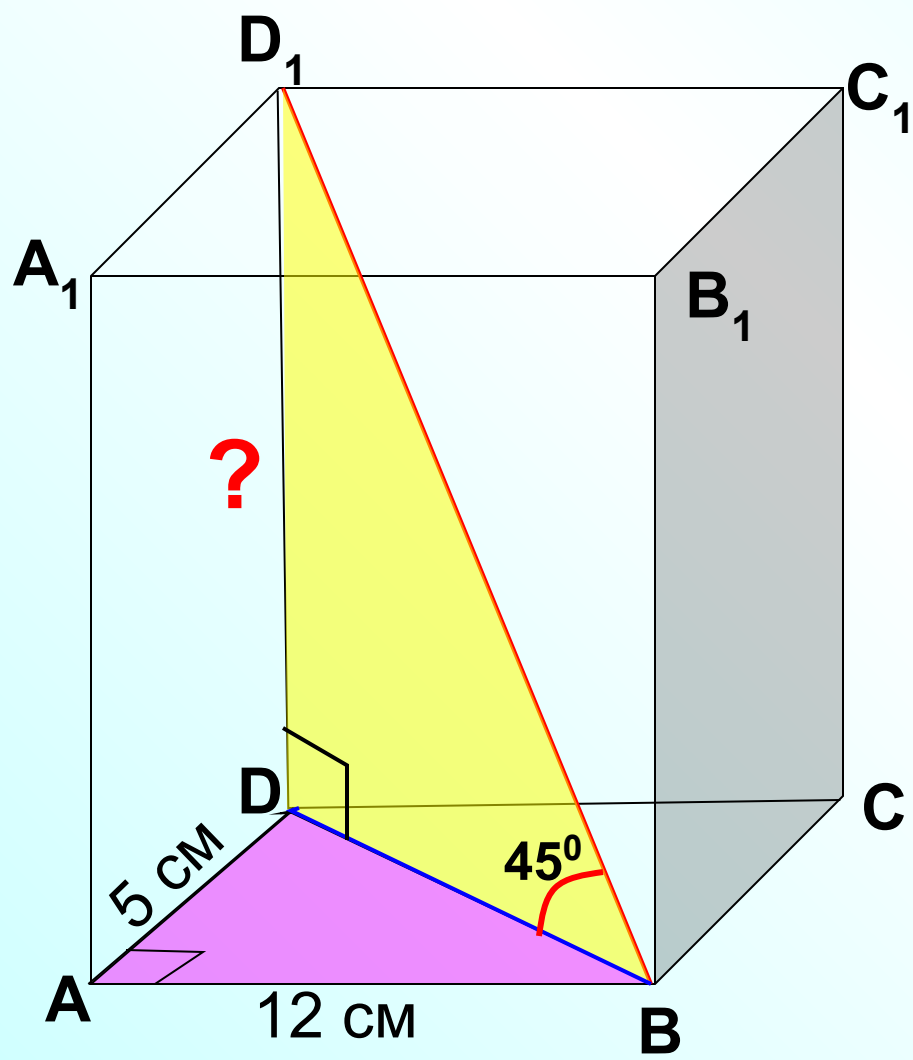


$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} h$$

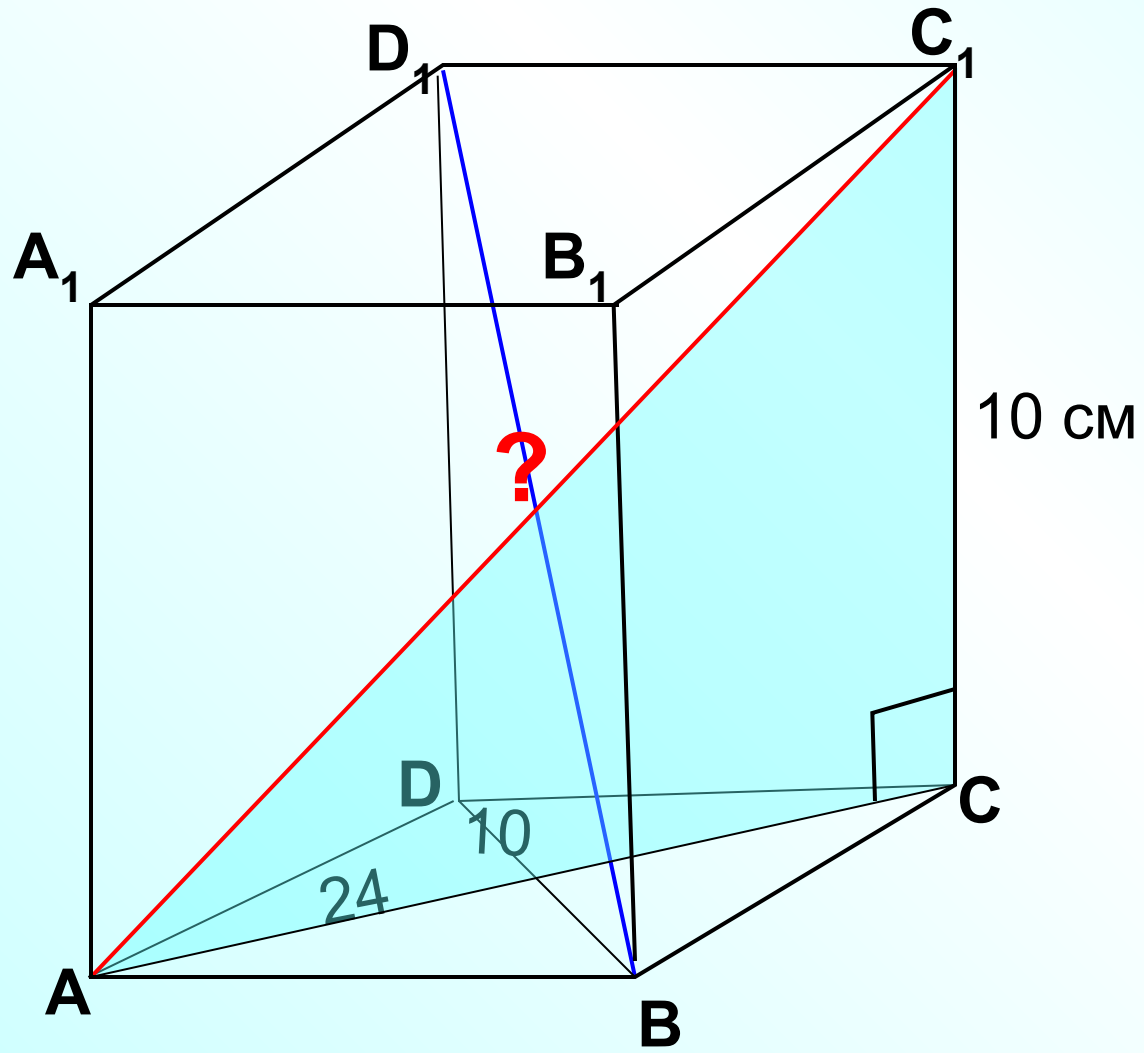
**№ 222.** Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двугранные углы при боковых ребрах призмы.



**№ 219.** В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в  $45^\circ$ . Найдите боковое ребро параллелепипеда.



**№ 220.** Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.

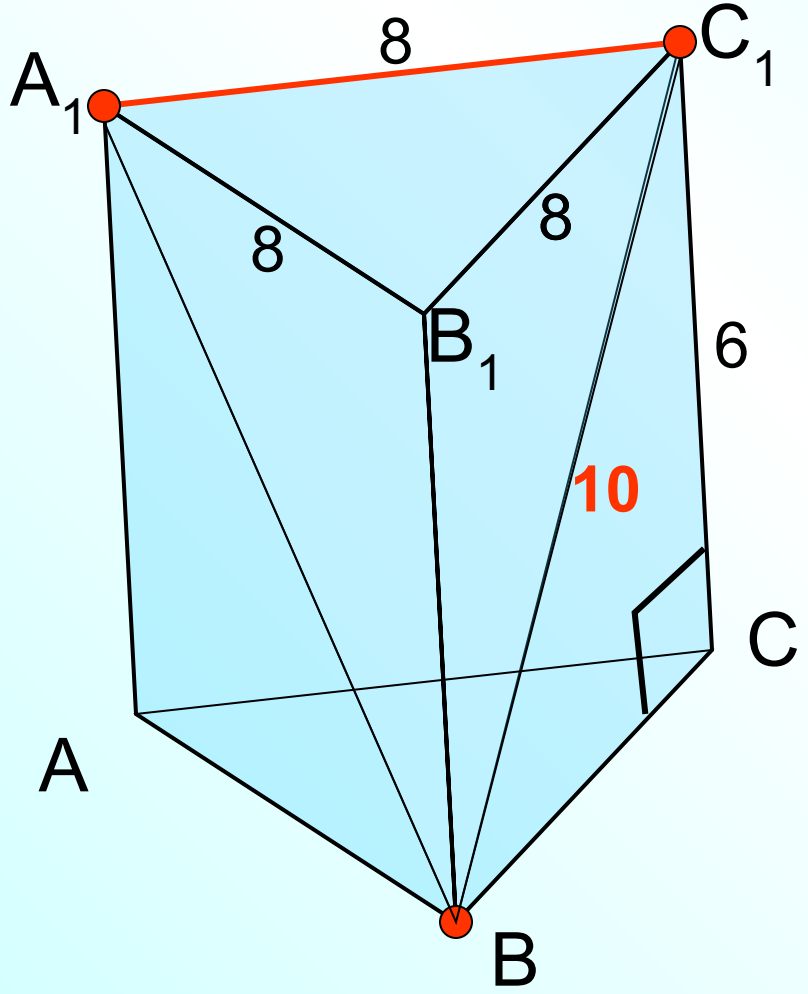


1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, а диагональ боковой грани равна 10 см. Найдите площадь боковой и полной поверхности призмы.

2. Основание прямой призмы – параллелограмм со сторонами 8 и 15 см и углом  $120^\circ$ . Боковая поверхность призмы имеет площадь  $460 \text{ см}^2$ . Найдите площадь сечения призмы, проходящего через боковое ребро и меньшую диагональ основания.

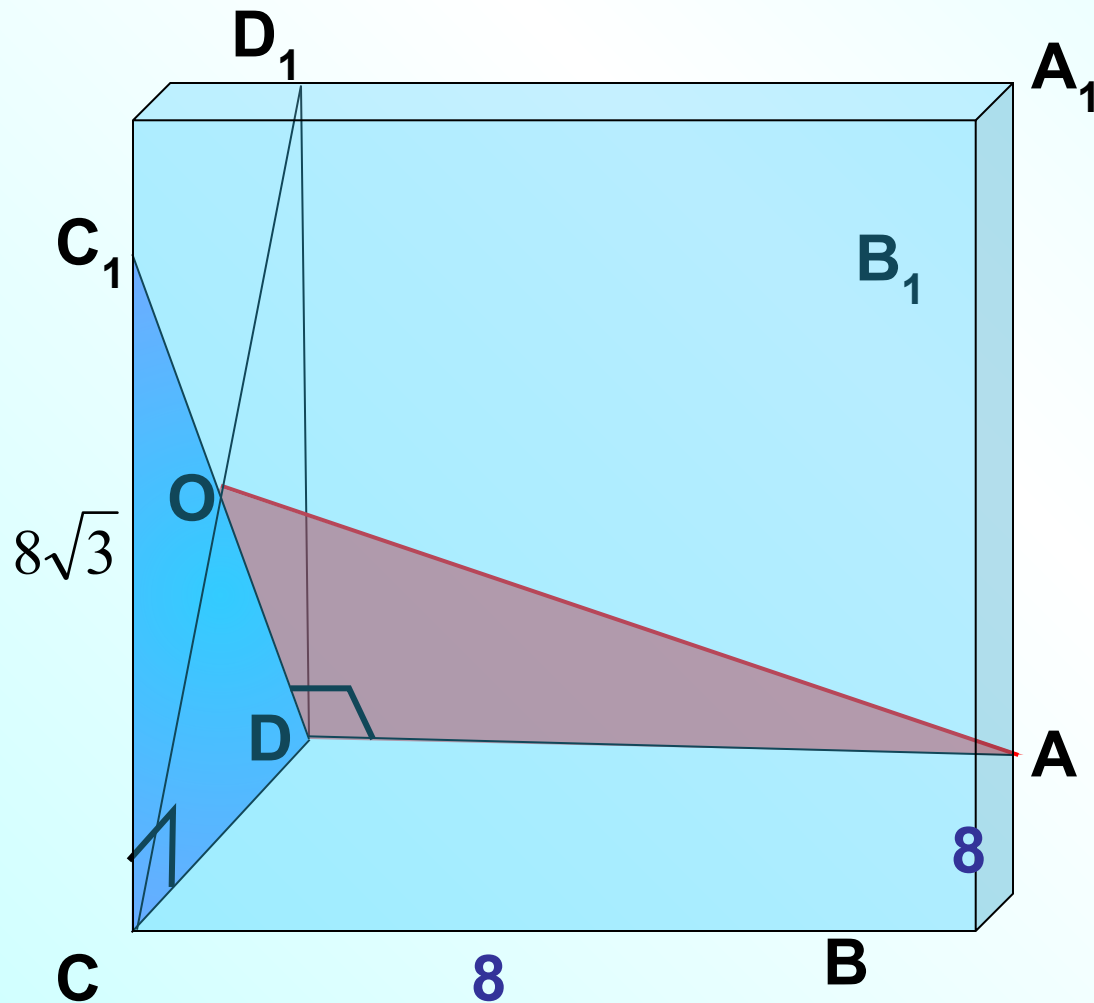
3. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетами 13 и 12 см. Меньшая боковая грань и основание призмы **равновелики**. Найдите площадь боковой и полной поверхности призмы.

**№ 221.** Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противоположную вершину нижнего основания.

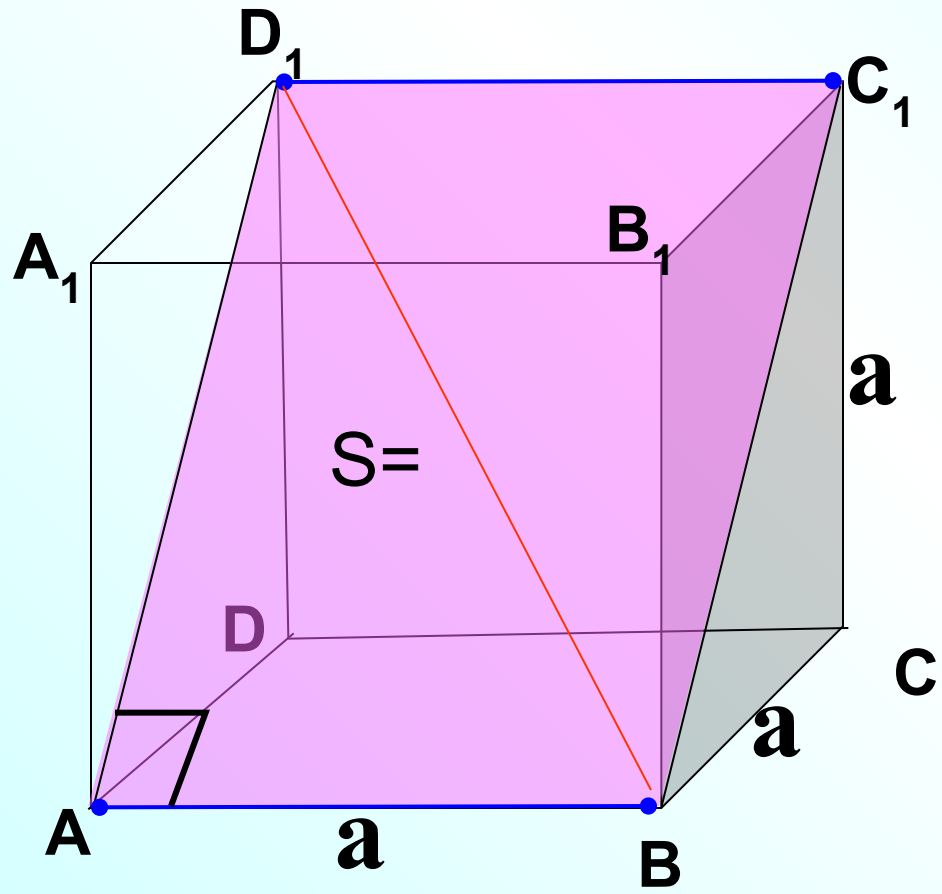




Высота правильной четырехугольной призмы равна  $8\sqrt{3}$ , а сторона основания – 8 см. Найдите расстояние между вершиной  $A$  и точкой пересечения диагоналей грани  $DD_1C_1C$ .



**№ 223.** Через два противоположащих ребра проведено сечение, площадь которого равна  $64\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>. Найдите ребро куба и его диагональ.



**№ 236.** Докажите, что площадь боковой поверхности наклонной призмы равна произведению периметра перпендикулярного сечения на боковое ребро.

$$S_1 = A_1 A_2 * l$$

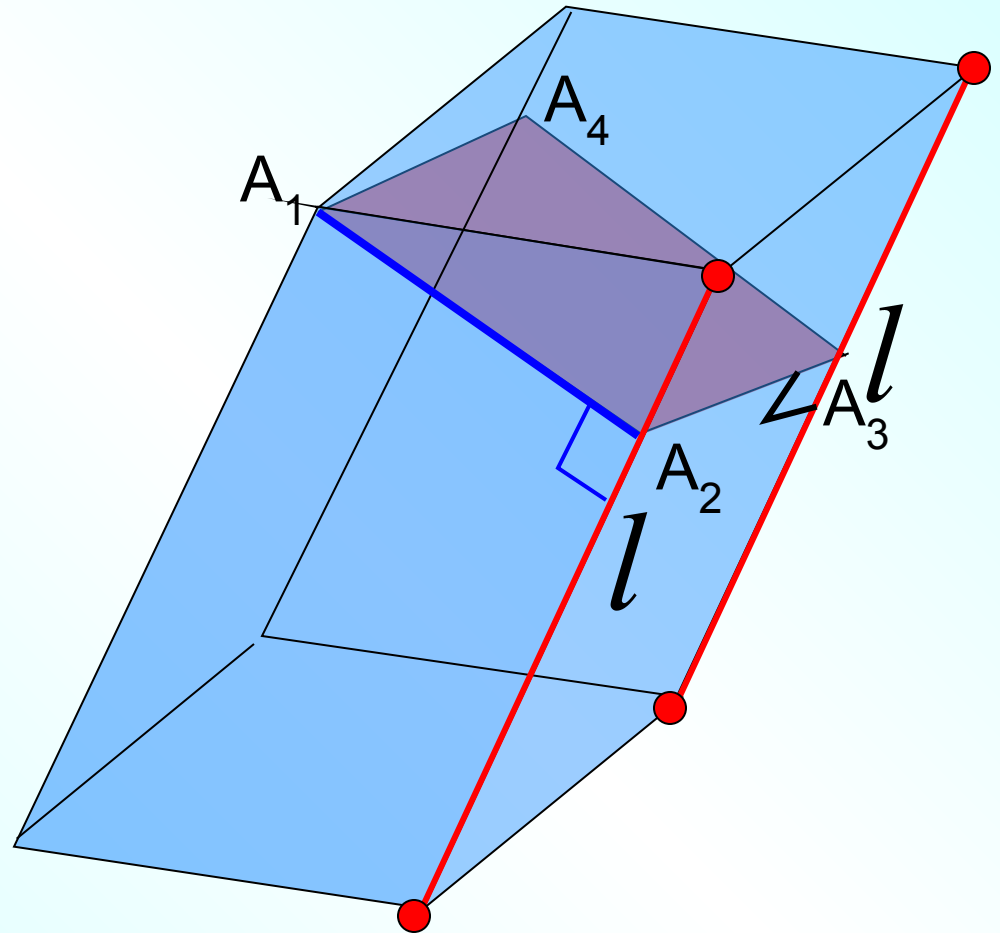
$$S_2 = A_2 A_3 * l$$

$$S_3 = A_3 A_4 * l$$

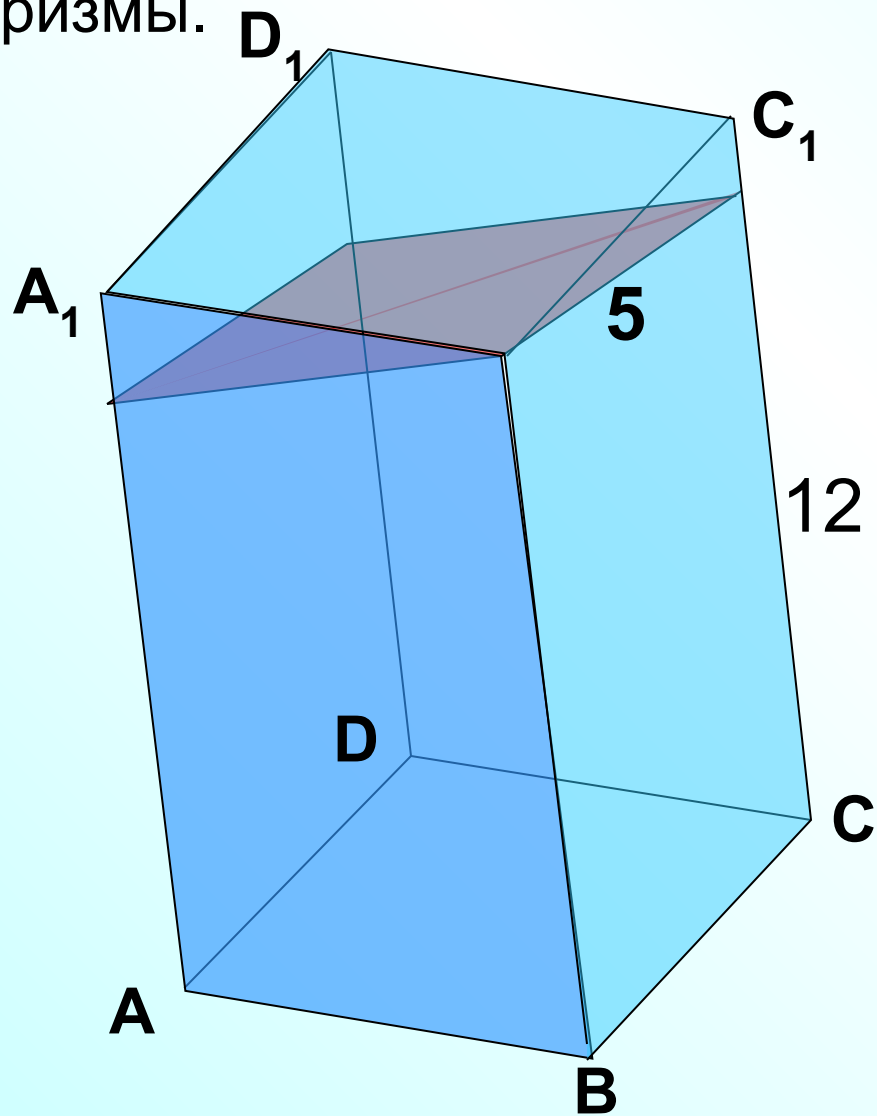
$$S_4 = A_4 A_1 * l$$

---

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} l$$

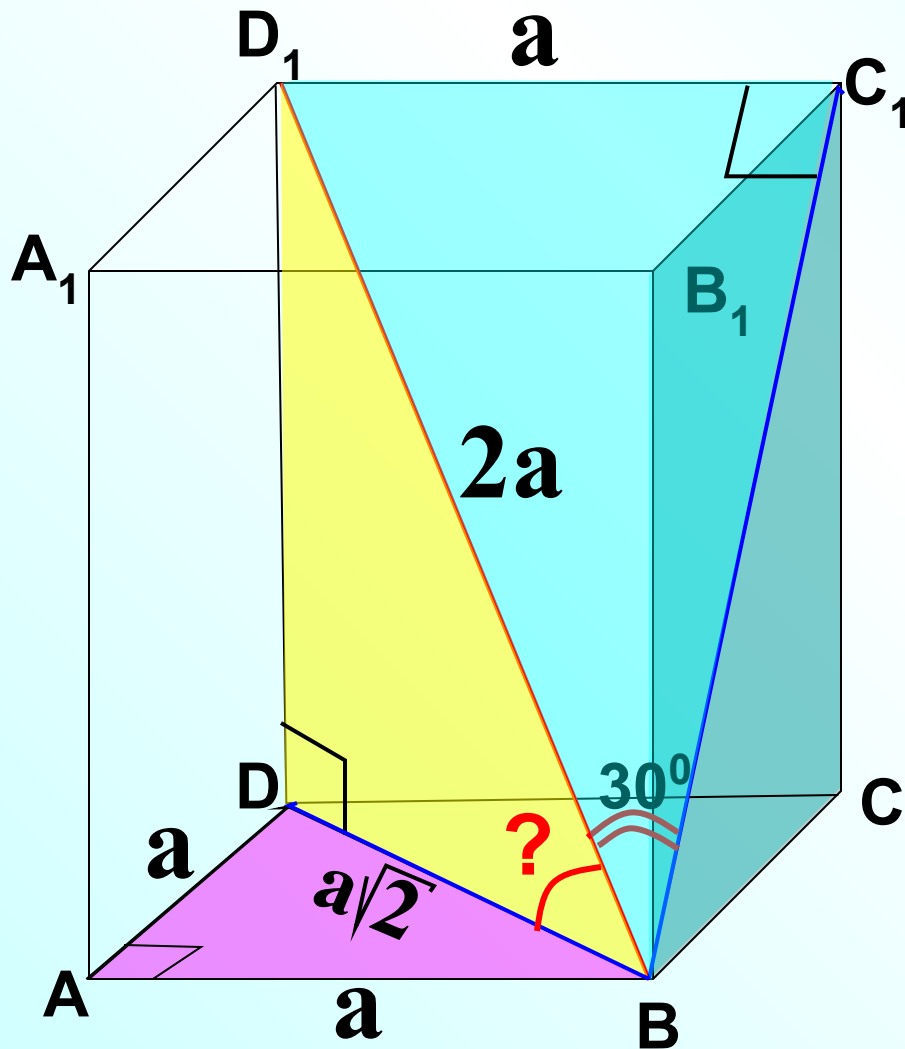


**№ 237.** Боковое ребро наклонной четырехугольной призмы равно 12 см, а перпендикулярным сечением является ромб со стороной 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

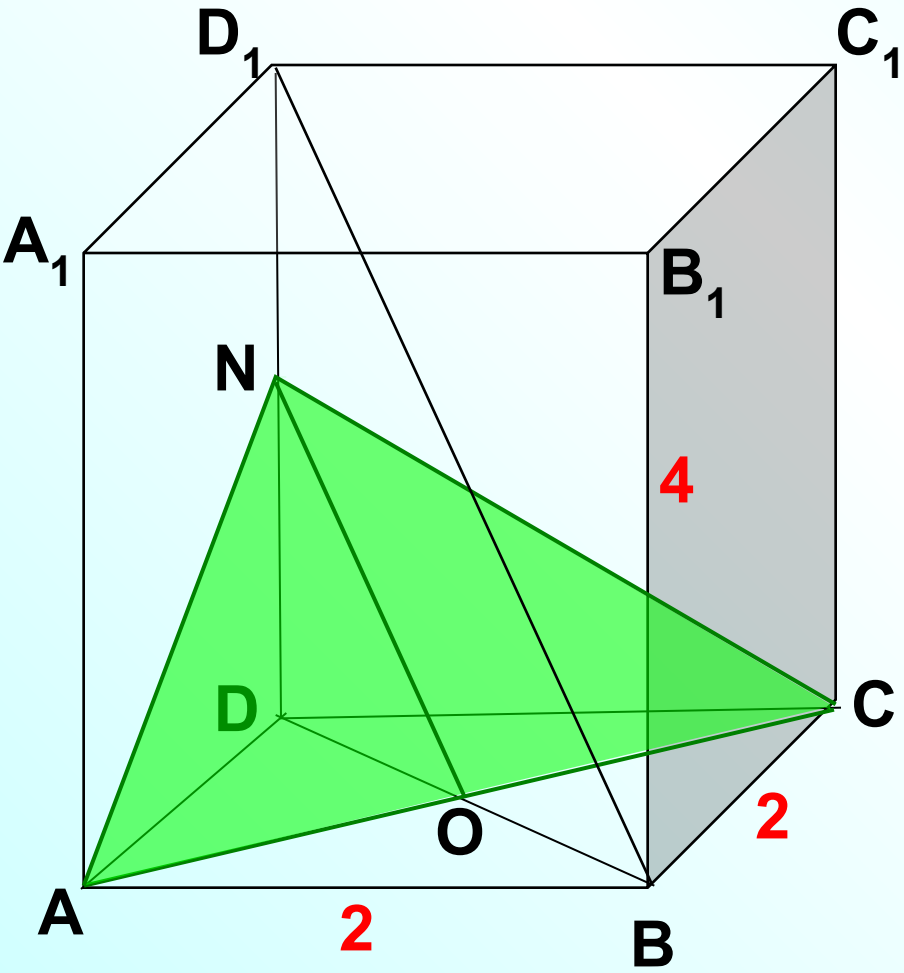


$$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} l$$

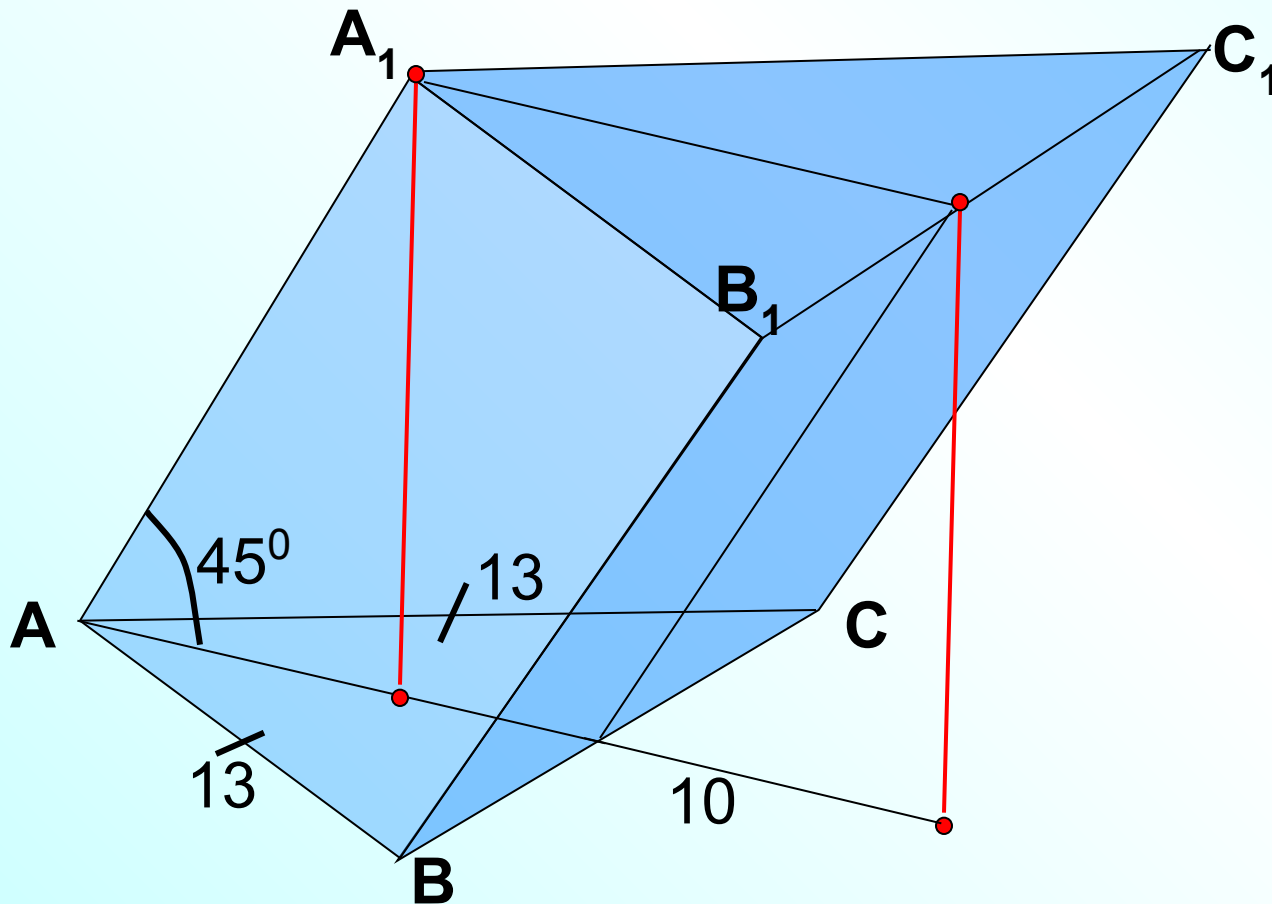
**№ 225.** Диагональ правильной четырехугольной призмы образует с плоскостью боковой грани угол в  $30^\circ$ . Найдите угол между диагональю и плоскостью основания.



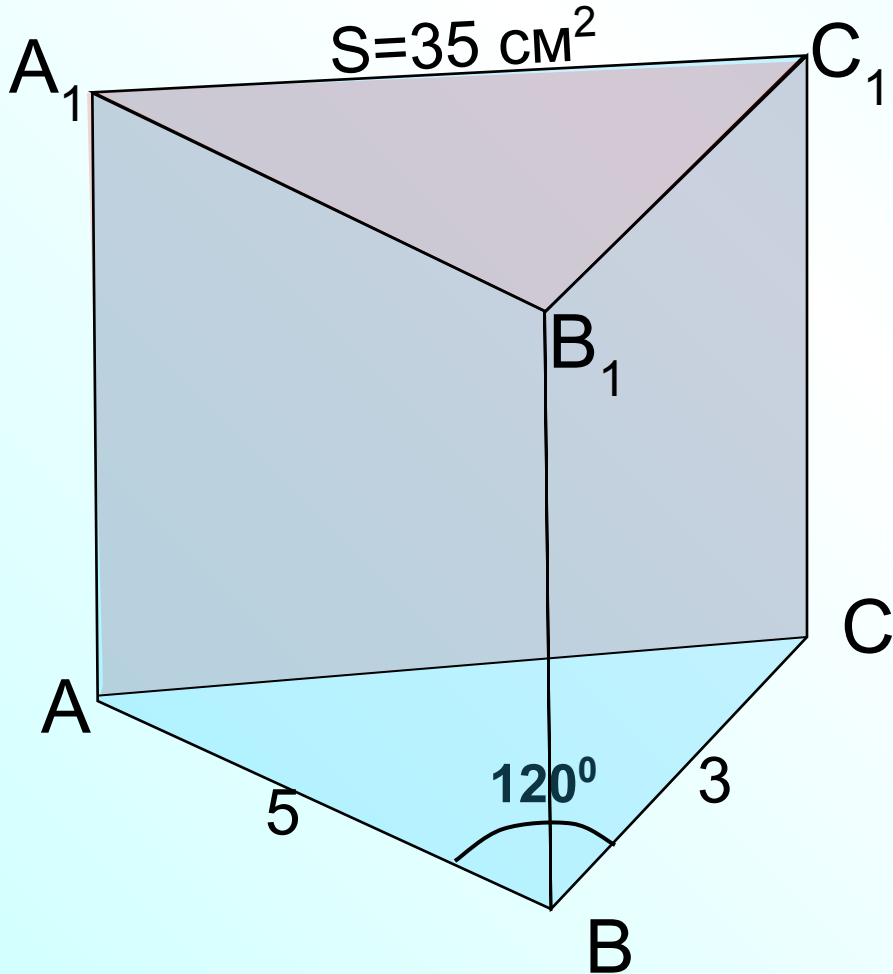
**№ 226.** В правильной четырехугольной призме через диагональ основания проведено сечение параллельно диагонали призмы. Найдите площадь сечения, если сторона основания призмы равна 2 см, а ее высота 4 см.



**№ 228.** Основанием наклонной призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$ , в котором  $AC=AB=13$  см,  $BC=10$  см, а боковое ребро призмы образует с плоскостью основания угол в  $45^\circ$ . Проекцией вершины  $A_1$  является точка пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Найдите площадь грани  $CC_1 B_1 B$ .

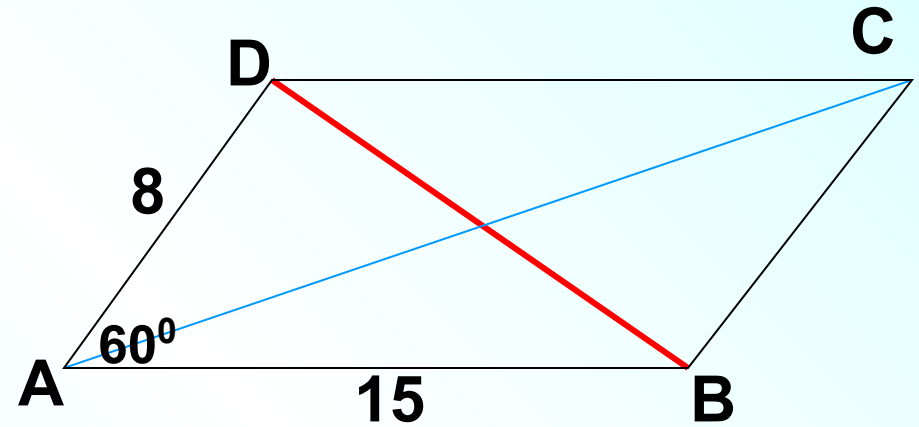
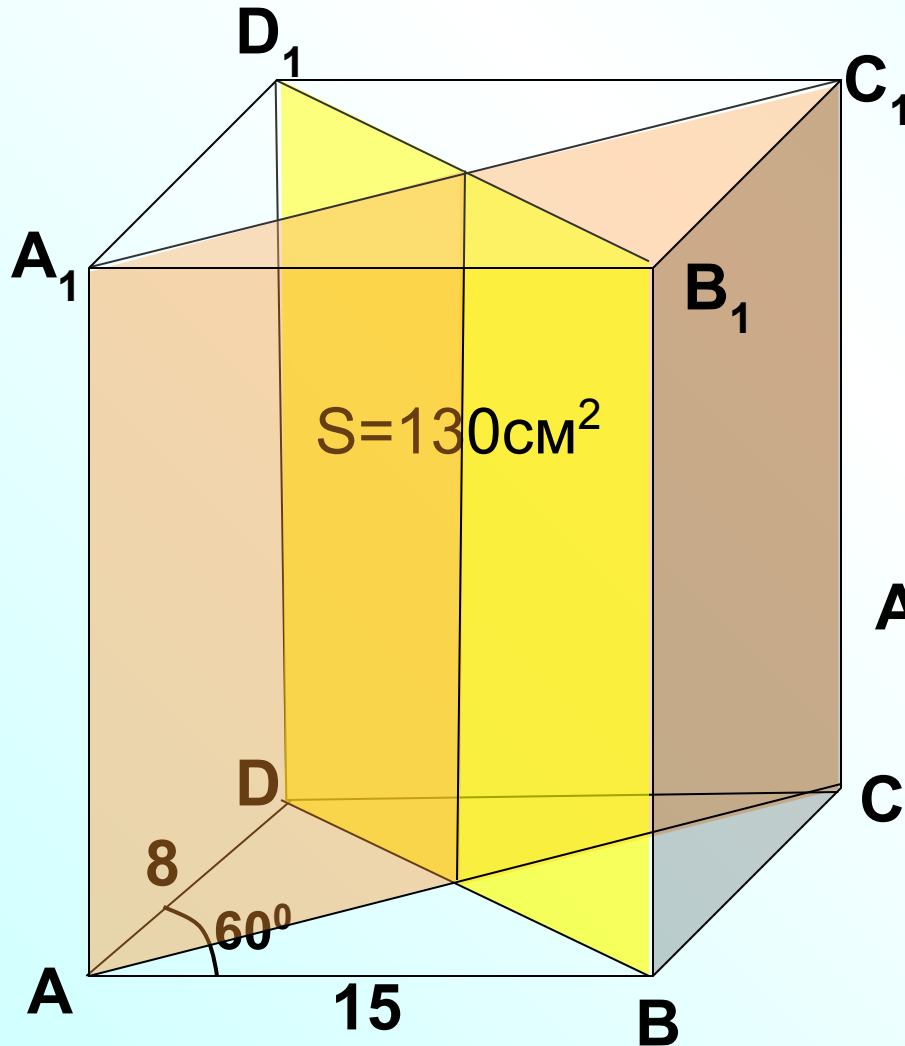


**№ 230.** Основание прямой призмы – треугольник со сторонами 5 см и 3 см и углом в  $120^{\circ}$  между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна  $35 \text{ см}^2$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

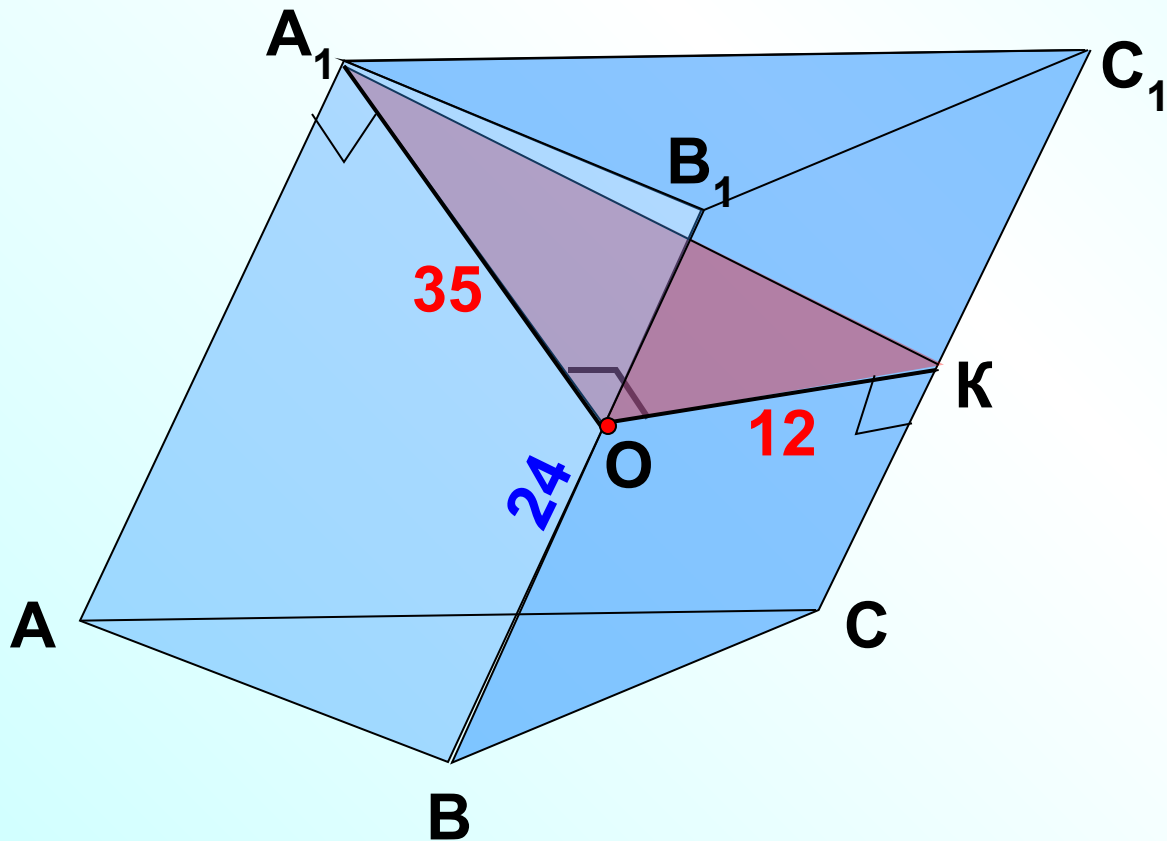




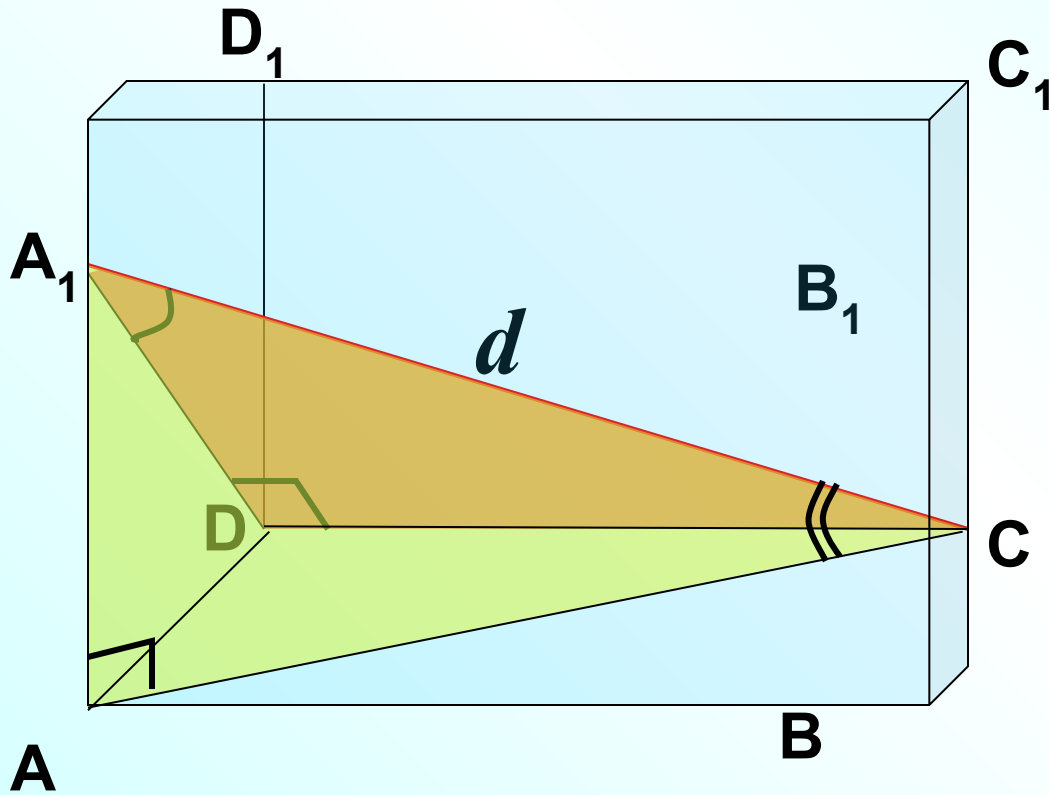
**№ 231.** Стороны основания прямого параллелепипеда равны 8 см и 15 см и образуют угол в  $60^\circ$ . Меньшая из площадей диагональных сечений равна  $130 \text{ см}^2$ . Найдите площадь поверхности параллелепипеда.



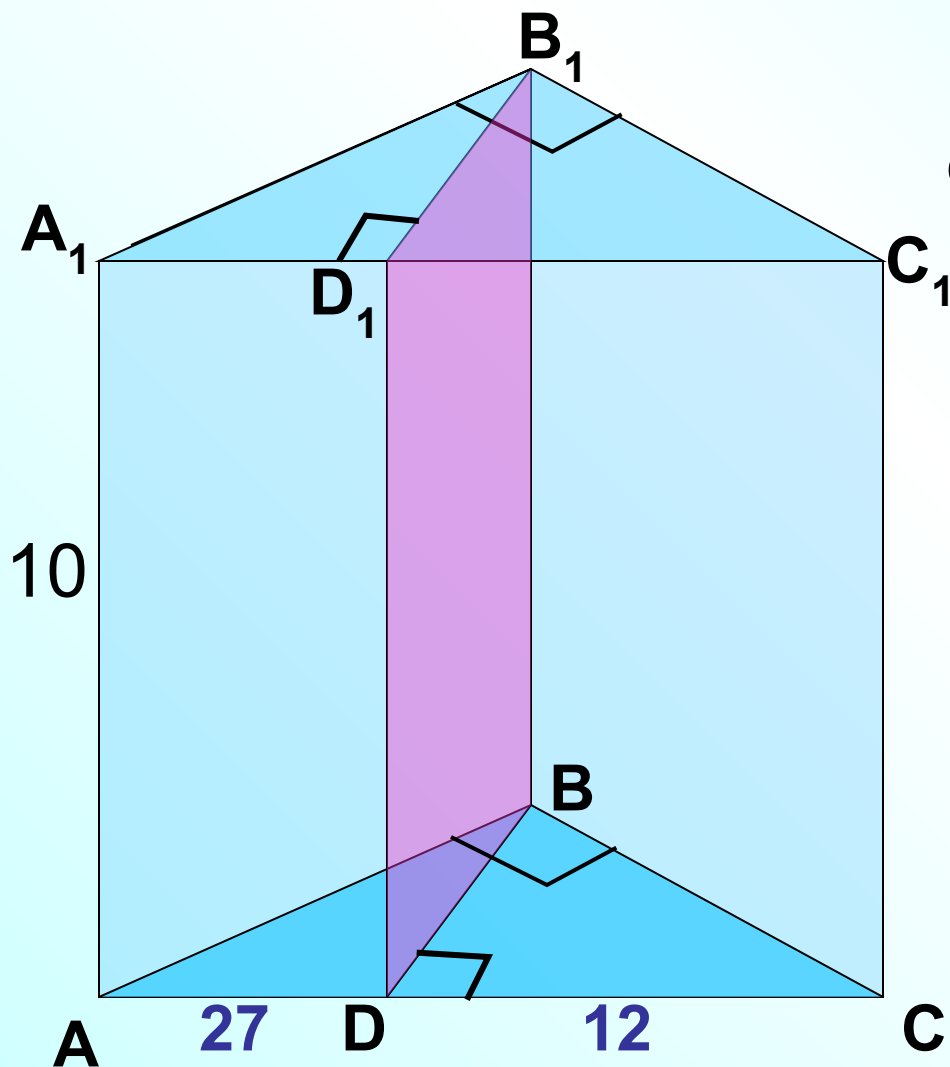
**№ 238.** В наклонной треугольной призме две боковые грани взаимно перпендикулярны, а их общее ребро, отстоящее от двух других боковых ребер на 12 см и 35 см, равно 24 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.



**№ 232.** Диагональ прямоугольного параллелепипеда, равная  $d$ , образует с плоскостью основания угол  $\varphi$ , а с одной из боковых граней – угол  $\alpha$ . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.



**№ 233.** Основание прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $B$ . Через ребро  $BB_1$  проведено сечение  $BB_1D_1D$ , перпендикулярное к плоскости грани  $AA_1C_1C$ . Найдите площадь сечения, если  $AA_1=10$  см,  $AD=27$  см,  $DC=12$  см.

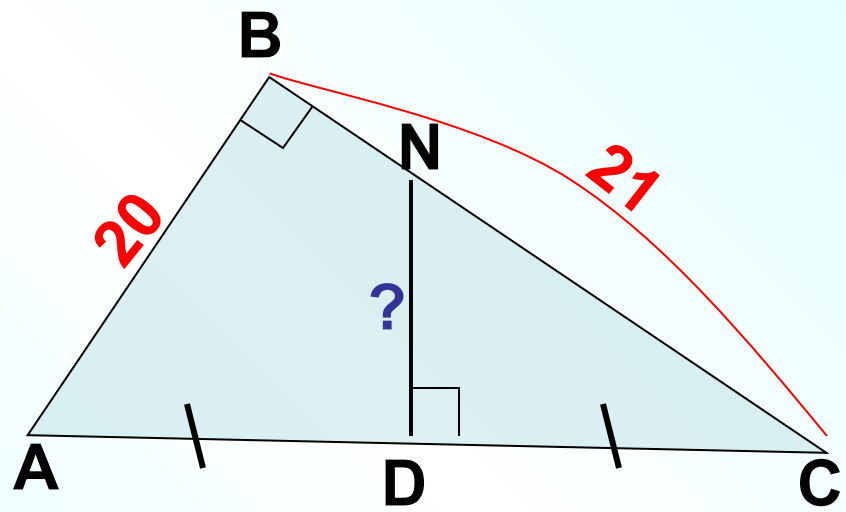
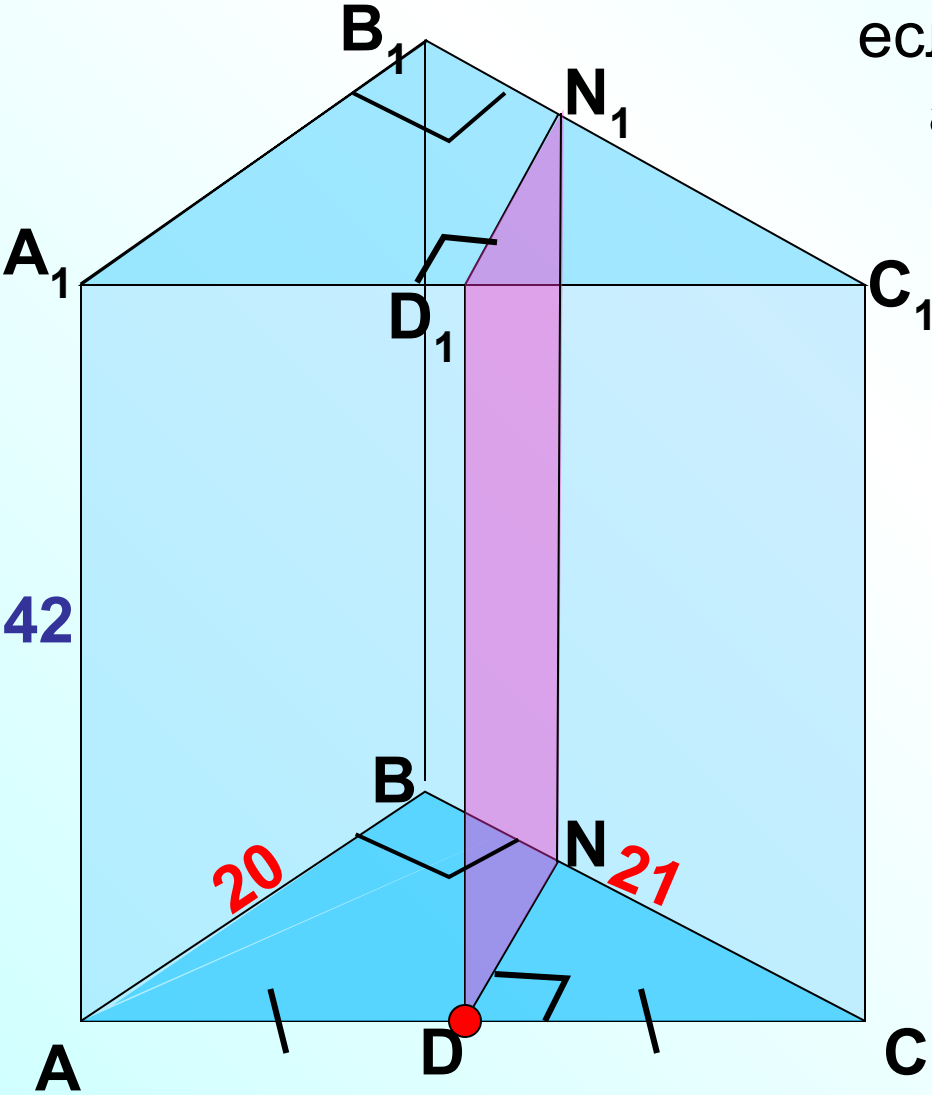


Из  $\triangle ABC$

$$BD = \sqrt{\frac{27 \cdot 12}{9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4}} = 3 \cdot 3 \cdot 2$$

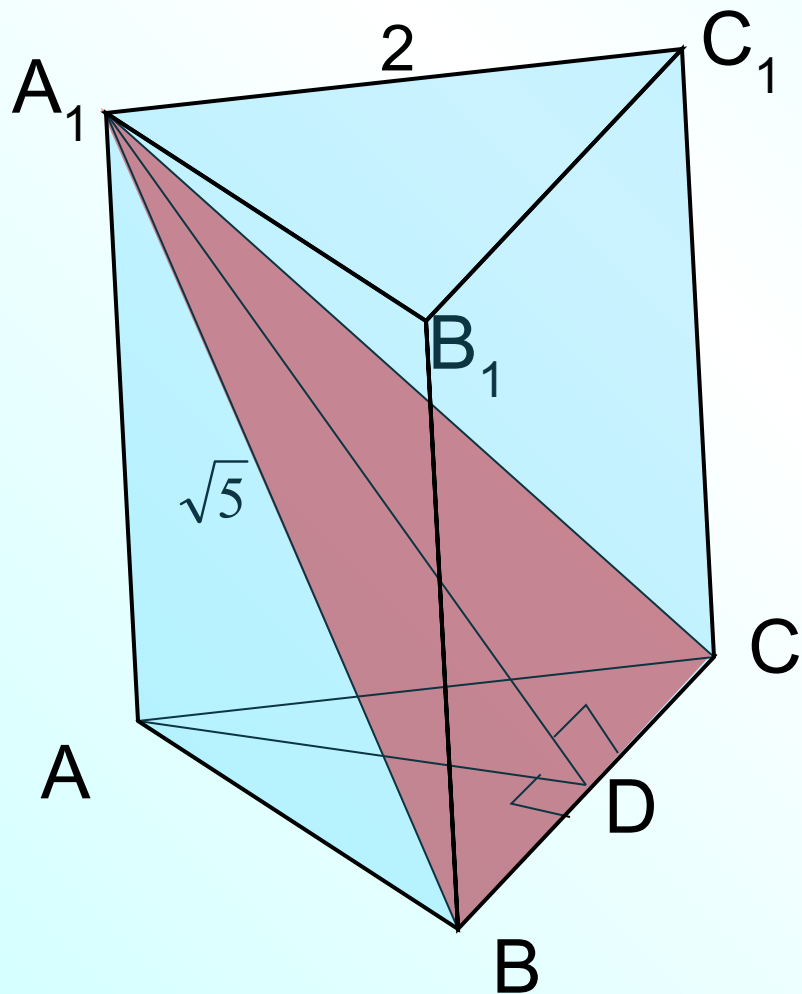
$$S_{\text{сеч}} = 10 \cdot 18$$

**№ 234.** Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник. Через середину гипотенузы перпендикулярно к ней проведена плоскость. Найдите  $S_{\text{сеч}}$ , если катеты равны 20 см и 21 см, а боковое ребро равно 42 см.



**C2**

Сторона основания правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна 2, а диагональ боковой грани равна  $\sqrt{5}$ . Найдите угол между плоскостью  $A_1BC$  и плоскостью основания призмы.



**C2** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $BD_1$ .

