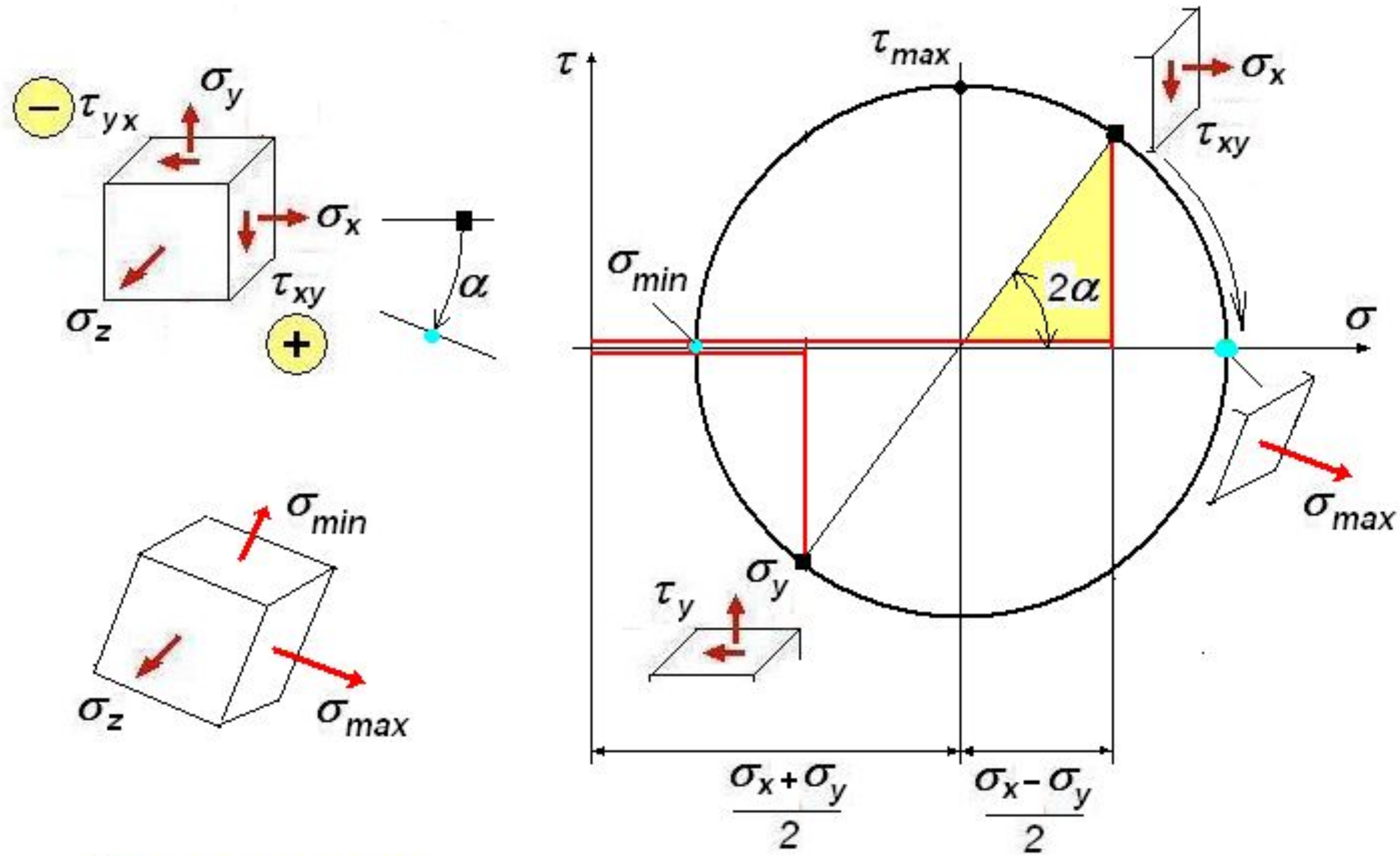
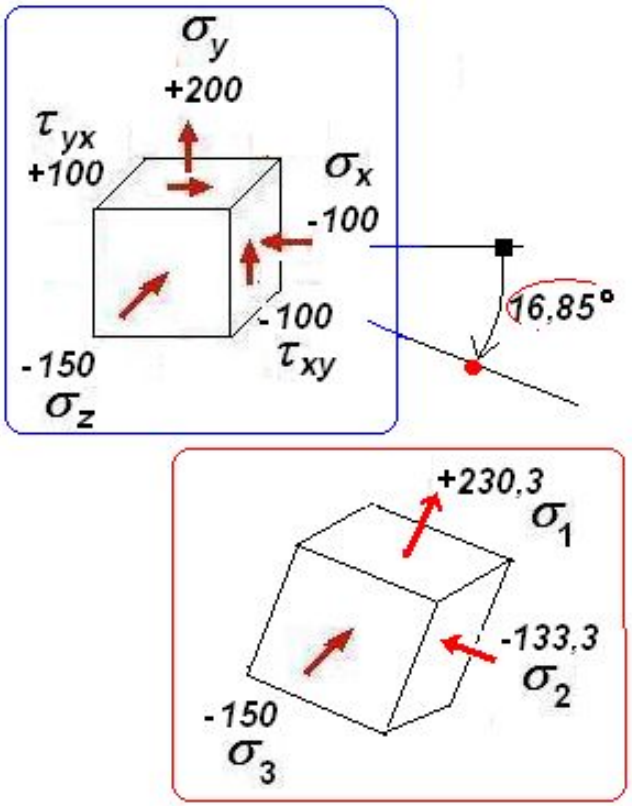
Графическое определение главных напряжений и их направлений

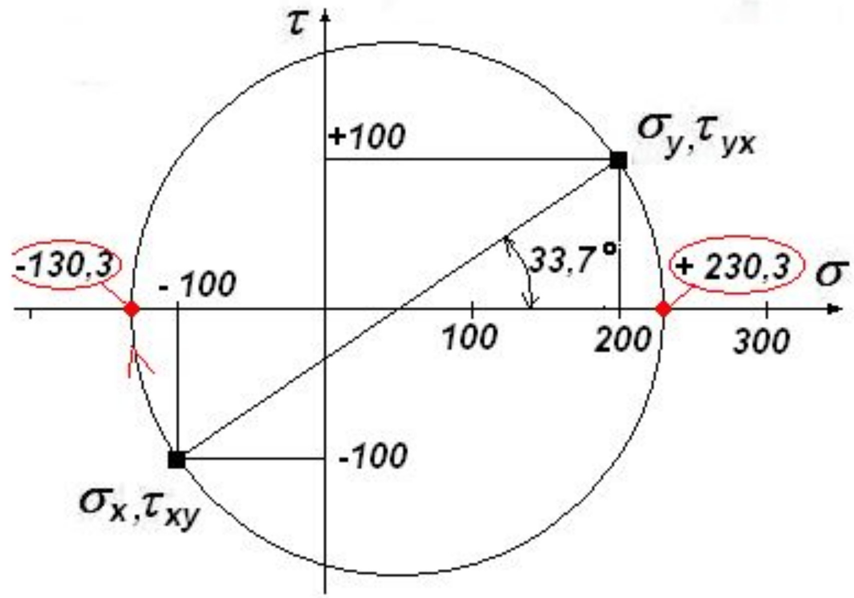


Из геометрии круга:

$$\begin{matrix}\sigma_{max}\\ \sigma_{min}\end{matrix} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \overbrace{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}}^{\text{радиус круга}}, \quad tg\,2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}.$$

Пример:



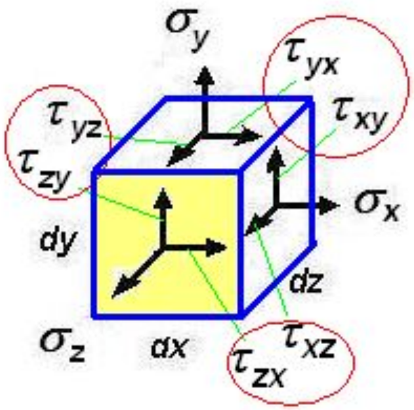


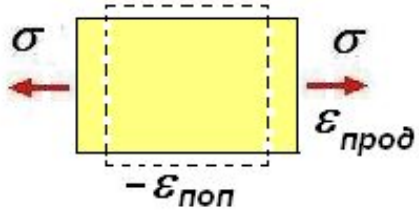
$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{-100+200}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-100-200}{2}\right)^2 + 100^2} =$$

$$= 50 \pm 180{,}3 = \begin{matrix} +230{,}3 \\ -130{,}3 \end{matrix} \ \text{МПа},$$

$$tg\, 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2\,(-100)}{-100-200} = 0{,}667, \quad 2\alpha = 33{,}7° \quad \alpha = 16{,}85°$$

Деформированное состояние элементарного объёма

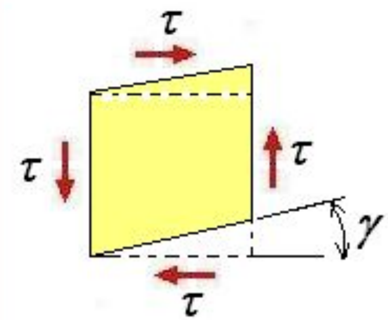




$$\frac{-\varepsilon_{поп}}{\varepsilon_{прод}} = \mu$$

$$\varepsilon_{прод} = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_{поп} = -\mu\frac{\sigma}{E}$$



Обобщённый закон Гука

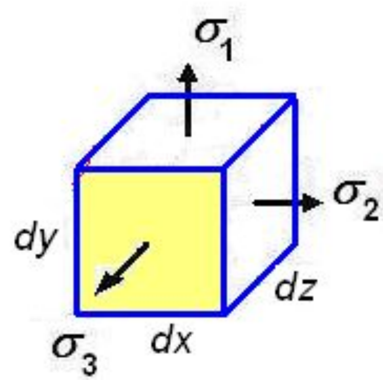
	σ_x	σ_y	σ_z
$\varepsilon_x =$	$\frac{\sigma_x}{E}$	$-\mu\frac{\sigma_y}{E}$	$-\mu\frac{\sigma_z}{E}$
$\varepsilon_y =$	$-\mu\frac{\sigma_x}{E}$	$\frac{\sigma_y}{E}$	$-\mu\frac{\sigma_z}{E}$
$\varepsilon_z =$	$-\mu\frac{\sigma_x}{E}$	$-\mu\frac{\sigma_y}{E}$	$\frac{\sigma_z}{E}$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\gamma_{zy} = \frac{\tau_{zy}}{G}$$

для Главных напряжений:



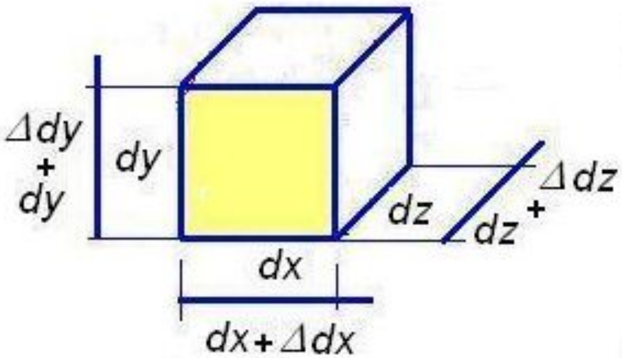
Главные деформации:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left(\sigma_1 - \mu\sigma_2 - \mu\sigma_3\right),$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left(\sigma_2 - \mu\sigma_1 - \mu\sigma_3\right),$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left(\sigma_3 - \mu\sigma_2 - \mu\sigma_1\right).$$

Изменение объёма элемента при деформировании.
(*касательные напряжения изменяют только форму элемента)*



Первоначальный объём элемента:

$$V_o = dx \cdot dy \cdot dz.$$

Его объём в деформированном состоянии:

$$V_{деф.} = (dx + \Delta dx)(dy + \Delta dy)(dz + \Delta dz) =$$

$$= dx \cdot dy \cdot dz \left(1 + \frac{\Delta dx}{dx}\right)\left(1 + \frac{\Delta dy}{dy}\right)\left(1 + \frac{\Delta dz}{dz}\right) =$$

$$= V_o (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z).$$

Относительное изменение объёма:

$$\boxed{e = \frac{V_{деф.} - V_o}{V_o} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z} + \boxed{\varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_x \varepsilon_z + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z}.$$

не учитываются, как величины "малые".

Заменив деформации их выражениями по "обобщённому закону" Гука, получаем:

$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1 - 2\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z).$$

$$\sigma_{ср.} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

В главных деформациях и напряжениях:

$$e = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \boxed{\frac{1 - 2\mu}{E}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$

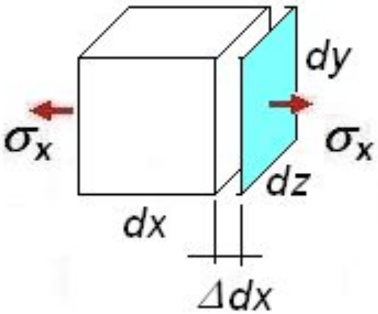
$$e = K \cdot \sigma_{ср.}$$ "объёмный" закон Гука.

$$\frac{3(1 - 2\mu)}{E} = K$$ – Объёмный модуль упругости.

При $\mu = 0{,}5$ изменения объёма не происходит.

Упругая (потенциальная) энергия деформирования

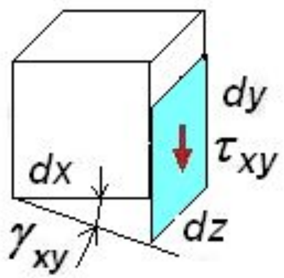
Каждое напряжение совершает работу на своём направлении.



сила: $dN = \sigma_x \cdot dy \cdot dz$. путь: $\Delta dx = \varepsilon_x \cdot dx$.

работа: $$A_\sigma = \frac{dN \cdot \Delta dx}{2} = \frac{\sigma_x \cdot \varepsilon_x \cdot dx \cdot dy \cdot dz}{2} = \frac{\sigma_x \cdot \varepsilon_x}{2} V_o.$$

Удельная энергия (работа): $$\boxed{U_\sigma = \frac{A_\sigma}{V_o} = \frac{\sigma_x \cdot \varepsilon_x}{2}.}$$



сила: $dT = \tau_{xy} \cdot dy \cdot dz$, путь: $dx \cdot tg\gamma_{xy} = dx \cdot \gamma_{xy}$.

работа: $$A_\tau = \frac{\tau_{xy} \cdot \gamma_{xy} \cdot dx \cdot dy \cdot dz}{2} = \frac{\tau_{xy} \cdot \gamma_{xy}}{2} V_o.$$

Удельная энергия (работа): $$\boxed{U_\tau = \frac{A_\sigma}{V_o} = \frac{\tau_{xy} \cdot \gamma_{xy}}{2}.}$$

При произвольной ориентации элемента:

$$U_{\sigma,\tau} = \frac{\sigma_x \cdot \varepsilon_x}{2} + \frac{\sigma_y \cdot \varepsilon_y}{2} + \frac{\sigma_z \cdot \varepsilon_z}{2} + \frac{\tau_{xy} \cdot \gamma_{xy}}{2} + \frac{\tau_{yz} \cdot \gamma_{yz}}{2} + \frac{\tau_{xz} \cdot \gamma_{xz}}{2}.$$

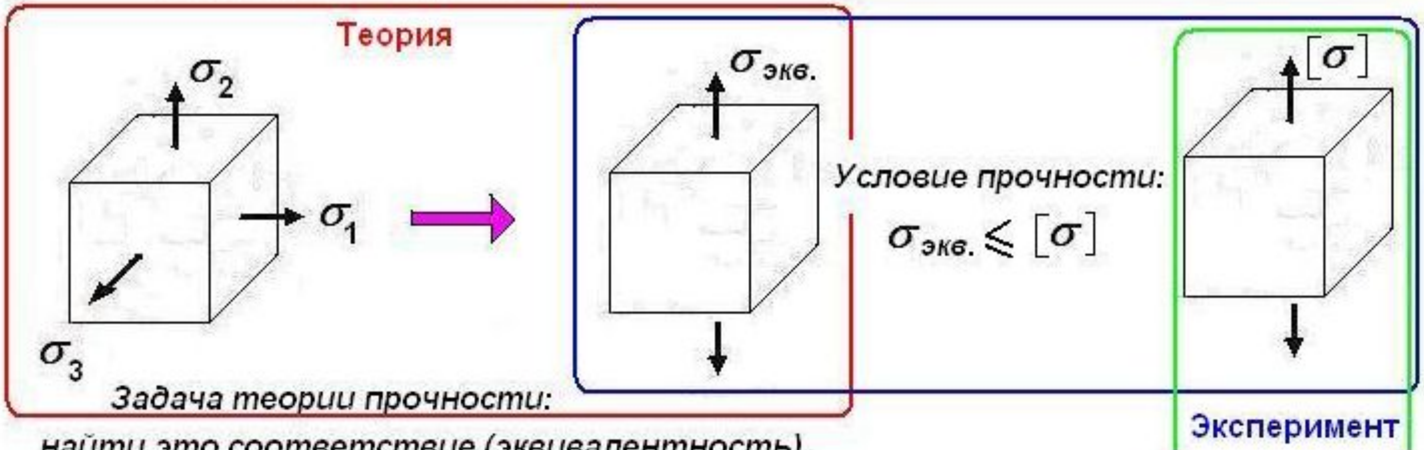
При ориентации элемента в главных направлениях:

$$U_\sigma = \frac{\sigma_1 \cdot \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \cdot \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \cdot \varepsilon_3}{2}.$$

Наличие 2-х и 3-х главных напряжений в элементе материала ставит вопрос:

Как формулировать условие прочности?

Ответ: Необходимо найти соответствие между сложным видом напряжённого состояния и одноосным.



Задача теории прочности: найти это соответствие (эквивалентность).

$$? \quad \sigma_{экв.} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3).$$

Результаты: Много предположений (гипотез). Практическое применение нашли:

Для пластичных материалов

1. Критерий максимальных касательных напряжений: переход от упругого деформирования к пластическому обусловлен сдвигами.

$$\sigma_{экв.} = \sigma_1 - \sigma_3 .$$

---

2. Критерий энергетический: переход к пластическому состоянию обусловлен величиной (уровнем) накопленной в материале энергией.

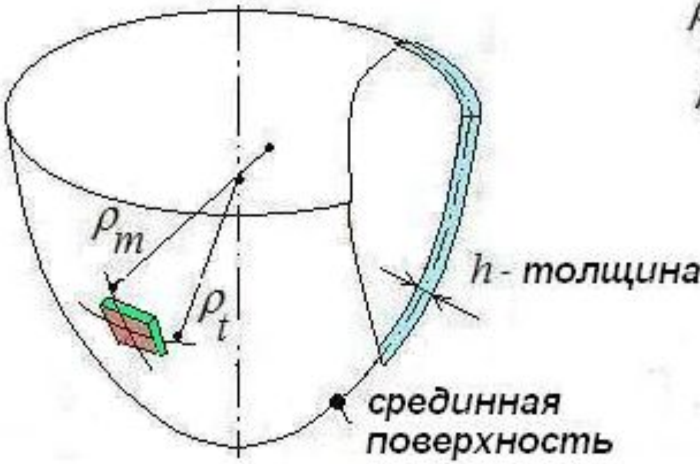
$$\sigma_{экв.} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} .$$

Для хрупких материалов

Критерий Мора *феноменологический (систематика экспериментальных результатов).*

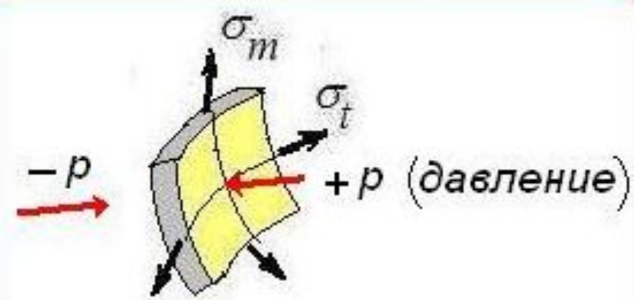
$$\sigma_{экв.} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{вр}}{\sigma_{вс}} \sigma_3 .$$

Оболочки (сосуды)



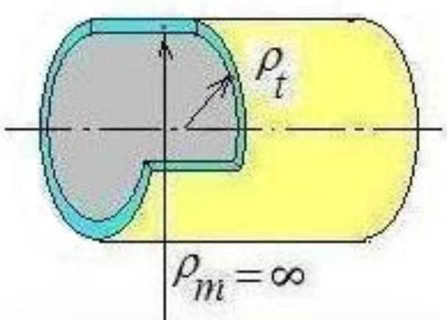
ρ_m – меридианальный радиус кривизны

ρ_t – тангенциальный радиус кривизны

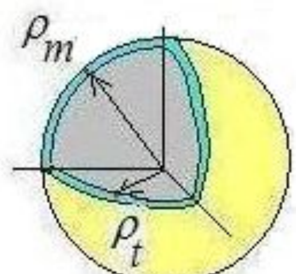


напряжённое состояние

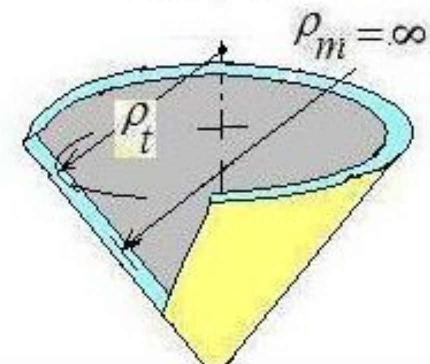
Цилиндр (труба)



Сфера



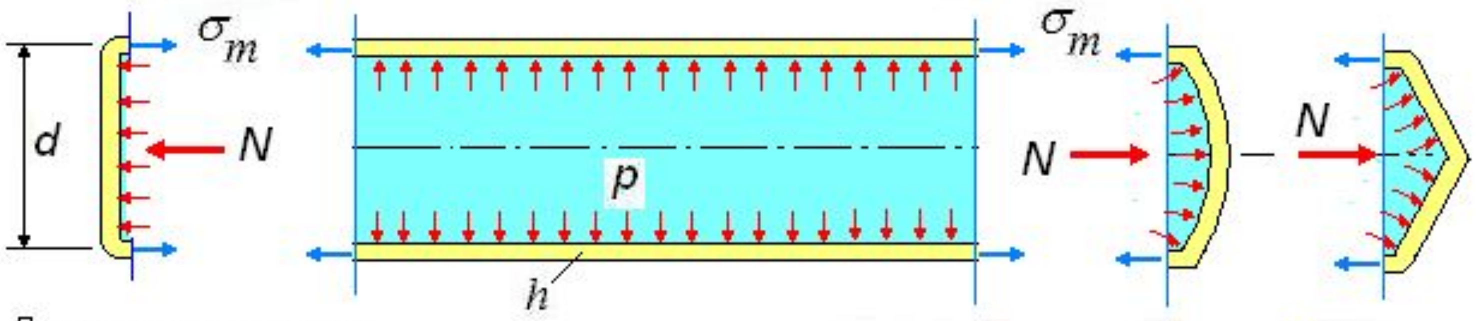
Конус



Уравнение Лапласа:

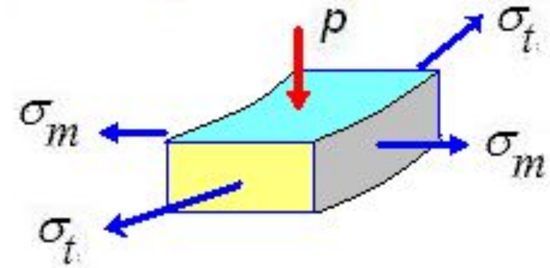
$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{h}$$

Расчёт цилиндрического сосуда (трубы)



Давление на крышку:

$$N = p\,\frac{\pi d^2}{4} \qquad \rho_m = \infty \qquad \rho_t = d/2$$



Из уравнения Лапласа:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{h} \rightarrow \frac{\sigma_m}{\infty} + \frac{\sigma_t}{d/2} = \frac{p}{h} \rightarrow \boxed{\sigma_t = \frac{p\,d}{2\,h}}$$

Из уравнения равновесия части сосуда:

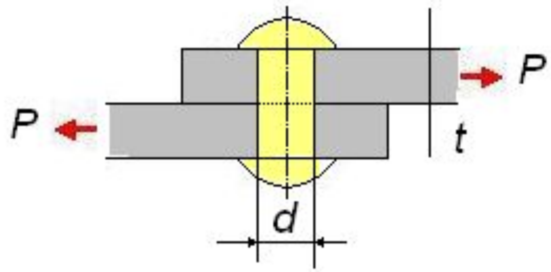
$$N - \sigma_m \pi\, d\, h = 0 \rightarrow p\,\frac{\pi d^2}{4} = \sigma_m \pi\, d\, h \rightarrow \boxed{\sigma_m = \frac{p\,d}{4h}}$$

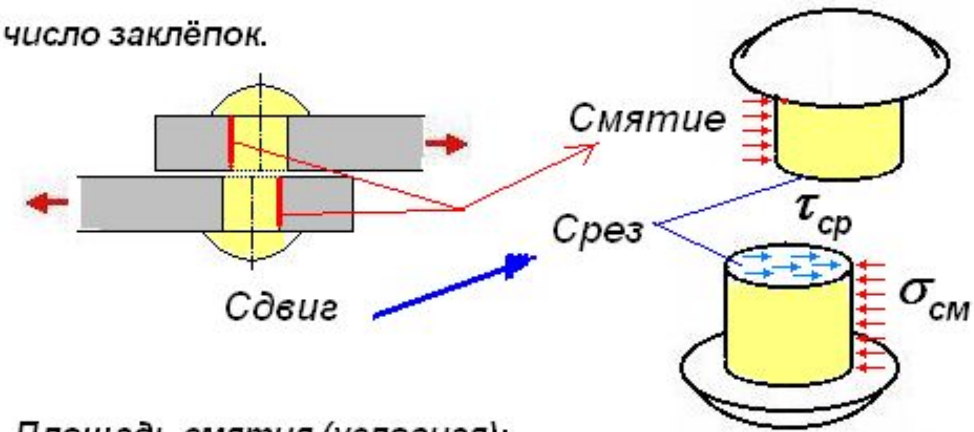
Главные напряжения: $\sigma_1 = \frac{p\,d}{2\,h} \qquad \sigma_2 = \frac{p\,d}{4h} \qquad \sigma_3 = -p$

Условие прочности: $\sigma_{экв.} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{p\,d}{2\,h} + p \leqslant [\sigma]$

Неразъёмные соединения:
1. Заклёпочные

Односрезная заклепка n - число заклёпок.



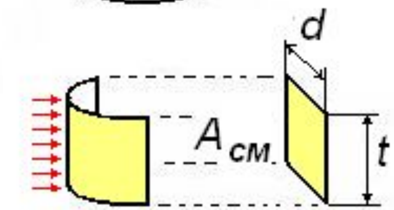


Площадь среза:

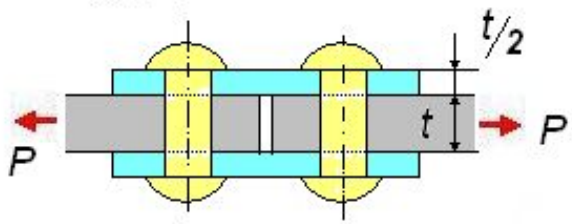
$$A_{ср} = n\frac{\pi d^2}{4}$$

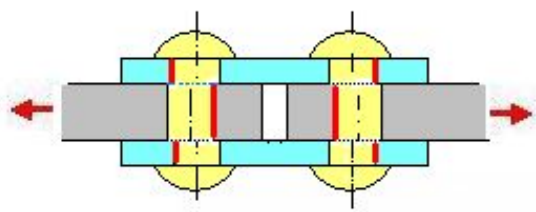
Площадь смятия (условная):

$$A_{см} = n\,d\,t$$



Двусрезная заклёпка





$$A_{ср} = 2\,n\frac{\pi d^2}{4}$$

$$A_{см} = n\,d\,t$$

Условие прочности на срез:

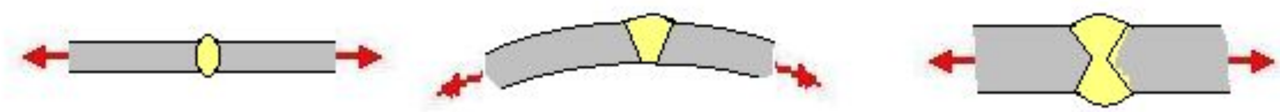
$$\tau_{ср} = \frac{P}{A_{ср}} \leqslant [\tau]$$

Условие прочности на смятие:

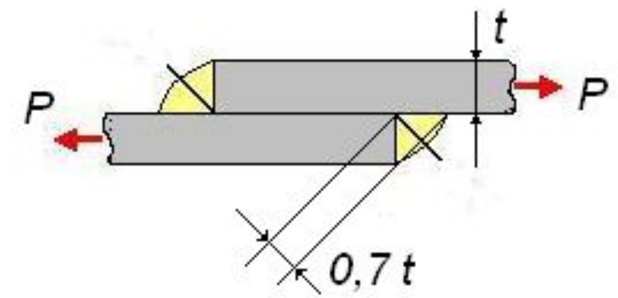
$$\sigma_{см} = \frac{P}{A_{см}} \leqslant [\sigma_{см}]$$

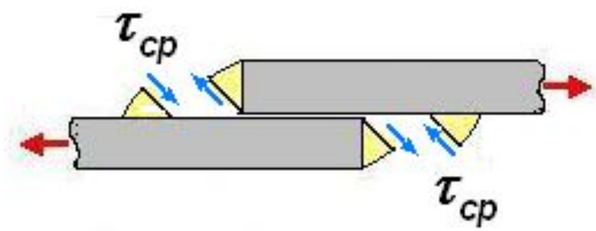
2. Сварные соединения

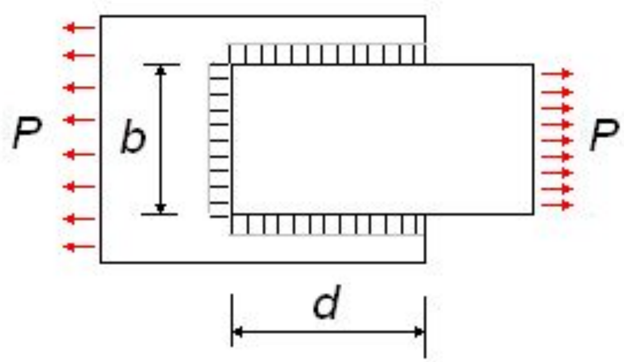
Соединения в стык



Соединения внахлёстку







Условие прочности на срез:

$$\tau_{cp} = \frac{P}{A_{cp}} \leqslant [\tau_э]$$

допускаемое напряжения для присадочного материала (электрода)

$A_{cp} = 0{,}7\, t \cdot L$. площадь среза.

$L = 2(b+d)$. длина шва.

Динамика

"Рассматривать детали, не получив представления о целом - всё равно, что фотографировать кирпичную стену с расстояния в шесть дюймов"

Из английского учебника для 5-го класса.

1. Количество движения. Импульс силы.

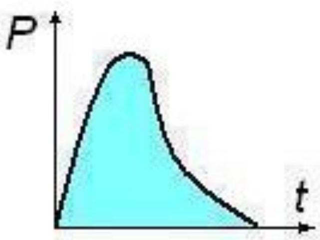
И.Ньютон сформулировал свой 2-й закон, когда скорость изменения скорости (ускорение) ещё не было понятием, существовало понятие "количество движения".

Количество движения равно произведению массы m на скорость V: $m \cdot V$.

Закон Ньютона: *Изменение количества движения пропорционально движущей силе:*

$$\boxed{\frac{d(mV)}{dt} = P.} \longrightarrow \quad m\frac{dV}{dt} = \boxed{ma = P.}$$

Рядом с понятием "количество движения" *существовало и понятие* "импульс силы".



$$\int d(mV) = \int_0^t P \cdot dt$$

$$\boxed{mV_2 - mV_1 = \int_0^t P \cdot dt \quad \text{– импульс силы (импульс)}}$$

Изменение количества движения за промежуток времени равно импульсу силы.

Аналогичные понятия существуют и для вращательного движения

Момент количества движения равен моменту инерции массы J_m на угловую скорость ω

$$\frac{d(J_m\omega)}{dt} = M, \quad J_m\frac{d\omega}{dt} = \boxed{J_m\varepsilon = M},$$

$$\boxed{J_m\omega_2 - J_m\omega_1 = \int_0^t M \cdot dt \quad \text{– момент импульса силы (момент импульса)}}$$

2. Законы сохранения количества движения и момента количества движения

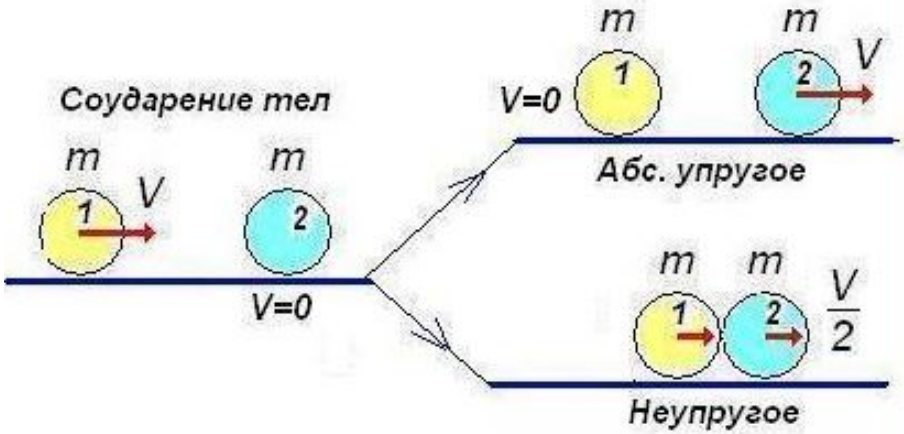
(Законы сохранения импульса и момента импульса):

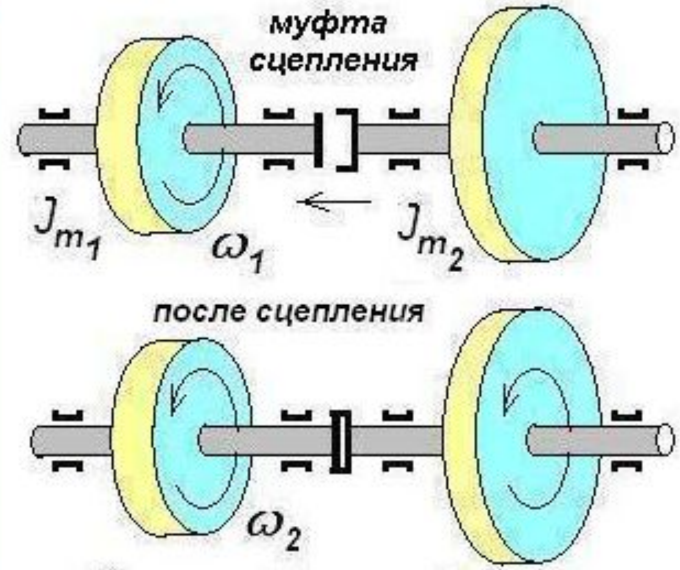
Если на движущееся тело не действуют внешние силы, количество движения и момент количества движения не изменяются:

$$mV = const, \qquad J_m\omega = const.$$

Законы соблюдаются и в системе взаимодействующих тел, если они не подвергаются действию внешних сил.

Внутренние силы не могут изменить суммарное количество движения системы (импульс и момент импульса), а позволяют частично или полностью обмениваться ими.





$$J_{m_1}\omega_1 = J_{m_1}\omega_2 + J_{m_2}\omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{J_{m_1}}{J_{m_1}+J_{m_2}}\,\omega_1$$

2. Законы сохранения количества движения и момента количества движения

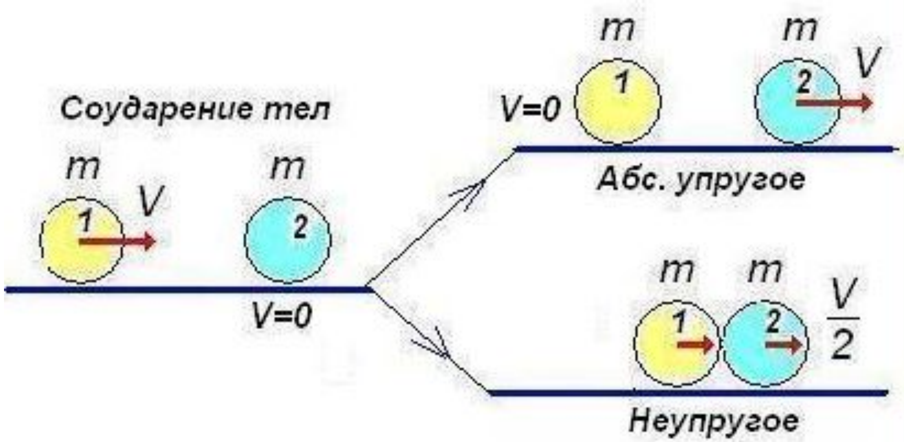
(Законы сохранения импульса и момента импульса):

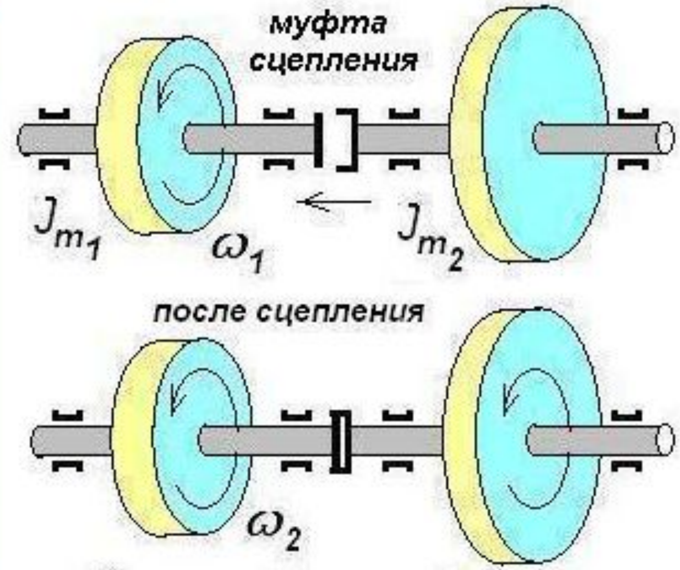
Если на движущееся тело не действуют внешние силы, количество движения и момент количества движения не изменяются:

$$mV = const, \qquad J_m\omega = const.$$

Законы соблюдаются и в системе взаимодействующих тел, если они не подвергаются действию внешних сил.

Внутренние силы не могут изменить суммарное количество движения системы (импульс и момент импульса), а позволяют частично или полностью обмениваться ими.





$$J_{m_1}\omega_1 = J_{m_1}\omega_2 + J_{m_2}\omega_2$$

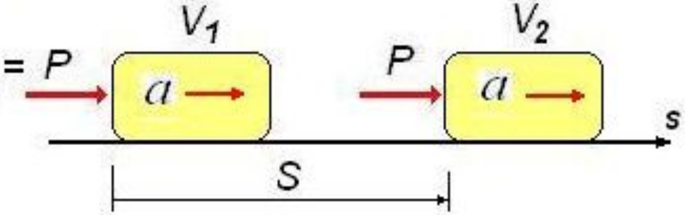
$$\omega_2 = \frac{J_{m_1}}{J_{m_1} + J_{m_2}}\,\omega_1$$

3. Кинетическая энергия

Прямолинейное движение

$\sum\limits_i \bar{P}_{is}$ - проекции всех сил действующих на тело на направление s (x, y, z).

$\sum\limits_i \bar{P}_{is} = P$



$$P = m\,a = m\,\frac{dV}{dt}.$$

Умножим обе части уравнения на элемент пути $dS = V\,dt$:

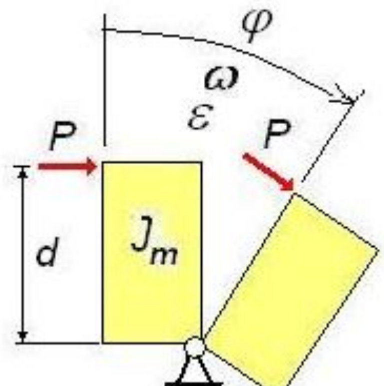
$$P\,dS = m\,\frac{dV}{dt}\,dS, \quad (P\,dS = dA_P \text{ - элементарная работа}) \quad dA = m\,V \cdot dV.$$

Проинтегрируем:

$$\boxed{A_P = \frac{m\,V_2^2}{2} - \frac{m\,V_1^2}{2}.}$$

Теорема об изменении кинетической энергии тела.

Вращательное движение



$$P \cdot d = M = J_m \cdot \varepsilon = J_m \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

Умножим обе части уравнения на элемент пути $d\varphi = \omega\,dt$:

$$M \cdot d\varphi = J_m \cdot \frac{d\omega}{dt}\,d\varphi \quad (M \cdot d\varphi = dA_M \text{ - элементарная работа})$$

$$dA_M = J_m \cdot \omega\,d\omega.$$

Проинтегрируем:

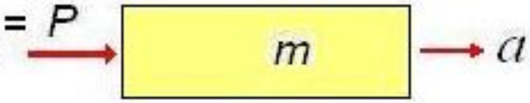
$$\boxed{A_M = \frac{J_m \omega_2^2}{2} - \frac{J_m \omega_1^2}{2}.}$$

Теорема об изменении кинетической энергии тела

4. Принцип Даламбера (д'Аламбера)

В механике принято лампочки складывать с лампочками, апельсины с апельсинами.

$\sum_i \bar{P}_{is} = P$



$$\sum_i \bar{P}_{is} = m \cdot a$$ *- это уравнение движения.*

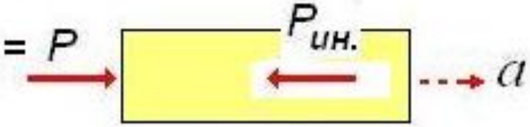
$$\boxed{\sum_i \bar{P}_{is} - m \cdot a = 0.}$$ *- это уравнение равновесия.*

Силы Сила

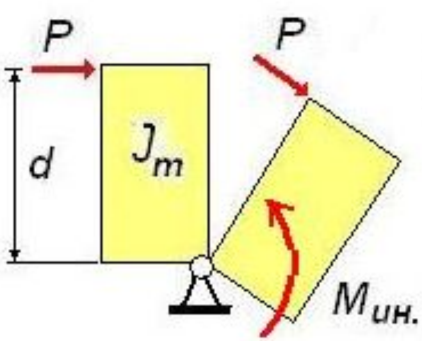
***Вывод:** уравнения движения можно составлять как уравнения равновесия, если ввести в анализ силу , которую Даламбер назвал силой инерции :* $\boxed{P_{ин.} = - m \cdot a}$

Принцип Даламбера: *При движении элементов конструкций (системы) для любого момента времени уравнения состояния записываются как уравнения равновесия (покоя), если в систему действующих сил включить силы инерции.*

$\sum_i \bar{P}_{is} = P$



$$\sum_i \bar{P}_{is} + P_{ин.} = 0$$



При вращательном движении в систему моментов внешних сил включают инерционные моменты:

$$\boxed{M_{ин.} = -J_m \cdot \varepsilon}$$

Динамическое действие нагрузок

Нагрузка называется статической, если она весьма медленно возрастает от нуля до своего конечного значения.

Динамические нагрузки возникают при движении элементов конструкций с ускорениями.

Соответственно, различают:

1. Расчёты при прямолинейных и вращательных движениях.
2. Расчёты на удар.
3. Расчёты при колебаниях.

При УПРУГОМ деформировании модуль упругости материала практически не чувствителен к скорости изменения нагрузок.

$$\Delta_{cm} = \delta \cdot P_{cm},$$

$$\Delta_{дин} = \delta \cdot P_{дин}.$$

Динамическое действие нагрузок определяется коэффициентом динамичности:

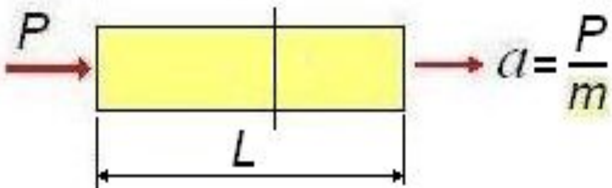
$$k_{дин} = \frac{\Delta_{дин}}{\Delta_{cm}} = \frac{P_{дин}}{P_{cm}} = \frac{\sigma_{дин}}{\sigma_{cm}}.$$

Соответственно формируются УСЛОВИЯ ПРОЧНОСТИ: $\sigma_{дин} = k_{дин} \cdot \sigma_{cm} \le [\sigma]$

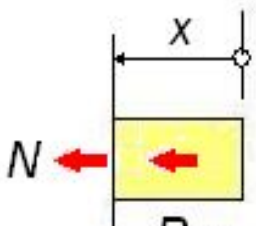
1. Прямолинейное движение

ρ - плотность

$$m = \rho A L$$



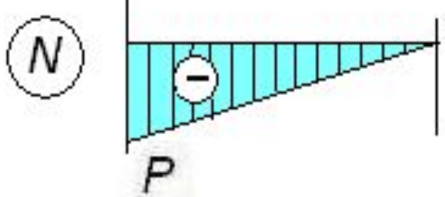
$$0 \leqslant x \leqslant L$$

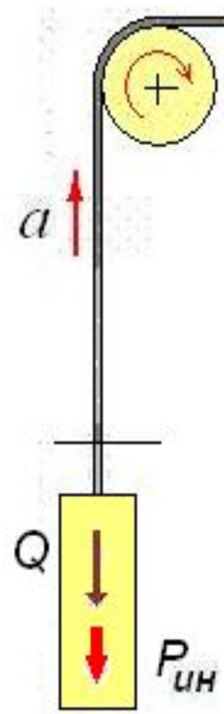


$$P_{ин} = \rho \cdot A x \cdot a$$

$$\sum X = N + P_{ин} = 0,$$

$$N = -\rho A x \cdot a = -P\frac{x}{L}.$$



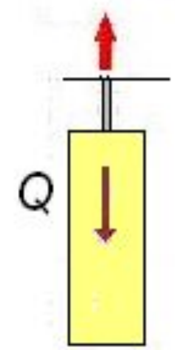


$$Q = mg$$

$$P_{ин} = ma$$

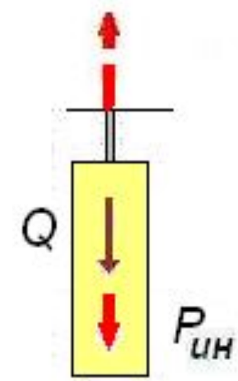
Статика

$$N_{ст} = mg$$



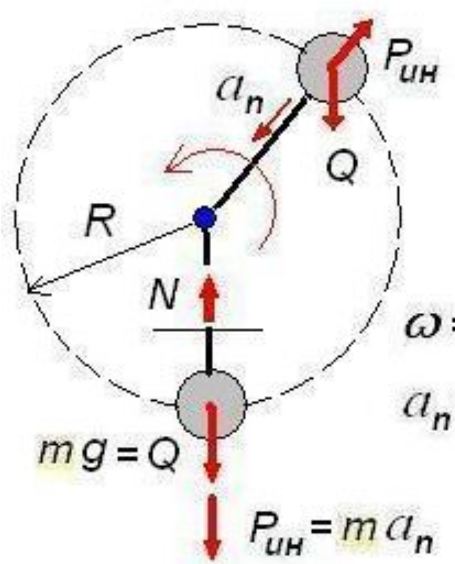
Динамика

$$N_{дин} = mg + ma$$



$$K_{дин} = \frac{N_{дин}}{N_{ст}} = 1 + \frac{a}{g}$$

2. Вращательное движение



$$\omega = \frac{\pi n}{30}$$

$$a_n = \omega^2 R$$

$$N = Q\left(1 + \frac{a_n}{g}\right)$$

При каком числе оборотов стальная проволока порвётся?

$Q = 1кГ,\ R = 1м,\ d = 1мм,$

$\sigma_{разр} = 1000$ МПа, $\delta = 18\%$, $\psi = 60\%$.

Решение: $\sigma = \dfrac{N}{A_ш} = \sigma_{разр}.$

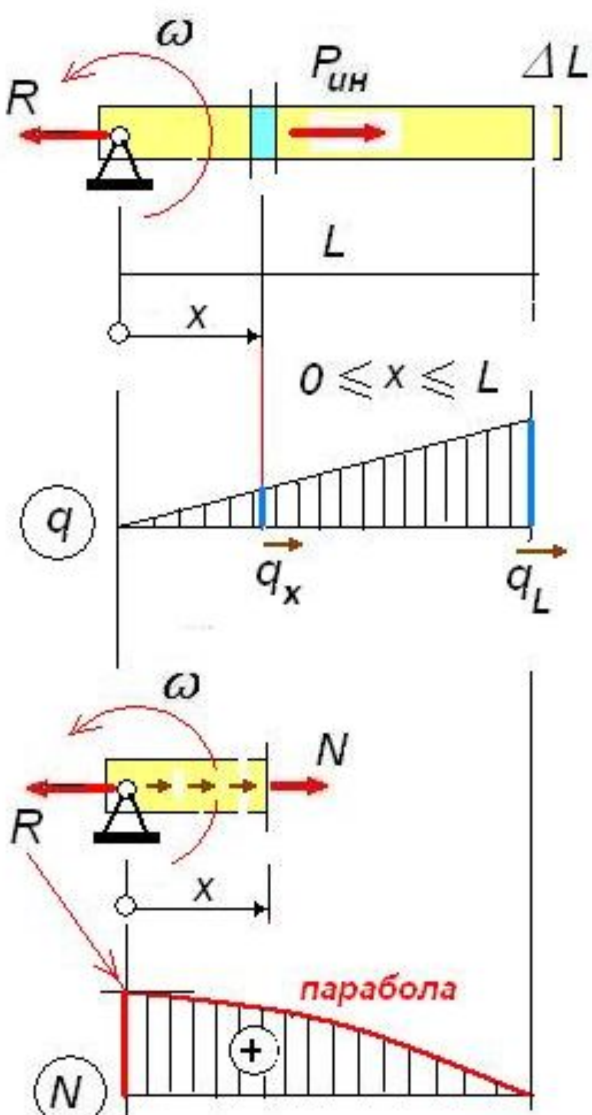
$$\psi = \frac{A - A_ш}{A}100, \quad A_ш = \left(1 - \frac{\psi}{100}\right)A = 0{,}4A = 0{,}4\frac{\pi d^2}{4} = 0{,}1\pi d^2.$$

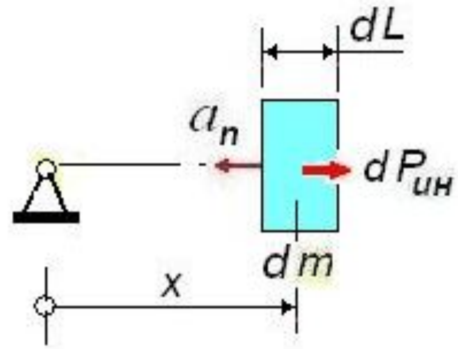
$$\delta = \frac{R_к - R}{R}100, \quad R_к = \left(1 - \frac{\delta}{100}\right)R = 1{,}18R.$$

$$Q\left(1 + \frac{a_n}{g}\right) = A_ш\,\sigma_{разр}, \quad a_n = \omega^2 R_к = \left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 R_к = \left(\frac{A_ш\,\sigma_{разр}}{Q} - 1\right)g.$$

$$n = \frac{30}{\pi}\sqrt{\left(\frac{A_ш\,\sigma_{разр}}{Q} - 1\right)\frac{g}{R_к}} = \frac{30}{3{,}14}\sqrt{\left(\frac{0{,}1\cdot 3{,}14(10^{-3})^2\cdot 1000\cdot 10^6}{10} - 1\right)\frac{9{,}81}{1{,}18}} = 152 \text{ об/мин.}$$

Определить изменение длины стержня.





$$a_n = \omega^2 x\,,$$

$$dP_{ин} = dm \cdot a_n\,,$$

$$dm = \rho \cdot A\, dL\,,$$

$$dP_{ин} = \rho \cdot A\, dL \cdot \omega^2 x.$$

Интенсивность сил инерции:

$$\frac{dP_{ин}}{dL} = \boxed{q_x = \rho \cdot A\,\omega^2 x.}$$

Из уравнений равновесия $\sum X = 0$:

$$R = P_{ин} = \int_0^L q_x\, dx = \rho \cdot A\,\omega^2 \int_0^L x\, dx = \rho \cdot A\,\omega^2 \frac{L^2}{2}.$$

$$N = R - \int_0^x q_x\, dx = \rho \cdot A\,\omega^2 \left(\frac{L^2}{2} - \frac{x^2}{2}\right).$$

$$\Delta L = \int_0^L \frac{N\, dx}{E\, A} = \frac{\rho \cdot A\,\omega^2}{2\,E\,A} \int_0^L \left(L^2 - x^2\right) dx = \frac{\rho \cdot A\,\omega^2}{3\,E\,A} \cdot L^3$$

УДАР

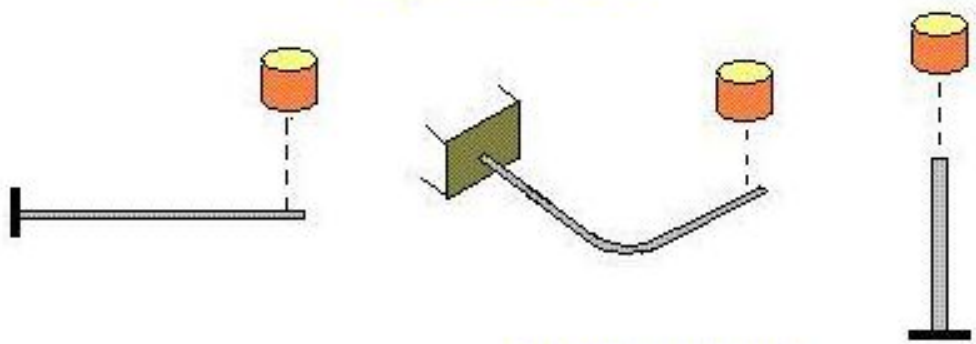
Ударное действие нагрузок наблюдается при изменении скоростей соударяемых элементов в очень короткий промежуток времени, установление которого весьма затруднительно.

Соответственно, определение ускорений и сил инерции по выражению $P_{ин.} = - m \cdot a$ не осуществляется

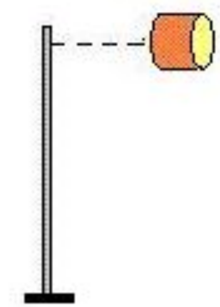
Элементарная теория ударного взаимодействия элементов конструкций базируется на законе сохранения энергии:
считается, что кинетическая энергия ударяющего тела в момент удара полностью переходит в энергию деформирования ударяемого тела (системы).

РАЗЛИЧАЮТ УДАРЫ :

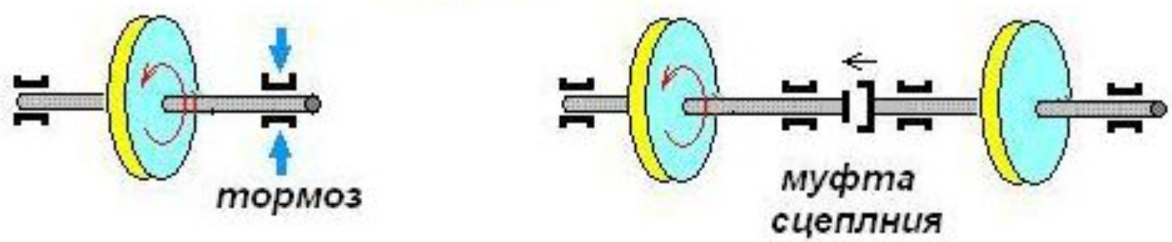
Вертикальные



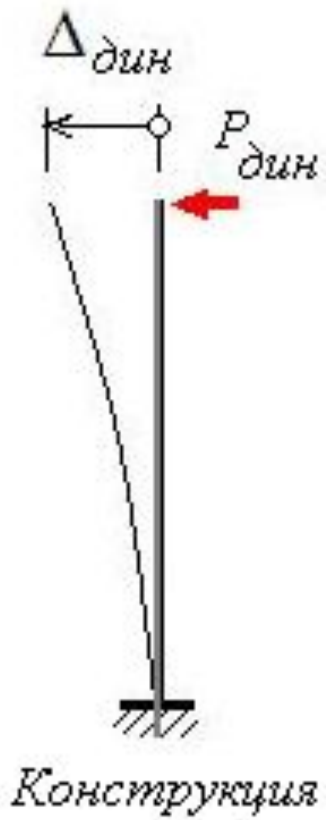
Горизонтальные

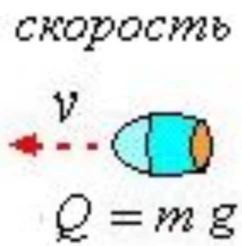


Скручивающие



1. Горизонтальный удар





$$\boxed{\begin{aligned}\Delta_{cm} &= \delta \cdot Q\\ \Delta_{дин} &= \delta \cdot P_{дин}\end{aligned}}$$

$$Q = \frac{\Delta_{cm}}{\delta}$$

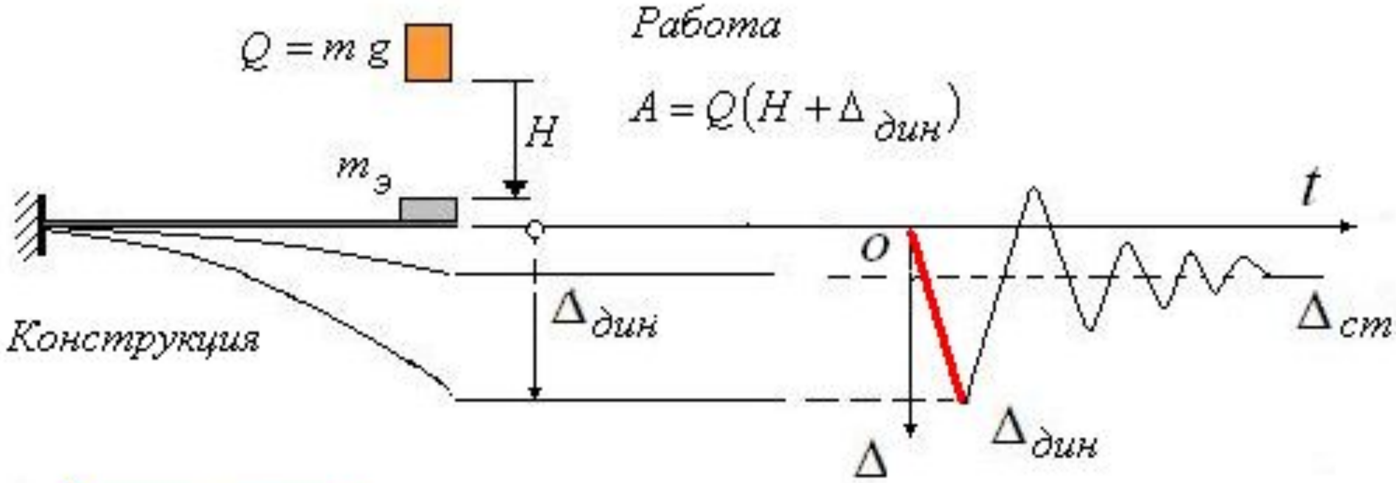
$$P_{дин} = \frac{\Delta_{дин}}{\delta}$$

Кинетическая энергия ударяющего тела полностью переходит в энергию деформирования системы

Коэффициент динамичности

$$\frac{P_{дин} \cdot \Delta_{дин}}{2} = \frac{Q\,v^2}{2\,g} \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_Д = \sqrt{\frac{v^2}{g\,\Delta_{cm}}}}$$

2. Вертикальный удар

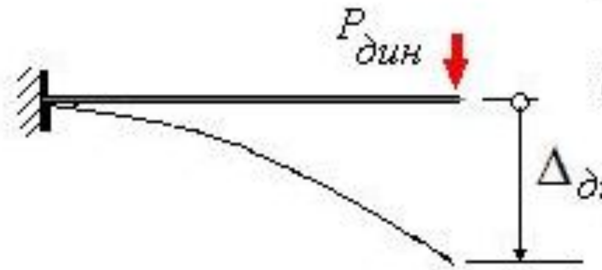


Работа

$$A = Q(H + \Delta_{дин})$$

$$\Delta_{ст} = \delta \cdot Q$$
$$\Delta_{дин} = \delta \cdot P_{дин}$$

$$\Downarrow$$



Энергия

$$U = \frac{P_{дин} \cdot \Delta_{дин}}{2}$$

$$\boxed{A = U} \quad \Rightarrow \quad Q(H + \Delta_{дин}) = \frac{P_{дин} \cdot \Delta_{дин}}{2}$$

Коэффициент динамичности

$$K_Д = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\Delta_{ст}(1 + m_э/m)}}$$

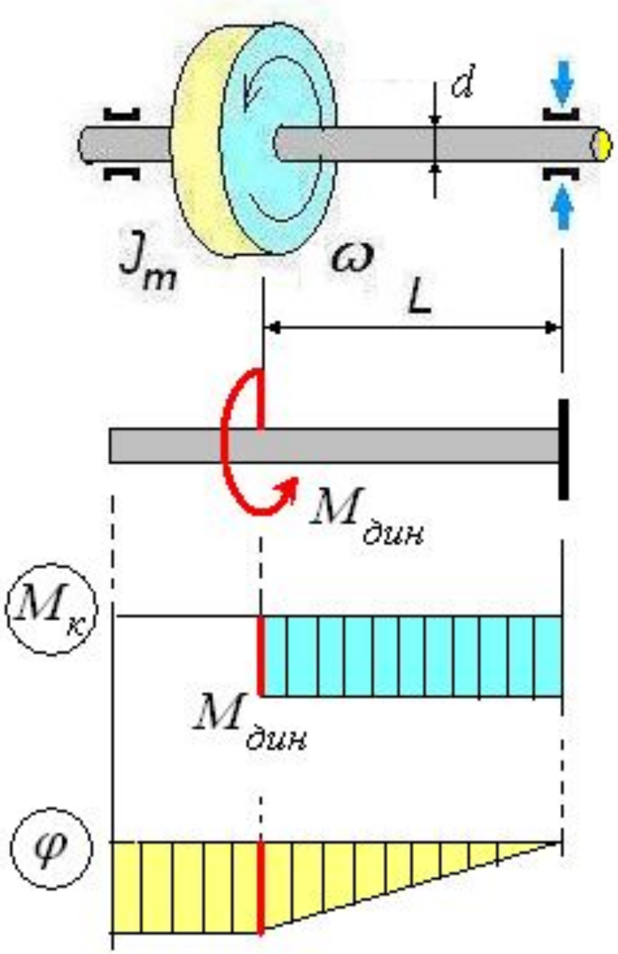
$m_э$ - масса ударяемого тела, приведённая к точке удара.

Без учёта массы ударяемого тела:

$$K_Д = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\Delta_{ст}}}$$

При H = 0 коэффициент динамичности $K_Д$ = 2 (мгновенный удар).

3. Скручивающий удар



Баланс энергий

$$\frac{J_m \omega^2}{2} = \frac{M_{дин}\varphi}{2},$$

Закон Гука

$$\varphi = \frac{M_{дин} L}{G J_p}, \quad J_p = \frac{\pi d^4}{32}.$$

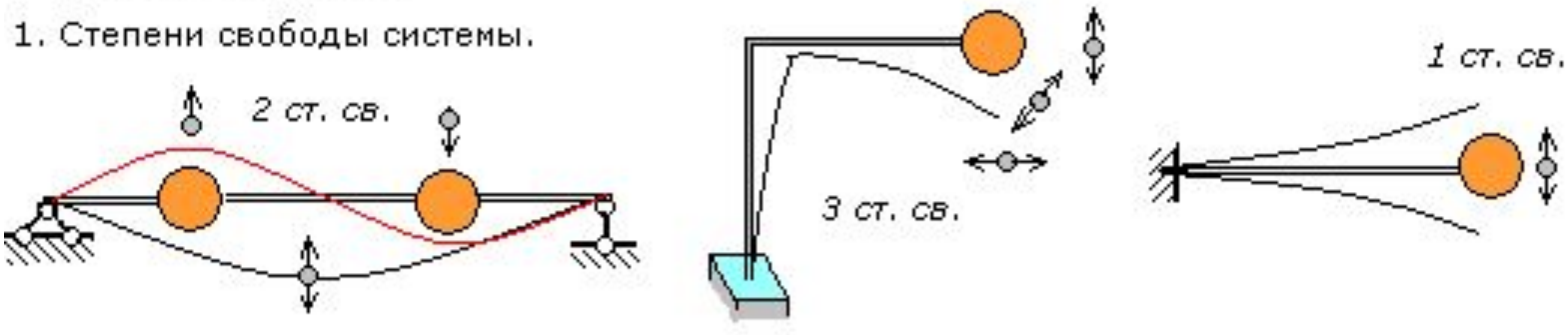
$$J_m \omega^2 = \frac{M_{дин}^2 L}{G J_p},$$

$$M_{дин} = \omega \sqrt{\frac{J_m \cdot G J_p}{L}}.$$

Колебания

Основные понятия:

1. Степени свободы системы.



2. Собственные колебания.

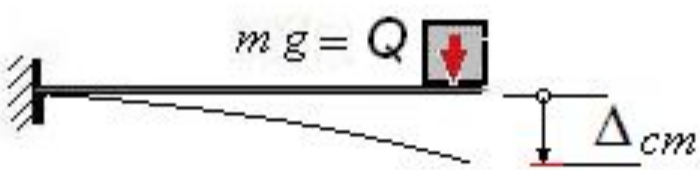
Возникают в системе, если её кратковременно вывести из состояния покоя.

По истечении времени они затухают.

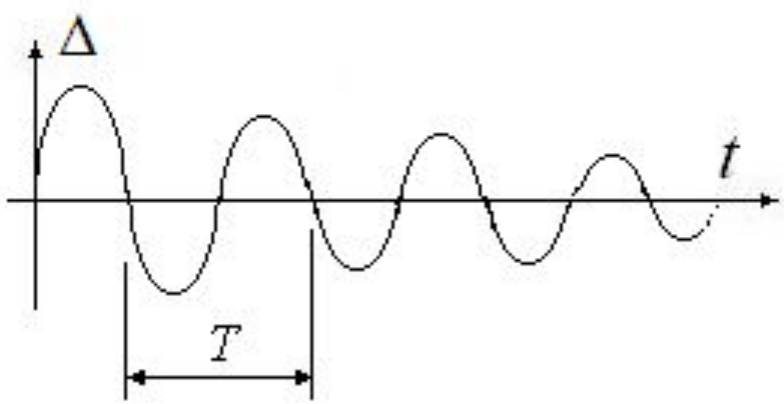
Соответстсвенно числу степеней свободы

система имеет столько же собственных частот колебаний.

Для системы с одной степенью свободы *частота собственных колебаний:*

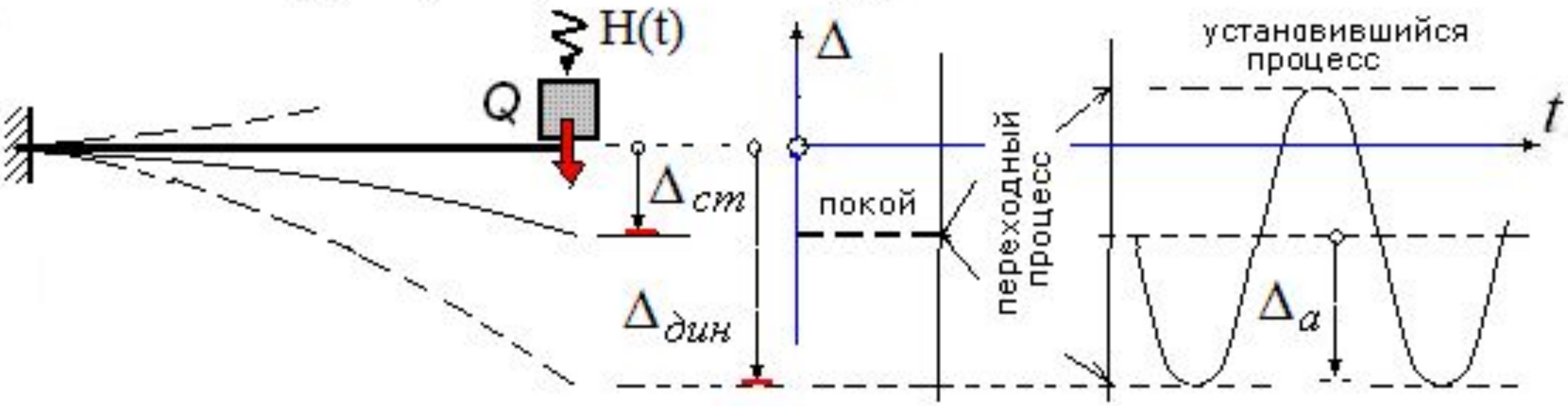


$$\frac{2\pi}{T} = \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{cm}}}$$



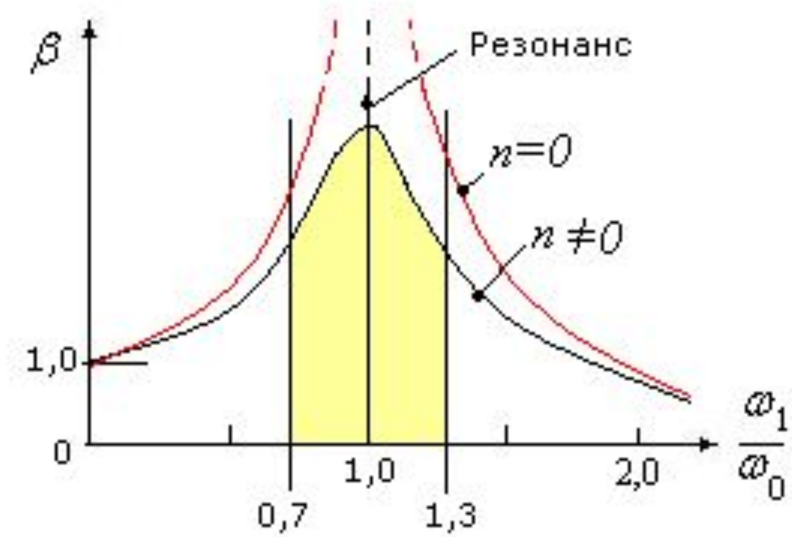
3. Вынужденные колебания: ω_1

Возмущающая периодическая нагрузка



4. Коэффициент динамичности:

$$K_Д = \frac{\Delta_{дин}}{\Delta_{ст}} = 1 + \frac{\Delta_a}{\Delta_{ст}} = 1 + \frac{H}{Q} \cdot \beta$$



5. Коэффициент нарастания колебаний:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega_1^2}{\omega_0^2}\right) + \frac{4n^2\omega_1^4}{\omega_0^4}}},$$

n - параметр затухания.

Без учёта затухания:
$$\beta = \left|\frac{1}{1-(\omega_1/\omega_0)^2}\right|$$

Зону вблизи резонанса в диапазоне отношения частот 0,7...1,3 следует избегать.