



Арифметична і
геометрична прогресії.



Означення



- **Арифметичною прогресією** називають послідовність, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому члену, до якого додано одне й те саме число.





- **Різницею арифметичної прогресії** називають число, що дорівнює різниці наступного і попереднього членів послідовності.
- Позначається буквою **d** (differentia-різниця).





- Якщо різниця арифметичної прогресії - додатне число, то прогресія називається **зростаючою**. ($d > 0$): 6, 14, 22, 30...;
- Якщо різниця арифметичної прогресії - від'ємне число, то прогресія називається **спадною**. ($d < 0$): 13, 6, -1, -8...;
- Якщо різниця арифметичної прогресії дорівнює нулю, то всі її члени **рівні між собою** і прогресія являється **постійною послідовністю**: 4, 4, 4, 4....



Теорема



- Будь яка арифметична прогресія може бути задана формулою виду $a_n = kn + b$, де k і b - деякі числа, є арифметичною прогресією.
- Послідовність тоді й тільки тоді є арифметичною прогресією, якщо кожний її член, починаючи з другого, є середнім арифметичним двох сусідніх.



Наприклад



- Якщо $a_1=1$ і $d=5$, то отримаємо арифметичну прогресію:
2, 7, 12, 17, 22, 27,
- Якщо $a_1=1$ і $d=2$, то отримаємо арифметичну прогресію - послідовність непарних чисел:
1, 3, 5, 7, 9, 11,



Означення



- **Геометричною прогресією** називають послідовність з відмінним від нуля першим членом, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому члену, помноженому на одне й те саме відмінне від нуля число.





- **Знаменником геометричної прогресії** називається число, що дорівнює відношенню наступного і попереднього членів послідовності.
- Позначається буквою **q** (quotient - частка).



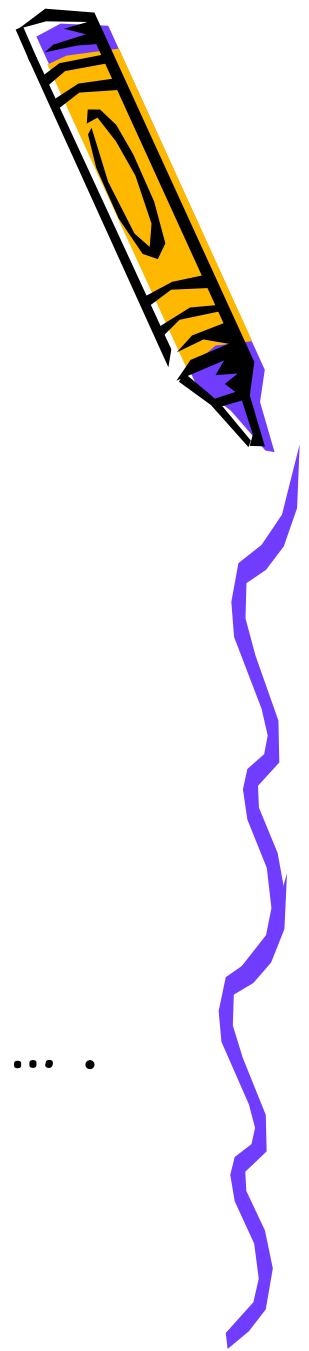
Теорема

- Послідовність тоді й тільки тоді є геометричною прогресією, якщо кожен її член, починаючи з другого, є середнім геометричним двох сусідніх.



Наприклад

- Якщо $b_1=1$ і $q=3$, то отримаємо геометричну прогресію:
1, 3, 9, 27, 81, 243,
- Якщо $b_1=2$ і $q=2$, то отримаємо геометричну прогресію, яка є послідовністю натуральних степенів числа 2:
2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024,



Прогресія в літературі



- Навіть у літературі ми зустрічаємося з математичними поняттями. Згадаємо із "Евгенія Онегіна".

...Не мог он ямба от хорея,
Как мы не бились отличить...

Ямб - двоскладова стопа з наголосом на другому складі 2; 4; 6; 8;... Номери наголошених складів утворюють арифметичну прогресію с першим членом 2 та різницею арифметичної прогресії 2.

Хорей - двоскладова стопа з наголосом на першому складі. Номера наголошених складів утворюють арифметичну прогресію 1; 3; 5; 7...; Перший член прогресії 1, різниця 2.



Наприклад

Ямб

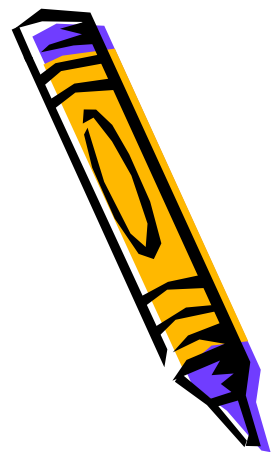
"Мой дядя сАмых чЕсных прАвил..."

Прогресія: 2; 4; 6;...;

Хорей

"Я пропАл, как звЕрь в загОне"

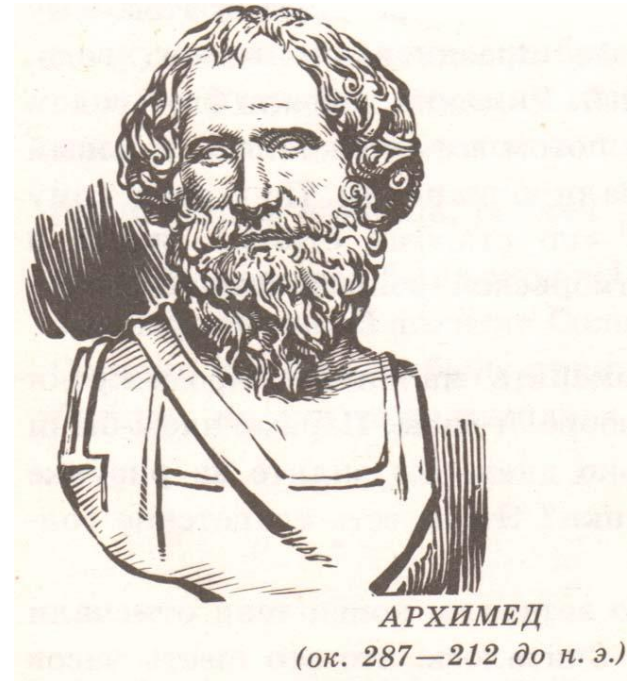
Прогресія: 1; 3; 5;...;



Назад, в історію



- Поняття числової послідовності виникло і розвивалося задовго до створення вчень про функції.
- На зв'язок між прогресіями вперше звернув увагу великий **АРХІМЕД**.



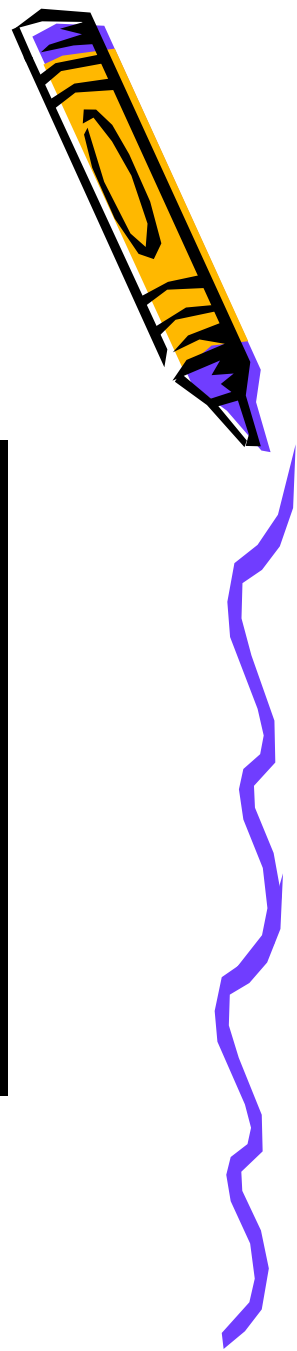
Прогресія в давнині



- Задачі на прогресії які дійшли до нас із давнини були зв'язані з господарським життям: розподіл продуктів, поділ спадщини та інше.



Стародавній Єгипет



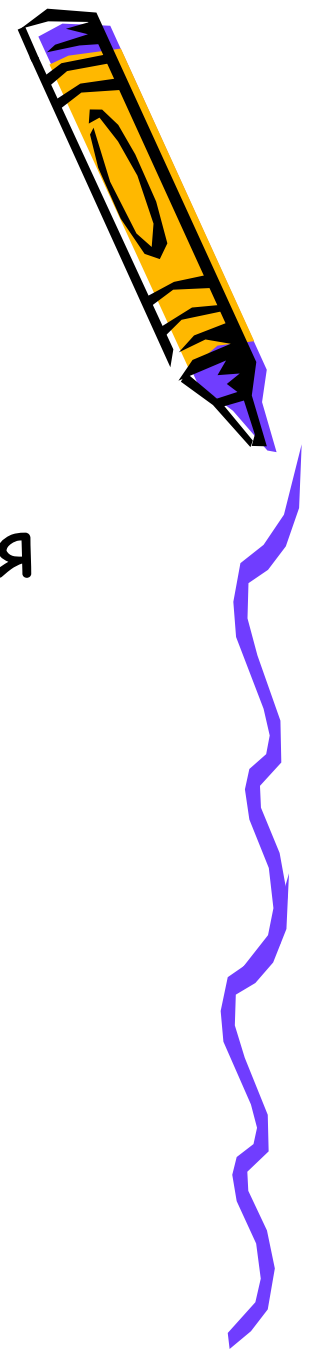
- Задача із єгипетського папіруса Ахмеса:
"Нехай тобі говориться:
поділи 10 мір ячменю між
10 людьми, відмінність
між людиною і його
сусідом $1/8$ міри"

Формула, якою
користувалися єгиптяни:

$$a = \frac{S}{n} - (n-1) \cdot \frac{d}{2} \left(S = \frac{a+b}{2} \cdot n \right)$$



Англія XVIII ст.

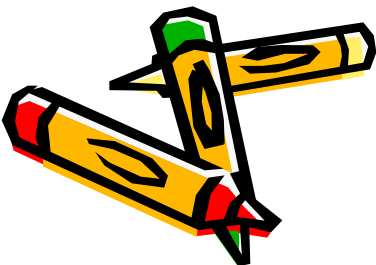
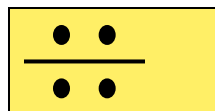


- В XVIII ст. в англійських підручниках з'явилося позначення арифметичної та геометричної прогресій:

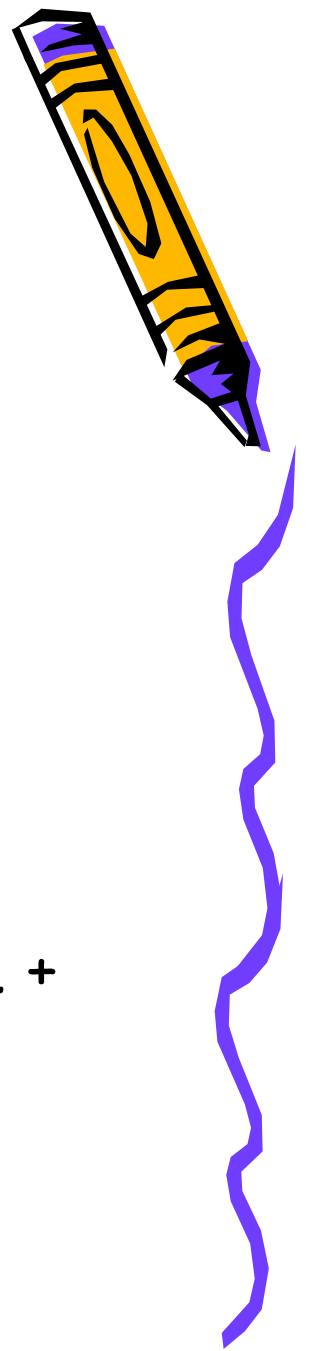
АРИФМЕТИЧНА:



ГЕОМЕТРИЧНА:



Німеччина



Карл Гаус моментально
знайшов суму всіх
натуральних чисел від 1
до 100, будучи ще учнем
початкової школи.



• Розв'язання

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 = (1 + 99) + (2 + 98) + \dots + (49 + 51) + 50 = 100 \cdot 49 + 50 = 4900 + 50 = 4950$$



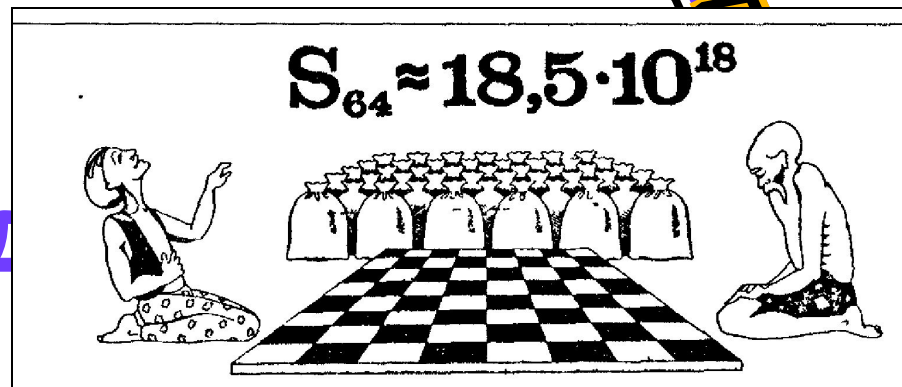
Прогресія в житті та побуті



- Для розв'язання деяких задач по фізиці, геометрії, біології, хімії, економіці, в будівництві використовуються формули арифметичної та геометричної прогресії.




Задача легенди



- Індійській цар Шерам покликав до себе винахідника шахматної гри, свого підданого Сету, щоб нагородити його за дотепну витівку. Сета, знущаючись над царем, вимагав за першу клітинку шахматної дошки 1 зерно, за другу — 2 зерна, за третю — 3 зерна і т. д. Потішений цар посміявся над Сетой і наказав видати йому таку «скромну» нагороду. Чи варто царю сміятися?



Розв'язання

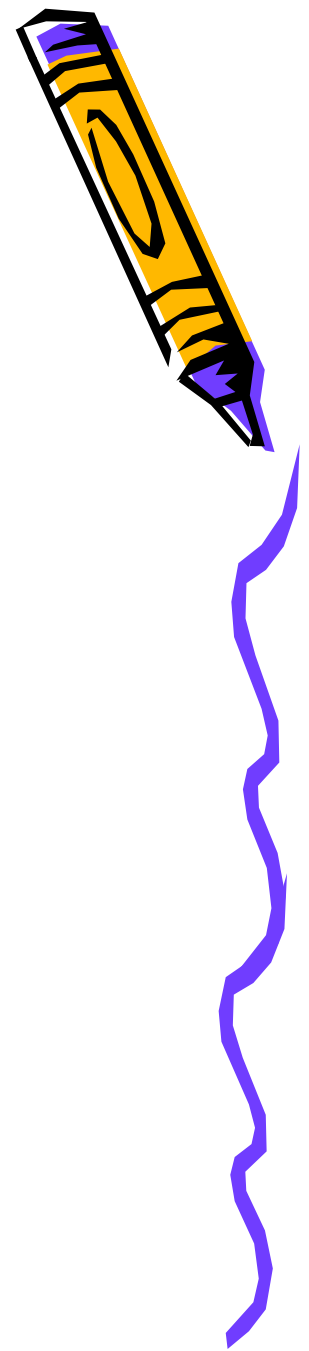
Дано ; 1, 2, 4, 8, 16...

$b_1=1, q=2, n=64;$

$$S_{64}=?$$

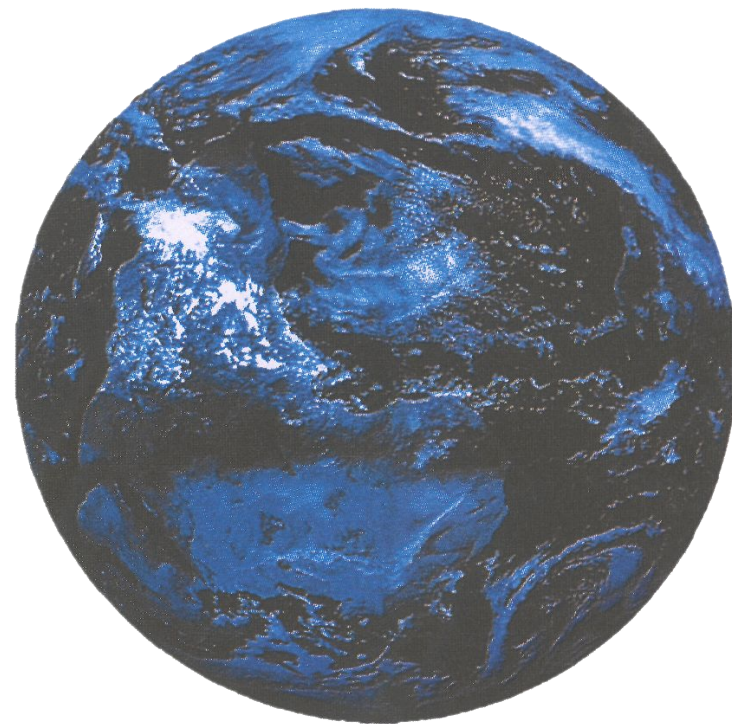
$$S_{64}=2^{64}-1$$

Її сума 18 446 744 073 709 551 615;



- Якби царю вдалося засіяти пшеницею всю площу поверхні Землі, враховуючи моря, океани, гори, пустині і отримати задовільний результат, то років через 5 він зміг би розрахуватися.

Таку кількість пшениці можна зібрати лише з поверхні, яка в 2000 раз більша за поверхню Землі. Це набагато більше за ту кількість пшениці, яка була зібрана до нашого часу.



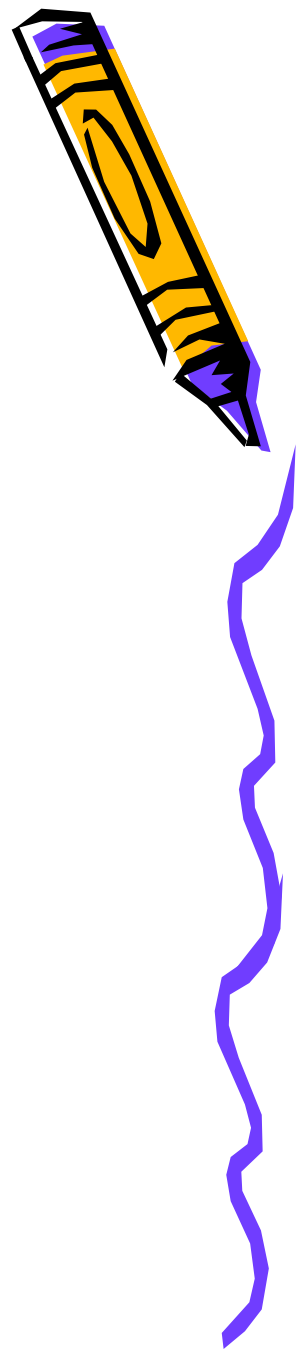
Тести

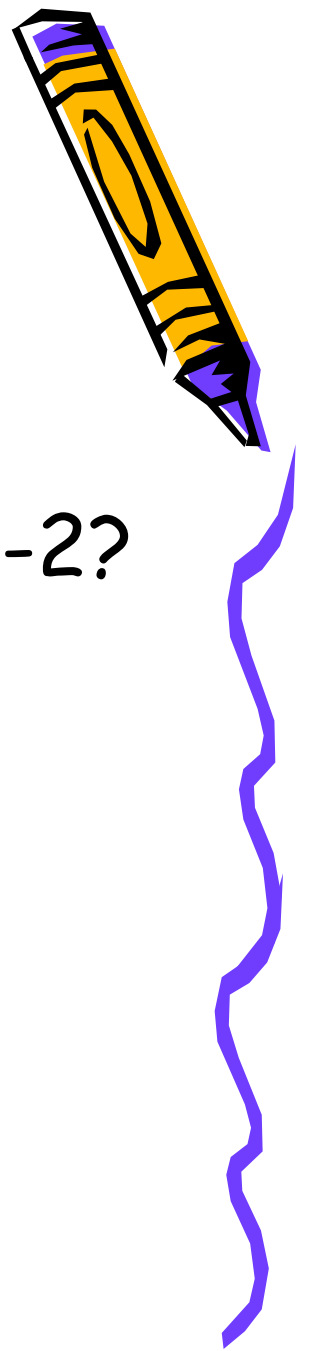
- Чи є наведена послідовність арифметичною прогресією?

а) 24, 21, 20, 18;

б) 16, 17, 19, 23;

в) -3, 2, 7, 12;





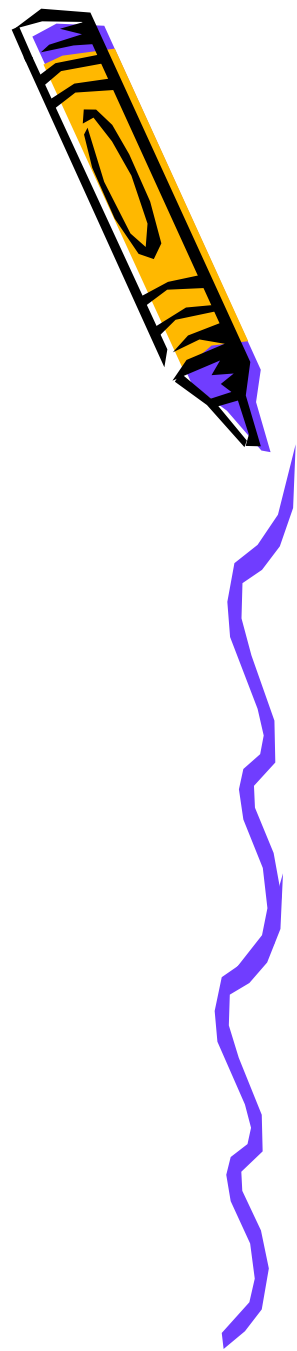
- Який другий член арифметичної прогресії якщо $a_1=17$, а різниця $d=-2$?

a)19;

б)15;

в)-15;





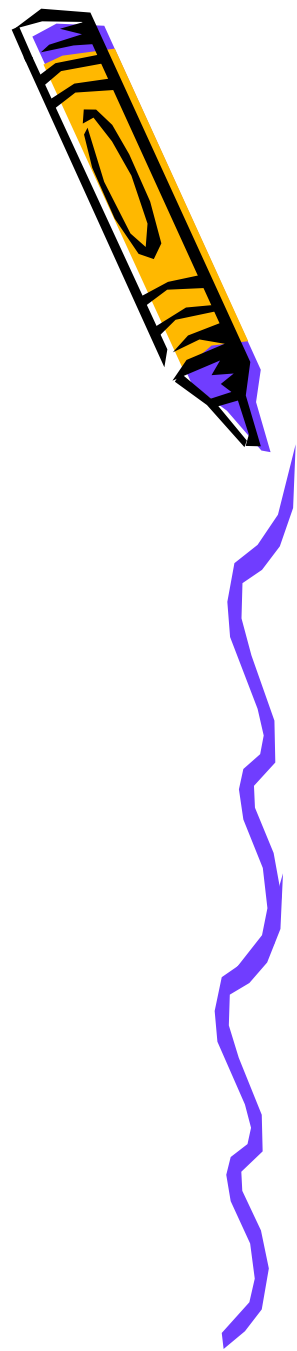
- Яка з наведених послідовностей геометричною прогресією?

a) 1, 3, 9, 27, ...

б) 1, 3, 5, 7, 9, ...

в) -5, -10, 20, -40, ...





- Який знаменник заданої геометричної прогресії: 81, 27, 9, 3;?

a) $1/3$;

б) 3;

в) 0.3;



Презентацію підготували:

Ольховик Юлія

та

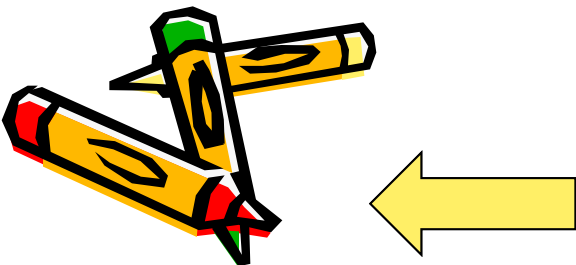
Летошко Катерина.



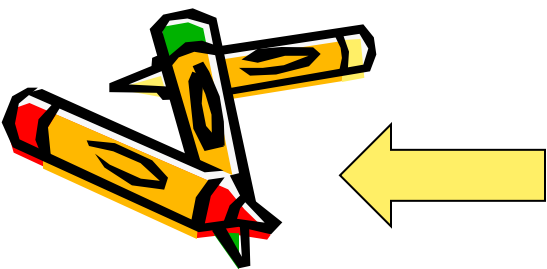
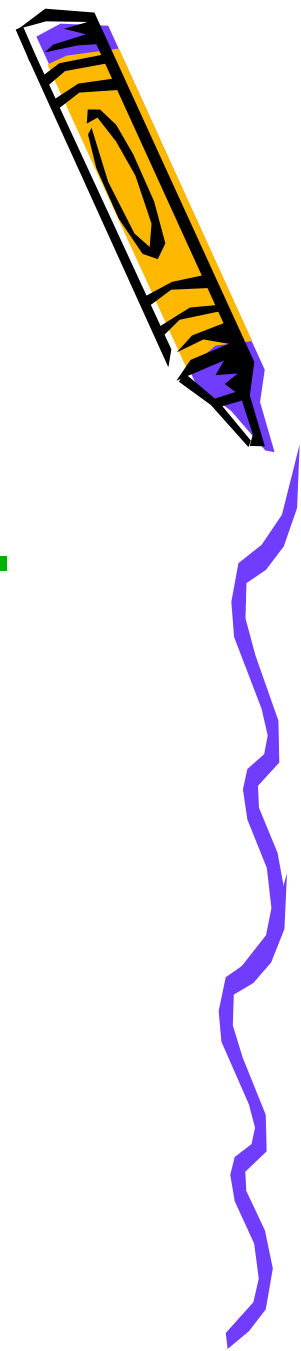
ДЯКУЄМО ЗА УВАГУ!!! 😊



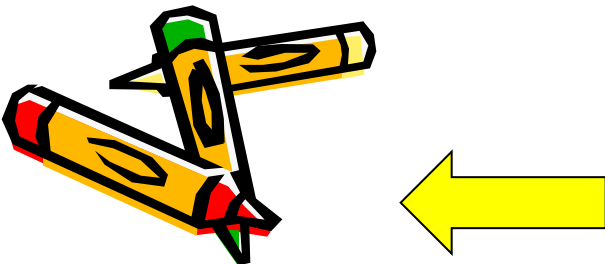
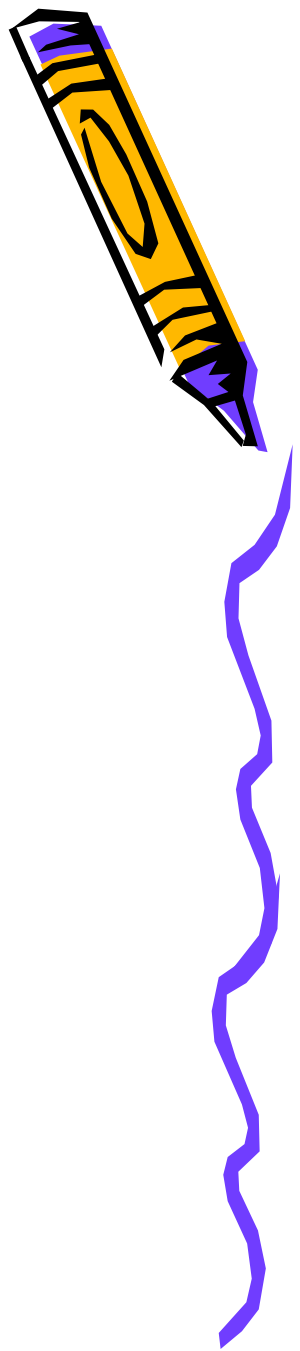
МОЛОДЕЦЬ!



ПОДУМАЙ ЩЕ!



BIPHO



СТРОБУЙЩЕ!

