

Эффект Зельдовича-Сюняева

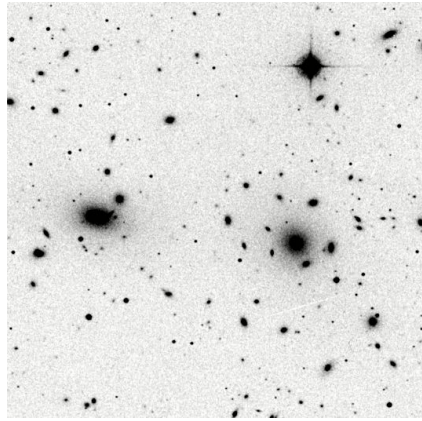
- Космическое микроволновое фоновое излучение (СМВ) – электромагнитное излучение, заполняющее Вселенную, обладающее высокой степенью изотропности и спектром характерным для черного тела с температурой 2.73К. СМВ было открыто в 1965 г. Пензиасом и Вильсоном.
- В 1965 г впервые был открыт внегалактический рентгеновский протяженный источник. Позиция этого источника совпадает со скоплением галактик Coma (красное смещение $z=0.023$). В статье Felten et al. (1966), авторы предположили, что это излучения происходит вследствие тормозного излучения горячего газа с температурой 10^8 К заполняющего пространство между галактиками в скоплении. В 1970х г. наблюдения линии гелиеподобного железа (потенциал ионизации 8.8 кэВ) в спектре скопления доказали присутствие горячего газа в скоплениях.
- При рассеянии фотона на покоящемся электроны частота фотона уменьшается (эффект Комптона). Но при рассеянии на движущемся электроны частота фотона может увеличиваться, этот эффект известен как обратное комптоновское рассеяние. Электроны в скоплении галактик движутся со скоростями близкими к тепловой скорости газа. Этот эффект использовался Р. Сюняевым (выпускником ФОПФ МФТИ) и Я. Зельдовичем в 1969 г для оценки искажения спектра СМВ при прохождении этого излучения сквозь горячий газ скоплений. Эффект искажения спектра СМВ вследствие такого взаимодействия носит их имена. Изменение частоты фотонов из-за рассеяния на движущихся электронах среднем положительно, т.е. такое рассеяние приводит к увеличению частоты фотонов.

Clusters of Galaxies (Coma-optical image)

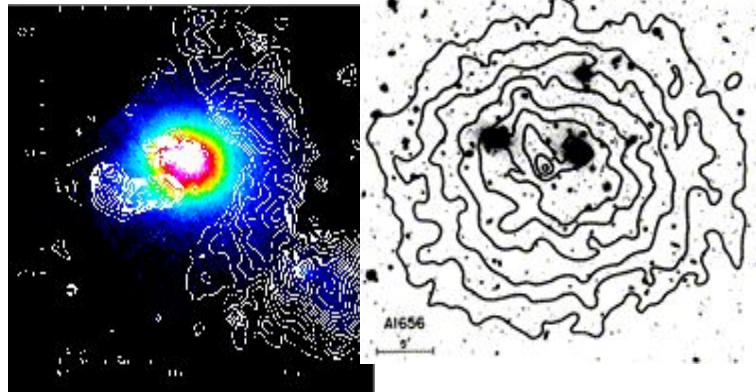


Coma Cluster

Images of the Coma Cluster



optical emission



X-rays (Chandra) 0.1-10 keV
(Einstein) 8.0-8.2 keV

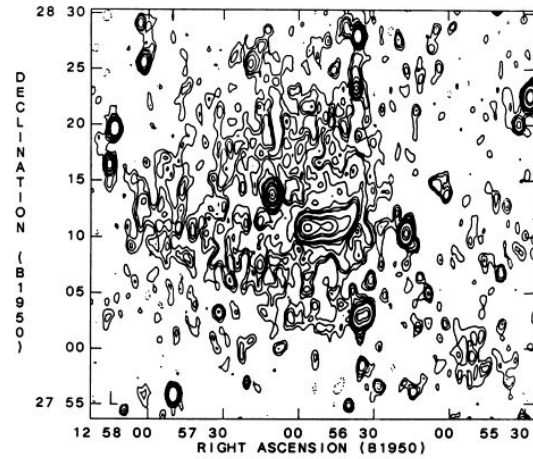


Fig. 1a

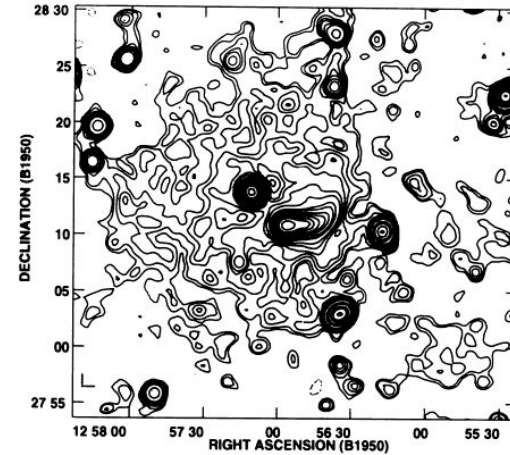


Fig. 1b

FIG. 1.—(a) Isocontour map of Coma C from WSRT observations at 608.5 MHz. The L-shaped sign in the lower left-hand corner is the HPBW ($63'' \times 35''$ in P.A. 0°). The rms level is $0.5 \text{ mJy beam}^{-1}$. Contours are $-1, 1, 1.5, 2, 3, 5, 7, 10, 30, 50, 100, 200, 300, \text{ mJy beam}^{-1}$. The map peak flux is $369 \text{ mJy beam}^{-1}$. (b) Same as (a), but at a resolution of $70'' \times 70''$. The rms level is $0.7 \text{ mJy beam}^{-1}$. Contour levels are $-1.5, 1.5, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 20, 30, 50, 70, 100, 150, 200, 300, 400 \text{ mJy beam}^{-1}$. The map peak flux is $474 \text{ mJy beam}^{-1}$.

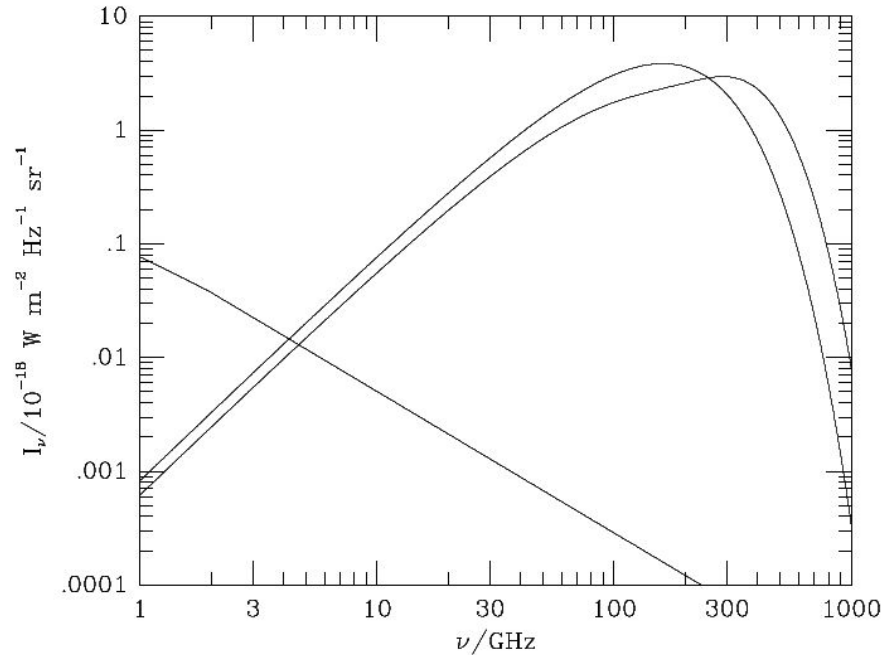
Radio emission $\nu = 608 \text{ MHz}$

Давайте оценим насколько такое искажение спектра электронов велико. При прохождении фотоном СВЧ скопления галактик, такой фотон имеет вероятность испытать рассеяние на электронах скопления, которая определяется толщиной n -количество электронов в 1 см^3 ,

σ - томсоновское сечение, L -характерный размер скопления галактик. Эти параметры равны $n \approx 10^{-3} \text{ см}^{-3}$
 $\sigma = 6.5 \times 10^{-25} \text{ см}^2$ $L \approx 10^{24} \text{ см}$, следовательно, толщина $\tau \approx 0.001$

. Таким образом, только малая доля СВЧ фотонов (<1%) может испытать рассеяние на электронах в скоплении.

Эффект Сюняева-Зельдовича можно представить с помощью схемы:



- На схеме показано смещение спектра СВЧ из области низких частот в область высоких частот из-за обратного комптоновского рассеяния (слева направо). Для сравнения на схеме показан спектр яркого радиоисточника Лебедь А (прямая линия слева), измеренного телескопом с обзором в 1 квадратный градус.

- Вычислим среднюю энергию, которую фотон получает при рассеянии на тепловом электроне. Из лекции по комптоновскому рассеянию известно, что мощность комптоновских потерь электроном равна

$$P = \frac{4}{3} \sigma c U_{rad} \gamma^2 \left(\frac{V}{c} \right)^2$$

- В нерелятивистском пределе $\gamma \approx 1$ и $V^2 = 3kT_e / m_e$
- Среднее число фотонов рассеивающих в одну секунду на электроне равно

$$N = \sigma c n_{rad} = \frac{\sigma c U_{rad}}{\hbar \omega_{av}}$$

- где частота в знаменателе – средняя частота фотонов $\hbar \omega_{av} = U_{rad} / n_{rad}$
- Средняя энергия, получаемая фотонами при рассеянии в нерелятивистском пределе равна

$$\frac{P}{N} = \frac{4kT_e}{m_e c^2} \hbar \omega_{av}$$

- Следовательно, искажение спектра вследствие обратного комптоновского рассеяния представимо в виде

$$\Delta I(\nu) = n \sigma L \frac{kT_e}{m_e c^2} g \left(\frac{h\nu}{kT_{CMB}} \right) I_0(\nu)$$

- где g – безразмерная спектральная функция, которая будет вычислена ниже, неискаженный спектр СМВ.

- Определим параметр комптонизации как

$$y = n \sigma L \frac{kT_e}{m_e c^2}$$

- Для скопления с температурой 5 кэВ параметр комптонизации по порядку величины равен

$$10^{-5}$$

- Давайте рассмотрим аналитический вывод спектра искажения СВЧ.
- Р. Сюняев и Я. Зельдович вычислили спектральную функцию $g(x)$ используя работу А. Компанейца (1956). Ниже приводится вывод уравнения Компанейца.
- Кинетическое уравнение на плотность фотонов в однородной среде имеет вид

$$\frac{\partial n(\nu)}{\partial t} = \int d^3 p \int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) c [n(\nu)(1+n(\nu'))N(E) - n(\nu')(1+n(\nu))N(E')]$$

- $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ где электрон-фотонное сечение рассеяния, n – функция распределения фотонов, N – функция распределения электронов. Число случаев рассеяния фотонов с частотой ν в частоту ν' описывается слагаемым $(1+n(\nu'))$.

$$\int d^3 p N(E) \int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) c [n(\nu)(1+n(\nu'))]$$

- Пропорциональность и следует из общих соображений, множитель учитывает спонтанное и вынужденное излучения. Фотоны описываются статистикой Бозе-Эйнштейна, а электроны – статистикой Больцмана. (1+n(\nu'))
- Уравнение Компанейца выводится в приближении, что изменение частоты фотона мало и в этом случае можно воспользоваться разложением в ряд Тейлора:

$$n(\nu') = n(\nu + \Delta) = n(\nu) + \frac{h\Delta}{kT} \frac{\partial n}{\partial \nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{h\Delta}{kT} \right)^2 \frac{\partial^2 n}{\partial \nu^2} + \dots$$

- $$N(E') = N(E) - h\Delta \frac{\partial N}{\partial E} + \frac{1}{2} h^2 \Delta^2 \frac{\partial^2 N}{\partial E^2} + \dots = N(E) + \frac{h\Delta}{kT} N(E) + \frac{1}{2} \left(\frac{h\Delta}{kT} \right)^2 N(E) + \dots$$

- где было использовано $\xi = \frac{h\nu}{kT} \ll 1$ и $\xi = \frac{h\nu}{kT} \ll 1$. Температура СВЧ обозначена T , а температура электронов как T_e . Предел справедлив для случая рассеяния СВЧ фотонов на электронах скопления с температурой несколько кэВ.

- После подстановки этих выражений в кинетическое уравнение

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{h}{kT} \left[\left(\frac{\partial n}{\partial x} \right) + \xi \times n \times (n+1) \right] I_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{kT} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + 2\xi(1+n) \frac{\partial n}{\partial x} + \xi^2 n(n+1) \right) I_2 \quad (*)$$

- где
$$I_1 = \int d^3 p d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) c N(E) \Delta$$

$$I_2 = \int d^3 p d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) c N(E) \Delta^2$$

- Начнем с вычисления второго интеграла. Для этого заметим следующее.
- Законы сохранения энергии и импульса для комптоновского рассеяния имеют вид

$$h\nu + \frac{p^2}{2m} = h\nu' + \frac{p'^2}{2m}$$

$$\frac{h\nu}{n+p} = \frac{h\nu'}{n'+p'}$$

- Решая эти уравнения и учитывая малость изменения частоты фотона, получаем

$$h\Delta \approx - \frac{h\nu c p \cdot (n - n') + h^2 v^2 (1 - n \cdot n')}{mc^2 + h\nu(1 - nn') - cpn'}$$

- В нерелятивистском пределе важны только первые слагаемые в числителе и знаменателе, поэтому

$$\Delta \approx - \frac{v}{mc} p \cdot (n - n')$$

- Подставляя во второй интеграл, находим

$$\begin{aligned} I_2 &= \left(\frac{v}{mc} \right)^2 \int cd\sigma \int d^3 p N(E) [p \cdot (n - n')]^2 = \left(\frac{v}{mc} \right)^2 \int cd\sigma \int 2\pi p^2 dp (\sin \phi d\phi) N(p) p^2 |n - n'|^2 \cos^2 \phi \\ &= \frac{2}{3} \left(\frac{v}{mc} \right)^2 \int cd\sigma |n - n'|^2 \int 2\pi p^2 N(p) p^2 dp = \frac{1}{3} \left(\frac{v}{mc} \right)^2 \int cd\sigma |n - n'|^2 \times 3kT_e m n_e \end{aligned}$$

- Угловой интеграл равен

$$\int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) |n - \hat{n}|^2 = \int d\Omega \frac{1}{2} r_e^2 (1 + \cos^2 \theta) \times (2 - 2 \cos \theta) = r_e^2 \int d\Omega (1 + \cos^2 \theta) = 2\sigma_T$$

- Окончательно, второй интеграл равен

$$I_2 = 2\sigma_T \left(\frac{v}{mc} \right)^2 kT_e m c n_e = 2\sigma_T \frac{kT_e n_e c (kT)^2}{h^2 m c^2} x^2$$

- Уравнения (*) может быть упрощено, когда $\xi_{(**)} \ll 1$ и записано в виде

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{h}{kT} \frac{\partial n}{\partial x} I_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{kT} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right) I_2$$

- Так как количество фотонов сохраняется при рассеянии, то

$$\int x^2 \frac{\partial n}{\partial t} dx = 0$$

подставляя в это уравнение выражение (***) и интегрируя по частям, находим, что

$$\left(I_1 \times x^2 \right)' = 12x^2 \frac{h}{kT} \frac{\sigma_T kT_e n_e c (kT)^2}{h^2 m c^2}$$

откуда находим выражение для первого интеграла.

- Перепишем (***) подставляя значения интегралов

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{kT_e}{mc^2} n_e \sigma_T c \left(x^2 \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + 4x \frac{\partial n}{\partial x} \right)$$

- Находим уравнение Компанейца для эффекта Сюняева-Зельдовича на скоплении галактик

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{kT_e}{mc^2} n_e \sigma_T c \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^4 \frac{\partial n}{\partial x} \right)$$

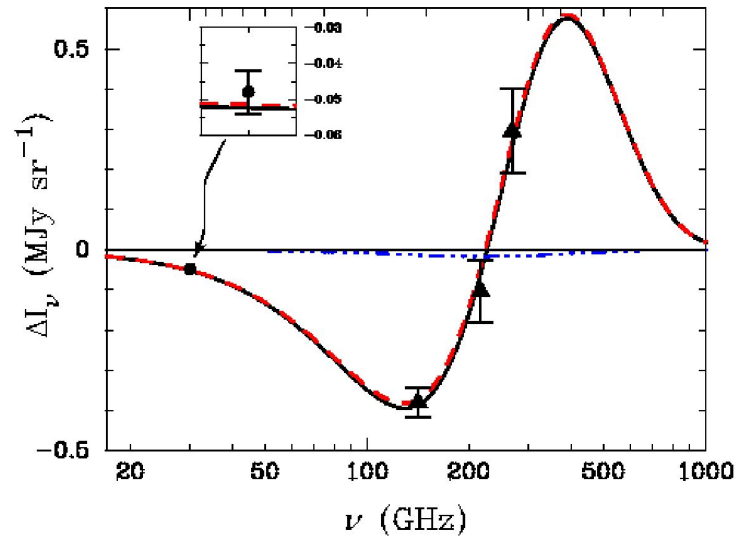
- Подставляем спектр Планка $n_0(x) = 1/(\exp(x)-1)$ в правую часть уравнения и находим выражение для возмущения спектра СМВ после дифференцирования

$$\Delta n = y \frac{x \times \exp(x)}{(\exp(x)-1)^2} \left(x \frac{\exp(x)+1}{\exp(x)-1} - 4 \right)$$

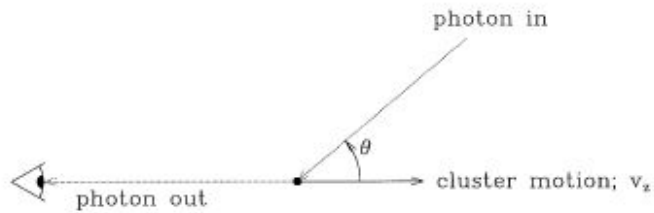
- где y -параметр комптонизации (см. начало лекции).
- Запишем выражение для искажения интенсивности

$$\Delta I = y \frac{x^4 \times \exp(x)}{(\exp(x)-1)^2} \left(x \frac{\exp(x)+1}{\exp(x)-1} - 4 \right)$$

- Характерный измеренный спектр возмущения имеет вид (сплошная кривая)

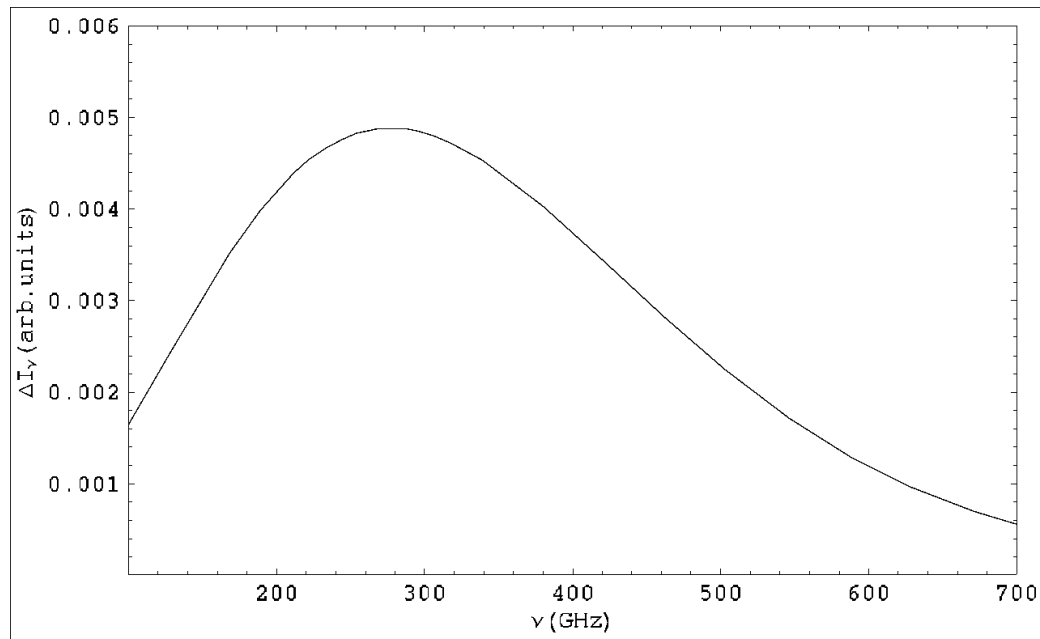


Кинематический Сюняев-Зельдович эффект



$$\frac{\Delta T_{rad}}{T_{rad}} \approx -\tau_e \frac{v_z}{c}$$

$$\frac{\Delta I_\nu}{I_\nu} = -\tau_e \beta_z \frac{x e^x}{e^x - 1}$$



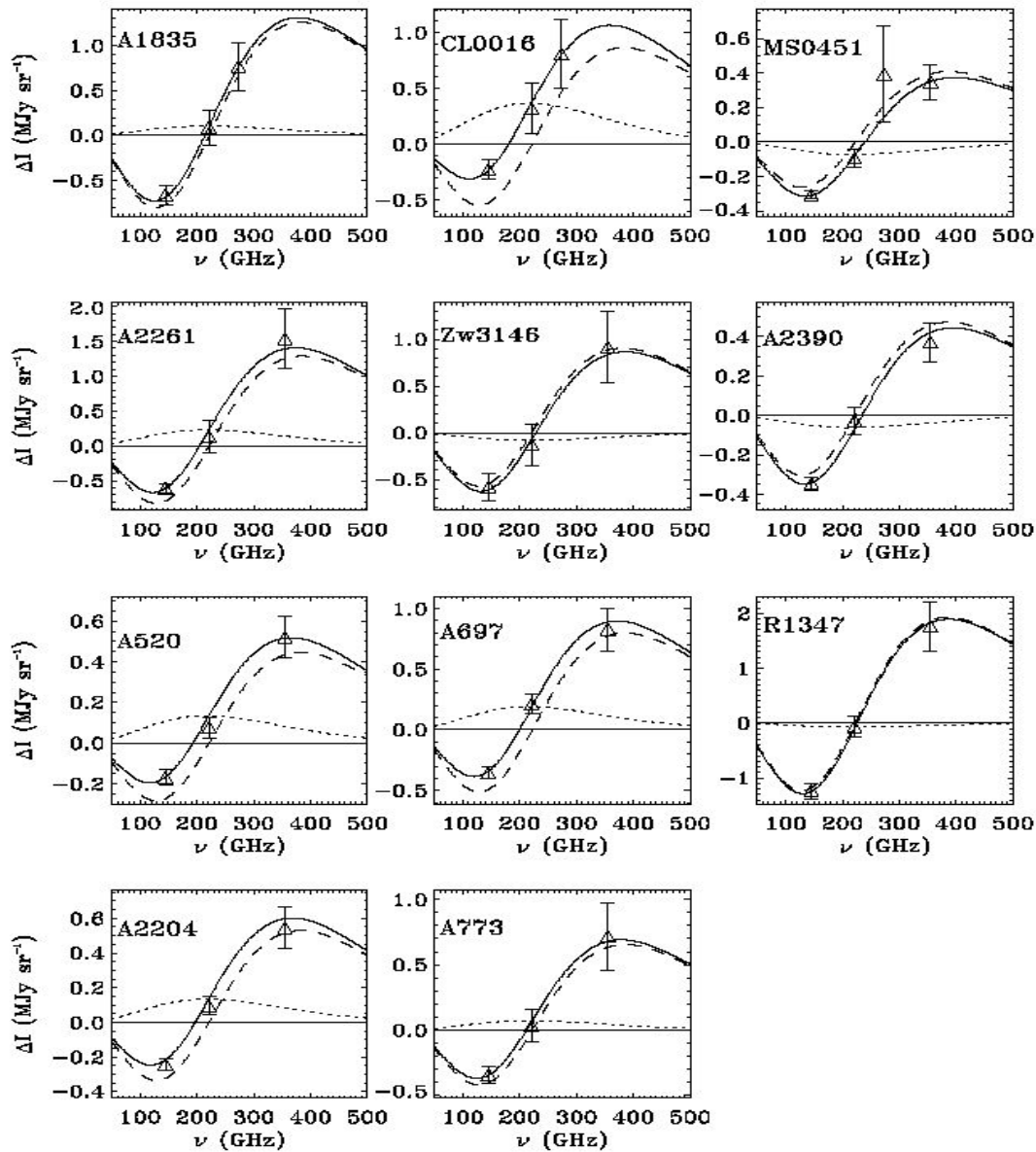
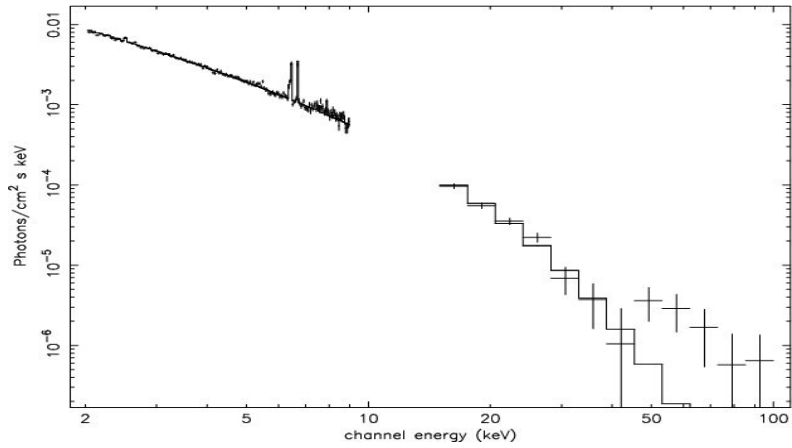
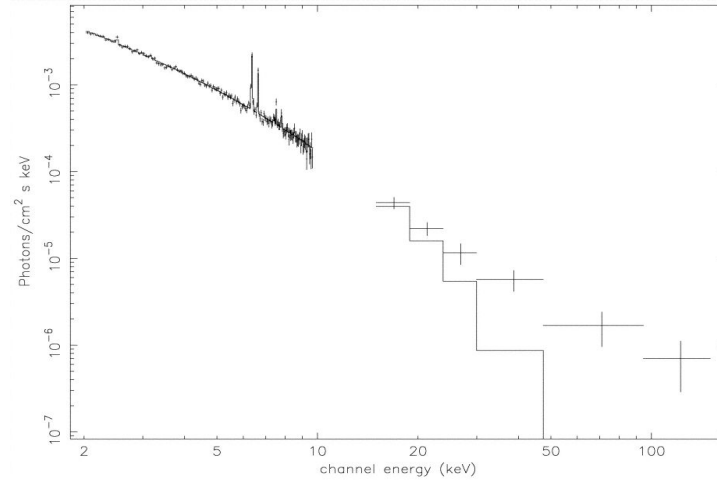


Fig. 2.— The measured SZ spectrum for each cluster observation reported in this paper and Benson et al. (2003). In each plot the solid line is the best-fit SZ model, the dashed line is the thermal component of the SZ effect and the dotted line is the kinematic component of the SZ effect.

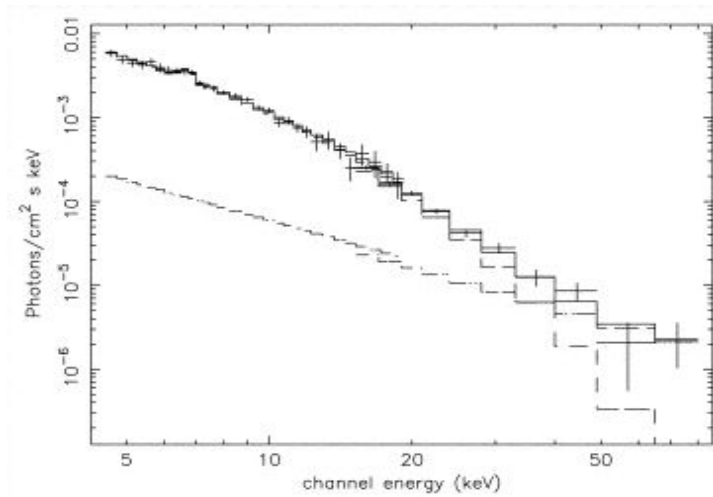
Hard X-Ray Flux (*Fusco-Femiano et al. 1999, 2000, 2003*)



A754



A2256



Coma

Нетепловой СЗ эффект

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \left[\left(\frac{dp}{dt} \right)_c f - \{D_c(p) + D(p)\} \frac{\partial f}{\partial p} \right] = 0$$

