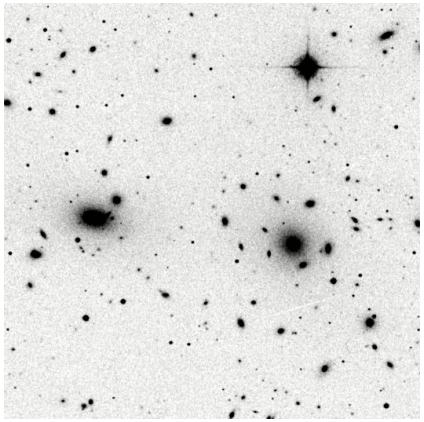
Эффект Зельдовича-Сюняева

- Космическое микроволновое фоновое излучение (CMB) – электромагнитное излучение, заполняющее Вселенную, обладающее высокой степенью изотропности и спектром характерным для черного тела с температурой 2.73K. CMB было открыто в1965 г. Пензиасом и Вильсоном.
- В 1965 г впервые был открыт внегалактический рентгеновский протяженный источник. Позиция этого источника совпадает со скоплением галактик Coma (красное смещение z=0.023). В статье Felten et al. (1966), авторы предположили, что это излучения происходит вследствие тормозного излучения горячего газа с температурой 10^8 K заполняющего пространство между галактиками в скоплении. В 1970х г. наблюдения линии гелиеподобного железа (потенциал ионизации 8.8 кэВ) в спектре скопления доказали присутствие горячего газа в скоплениях.
- При рассеянии фотона на покоящемся электроне частота фотона уменьшается (эффект Комптона). Но при рассеянии на движущемся электроне частота фотона может увеличиваться, этот эффект известен как обратное комптоновское рассеяние. Электроны в скоплении галактик движутся со скоростями близкими к тепловой скорости газа. Этот эффект использовался Р. Сюняевым (выпускником ФОПФ МФТИ) и Я. Зельдовичем в 1969 г для оценки искажения спектра CMB при прохождении этого излучения сквозь горячий газ скоплений. Эффект искажения спектра CMB вследствие такого взаимодействия носит их имена. Изменение частоты фотонов из-за рассеяния на движущихся электронах среднем положительно, т.е. такое рассеяние приводит к увеличению частоты фотонов.

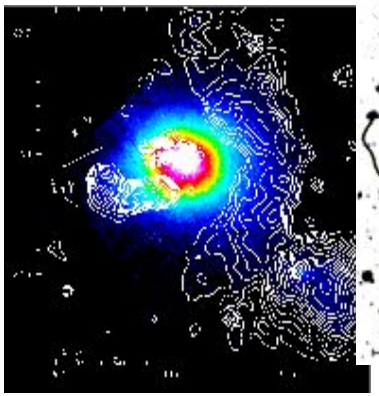
Clusters of Galaxies (Coma-optical image)

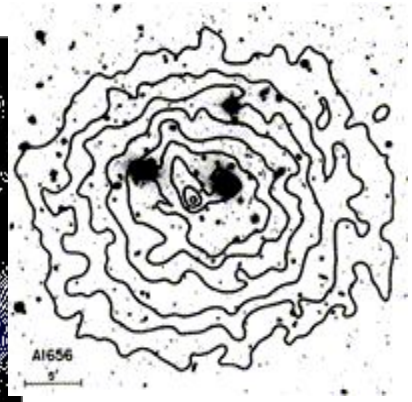
Coma Cluster

Images of the Coma Cluster



optical emission





X-rays (Chandra) 0.1-10 keV
(Einstein) 8.0-8.2 keV

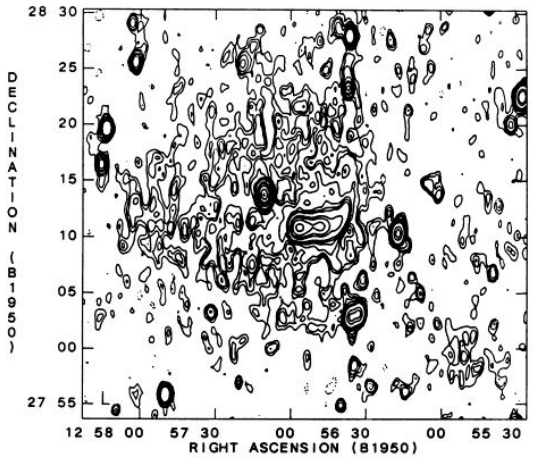


FIG. 1a

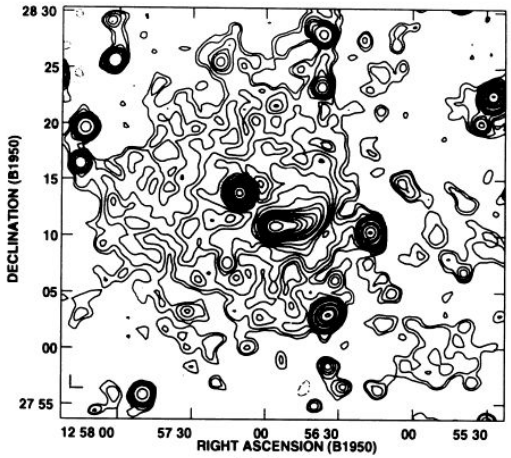


FIG. 1b

FIG. 1.—(*a*) Isocontour map of Coma C from WSRT observations at 608.5 MHz. The L-shaped sign in the lower left-hand corner is the HPBW (63" × 35" in P.A. 0°). The rms level is 0.5 mJy beam^{-1}. Contours are −1, 1, 1.5, 2, 3, 5, 7, 10, 30, 50, 100, 200, 300, mJy beam^{-1} The map peak flux is 369 mJy beam^{-1}. (*b*) Same as (*a*), but at a resolution of 70" × 70". The rms level is 0.7 mJy beam^{-1}. Contour levels are −1.5, 1.5, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 20, 30, 50, 70, 100, 150, 200, 300, 400 mJy beam^{-1}. The map peak flux is 474 mJy beam^{-1}.

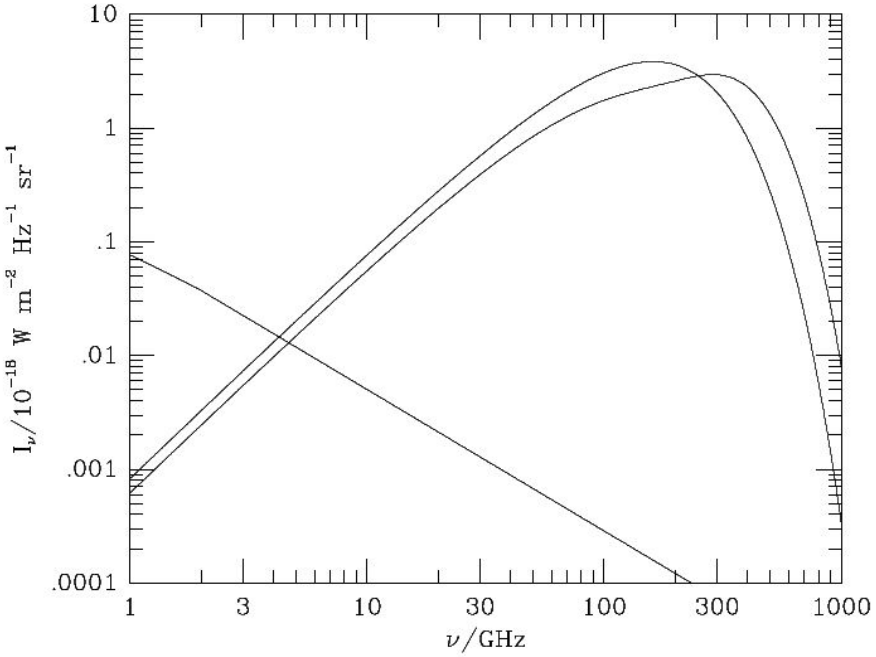
© American Astronomical Society • Provided by the NASA Astrophysics Data System

Radio emission $\nu = 608\ MHz$

Давайте оценим насколько такое искажение спектра электронов велико. При прохождении фотоном СМВ скопления галактик, такой фотон имеет вероятность испытать рассеяние на электронах скопления, которая определяется толщей $\tau = n\sigma L$, где n-количество электронов в 1см^3, σ - томсоновское сечение, L-характерный размер скопления галактик. Эти параметры равны $n \approx 10^{-3} cm^{-3}$ $\sigma = 6.5 \times 10^{-25} cm^2$ $L \approx 10^{24} cm$, следовательно, толща равна $\tau \approx 0.001$. Таким образом, только малая доля СМВ фотонов (<1%) может испытать рассеяние на электронах в скоплении.

Эффект Сюняева-Зельдовича можно представить с помощью схемы:

,



•На схеме показано смещение спектра СМВ из области низких частот в область высоких частот из-за обратного комптоновского рассеяния (слева направо). Для сравнения на схеме показан спектр яркого радиоисточника Лебедь А (прямая линия слева), измеренного телескопом с обзором в 1 квадратный градус.

- Вычислим среднюю энергию, которую фотон получает при рассеянии на тепловом электроне. Из лекции по комптоновскому рассеянию известно, что мощность комптоновских потерь электроном равна
- $$P = \frac{4}{3}\sigma c U_{rad} \gamma^2 \left(\frac{V}{c}\right)^2$$
- В нерелятивистском пределе $\gamma \approx 1$ и $V^2 = 3kT_e / m_e$
- Среднее число фотонов рассеивающих в одну секунду на электроне равно
- $$N = \sigma c n_{rad} = \frac{\sigma c U_{rad}}{\hbar\omega_{av}}$$
- где частота в знаменателе – средняя частота фотонов $\hbar\omega_{av} = U_{rad} / n_{rad}$.
- Средняя энергия, получаемая фотонов при рассеянии в нерелятивистском пределе равна
- $$\frac{P}{N} = \frac{4kT_e}{m_e c^2}\hbar\omega_{av}$$
- Следовательно, искажение спектра вследствие обратного комптоновского рассеяния представимо в виде
- $$\Delta I(\nu) = n\sigma L \frac{kT_e}{m_e c^2} g\left(\frac{h\nu}{kT_{CMB}}\right) I_0(\nu)$$
- где g – безразмерная спектральная функция, которая будет вычислена ниже, $I_0(\nu)$ неискаженный спектр СМВ.
- Определим параметр комптонизации как $y = n\sigma L \frac{kT_e}{m_e c^2}$
- Для скопления с температурой 5 кэВ параметр комптонизации по порядку величины равен 10^{-5} .

- Давайте рассмотрим аналитический вывод спектра искажения СМВ.
- Р. Сюняев и Я. Зельдович вычислили спектральную функцию g(x) используя работу А. Компанейца (1956). Ниже приводиться вывод уравнения Компанейца.
- Кинетическое уравнение на плотность фотонов в однородной среде имеет вид

$$\frac{\partial n(\nu)}{\partial t} = \int d^3 p \int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) c\left[n(\nu)(1+n(\nu'))N(E) - n(\nu')(1+n(\nu))N(E')\right]$$

- $d\sigma/d\Omega$ где электрон-фотонное сечение рассеяния, n – функция распределения фотонов, N – функция распределения электронов. Число случаев рассеяния фотонов с частотой ν в частоту ν' описывается слагаемым .

$$\int d^3 p N(E) \int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) c\left[n(\nu)(1+n(\nu'))\right]$$

- Пропорциональность $n(\nu)$ и $N(E)$ следует из общих соображений, множитель $(1+n(\nu'))$ учитывает спонтанное и вынужденное излучения. Фотоны описываются статистикой Бозе-Эйнштейна, а электроны – статистикой Больцмана.
- Уравнение Компанейца выводится в приближении, что изменение частоты фотона мало и в этом случае можно воспользоваться разложением в ряд Тейлора:

$$n(\nu') = n(\nu+\Delta) = n(\nu) + \frac{h\Delta}{kT}\frac{\partial n}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{h\Delta}{kT}\right)^2 \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \ldots$$

- $$N(E') = N(E) - h\Delta\frac{\partial N}{\partial E} + \frac{1}{2}h^2\Delta^2\frac{\partial^2 N}{\partial E^2} + \ldots = N(E) + \frac{h\Delta}{kT}N(E) + \frac{1}{2}\left(\frac{h\Delta}{kT}\right)^2 N(E) + \ldots$$

- где было использовано $x = h\nu/(kT)$ и . $N(E) \propto \exp(-E/kT_e)$ Температура СМВ обозначена T, а температура электронов как T_e. Предел $\xi = \frac{T}{T_e} << 1$ справедлив для случая рассеяния СМВ фотонов на электронах скопления с температурой несколько кэВ.

- После подстановки этих выражений в кинетическое уравнение
- $$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{h}{kT}\left[\left(\frac{\partial n}{\partial x}\right) + \xi \times n \times (n+1)\right] I_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{kT}\right)^2 \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + 2\xi(1+n)\frac{\partial n}{\partial x} + \xi^2 n(n+1)\right) I_2 \quad (*)$$
- где $$I_1 = \int d^3 p d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) c N(E) \Delta$$
$$I_2 = \int d^3 p d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) c N(E) \Delta^2$$
- Начнем с вычисления второго интеграла. Для этого заметим следующее.
- Законы сохранения энергии и импульса для комптоновского рассеяния имеют вид
$$h\nu + \frac{p^2}{2m} = h\nu' + \frac{p'^2}{2m}$$
- $$\frac{h\nu}{c}\vec{n} + \vec{p} = \frac{h\nu'}{c}\vec{n}' + \vec{p}'$$
- Решая эти уравнения и учитывая малость изменения частоты фотона, получаем

$$h\Delta \approx -\frac{h\nu c\vec{p}\cdot(\vec{n}-\vec{n}') + h^2\nu^2(1-\vec{n}\cdot\vec{n}')}{mc^2 + h\nu(1-\vec{n}\vec{n}') - c\vec{p}\vec{n}'}$$

- В нерелятивистском пределе важны только первые слагаемые в числителе и знаменателе, поэтому
$$\Delta \approx -\frac{\nu}{mc}\vec{p}\cdot(\vec{n}-\vec{n}')$$
- Подставляя во второй интеграл, находим

$$I_2 = \left(\frac{\nu}{mc}\right)^2 \int c d\sigma \int d^3 p N(E)[\vec{p}\cdot(\vec{n}-\vec{n}')]^2 = \left(\frac{\nu}{mc}\right)^2 \int c d\sigma \int 2\pi p^2 dp (\sin\varphi d\varphi) N(p) p^2 |\vec{n}-\vec{n}'|^2 \cos^2\varphi$$
$$= \frac{2}{3}\left(\frac{\nu}{mc}\right)^2 \int c d\sigma |\vec{n}-\vec{n}'|^2 \int 2\pi p^2 N(p) p^2 dp = \frac{1}{3}\left(\frac{\nu}{mc}\right)^2 \int c d\sigma |\vec{n}-\vec{n}'|^2 \times 3kT_e m n_e$$

- Угловой интеграл равен

$$\int d\Omega\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)\left|\vec{n}-\vec{n}'\right|^2=\int d\Omega\frac{1}{2}r_e^2\left(1+\cos^2\theta\right)\times\left(2-2\cos\theta\right)=r_e^2\int d\Omega\left(1+\cos^2\theta\right)=2\sigma_T$$

- Окончательно, второй интеграл равен

$$I_2=2\sigma_T\left(\frac{\nu}{mc}\right)^2 kT_e mcn_e=2\sigma_T\frac{kT_e n_e c\left(kT\right)^2}{h^2mc^2}x^2$$

- Уравнения (*) может быть упрощено, когда $\xi << 1$ и записано в виде
- (**)

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{h}{kT}\frac{\partial n}{\partial x}I_1+\frac{1}{2}\left(\frac{h}{kT}\right)^2\left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}\right)I_2$$

- Так как количество фотонов сохраняется при рассеянии, то

$$\int x^2\frac{\partial n}{\partial t}dx=0$$

подставляя в это уравнение выражение (**) и интегрируя по частям, находим, что

$$\left(I_1\times x^2\right)'=12x^2\frac{h}{kT}\frac{\sigma_T kT_e n_e c\left(kT\right)^2}{h^2mc^2}$$

откуда находим выражение для первого интеграла.

- Перепишем (**) подставляя значения интегралов

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{kT_e}{mc^2}n_e\sigma_T c\left(x^2\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}+4x\frac{\partial n}{\partial x}\right)$$

- Находим уравнение Компанейца для эффекта Сюняева-Зельдовича на скоплении галактик

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{kT_e}{mc^2}n_e\sigma_T c\frac{1}{x^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^4\frac{\partial n}{\partial x}\right)$$

-

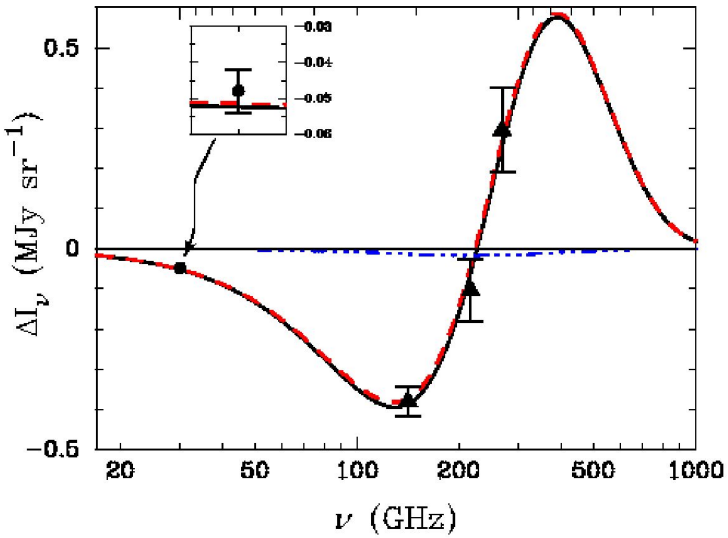
- Подставляем спектр Планка $n_0(x) = 1/(\exp(x)-1)$ в правую часть уравнения и находим выражение для возмущения спектра CMB после дифференцирования

$$\Delta n = y \frac{x \times \exp(x)}{(\exp(x)-1)^2}\left(x\frac{\exp(x)+1}{\exp(x)-1}-4\right)$$

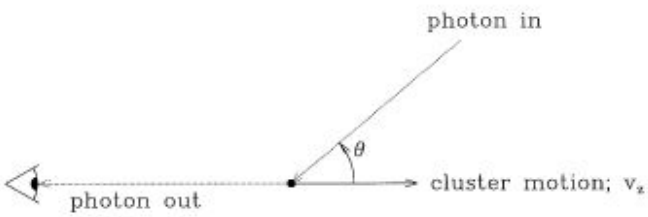
- где y-параметр комптонизации (см. начало лекции).
- Запишем выражение для искажения интенсивности

$$\Delta I = y \frac{x^4 \times \exp(x)}{(\exp(x)-1)^2}\left(x\frac{\exp(x)+1}{\exp(x)-1}-4\right)$$

- Характерный измеренный спектр возмущения имеет вид (сплошная кривая)

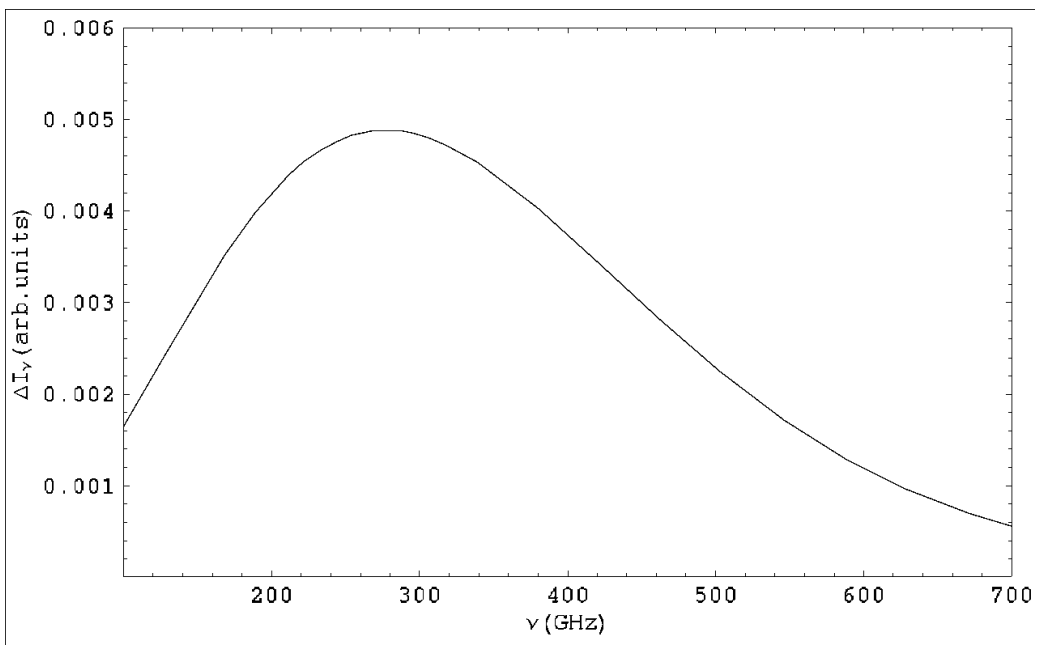


Кинематический Сюняев-Зельдович эффект



$$\frac{\Delta T_{rad}}{T_{rad}} \approx -\tau_e \frac{v_z}{c}$$

$$\frac{\Delta I_\nu}{I_\nu} = -\tau_e \beta_z \frac{xe^x}{e^x - 1}$$



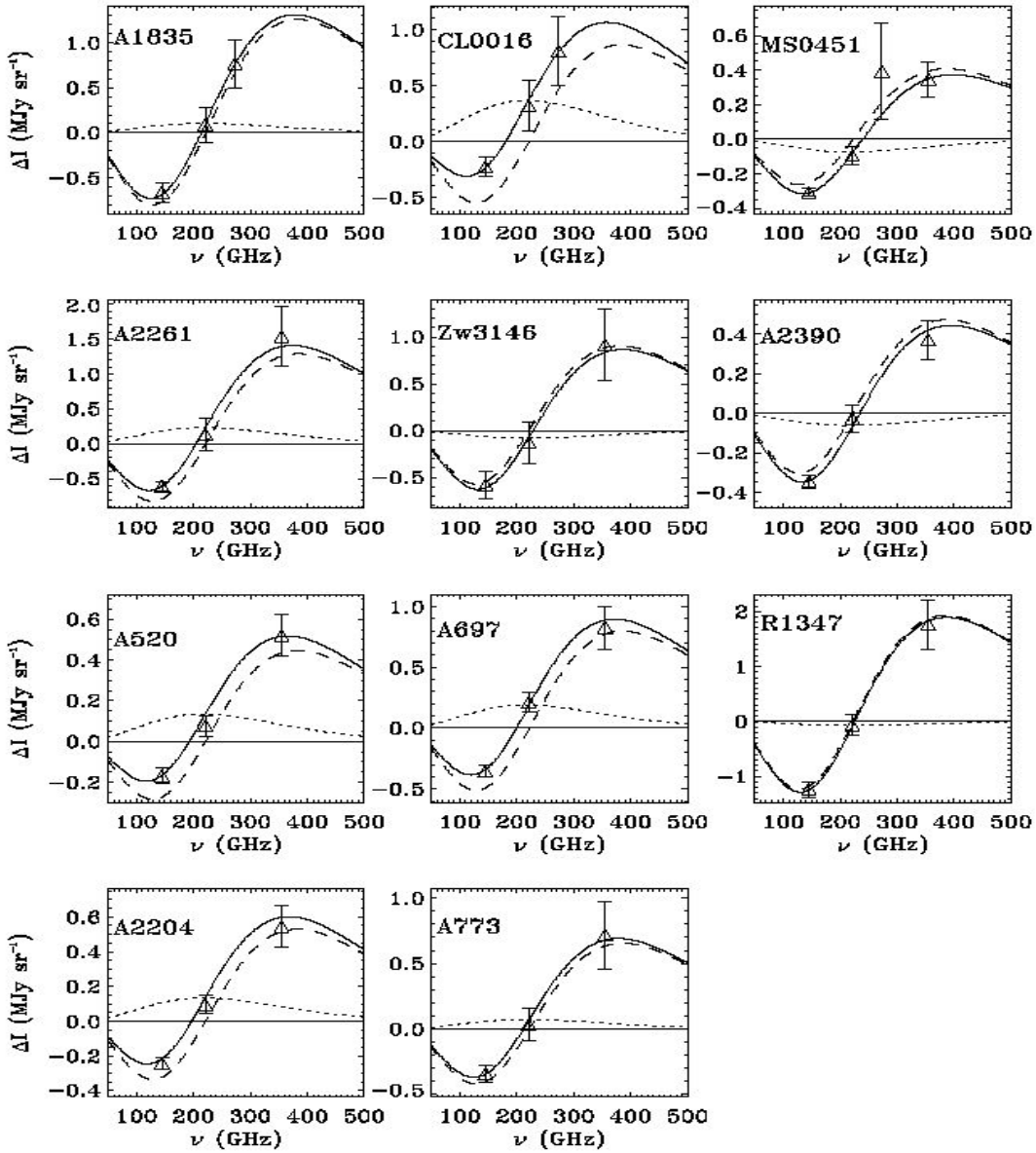
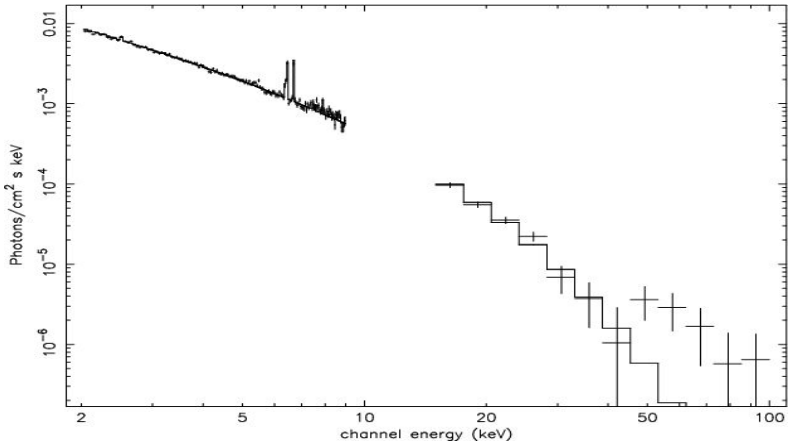
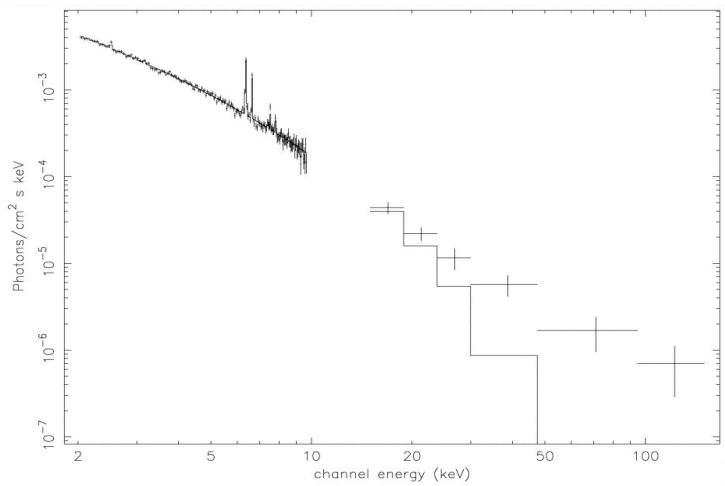


Fig. 2.— The measured SZ spectrum for each cluster observation reported in this paper and Benson et al. (2003). In each plot the solid line is the best-fit SZ model, the dashed line is the thermal component of the SZ effect and the dotted line is the kinematic component of the SZ effect.

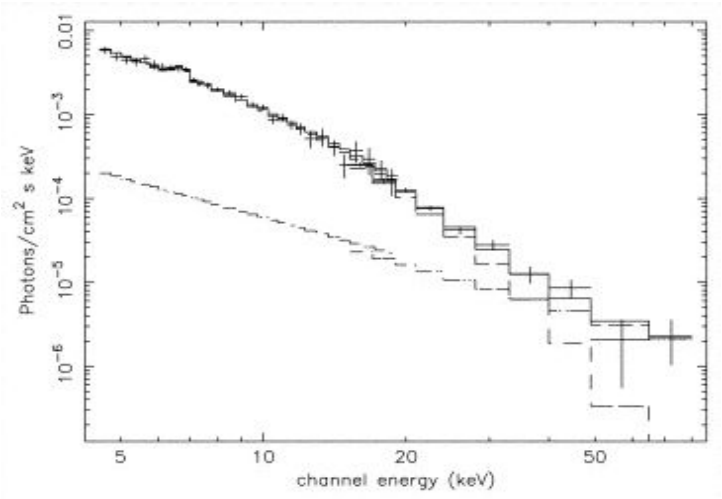
Hard X-Ray Flux *(Fusco-Femiano et al. 1999, 2000, 2003)*



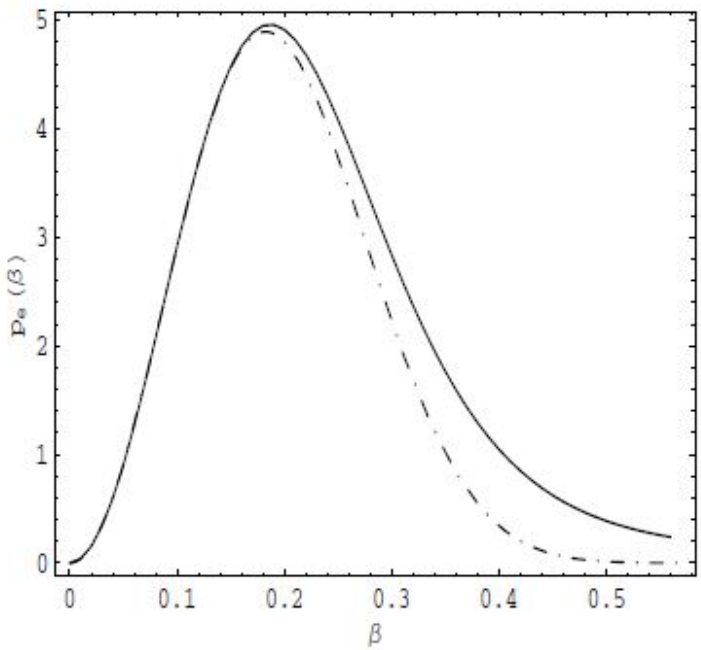
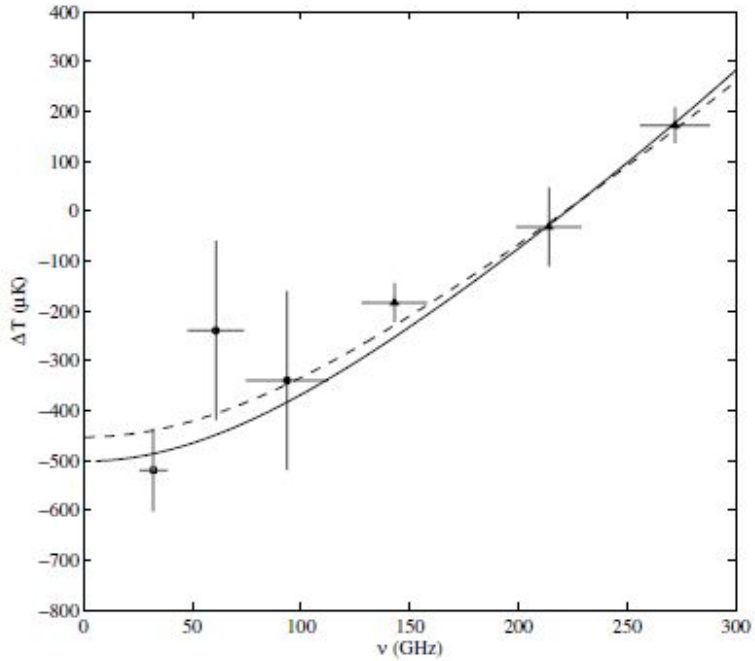
A754



A2256



Coma

Нетепловой СЗ эффект

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}p^2\left[\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathrm{C}} f - \{D_{\mathrm{c}}(p) + D(p)\}\frac{\partial f}{\partial p}\right] = 0$$