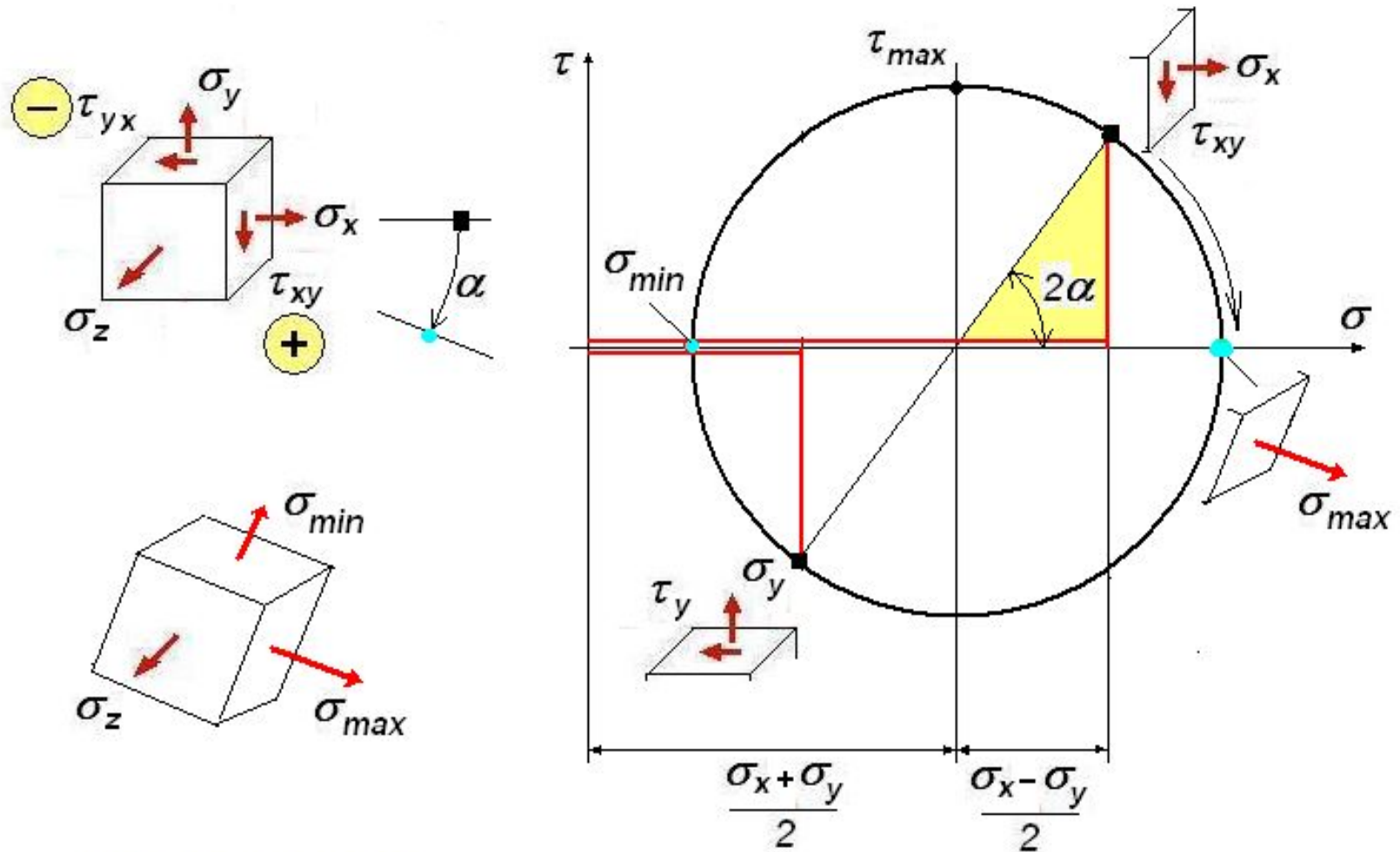


Графическое определение главных напряжений и их направлений



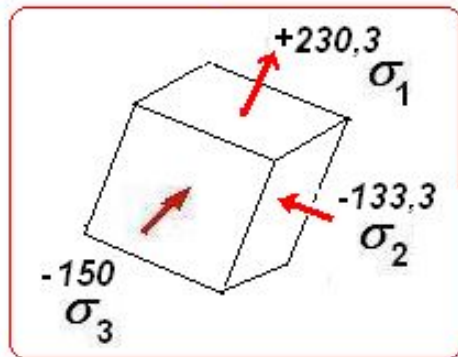
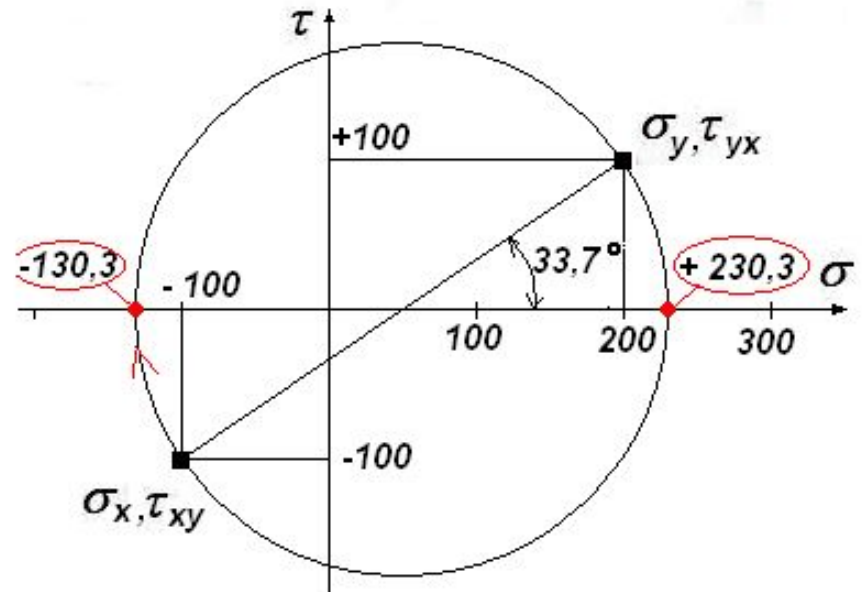
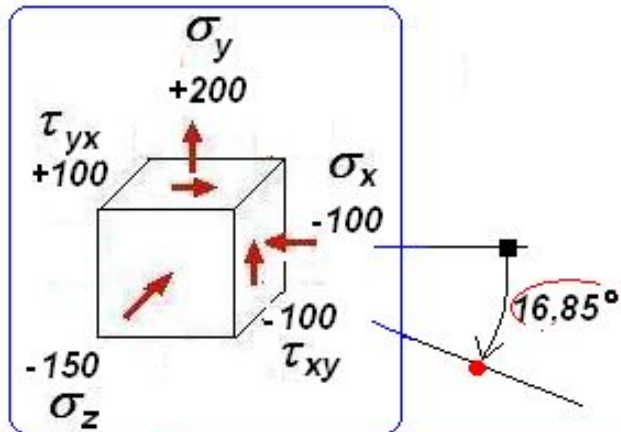
Из геометрии круга:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad \text{радиус круга}$$

$$\sigma_{min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad \text{радиус круга}$$

$$\text{tg } 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

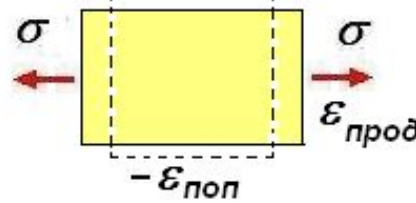
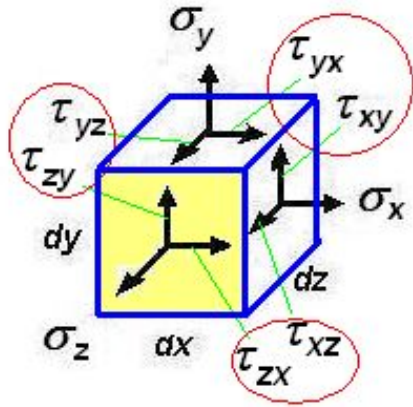
Пример:



$$\begin{aligned} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\min} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{-100 + 200}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-100 - 200}{2}\right)^2 + 100^2} = \\ &= 50 \pm 180.3 = \begin{matrix} +230.3 \\ -130.3 \end{matrix} \text{ МПа,} \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(-100)}{-100 - 200} = 0.667, \quad 2\alpha = 33.7^\circ \quad \alpha = 16.85^\circ$$

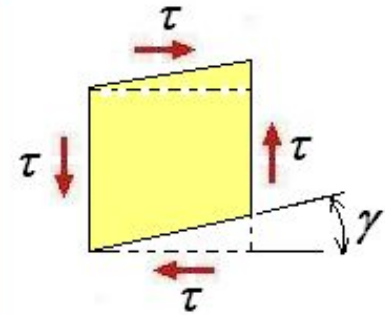
Деформированное состояние элементарного объёма



$$\frac{-\epsilon_{\text{поп}}}{\epsilon_{\text{прод}}} = \mu$$

$$\epsilon_{\text{прод}} = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\epsilon_{\text{поп}} = -\mu \frac{\sigma}{E}$$



Обобщённый закон Гука

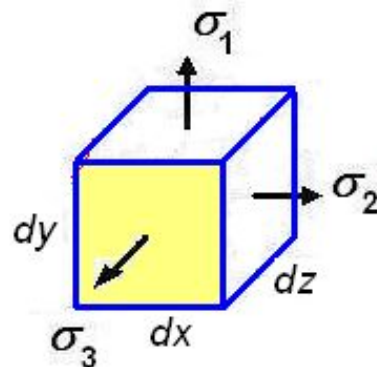
	σ_x	σ_y	σ_z
$\epsilon_x =$	$\frac{\sigma_x}{E}$	$-\mu \frac{\sigma_y}{E}$	$-\mu \frac{\sigma_z}{E}$
$\epsilon_y =$	$-\mu \frac{\sigma_x}{E}$	$\frac{\sigma_y}{E}$	$-\mu \frac{\sigma_z}{E}$
$\epsilon_z =$	$-\mu \frac{\sigma_x}{E}$	$-\mu \frac{\sigma_y}{E}$	$\frac{\sigma_z}{E}$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\gamma_{zy} = \frac{\tau_{zy}}{G}$$

для Главных напряжений:



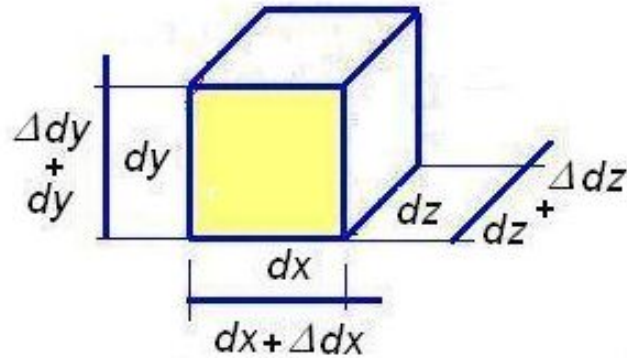
Главные деформации:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_2 - \mu\sigma_3),$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu\sigma_1 - \mu\sigma_3),$$

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E} (\sigma_3 - \mu\sigma_2 - \mu\sigma_1).$$

Изменение объёма элемента при деформировании. (касательные напряжения изменяют только форму элемента)



Первоначальный объём элемента:

$$V_0 = dx \cdot dy \cdot dz.$$

Его объём в деформированном состоянии:

$$\begin{aligned} V_{\text{деф.}} &= (dx + \Delta dx)(dy + \Delta dy)(dz + \Delta dz) = \\ &= dx \cdot dy \cdot dz \left(1 + \frac{\Delta dx}{dx}\right) \left(1 + \frac{\Delta dy}{dy}\right) \left(1 + \frac{\Delta dz}{dz}\right) = \\ &= V_0 (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z). \end{aligned}$$

Относительное изменение объёма:

$$e = \frac{V_{\text{деф.}} - V_0}{V_0} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_x \varepsilon_z + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z.$$

не учитываются, как величины "малые".

Заменяв деформации их выражениями по "обобщённому закону" Гука, получаем:

$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1 - 2\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z).$$

$$\sigma_{\text{ср.}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

В главных деформациях и напряжениях:

$$e = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{1 - 2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$

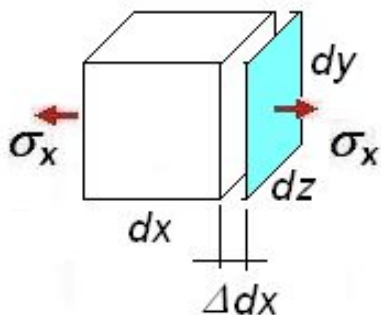
$e = K \cdot \sigma_{\text{ср.}}$ "объёмный" закон Гука.

$\frac{3(1 - 2\mu)}{E} = K$ - Объёмный модуль упругости.

При $\mu = 0,5$ изменения объёма не происходит.

Упругая (потенциальная) энергия деформирования

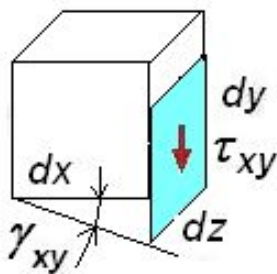
Каждое напряжение совершает работу на своём направлении.



сила: $dN = \sigma_x \cdot dy \cdot dz$. путь: $\Delta dx = \varepsilon_x \cdot dx$.

работа: $A_\sigma = \frac{dN \cdot \Delta dx}{2} = \frac{\sigma_x \cdot \varepsilon_x \cdot dx \cdot dy \cdot dz}{2} = \frac{\sigma_x \cdot \varepsilon_x}{2} V_0$.

Удельная энергия (работа): $U_\sigma = \frac{A_\sigma}{V_0} = \frac{\sigma_x \cdot \varepsilon_x}{2}$.



сила: $dT = \tau_{xy} \cdot dy \cdot dz$, путь: $dx \cdot \text{tg} \gamma_{xy} = dx \cdot \gamma_{xy}$.

работа: $A_\tau = \frac{\tau_{xy} \cdot \gamma_{xy} \cdot dx \cdot dy \cdot dz}{2} = \frac{\tau_{xy} \cdot \gamma_{xy}}{2} V_0$.

Удельная энергия (работа): $U_\tau = \frac{A_\tau}{V_0} = \frac{\tau_{xy} \cdot \gamma_{xy}}{2}$.

При произвольной ориентации элемента:

$$U_{\sigma, \tau} = \frac{\sigma_x \cdot \varepsilon_x}{2} + \frac{\sigma_y \cdot \varepsilon_y}{2} + \frac{\sigma_z \cdot \varepsilon_z}{2} + \frac{\tau_{xy} \cdot \gamma_{xy}}{2} + \frac{\tau_{yz} \cdot \gamma_{yz}}{2} + \frac{\tau_{xz} \cdot \gamma_{xz}}{2}$$

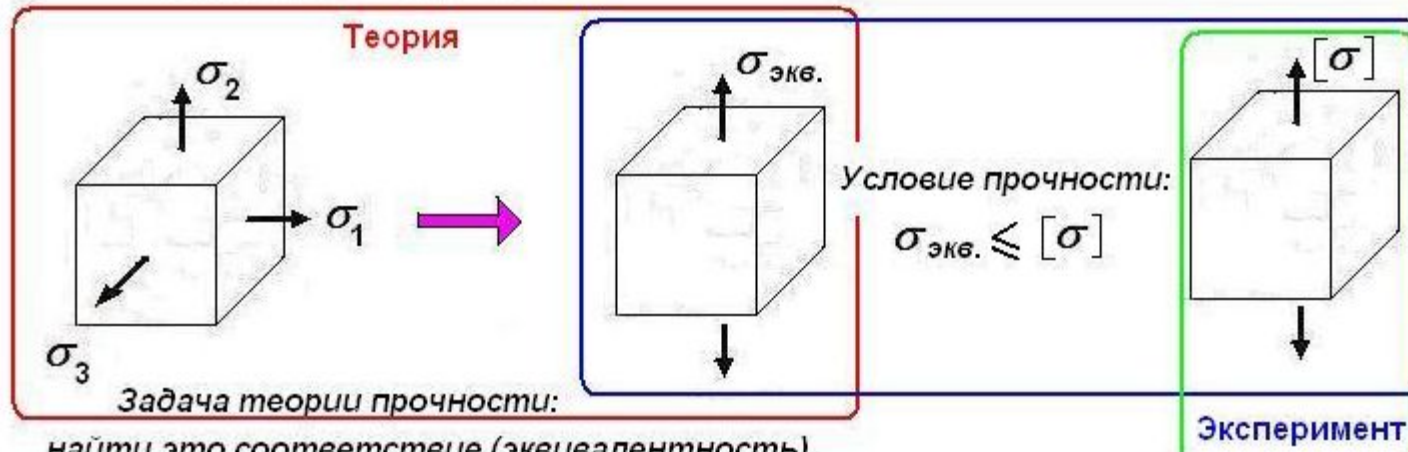
При ориентации элемента в главных направлениях:

$$U_\sigma = \frac{\sigma_1 \cdot \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \cdot \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \cdot \varepsilon_3}{2}$$

Наличие 2-х и 3-х главных напряжений в элементе материала ставит вопрос:

Как формулировать условие прочности?

Ответ: Необходимо найти соответствие между сложным видом напряжённого состояния и одноосным.



Задача теории прочности:

найти это соответствие (эквивалентность).

? $\sigma_{\text{экв.}} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3).$

Результаты: Много предположений (гипотез). Практическое применение нашли:

Для пластичных материалов

1. Критерий максимальных касательных напряжений: переход от упругого деформирования к пластическому обусловлен сдвигами.

$$\sigma_{\text{экв.}} = \sigma_1 - \sigma_3.$$

2. Критерий энергетический: переход к пластическому состоянию обусловлен величиной (уровнем) накопленной в материале энергией.

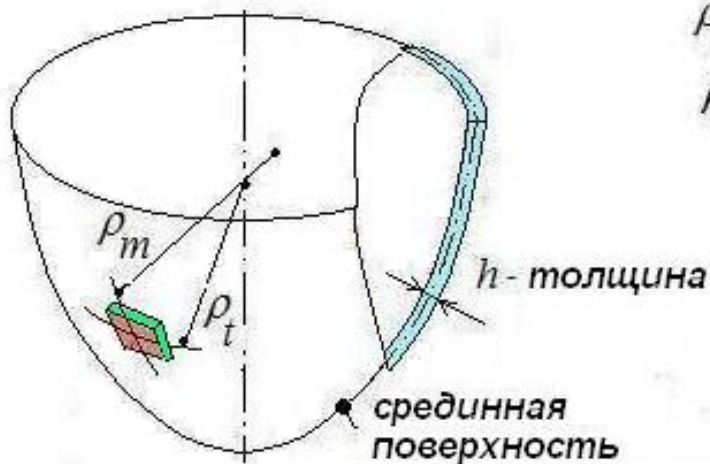
$$\sigma_{\text{экв.}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}.$$

Для хрупких материалов

Критерий Мора феноменологический (систематика экспериментальных результатов).

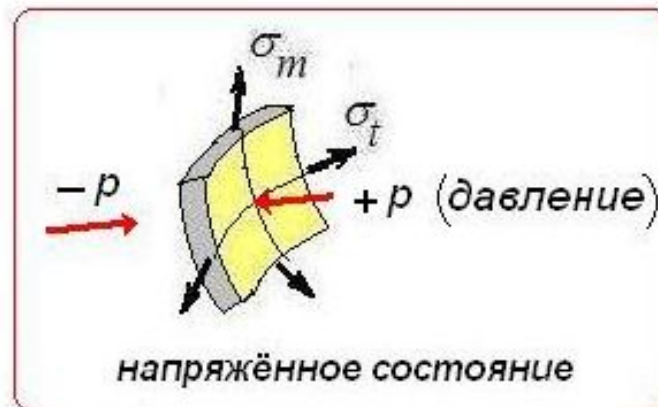
$$\sigma_{\text{экв.}} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{\text{вр}}}{\sigma_{\text{вс}}} \sigma_3.$$

Оболочки (сосуды)

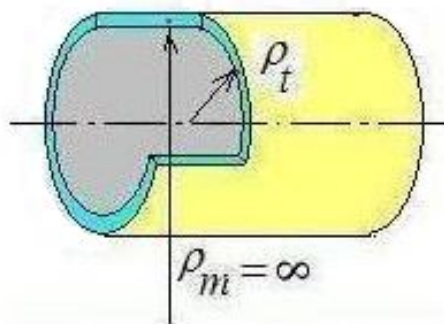


ρ_m – меридианальный радиус кривизны

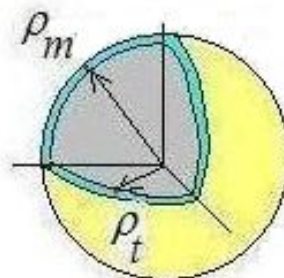
ρ_t – тангенциальный радиус кривизны



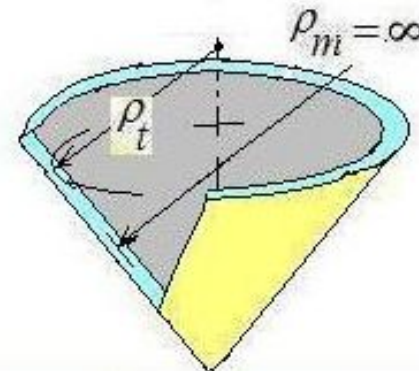
Цилиндр (труба)



Сфера



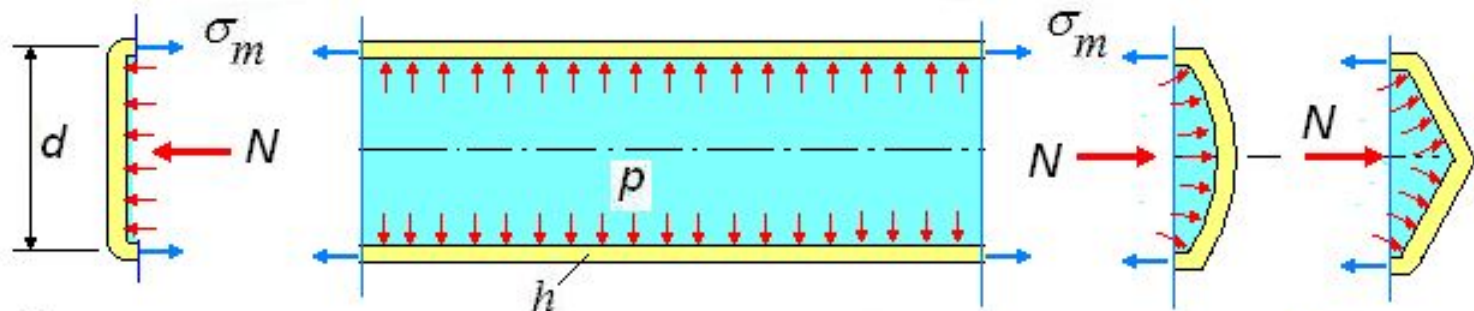
Конус



Уравнение Лапласа:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{h}$$

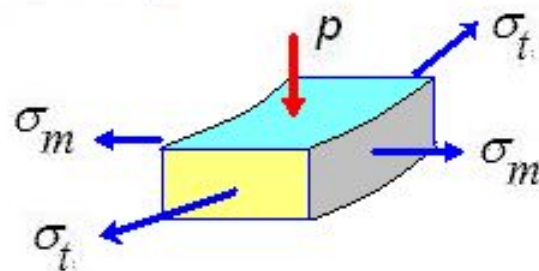
Расчёт цилиндрического сосуда (трубы)



Давление на крышку:

$$N = p \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\rho_m = \infty \quad \rho_t = d/2$$



Из уравнения
Лапласа:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{h} \rightarrow \frac{\sigma_m}{\infty} + \frac{\sigma_t}{d/2} = \frac{p}{h} \rightarrow \sigma_t = \frac{pd}{2h}$$

Из уравнения равновесия части сосуда:

$$N - \sigma_m \pi d h = 0 \rightarrow p \frac{\pi d^2}{4} = \sigma_m \pi d h \rightarrow \sigma_m = \frac{pd}{4h}$$

Главные напряжения: $\sigma_1 = \frac{pd}{2h}$ $\sigma_2 = \frac{pd}{4h}$ $\sigma_3 = -p$

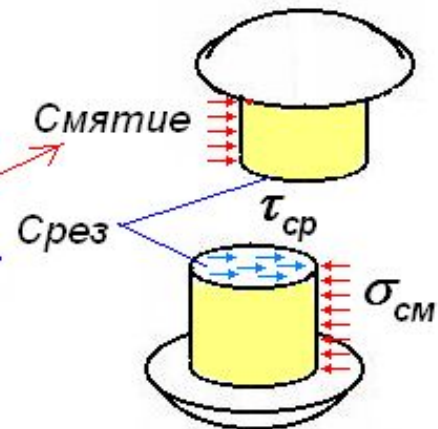
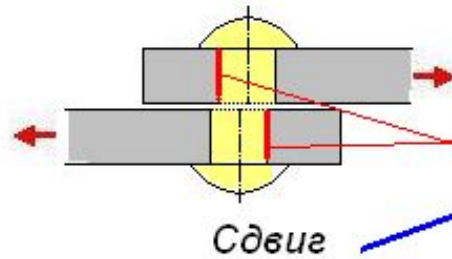
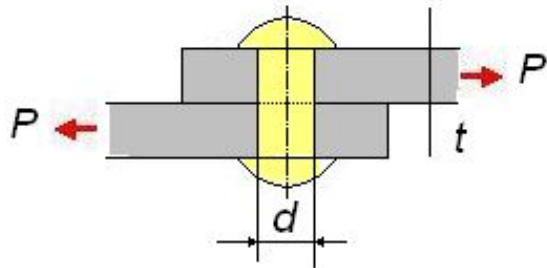
Условие прочности: $\sigma_{\text{экв.}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{pd}{2h} + p \leq [\sigma]$

Неразъёмные соединения:

1. Заклёпочные

Односрезная заклепка

n - число заклёпок.

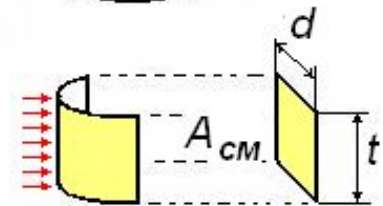


Площадь среза:

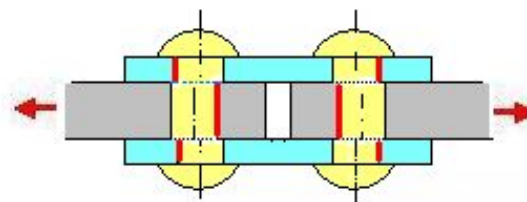
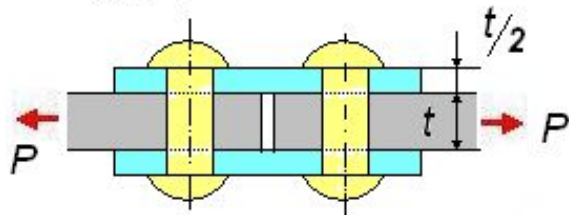
$$A_{ср} = n \frac{\pi d^2}{4}$$

Площадь смятия (условная):

$$A_{ср} = n d t$$



Двусрезная заклёпка



$$A_{ср} = 2 n \frac{\pi d^2}{4}$$

$$A_{ср} = n d t$$

Условие прочности на срез:

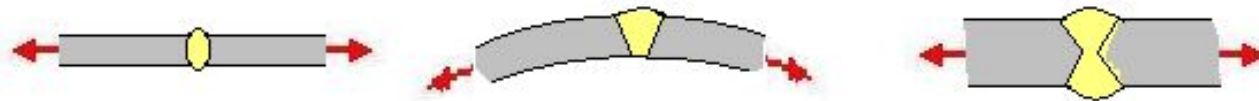
$$\tau_{ср} = \frac{P}{A_{ср}} \leq [\tau]$$

Условие прочности на смятие:

$$\sigma_{ср} = \frac{P}{A_{ср}} \leq [\sigma_{ср}]$$

2. Сварные соединения

Соединения в стык



Соединения внахлестку



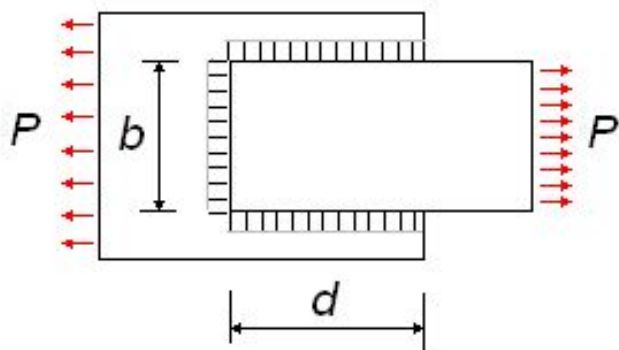
Условие прочности на срез:

$$\tau_{ср} = \frac{P}{A_{ср}} \leq [\tau_{э}]$$

допускаемое напряжения
для присадочного
материала (электрода)

$$A_{ср} = 0,7 t \cdot L . \quad \text{площадь среза.}$$

$$L = 2(b+d) . \quad \text{длина шва.}$$



Динамика

"Рассматривать детали, не получив представления о целом - всё равно, что фотографировать кирпичную стену с расстояния в шесть дюймов"

Из английского учебника для 5-го класса.

1. Количество движения. Импульс силы.

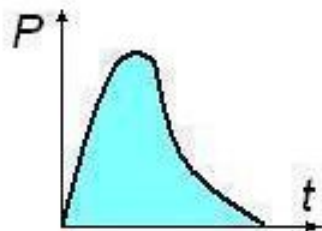
И.Ньютон сформулировал свой 2-й закон, когда скорость изменения скорости (ускорение) ещё не было понятием, существовало понятие "количество движения".

Количество движения равно произведению массы m на скорость V : $m \cdot V$.

Закон Ньютона: Изменение количества движения пропорционально движущей силе:

$$\boxed{\frac{d(mV)}{dt} = P.} \quad \longrightarrow \quad m \frac{dV}{dt} = \boxed{ma = P.}$$

Рядом с понятием "количество движения" существовало и понятие "импульс силы".



$$\int d(mV) = \int_0^t P \cdot dt$$

$$mV_2 - mV_1 = \int_0^t P \cdot dt \quad \text{— импульс силы (импульс)}$$

Изменение количества движения за промежуток времени равно импульсу силы.

Аналогичные понятия существуют и для вращательного движения

Момент количества движения равен моменту инерции массы J_m на угловую скорость ω

$$\frac{d(J_m \omega)}{dt} = M, \quad J_m \frac{d\omega}{dt} = \boxed{J_m \varepsilon = M},$$

$$J_m \omega_2 - J_m \omega_1 = \int_0^t M \cdot dt \quad \text{— момент импульса силы (момент импульса)}$$

2. Законы сохранения количества движения и момента количества движения

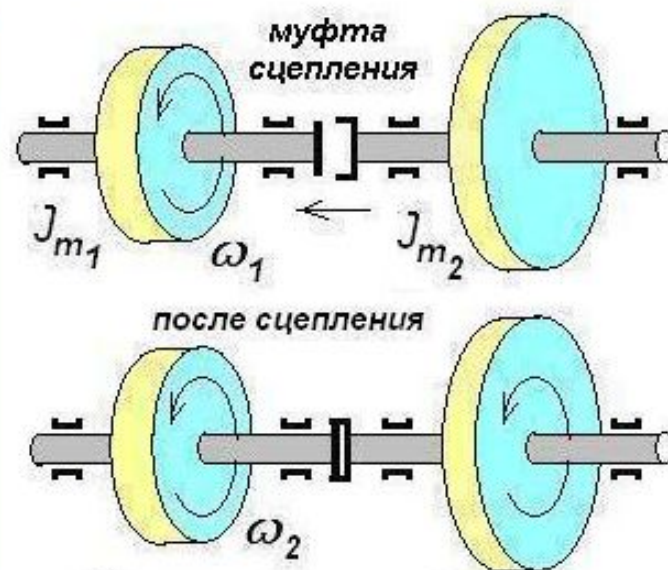
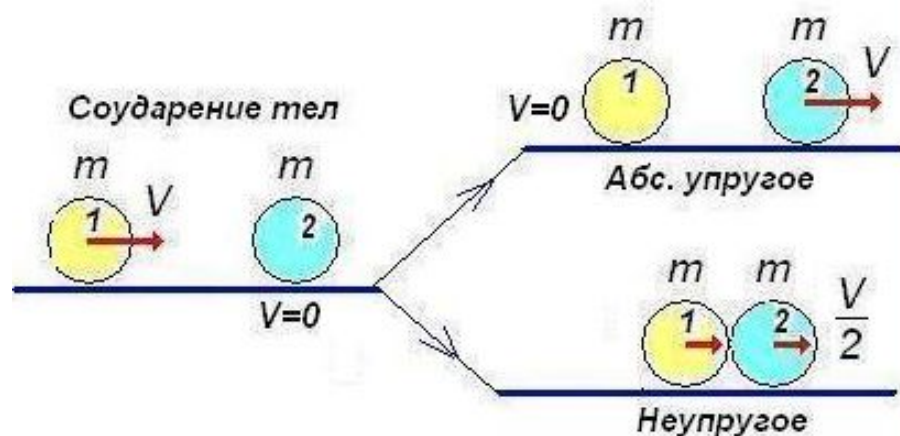
(Законы сохранения импульса и момента импульса):

Если на движущееся тело не действуют внешние силы, количество движения и момент количества движения не изменяются:

$$mV = \text{const}, \quad J_m \omega = \text{const}.$$

Законы соблюдаются и в системе взаимодействующих тел, если они не подвергаются действию внешних сил.

Внутренние силы не могут изменить суммарное количество движения системы (импульс и момент импульса), а позволяют частично или полностью обмениваться ими.



$$J_{m_1} \omega_1 = J_{m_1} \omega_2 + J_{m_2} \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{J_{m_1}}{J_{m_1} + J_{m_2}} \omega_1$$

2. Законы сохранения количества движения и момента количества движения

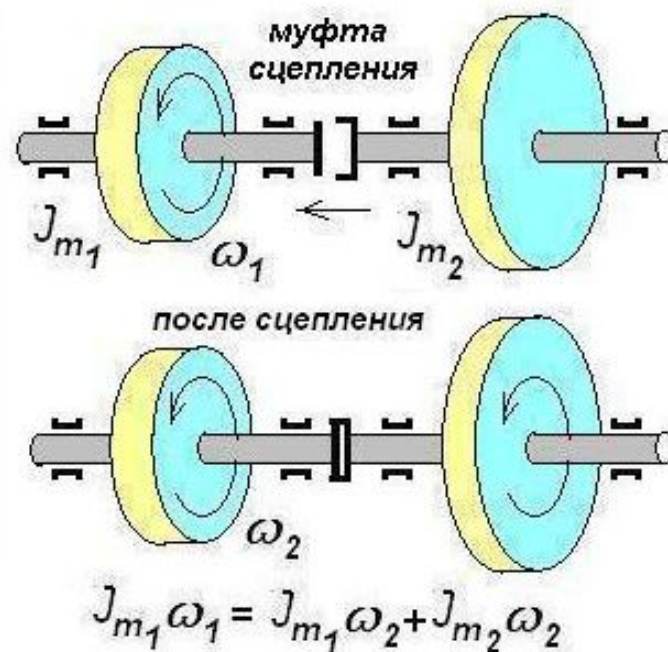
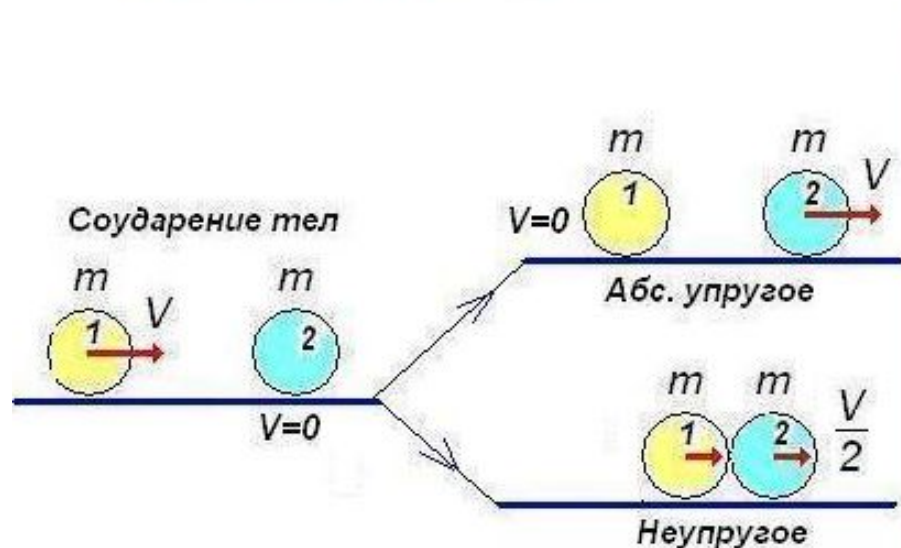
(Законы сохранения импульса и момента импульса):

Если на движущееся тело не действуют внешние силы, количество движения и момент количества движения не изменяются:

$$mV = \text{const}, \quad J_m \omega = \text{const}.$$

Законы соблюдаются и в системе взаимодействующих тел, если они не подвергаются действию внешних сил.

Внутренние силы не могут изменить суммарное количество движения системы (импульс и момент импульса), а позволяют частично или полностью обмениваться ими.

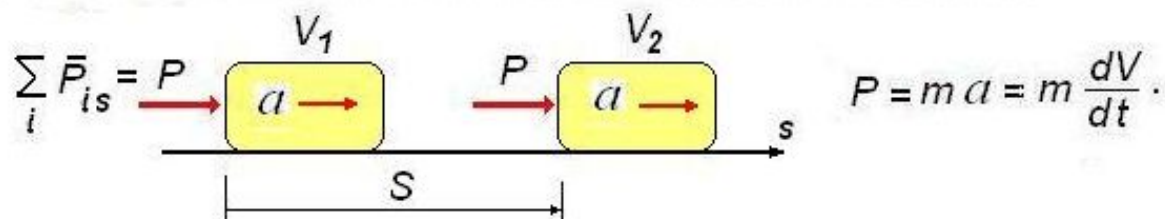


$$\omega_2 = \frac{J_{m_1}}{J_{m_1} + J_{m_2}} \omega_1$$

3. Кинетическая энергия

Прямолинейное движение

$\sum_i \bar{P}_{is}$ - проекции всех сил действующих на тело на направление s (x, y, z).



Умножим обе части уравнения на элемент пути $dS = V dt$:

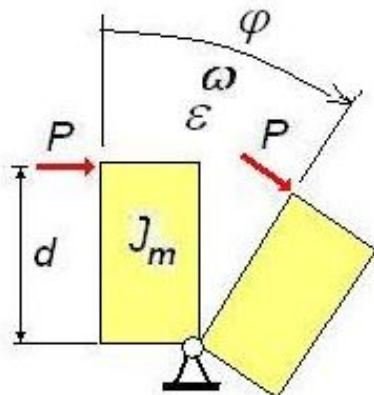
$$P dS = m \frac{dV}{dt} dS, \quad (P dS = dA_P - \text{элементарная работа}) \quad dA = m V \cdot dV.$$

Проинтегрируем:

$$A_P = \frac{m V_2^2}{2} - \frac{m V_1^2}{2}.$$

Теорема об изменении кинетической энергии тела.

Вращательное движение



$$P \cdot d = M = J_m \cdot \epsilon = J_m \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

Умножим обе части уравнения на элемент пути $d\varphi = \omega dt$:

$$M \cdot d\varphi = J_m \cdot \frac{d\omega}{dt} d\varphi \quad (M \cdot d\varphi = dA_M - \text{элементарная работа})$$

$$dA_M = J_m \cdot \omega d\omega.$$

Проинтегрируем:

$$A_M = \frac{J_m \omega_2^2}{2} - \frac{J_m \omega_1^2}{2}.$$

Теорема об изменении кинетической энергии тела

4. Принцип Даламбера (д'Аламбера)

В механике принято лампочки складывать с лампочками, апельсины с апельсинами.

$$\sum_i \bar{P}_{is} = P \rightarrow \boxed{m} \rightarrow a \quad \sum_i \bar{P}_{is} = m \cdot a \quad \text{- это уравнение движения.}$$

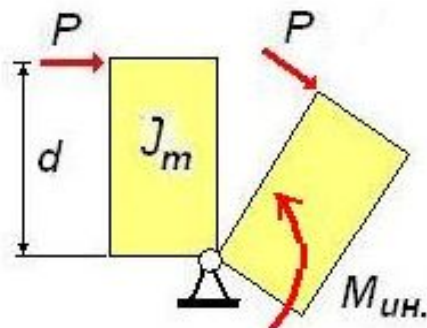
$$\boxed{\sum_i \bar{P}_{is} - m \cdot a = 0.} \quad \text{- это уравнение равновесия.}$$

↑ Силы ↑ Сила

Вывод: уравнения движения можно составлять как уравнения равновесия, если ввести в анализ силу, которую Даламбер назвал силой инерции: $P_{ин.} = -m \cdot a$

Принцип Даламбера: При движении элементов конструкций (системы) для любого момента времени уравнения состояния записываются как уравнения равновесия (покоя), если в систему действующих сил включить силы инерции.

$$\sum_i \bar{P}_{is} = P \rightarrow \boxed{P_{ин.}} \leftarrow \rightarrow a \quad \sum_i \bar{P}_{is} + P_{ин.} = 0$$



При вращательном движении в систему моментов внешних сил включают инерционные моменты:

$$M_{ин.} = -J_m \cdot \varepsilon$$

Динамическое действие нагрузок

Нагрузка называется статической, если она весьма медленно возрастает от нуля до своего конечного значения.

Динамические нагрузки возникают при движении элементов конструкций с ускорениями.

Соответственно, различают:

1. Расчёты при прямолинейных и вращательных движениях.
2. Расчёты на удар.
3. Расчёты при колебаниях.

При УПРУГОМ деформировании модуль упругости материала практически не чувствителен к скорости изменения нагрузок.

$$\Delta_{ст} = \delta \cdot P_{ст},$$

$$\Delta_{дин} = \delta \cdot P_{дин}.$$

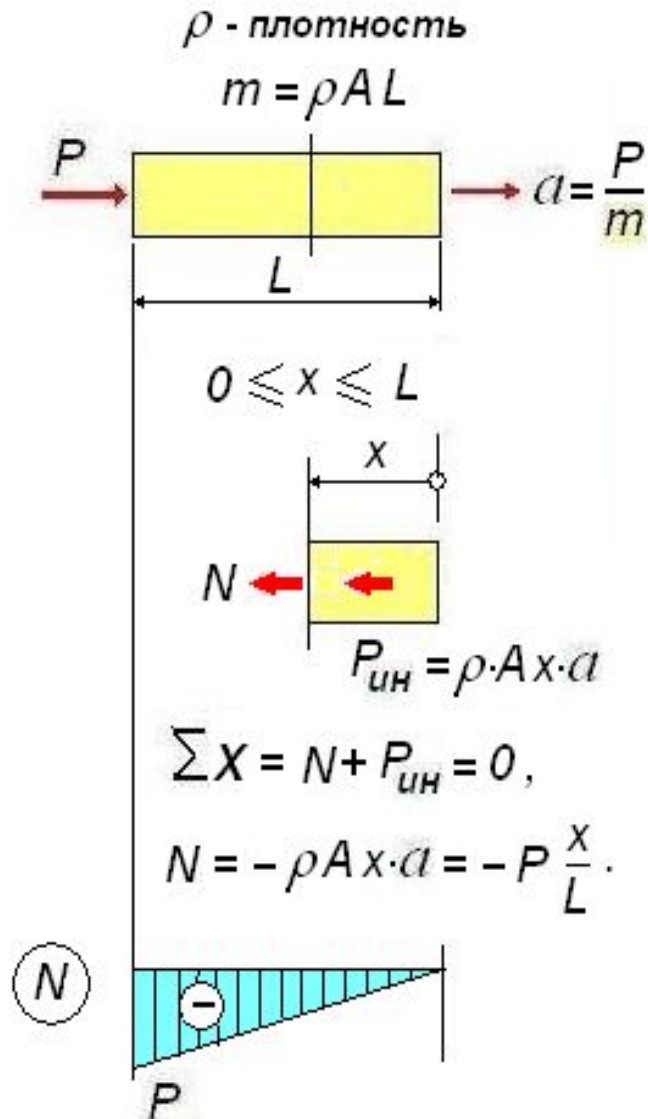


Динамическое действие нагрузок определяется коэффициентом динамичности:

$$k_{дин} = \frac{\Delta_{дин}}{\Delta_{ст}} = \frac{P_{дин}}{P_{ст}} = \frac{\sigma_{дин}}{\sigma_{ст}}.$$

Соответственно формируются УСЛОВИЯ ПРОЧНОСТИ: $\sigma_{дин} = k_{дин} \cdot \sigma_{ст} \leq [\sigma]$

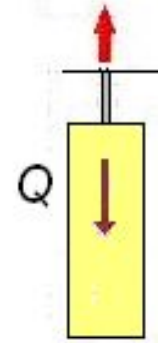
1. Прямолинейное движение



$Q = mg$

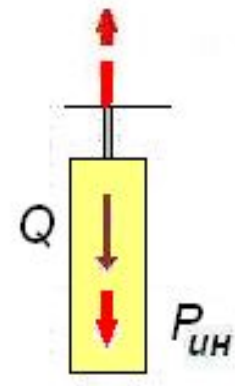
$P_{ин} = ma$

Статика
 $N_{ст} = mg$



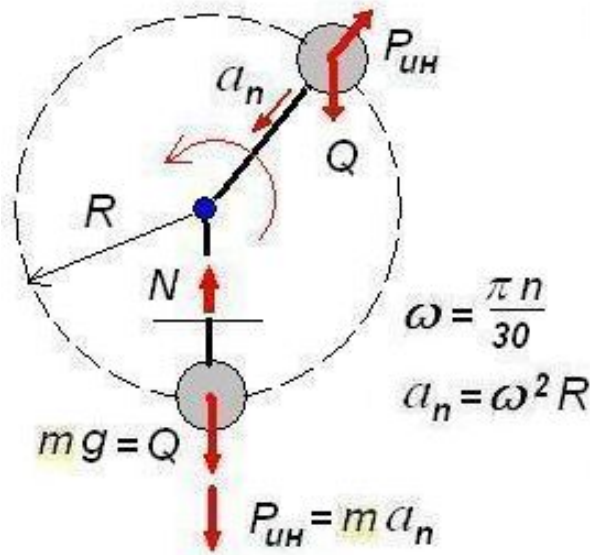
Динамика

$N_{дин} = mg + ma$



$k_{дин} = \frac{N_{дин}}{N_{ст}} = 1 + \frac{a}{g}$

2. Вращательное движение



$$\omega = \frac{\pi n}{30}$$

$$a_n = \omega^2 R$$

$$N = Q \left(1 + \frac{a_n}{g} \right)$$

При каком числе оборотов стальная проволока порвётся?

$$Q = 1 \text{ кГ}, R = 1 \text{ м}, d = 1 \text{ мм},$$

$$\sigma_{\text{разр}} = 1000 \text{ МПа}, \delta = 18\%, \psi = 60\%.$$

Решение: $\sigma = \frac{N}{A_{ш}} = \sigma_{\text{разр}}.$

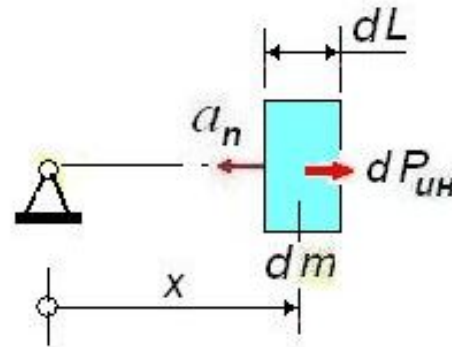
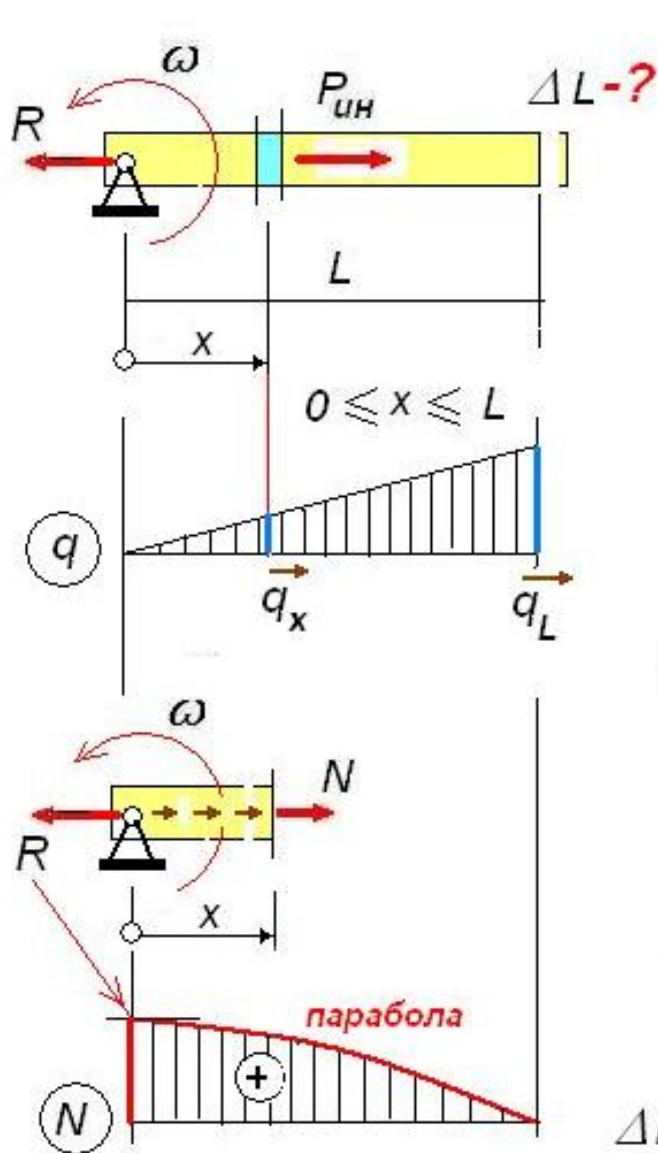
$$\psi = \frac{A - A_{ш}}{A} 100, \quad A_{ш} = \left(1 - \frac{\psi}{100} \right) A = 0.4 A = 0.4 \frac{\pi d^2}{4} = 0.1 \pi d^2.$$

$$\delta = \frac{R_k - R}{R} 100, \quad R_k = \left(1 - \frac{\delta}{100} \right) R = 1.18 R.$$

$$Q \left(1 + \frac{a_n}{g} \right) = A_{ш} \sigma_{\text{разр}}, \quad a_n = \omega^2 R_k = \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 R_k = \left(\frac{A_{ш} \sigma_{\text{разр}}}{Q} - 1 \right) g.$$

$$n = \frac{30}{\pi} \sqrt{\left(\frac{A_{ш} \sigma_{\text{разр}}}{Q} - 1 \right) \frac{g}{R_k}} = \frac{30}{3.14} \sqrt{\left(\frac{0.1 \cdot 3.14 (10^{-3})^2 \cdot 1000 \cdot 10^6}{10} - 1 \right) \frac{9.81}{1.18}} = 152 \text{ об/мин.}$$

Определить изменение длины стержня.



$$a_n = \omega^2 x,$$

$$dP_{\text{ин}} = dm \cdot a_n,$$

$$dm = \rho \cdot A \cdot dL,$$

$$dP_{\text{ин}} = \rho \cdot A \cdot dL \cdot \omega^2 x.$$

Интенсивность сил инерции:

$$\frac{dP_{\text{ин}}}{dL} = q_x = \rho \cdot A \cdot \omega^2 x.$$

Из уравнений равновесия $\sum X = 0$:

$$R = P_{\text{ин}} = \int_0^L q_x dx = \rho \cdot A \cdot \omega^2 \int_0^L x dx = \rho \cdot A \cdot \omega^2 \frac{L^2}{2}.$$

$$N = R - \int_0^x q_x dx = \rho \cdot A \cdot \omega^2 \left(\frac{L^2}{2} - \frac{x^2}{2} \right).$$

$$\Delta L = \int_0^L \frac{N dx}{EA} = \frac{\rho \cdot A \cdot \omega^2}{2EA} \int_0^L (L^2 - x^2) dx = \frac{\rho \cdot A \cdot \omega^2}{3EA} \cdot L^3$$

УДАР

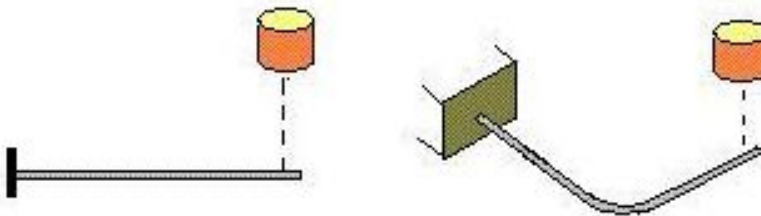
Ударное действие нагрузок наблюдается при изменении скоростей соударяемых элементов в очень короткий промежуток времени, установление которого весьма затруднительно.

Соответственно, определение ускорений и сил инерции по выражению $P_{ин.} = -m \cdot a$ не осуществляется

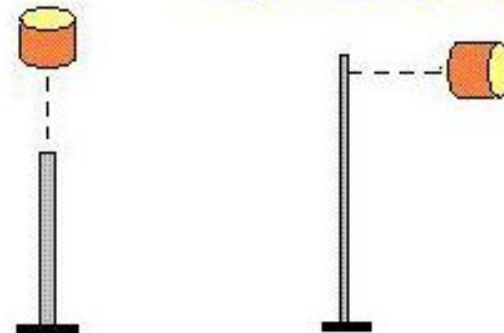
Элементарная теория ударного взаимодействия элементов конструкций базируется на законе сохранения энергии: считается, что кинетическая энергия ударяющего тела в момент удара полностью переходит в энергию деформирования ударяемого тела (системы).

РАЗЛИЧАЮТ УДАРЫ:

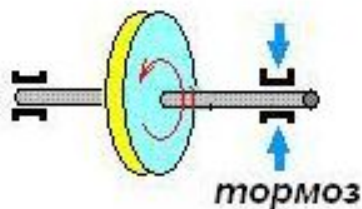
Вертикальные



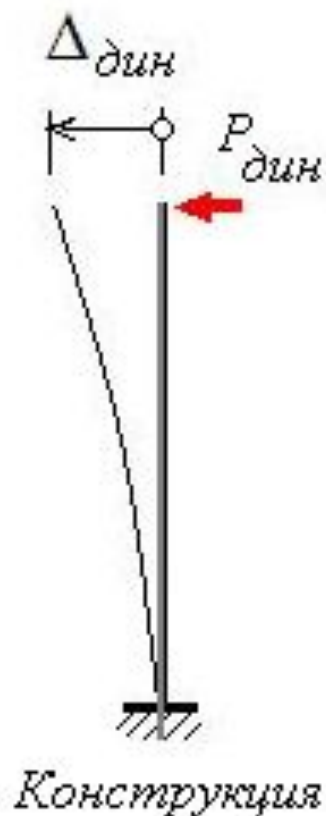
Горизонтальные



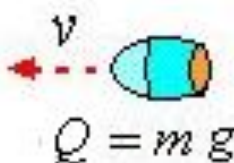
Скручивающие



1. Горизонтальный удар



скорость



$$\Delta_{ст} = \delta \cdot Q$$
$$\Delta_{дин} = \delta \cdot P_{дин}$$

$$Q = \frac{\Delta_{ст}}{\delta}$$

$$P_{дин} = \frac{\Delta_{дин}}{\delta}$$

Кинетическая энергия ударяющего тела полностью переходит в энергию деформирования системы

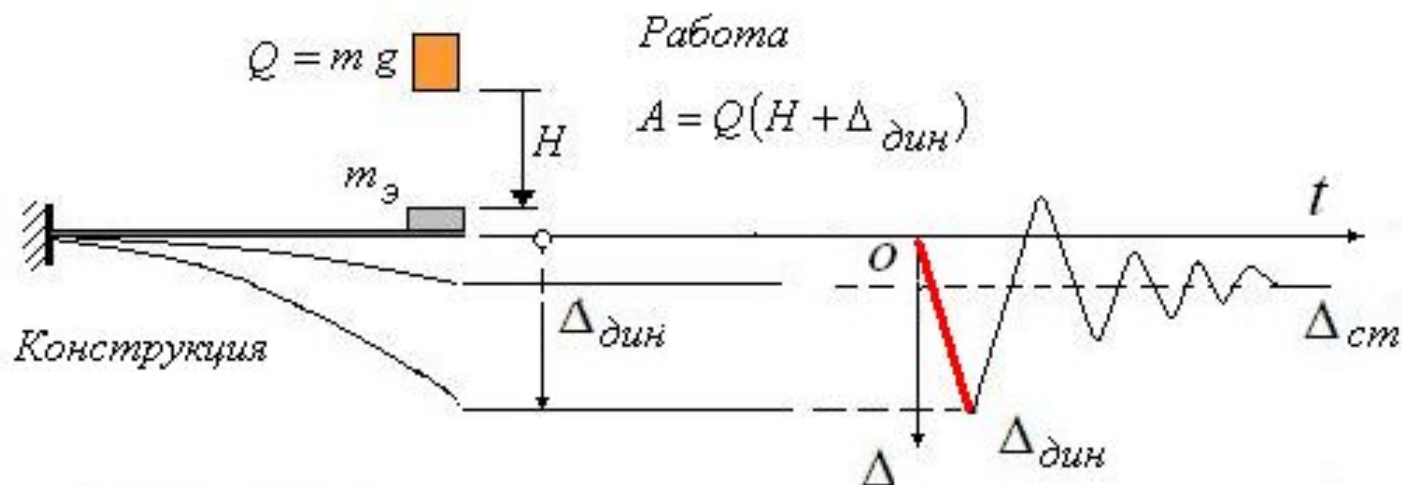
Коэффициент динамичности

$$\frac{P_{дин} \cdot \Delta_{дин}}{2} = \frac{Q v^2}{2 g}$$

\Rightarrow

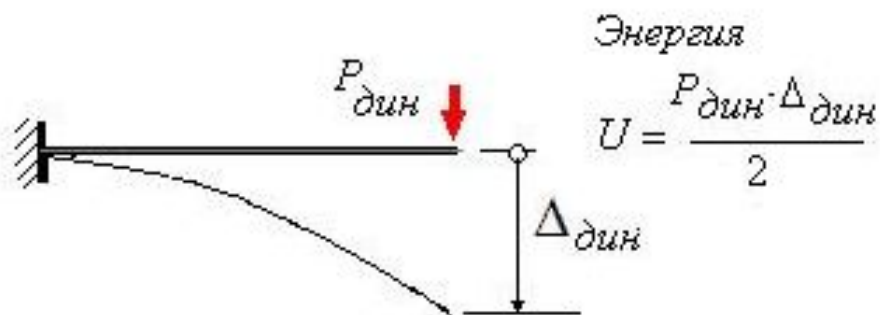
$$K_{д} = \sqrt{\frac{v^2}{g \Delta_{ст}}}$$

2. Вертикальный удар



$$\Delta_{ст} = \delta \cdot Q$$

$$\Delta_{дин} = \delta \cdot P_{дин}$$



$$A = U \Rightarrow Q(H + \Delta_{дин}) = \frac{P_{дин} \cdot \Delta_{дин}}{2}$$

Коэффициент динамичности

$$K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\Delta_{ст} (1 + m_э/m)}}$$

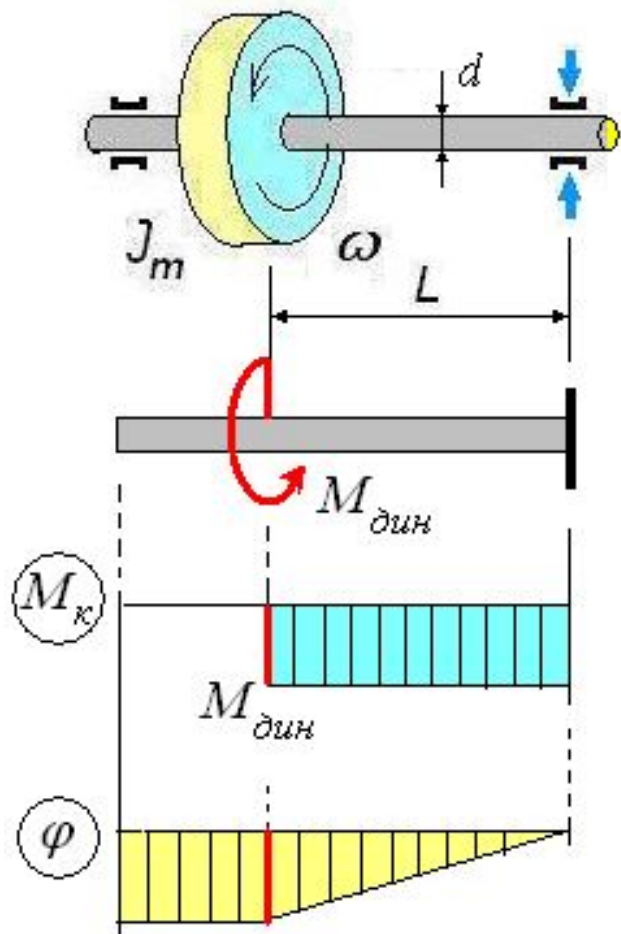
$m_э$ - масса ударяемого тела, приведённая к точке удара.

Без учёта массы ударяемого тела:

$$K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\Delta_{ст}}}$$

При $H = 0$ коэффициент динамичности $K_D = 2$ (мгновенный удар).

3. Скручивающий удар



Баланс энергий

$$\frac{J_m \omega^2}{2} = \frac{M_{дин} \varphi}{2},$$

Закон Гука

$$\varphi = \frac{M_{дин} L}{G J_p}, \quad J_p = \frac{\pi d^4}{32}.$$

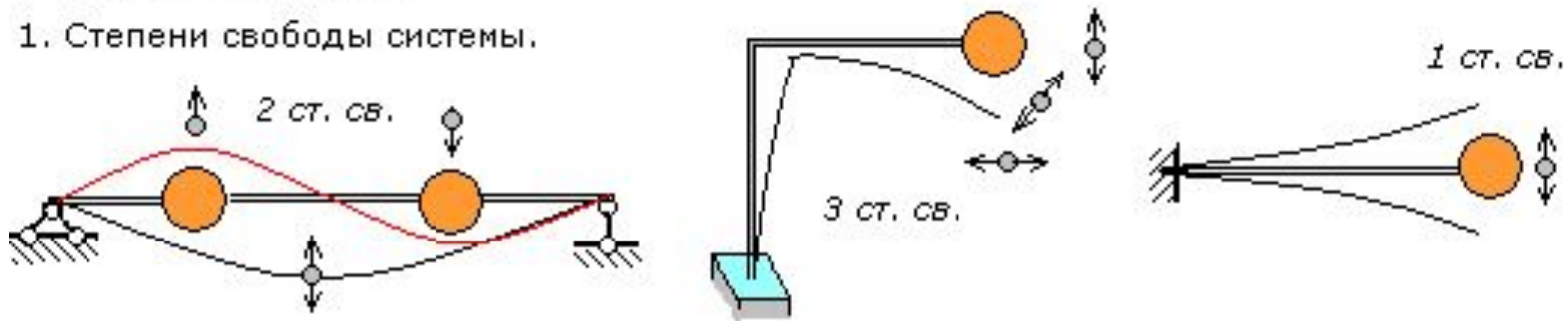
$$J_m \omega^2 = \frac{M_{дин}^2 L}{G J_p},$$

$$M_{дин} = \omega \sqrt{\frac{J_m \cdot G J_p}{L}}.$$

Колебания

Основные понятия:

1. Степени свободы системы.



2. Собственные колебания.

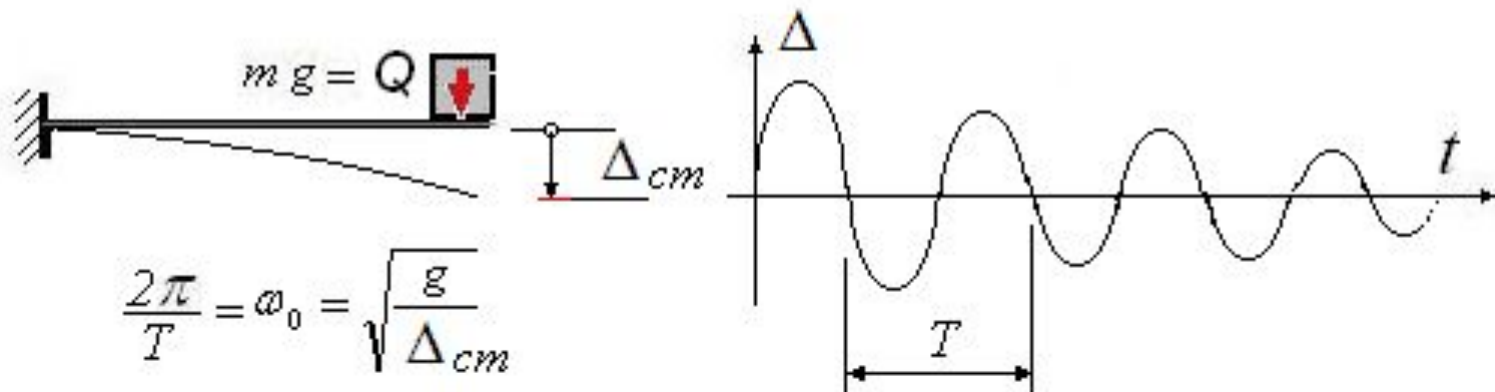
Возникают в системе, если её кратковременно вывести из состояния покоя.

По истечении времени они затухают.

Соответственно числу степеней свободы

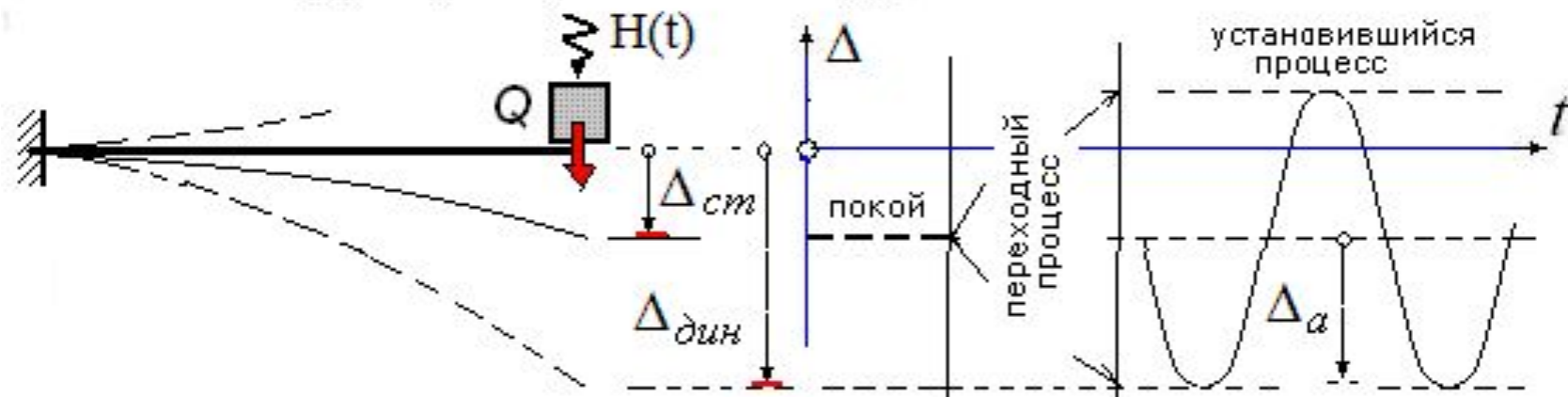
система имеет столько же собственных частот колебаний.

Для системы с одной степенью свободы частота собственных колебаний:



3. Вынужденные колебания: ω_1

Возмущающая периодическая нагрузка



4. Коэффициент динамичности:

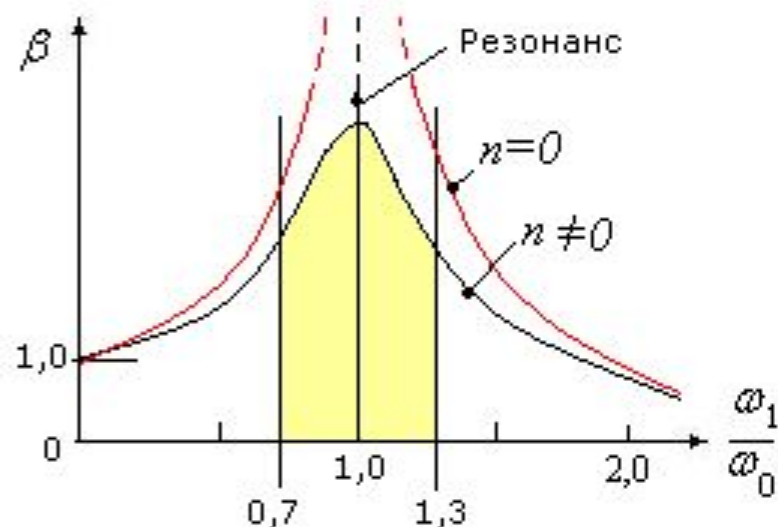
$$K_d = \frac{\Delta_{дин}}{\Delta_{ст}} = 1 + \frac{\Delta_a}{\Delta_{ст}} = 1 + \frac{H}{Q} \cdot \beta$$

5. Коэффициент нарастания колебаний:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2\omega_1^4}{\omega_0^4}}}, \quad n - \text{параметр затухания.}$$

Без учёта затухания:

$$\beta = \left| \frac{1}{1 - (\omega_1/\omega_0)^2} \right|$$



Зону вблизи резонанса в диапазоне отношения частот 0,7...1,3 следует избегать.