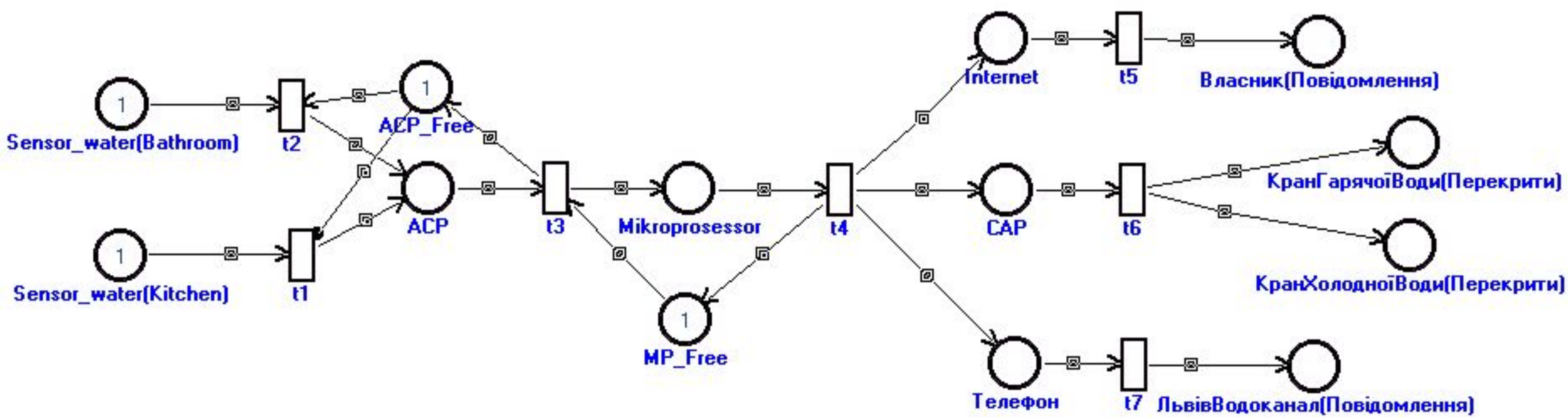
Моделі системного рівня проектування на основі мереж Петрі



Задачі системного рівня проектування *(2)*

Синтез множини альтернативних рішень – морфологічний метод тощо.

Задача зменшення потужності множини альтернативних рішень – метод гілок та границь тощо.

Задачі аналізу – теорія мереж Петрі, теорія систем масового обслуговування, теорія множин тощо.

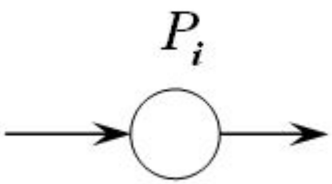
Основи мереж Петрі

Мережі Петрі (МП) - це інструмент для математичного моделювання і дослідження складних систем. Мета представлення системи у вигляді мережі Петрі і подальшого аналізу цієї мережі полягає в отриманні важливої інформації про *структуру і динамічну поведінку модельованої системи*. Ця інформація може використовуватися для оцінки модельованої системи і вироблення пропозицій по її удосконаленню.

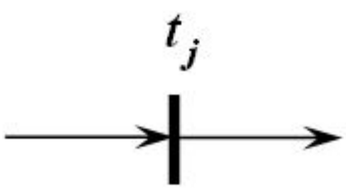
Вперше мережі Петрі запропонував німецький математик Карл Адам Петрі.

Основи мереж Петрі. *Елементи МП*

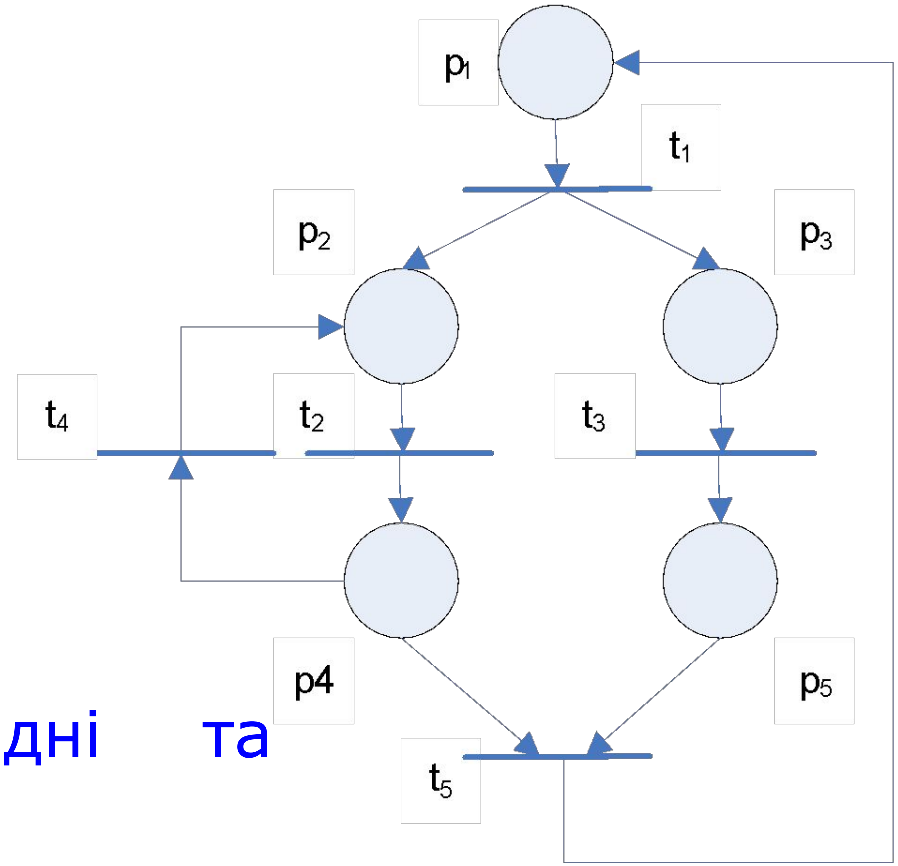
1. Позиції



2. Переходи



3. Дуги (вхідні та вихідні)



Основи мереж Петрі. *Визначення МП*

Визначення 1. *Мережа Петрі PN* є четвіркою $\boldsymbol{PN=(P,T,I,O)}$,

де $P=\{p\mathbf{1}, p\mathbf{2},...,p\mathbf{n}\}$ — скінчена множина *позицій, n*≥0;

$T=\{t\mathbf{1}, t\mathbf{2},...,t\mathbf{m}\}$ — скінчена множина *переходів, m*≥0;

$I: T \rightarrow P^*$ — вхідна функція, яка співставляє переходу мультимножину його вхідних позицій (графічно представляється вхідними дугами переходу);

$O: T \rightarrow P^*$ — вихідна функція, яка співставляє переходу мультимножину його вихідних позицій (графічно представляється вихідними дугами переходу).

Позиція $p \in P$ називається *входом* для переходу $t \in T$, якщо $p \in I(t)$. Позиція $p \in P$ називається *виходом* для переходу $t \in T$, якщо $p \in O(t)$. *Структура* мережі Петри визначається її позиціями, переходами, вхідною і вихідною функціями.

Основи мереж Петрі. *Приклад МП*

$PN = (P, T, I, O)$,

$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$

$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$

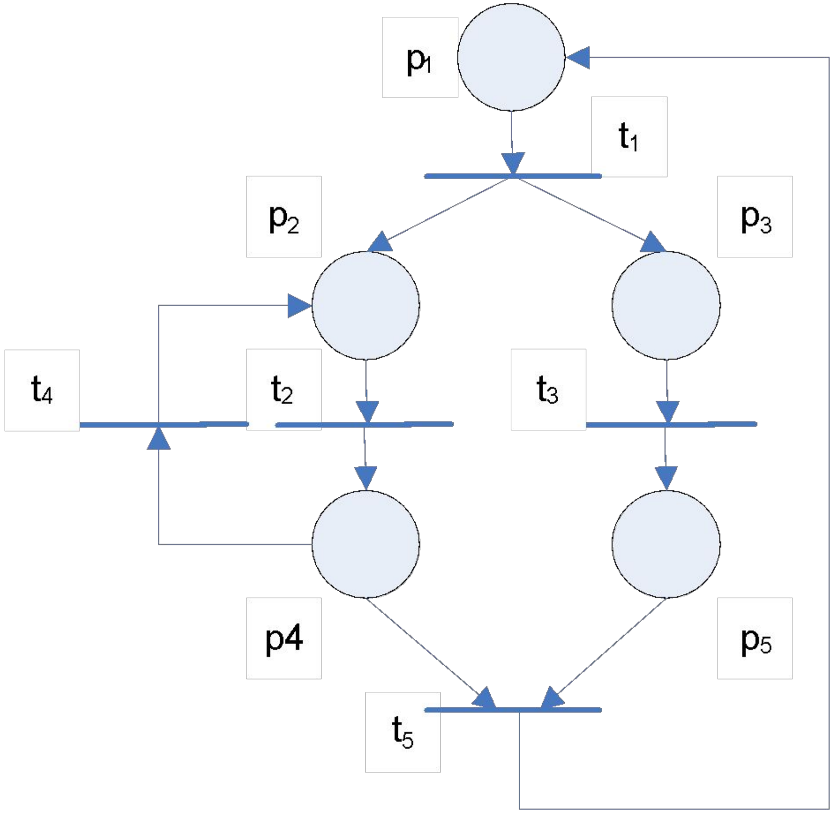
$I(t_1) = \{p_1\}$, $O(t_1) = \{p_2, p_3\}$,

$I(t_2) = \{p_2\}$, $O(t_2) = \{p_4\}$,

$I(t_3) = \{p_3\}$, $O(t_3) = \{p_5\}$,

$I(t_4) = \{p_4\}$, $O(t_4) = \{p_2\}$,

$I(t_5) = \{p_4, p_5\}$, $O(t_5) = \{p_1\}$.



Основи мереж Петрі. *Граф МП*

Найнаочнішим представленням мережі Петрі є її *графічне представлення*. Графічне представлення МП - дводольний орієнтований граф. Нагадаємо, що *дводольний граф* - це такий граф, безліч вершин якого розбивається на дві підмножини і не існує дуги, що сполучає дві вершини з однієї підмножини.

Граф мережі Петрі володіє двома типами вузлів: круг, який представляє місце мережі Петрі; і планка, яка представляє перехід мережі Петрі. Орієнтовані дуги цього графа (стрілки) сполучають перехід з його вхідними і вихідними позиціями. При цьому дуги направлені від вхідних позицій до переходу і від переходу до вихідних позицій. Кратним вхідним і вихідним позиціям переходу відповідають кратні вхідні і вихідні дуги.

Основи мереж Петрі. *Маркована МП*

Маркування — це розміщення у позиціях мережі Петрі *фішок*, які зображені на графі мережі Петрі крапками. Фішки використовуються для визначення виконання мережі Петрі. Кількість фішок у позиції при виконанні мережі Петрі може змінюватися від 0 до безмежності.

Визначення 2. *Маркована мережа Петрі* $N=(P,T,I,O,M)$ визначається сукупністю структури мережі Петрі (P,T,I,O) і маркування М.

Основи мереж Петрі. *Приклад маркованої МП*

$MPN = (P, T, I, O),$

$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$

$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$

$I(t_1) = \{p_1\}, \quad O(t_1) = \{p_2, p_3\},$

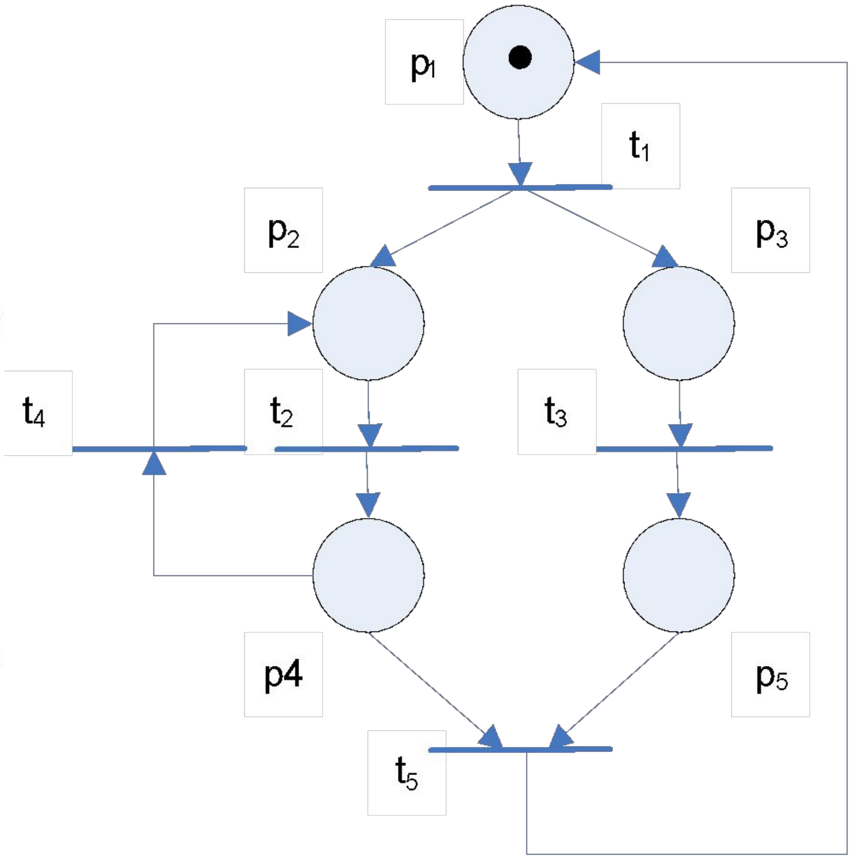
$I(t_2) = \{p_2\}, \quad O(t_2) = \{p_4\},$

$I(t_3) = \{p_3\}, \quad O(t_3) = \{p_5\},$

$I(t_4) = \{p_4\}, \quad O(t_4) = \{p_2\},$

$I(t_5) = \{p_4, p_5\}, \quad O(t_5) = \{p_1\}.$

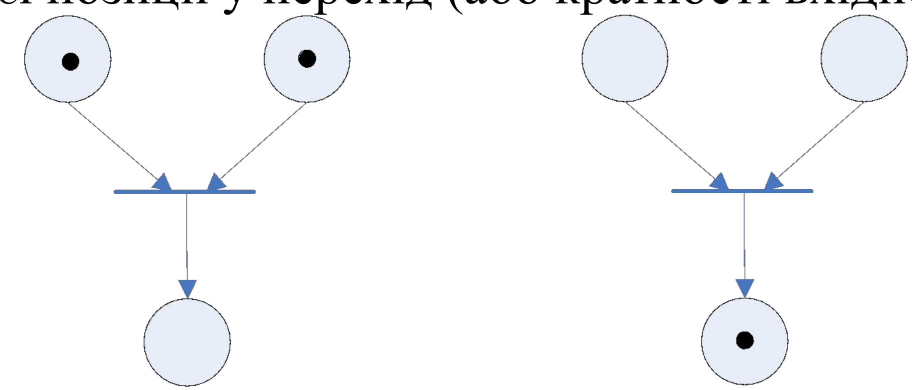
$M_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$



Основи мереж Петрі. *Правила перемикання МП*

Мережа Петрі виконується засобами запусків переходів. Запуск переходу керується фішками у його вхідних позиціях і супроводжується видаленням фішок з цих позицій і додаванням нових фішок у його вихідні позиції.

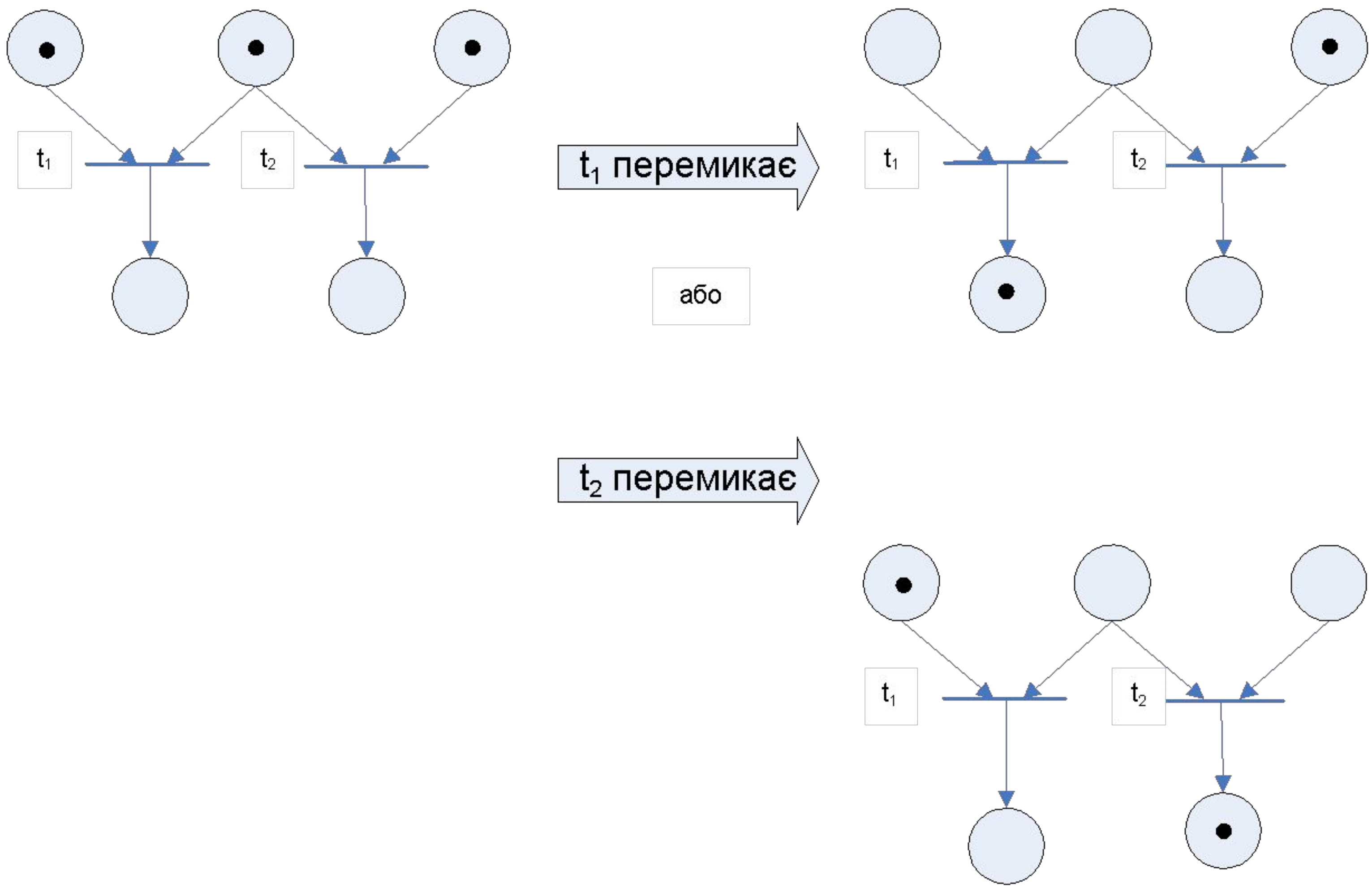
Перехід може запускатися лише у тому випадку, коли він ***активізований***. Перехід називається активізованим, якщо кожна з його вхідних позицій містить кількість фішок, яка не менша, ніж кількість дуг, які ведуть з цієї позиції у перехід (або кратності вхідної дуги).



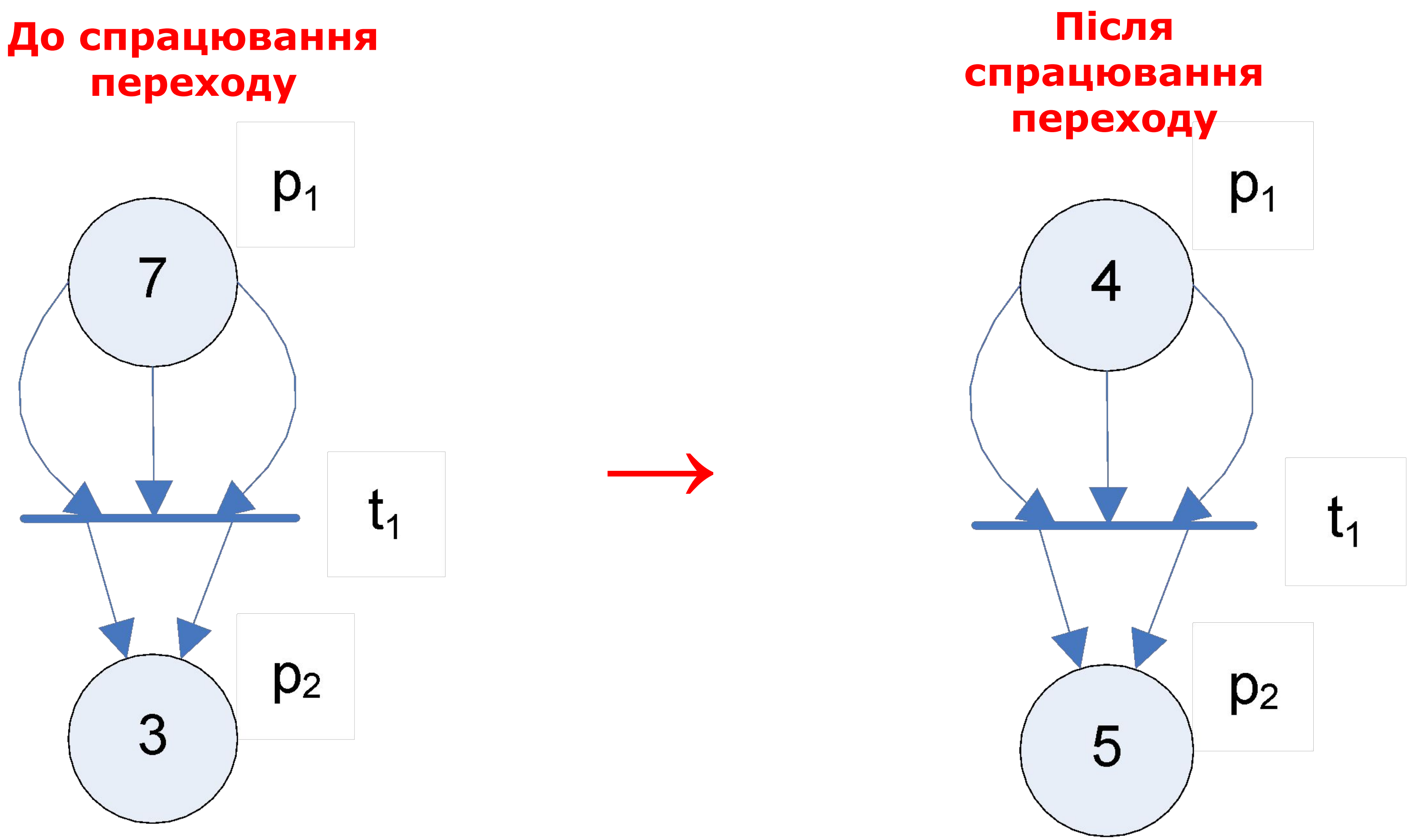
До перемикання Після перемикання

Основи мереж Петрі.

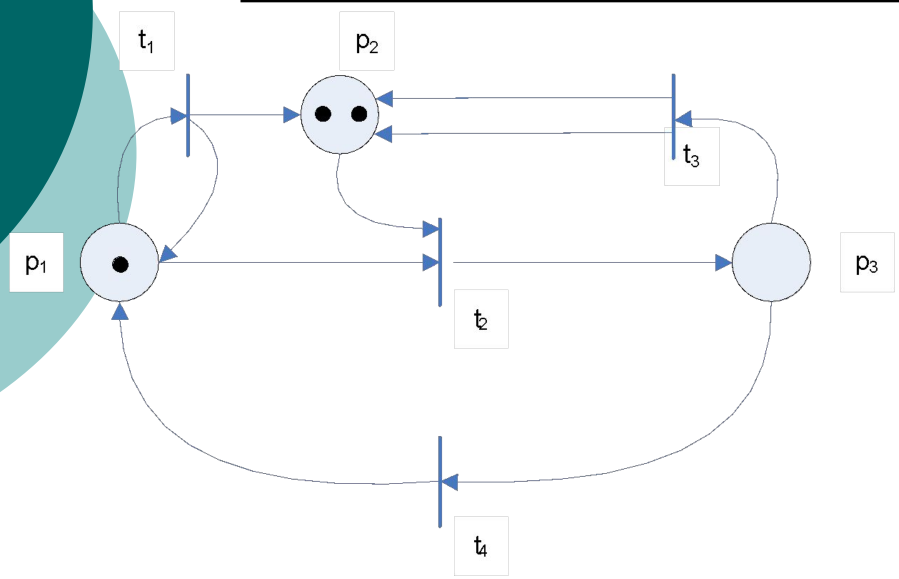
Недетермінованість перемикань мережі Петрі

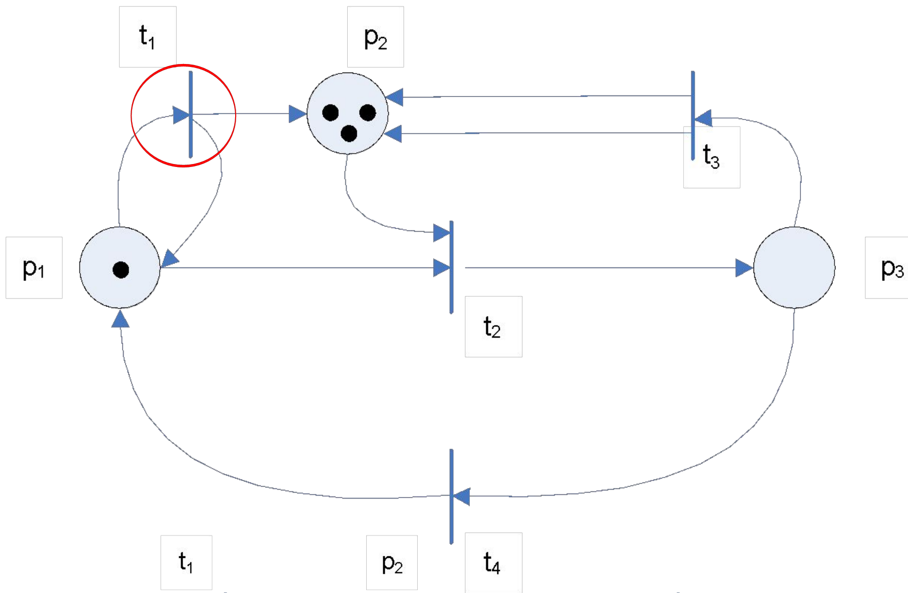


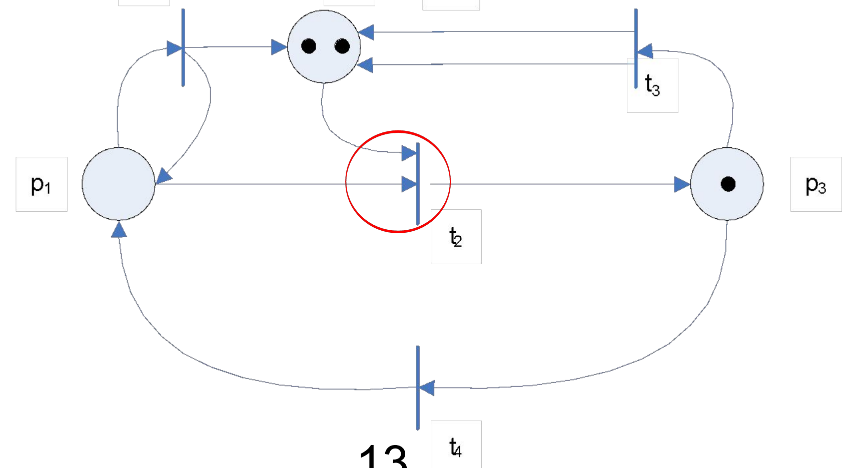
Основи мереж Петрі. *Правила перемикання МП*



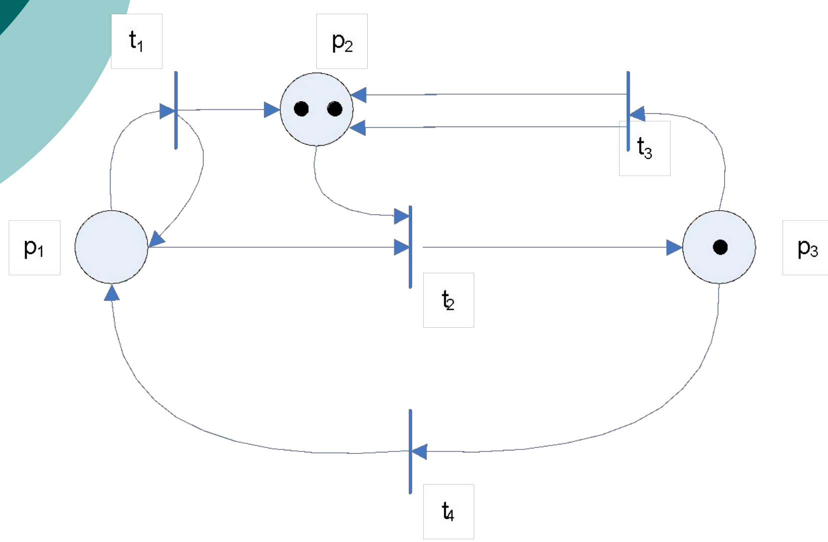
Основи мереж Петрі. *Правила перемикання МП*

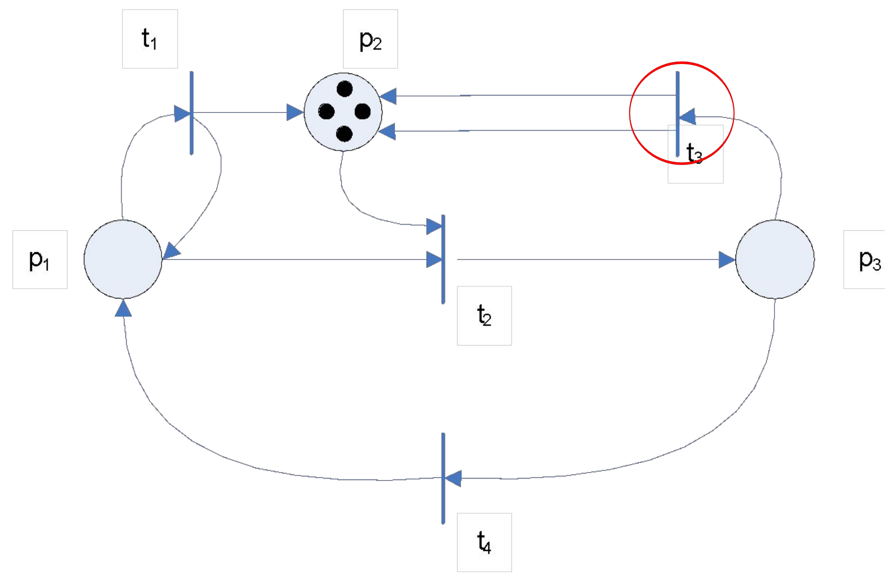






Основи мереж Петрі. *Правила перемикання МП*





Властивості мереж Петрі *(1)*

Процес дослідження об'єктів з використанням мереж Петрі ґрунтується на дослідженні таких властивостей мереж Петрі, як обмеженість, безпечність, збереженість, досяжність та живучість.

Обмеженість (чи К-обмеженість) має місце, якщо число міток в будь-якій позиції мережі не може перебільшити значення K. При проектуванні автоматизованих систем визначення K дає можливість обґрунтовано вибирати ємності накопичувачів, тощо. Наприклад, можливість необмеженого росту числа міток свідчить про небезпеку необмеженого росту довжини черг.

Безпечність — частковий випадок обмеженості, а саме це 1-обмеженість. Якщо для деякої позиції встановлено, що вона безпечна, то її можна представляти одним тригером.

Збереженість характеризується постійністю загрузки ресурсів, тобто

$$\sum A_i N_i = const$$

де N_i — число маркерів в i-й позиції, A_i — ваговий коефіцієнт.

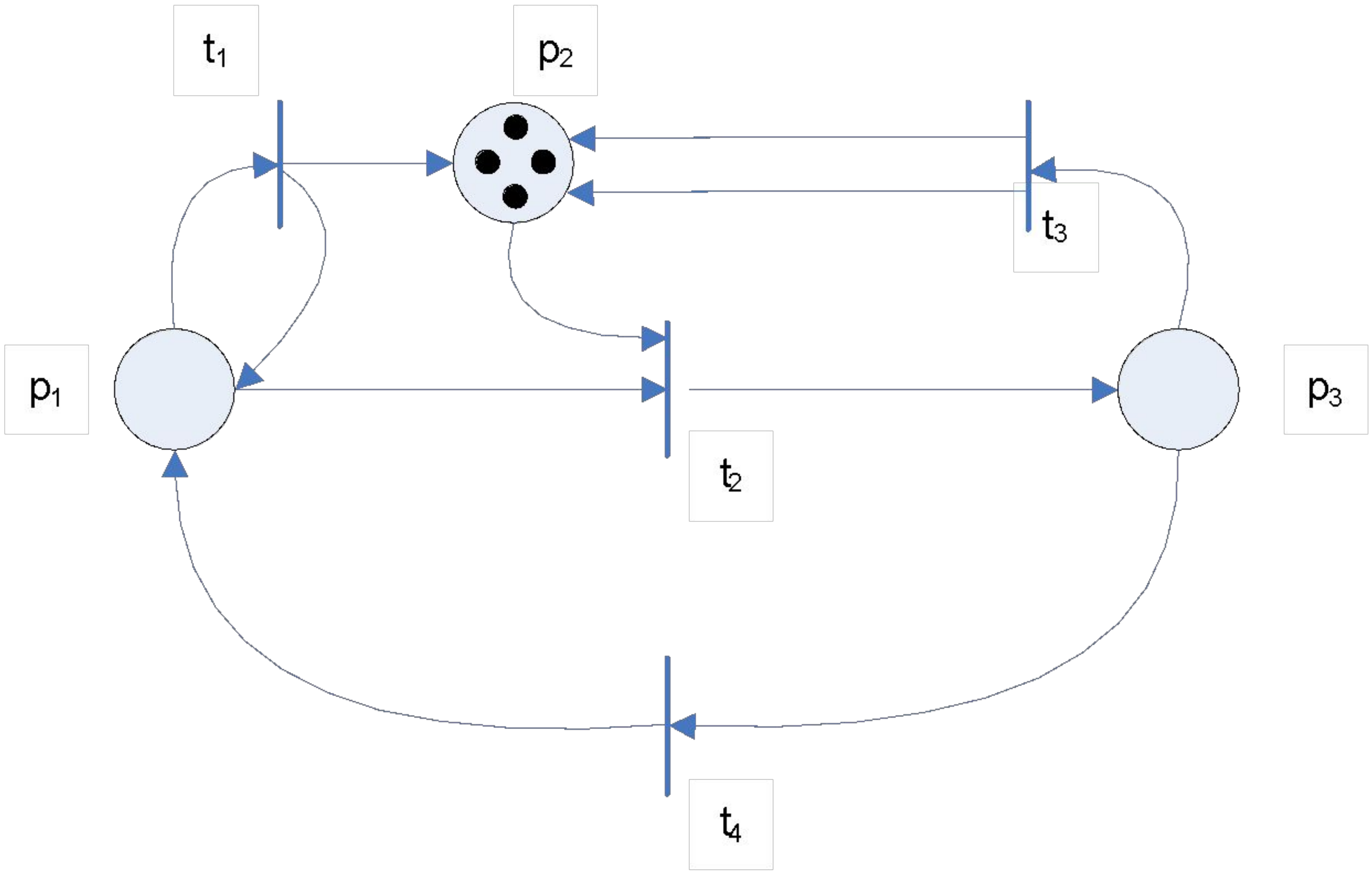
Досяжність $M_k \to M_j$ характеризується можливістю досягнення маркування M_j з стану мережі, який характеризується маркуванням M_k.

Властивості мереж Петрі *(2)*

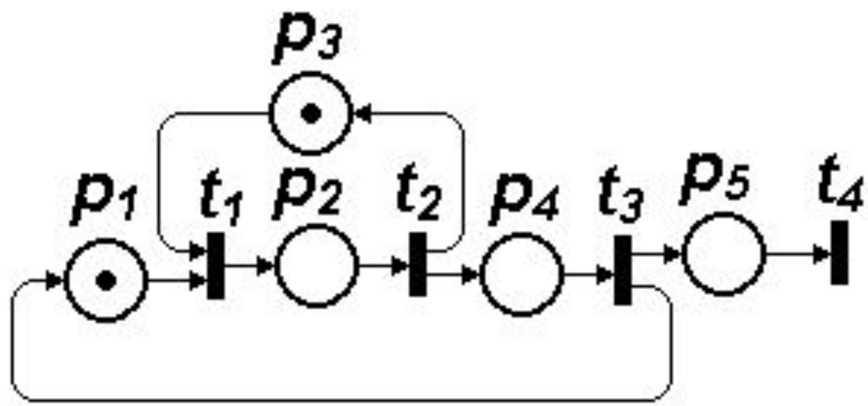
Живучість мережі Петрі визначається можливістю спрацьовування будь-якого переходу при функціонуванні моделюючого об'єкта. Відсутність живучості означає або про надлишок апаратури в проектованій системі, або свідчить про можливість виникнення зациклень, тупиків, блокувань.

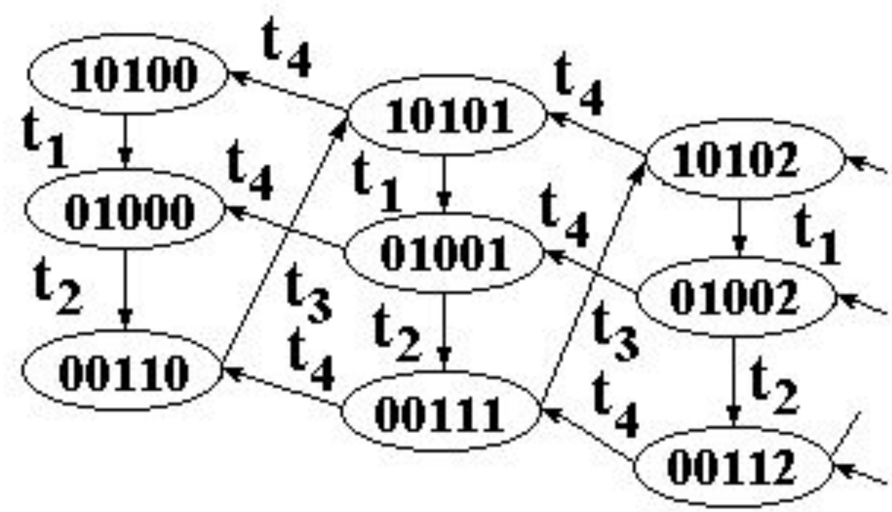
В основі досліджень перерахованих властивостей мереж Петрі лежить аналіз досяжності. Один з методів аналізу досяжності будь-якого маркування з стану M_0 — побудова *графу досяжності*. Початкова вершина графу відображає маркування (стан) M_0, а інші вершини відповідним маркуванням. Дуга з M_i в M_j означає подію $M_i \rightarrow M_j$ і відповідає спрацьовуванню переходу t. В складних мережах граф може містити надто велике число вершин і дуг. Однак при побудові графу можна не відображати всі вершини, так як багато з них є дублями (дійсно, від маркування M_k завжди породжується один і той же підграф поза залежністю від того, з якого стану система прийшла в M_k). Тупики виявляються за відсутністю дозволених переходів з будь-якої вершини, тобто за наявністю гілок (листків) — термінальних вершин. Необмежений ріст числа маркерів в якійсь позиції свідчить про порушення обмеження.

Мережа Петрі. *Тупик*

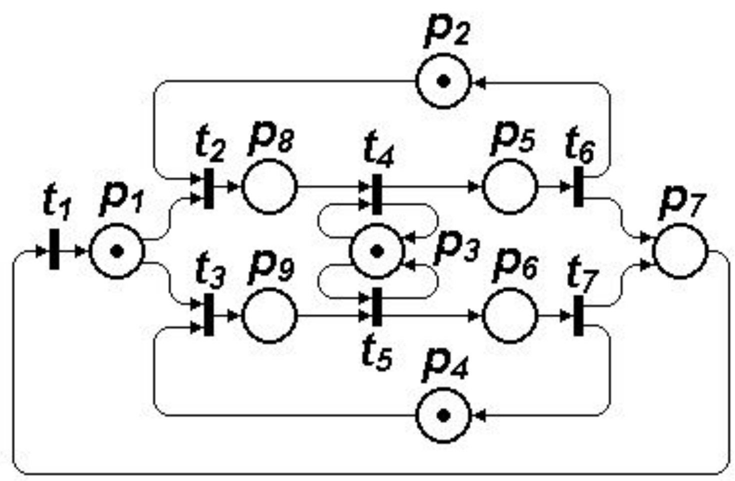


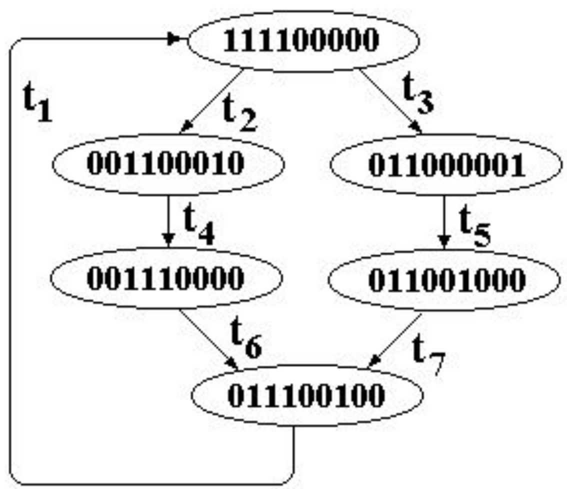
Мережа Петрі. *Граф досяжності*





Мережа Петрі. *Граф досяжності*





Види мереж Петрі

1. Прості мережі Петрі.
2. Часові мережі Петрі.
3. Мережі Петрі з пріоритетами.
4. Ієрархічні мережі Петрі.
5. Кольорові мережі Петрі.
6. Функціональні мережі Петрі.
7. Стохастичні мережі Петрі.
8. Інгібіторні мережі Петрі.
9. та ін.

Моделі на основі теорії мереж Петрі *(1)*

Модель на основі простої мережі Петрі

$$N = \{P, T, F, M_0\},$$

де: $P = \{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$ - множина позицій (станів);

$T = \{t_1, t_2, \ldots, t_m\}$ - множина переходів;

F - множина дуг, яка включає дві підмножини вхідних та вихідних дуг по відношенню до переходу;

M_0 - множина, яка задає початкове маркування мережі Петрі.

Моделі на основі теорії мереж Петрі *(2)*

Модель на основі часової мережі Петрі

$$N_{time} = \{S, T, F, Eft, Lft, M_0\},$$

де: $P = \{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$ - множина позицій (станів);

$T = \{t_1, t_2, \ldots, t_m\}$ - множина переходів;

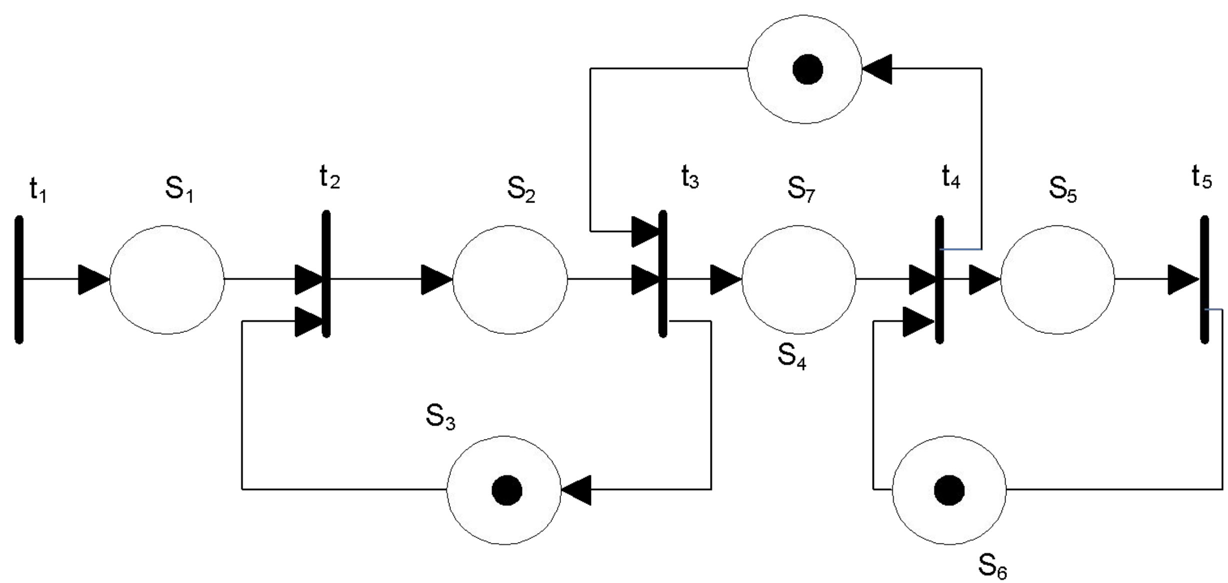
F - множина дуг, яка включає дві підмножини вхідних та вихідних дуг по відношенню до переходу;

M_0 - множина, яка задає початкове маркування мережі Петрі.

Eft, Lft - функції, що ставляться у відповідність до кожного з переходів і визначають часові межі $Eft(t) \leq Lft(t)$.

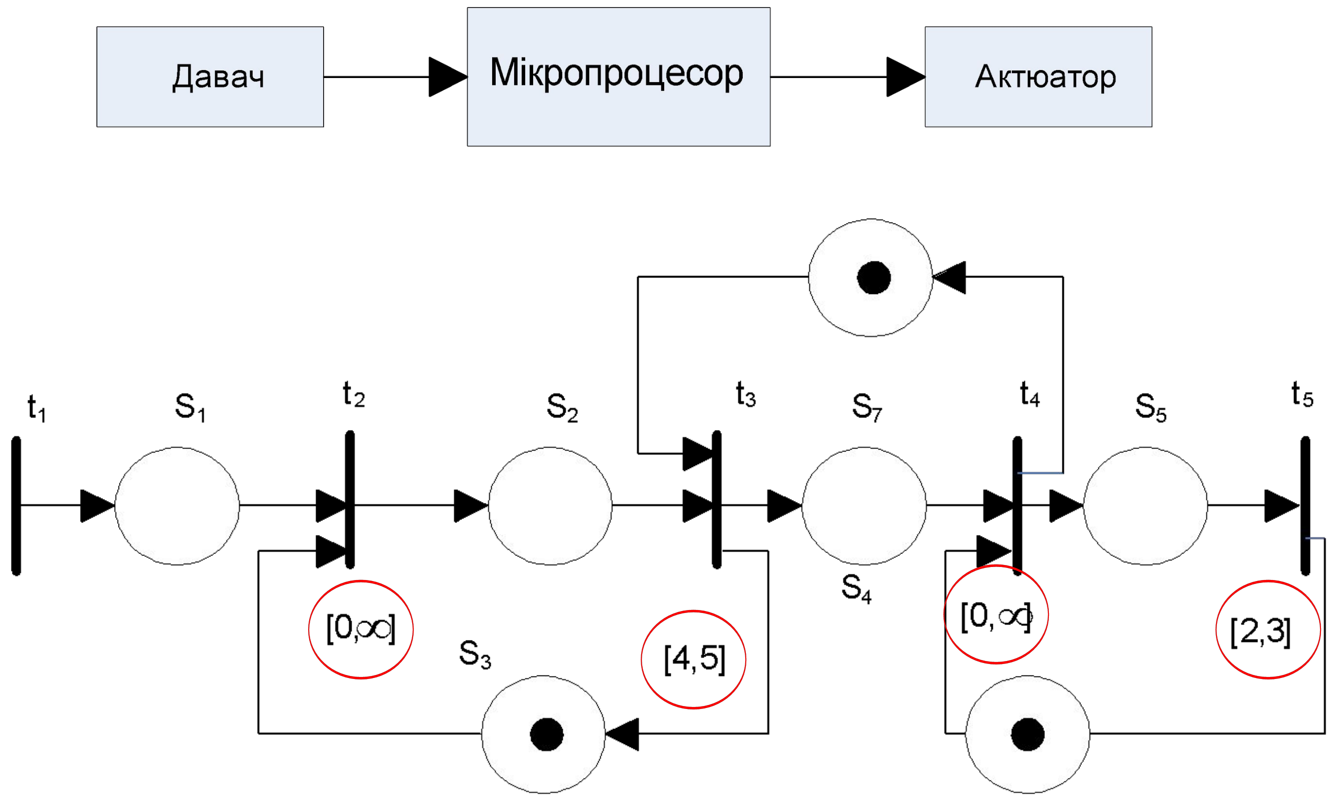
Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Приклад*

Мережа Петрі для найпростішої структури підсистеми ІБ



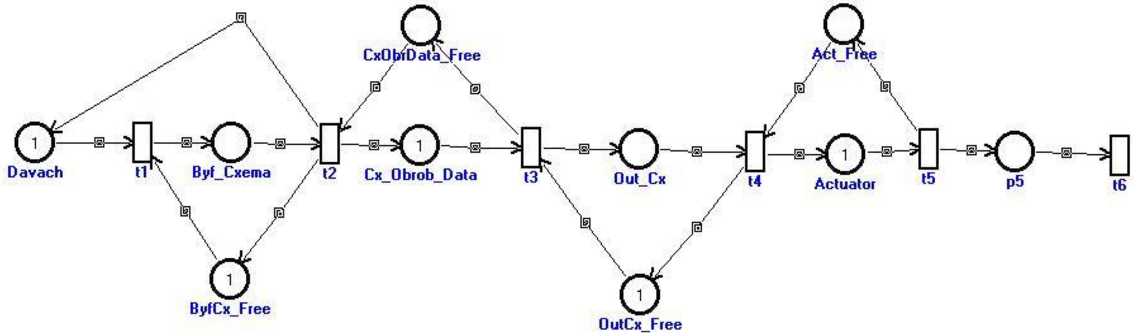
Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Приклад*

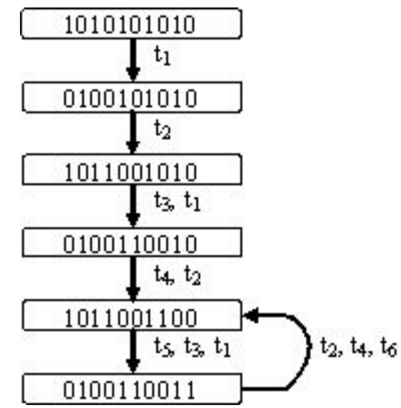
Приклад часової мережі Петрі



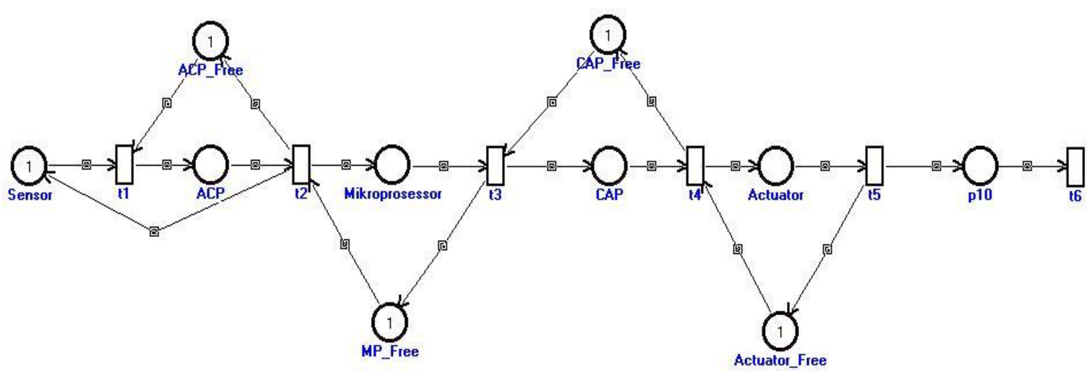
Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Приклад*

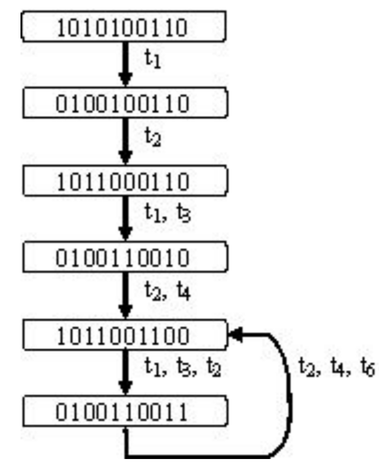
Мережа Петрі простої структури ІБ для обробки аналогового сигналу





Мережа Петрі структури ІБ для обробки цифрового сигналу





Моделі на основі теорії мереж Петрі *(3)*

Модель на основі часової мережі Петрі з пріоритетами

$$N_{priorutet\_time} = \{S, T, F, Eft, Lft, PR, M_0\},$$

де: $PR = \{\Pr_1, \Pr_2, \ldots, \Pr_v\}$ - множина пріоритетів, а

$\Pr_1$ - величина пріоритету для першого переходу.

Моделі на основі теорії мереж Петрі *(4)*

Математична модель ІБ на основі кольорової мережі Петрі

$$N_{colour} = \{S,T,F,M_0, Type, Type\_S, Type\_F, Condition\},$$

де: $Type$ - множина типів;

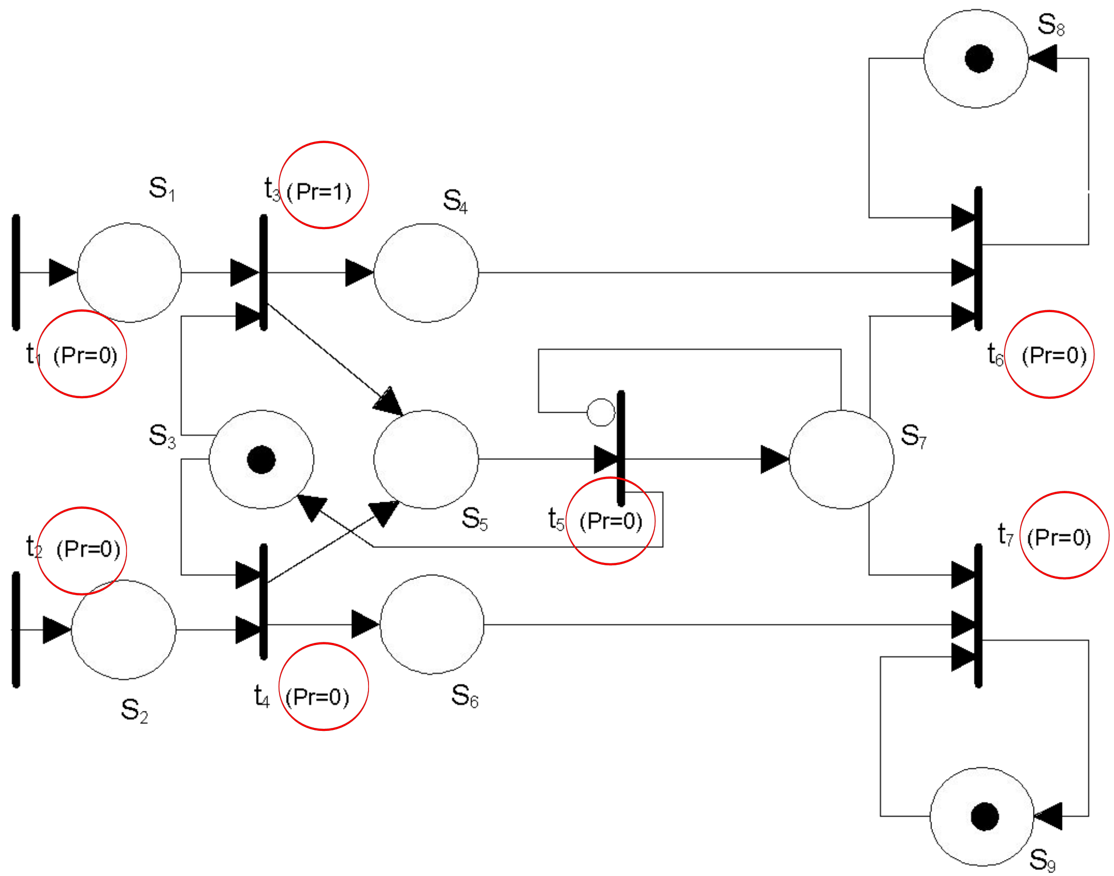
$Type\_S$ - множина, яка відображає доступну множину типів у позиціях мережі;

$Type\_F$ - множина, типів маркерів, що збуджують перехід, або які типи маркерів будуть згенеровані переходом;

$Condition$ - множина умов збудження переходів.

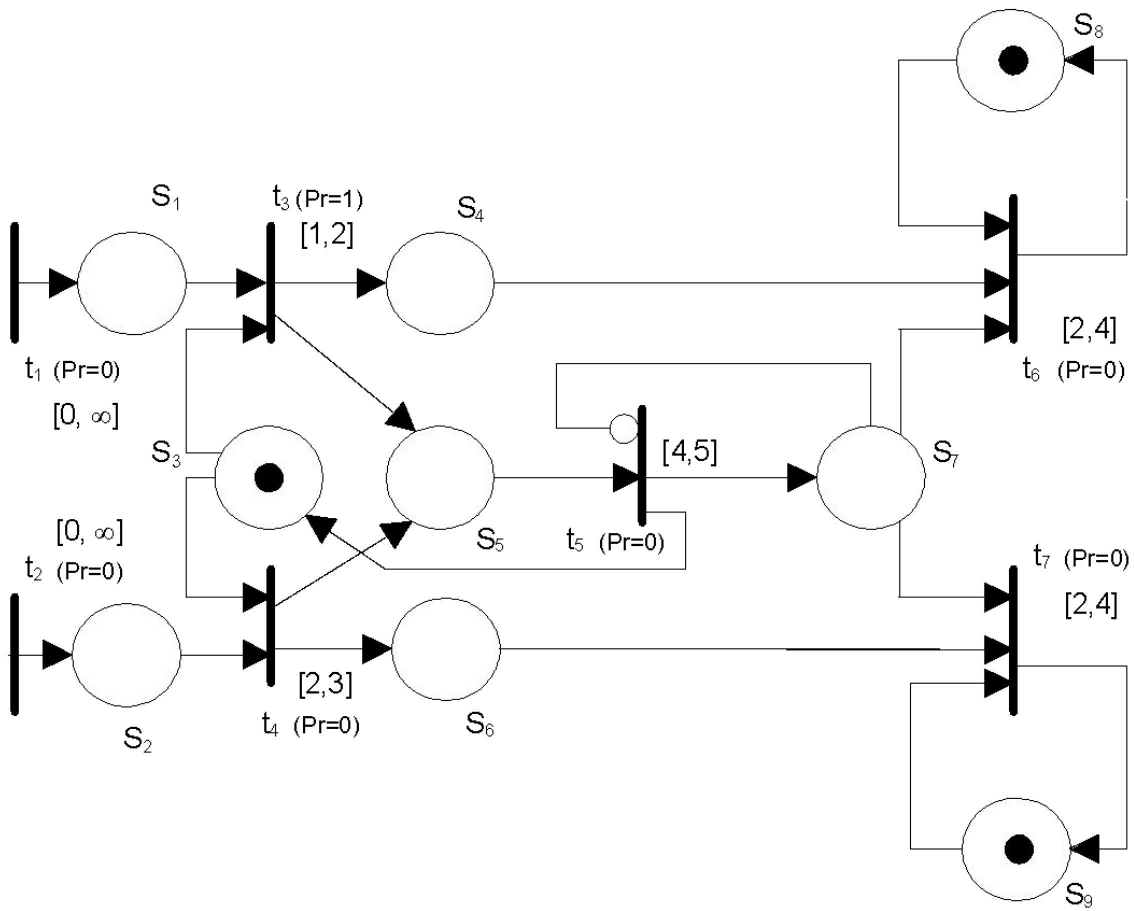
Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Приклад*

Мережа Петрі з пріоритетами

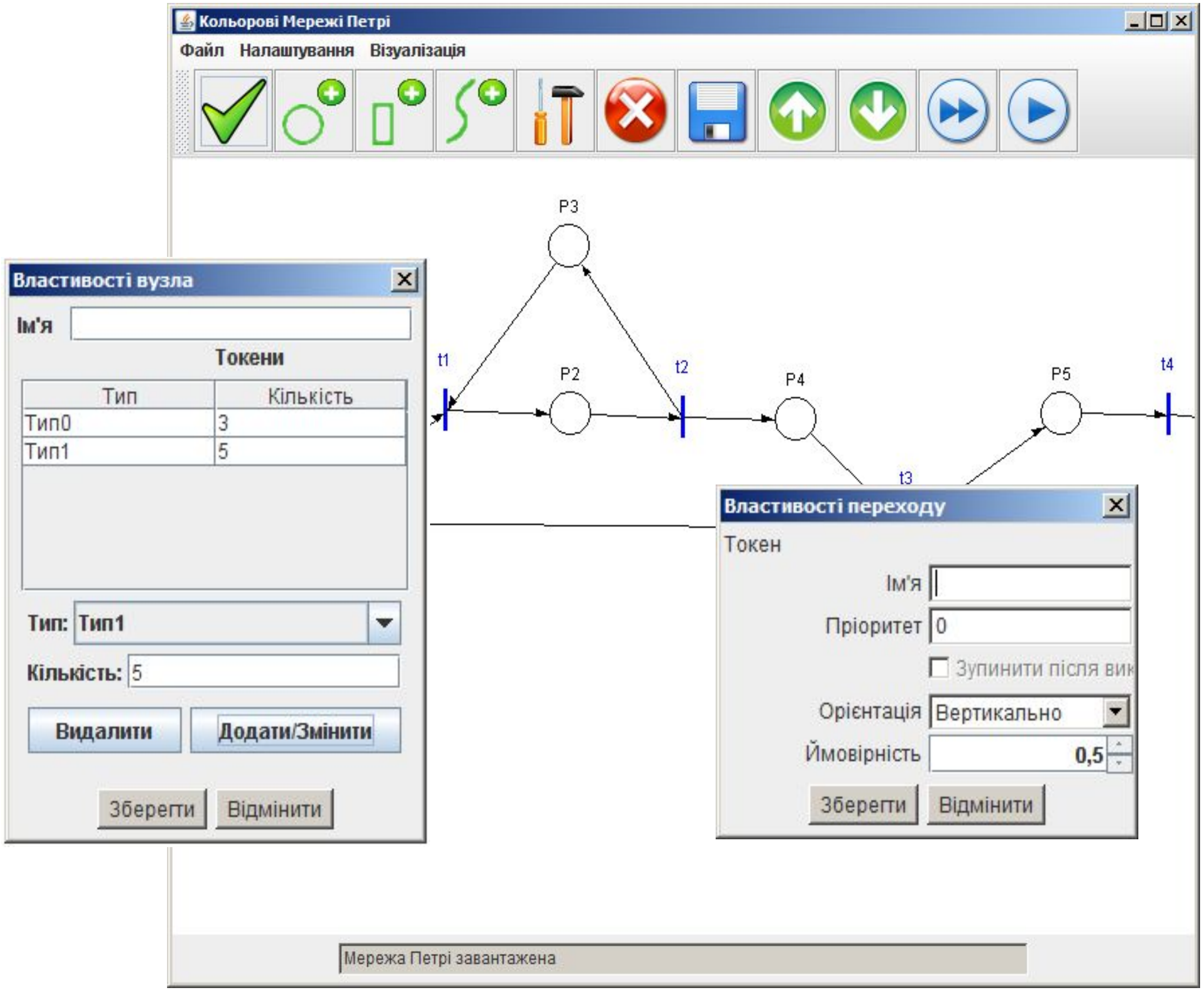


Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Приклад*

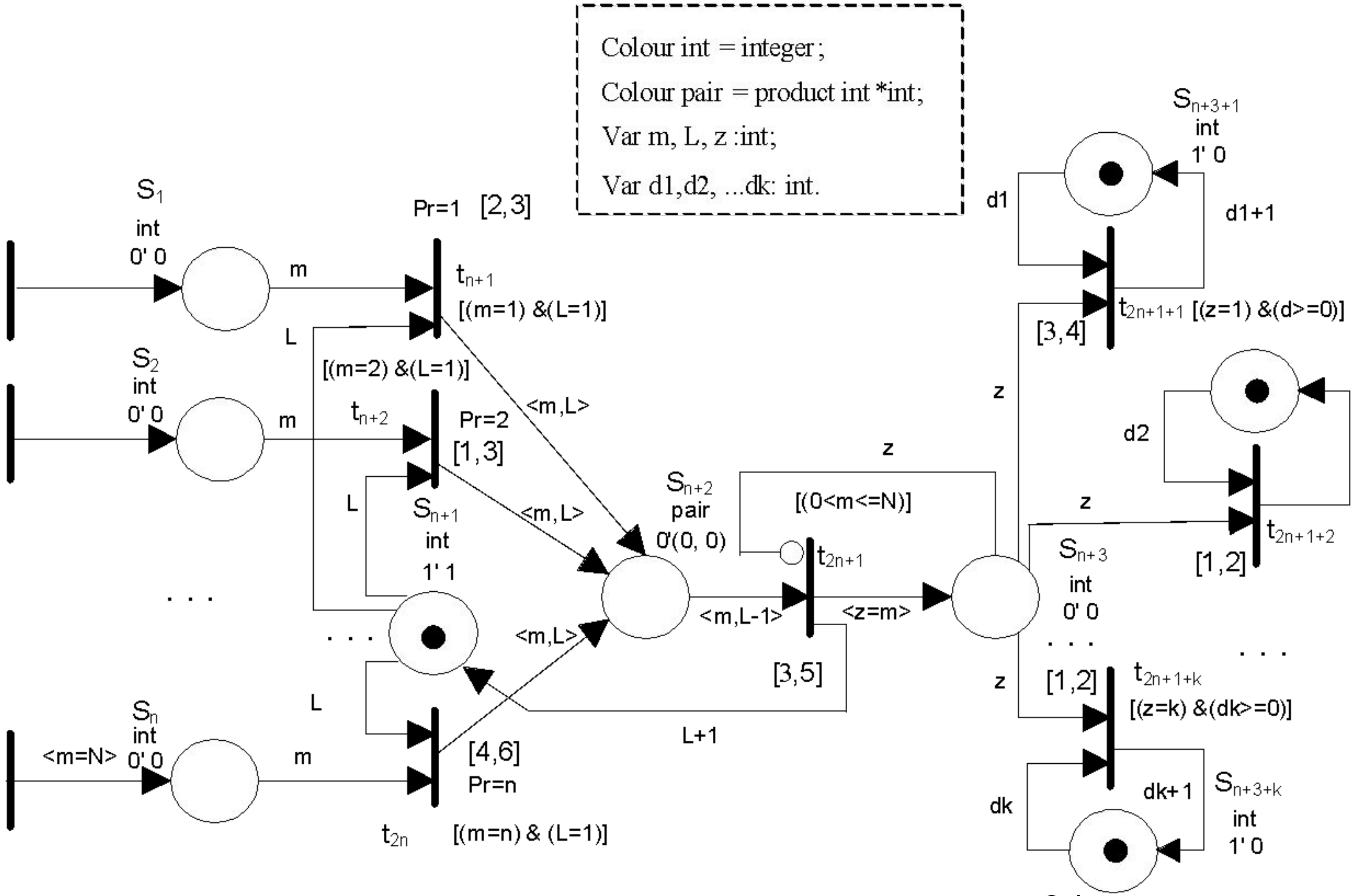
Часова мережа Петрі з пріоритетами



Основні меню підсистеми



Приклад кольорової, часової мережі Петрі з пріорітетами. *Приклад*



Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Стохастична МП*

$$N_{petry\_stoxastic} = \{S, T, F, M_0, Sto\}$$

где: $Sto = \{St_1, Sto_2, \ldots, Sto_v\}$ - множество вероятностей срабатывания переходов;

$P = \{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$ - множество позиций (состояний);

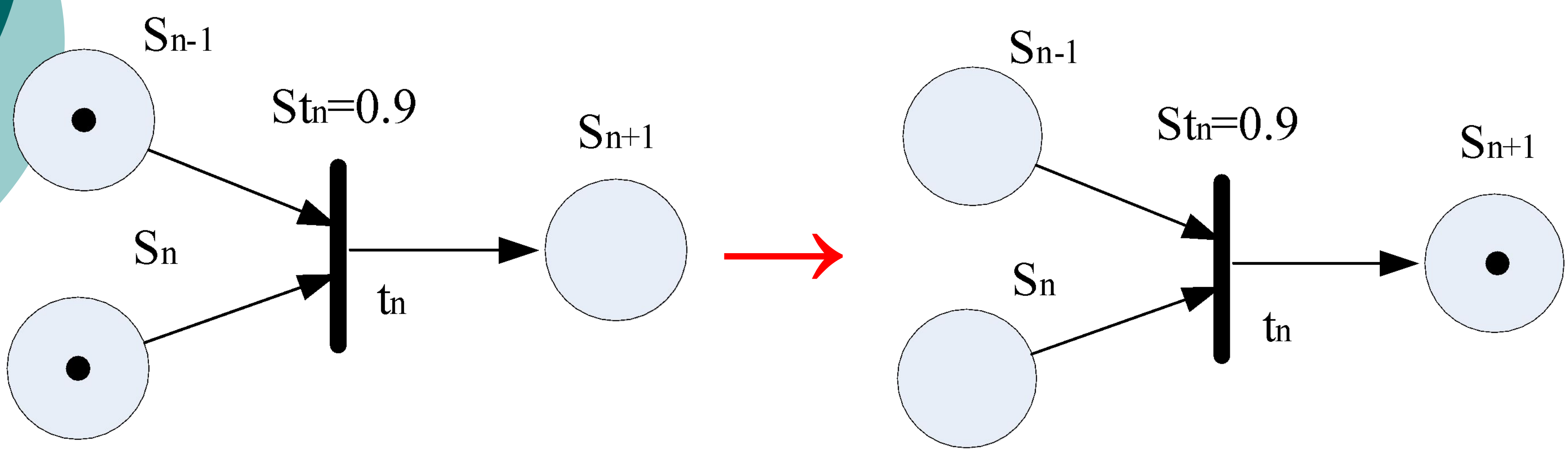
$T = \{t_1, t_2, \ldots, t_m\}$ - множество переходов;

F - множество дуг, которое состоит из двух подмножеств входных и выходных дуг по отношению к переходу;

M_0 - множество, которое задает начальную маркировку сети Петри.

Моделі на основі теорії мереж Петрі.

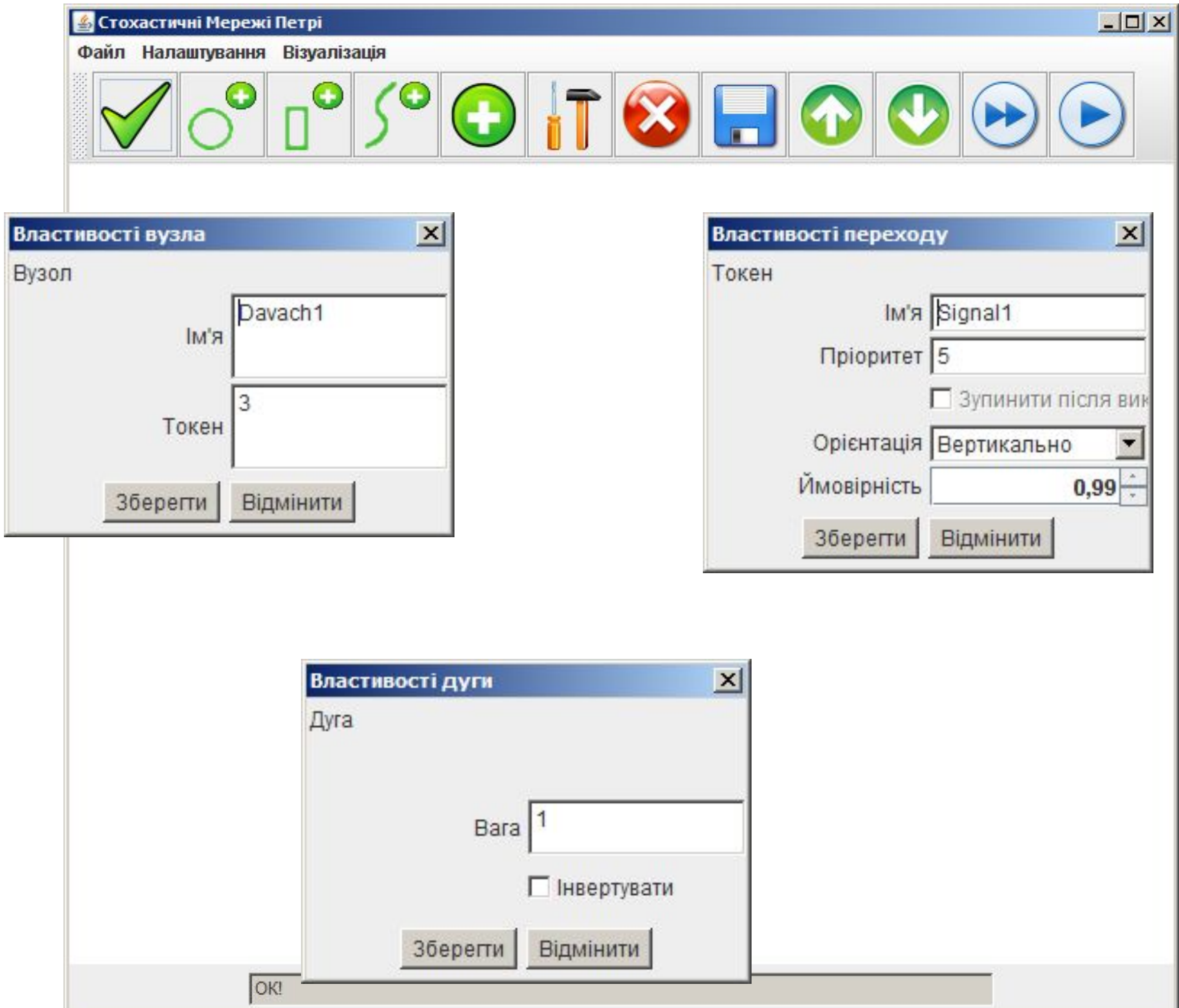
Стохастична МП (2)



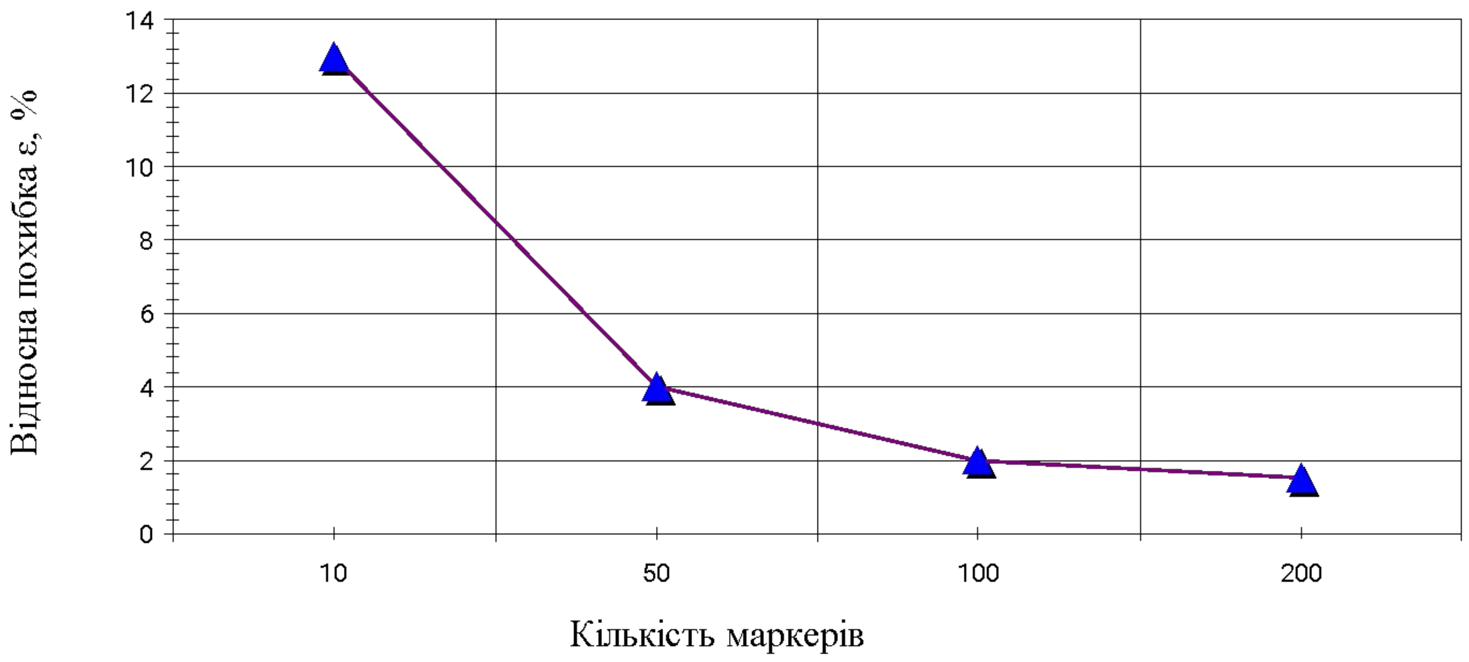
Не спрацював
(більше 0.9 та меньше рівне 1.0)

Спрацював
(більше рівне 0.0 і меньше рівне 0.9)

Основні меню підсистеми

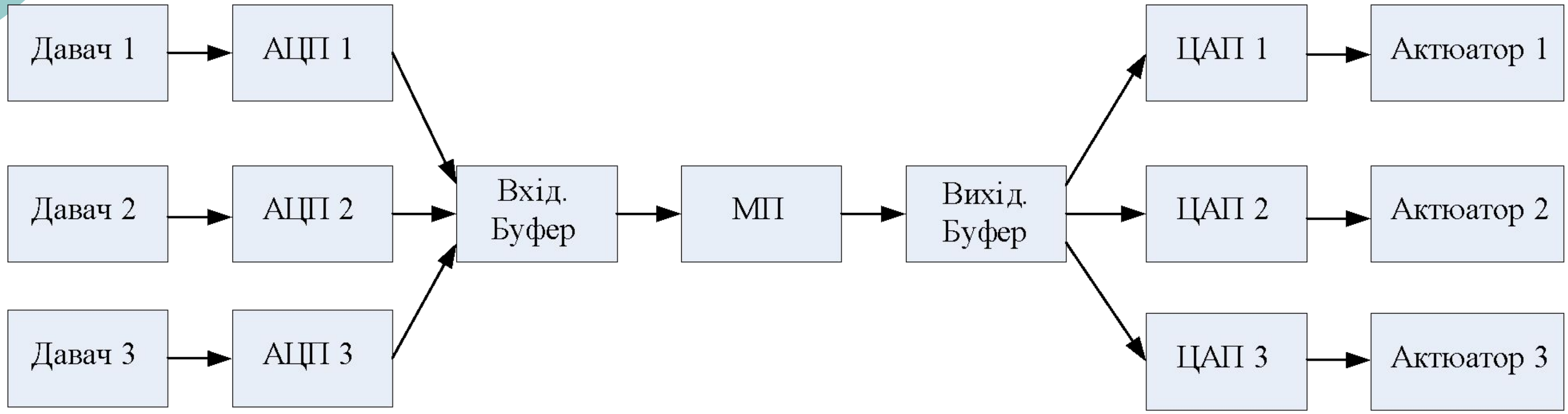


Результати дослідження надійності підсистеми

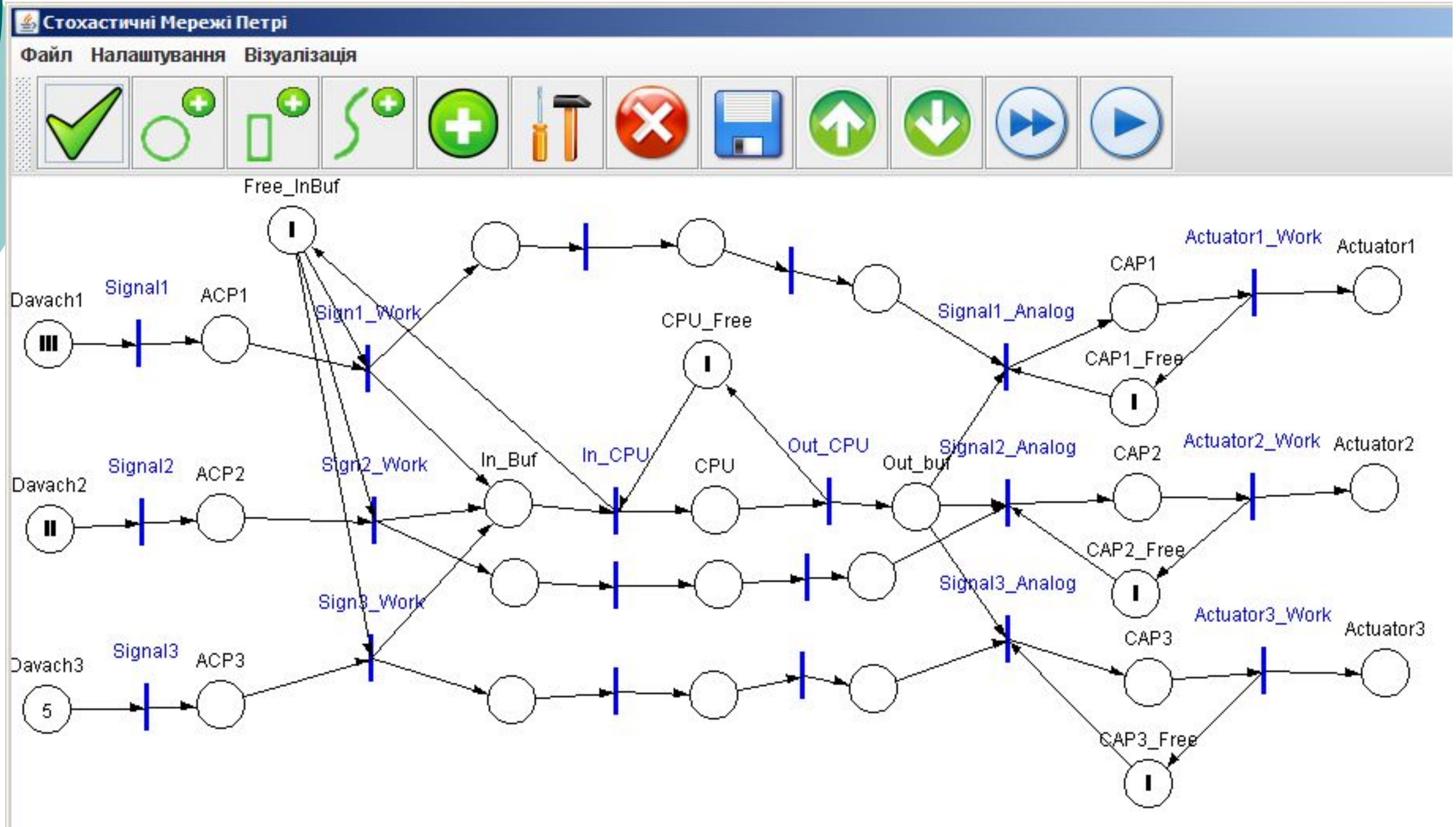


Моделі на основі теорії мереж Петрі.

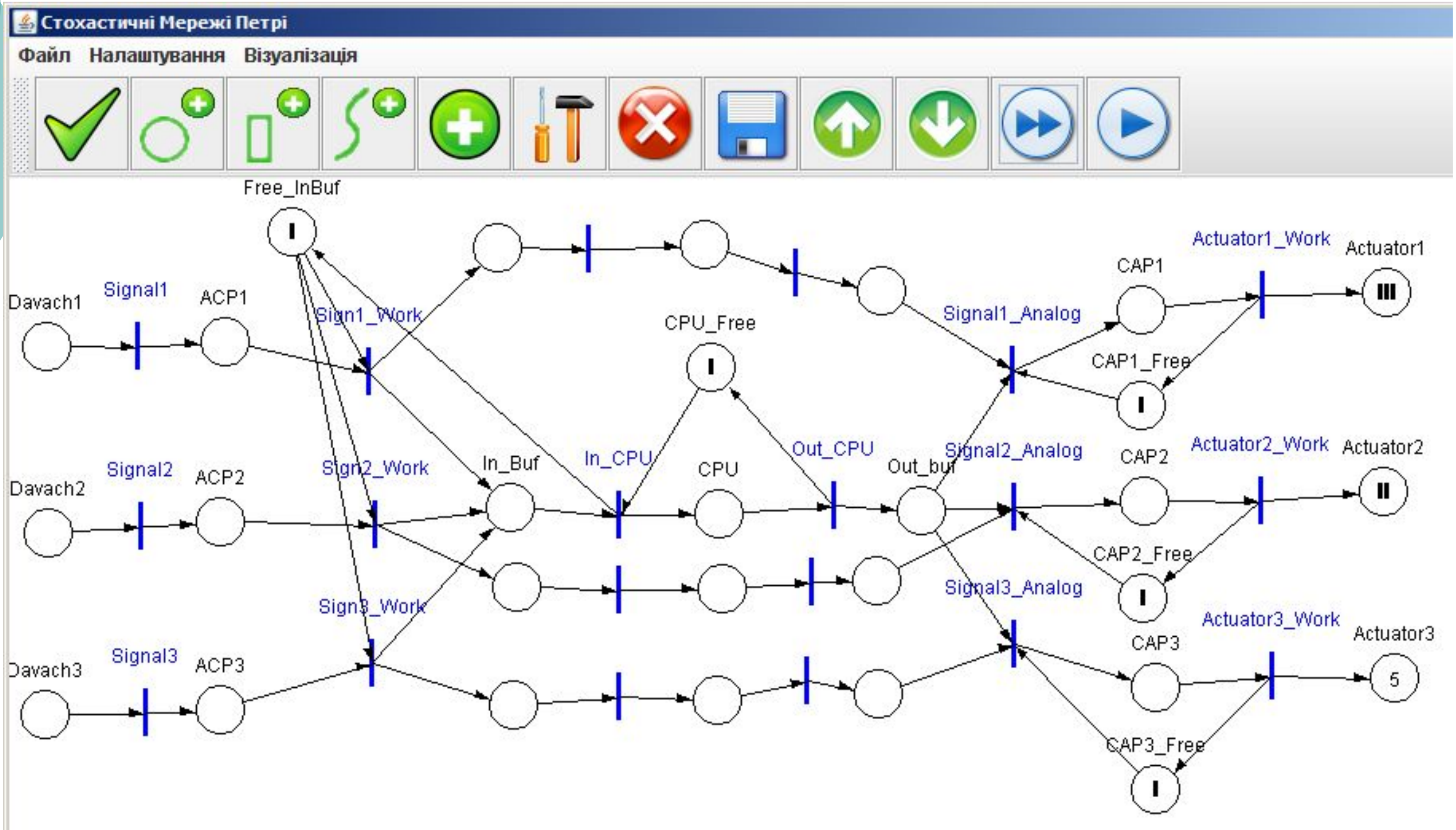
Приклад



Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Приклад*



Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Приклад*



Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Функціональні*

В загальному випадку модель на основі теорії функціональних мереж Петрі можна описати з використанням наступного виразу:

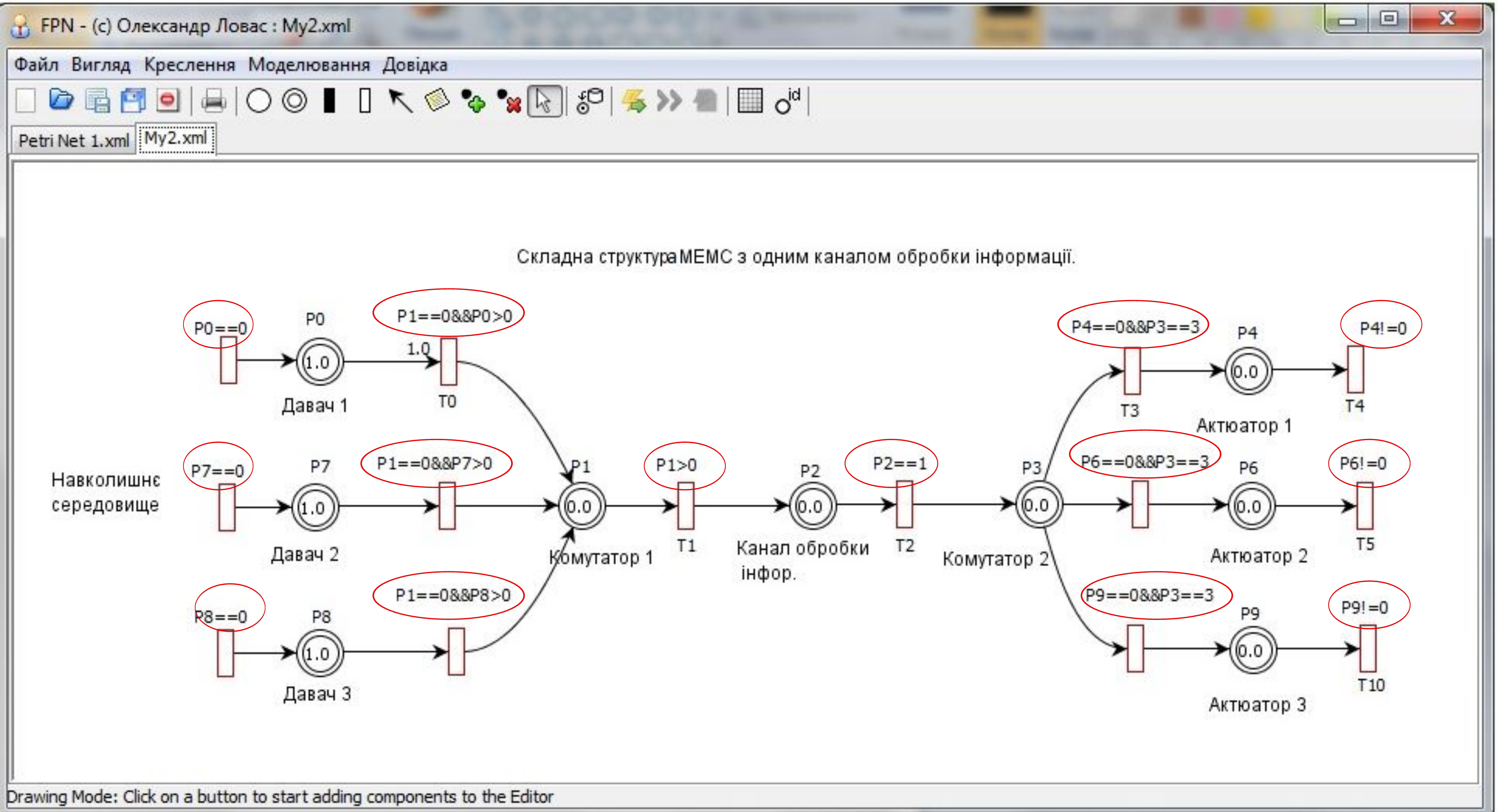
$$N_{petry} = \{P, T, Fun, F, M_0\},$$

де $P = \{P_1, P_2, \ldots, P_g\}$ – множина позицій (станів); $T = \{t_1, t_2, \ldots, t_v\}$ – множина переходів; $F = \{F_{in}, F_{out}, F_{not}\}$ – множина дуг, яка включає три підмножини; $F_{in} = (F_{in,1}, F_{in,2}, \ldots, F_{in,l})$ – вхідних; $F_{out} = (F_{out,1}, F_{out,2}, \ldots, F_{out,m})$ – вихідних; $F_{not} = (F_{not,1}, F_{not,2}, \ldots, F_{not,k})$ – інгібіторних дуг по відношенню до кожного переходу; $Fun = \{Fun_1, Fun_2, \ldots, Fun_v\}$ – множина функцій переходів; M_0 – множина, яка задає початкове маркування мережі Петрі; g, v – кількість позицій та переходів; $l + m + k = n$ – сумарна кількість дуг.

Моделі на основі теорії мереж Петрі.

Функціональні

Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Функціональні*



Моделі на основі теорії мереж Петрі. *Інгібіторна МП*

$$N = \{S, T, F, M_0\},$$

где: $P = \{S_1, S_2, \dots, S_i\}$ - множество позиций (состояний);

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ - множество переходов;

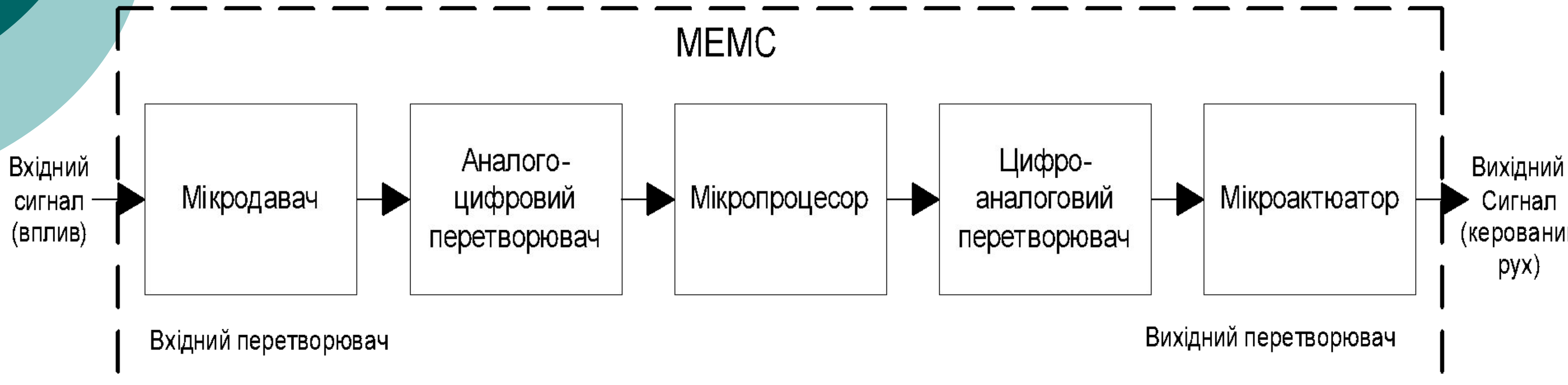
$F = \{F_{in}, F_{out}, F_{not}\}$ - множ. дуг, которое состоит из 3 подмножеств входных $F_{in} = \{F_{in,1}, F_{in,2}, \dots, F_{in,l}\}$, выходных $F_{out} = \{F_{out,1}, F_{out,2}, \dots, F_{out,m}\}$ и ингибиторных дуг $F_{not} = \{F_{not,1}, F_{not,2}, \dots, F_{not,k}\}$ по отношению к переходу;

M_0 - множество, которое задает начальную маркировку сети Петри;

i, j - количество позиций и переходов;

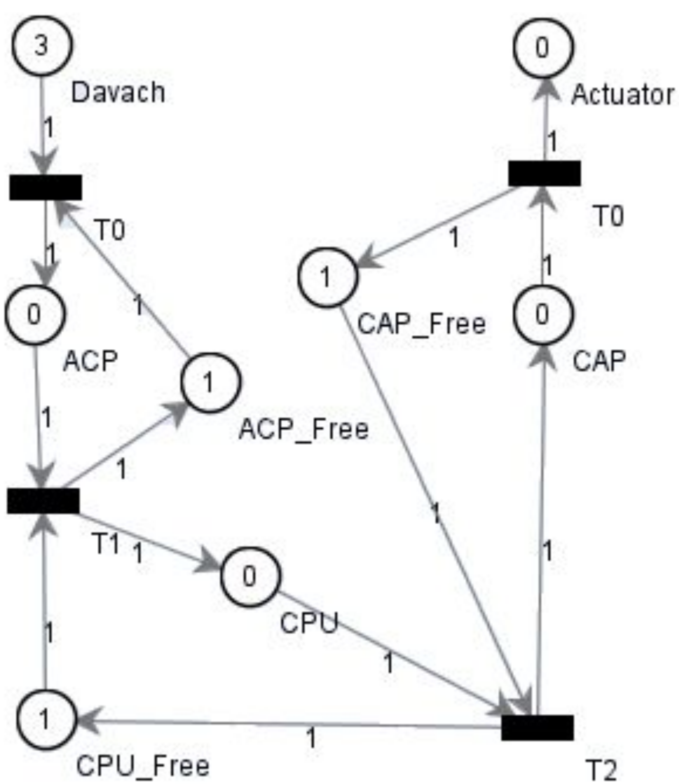
$l + m + k = n$ - количество дуг.

Моделі на основі теорії мереж Петрі.
Інгібіторна МП. Приклад

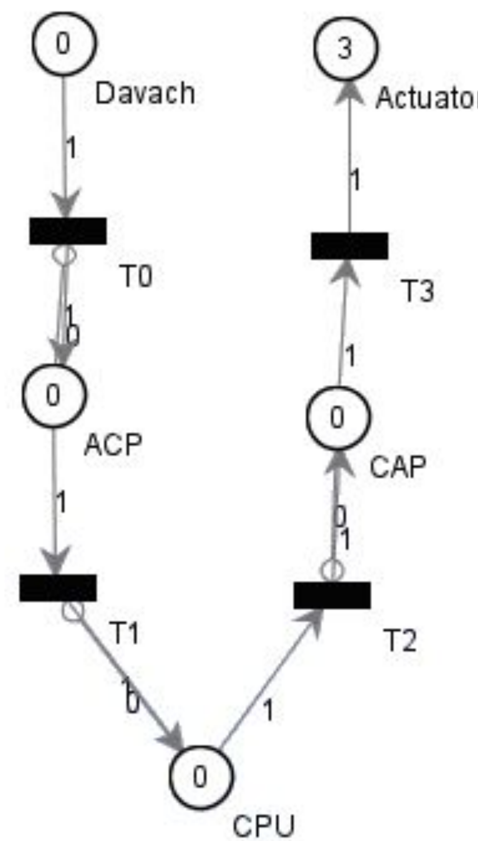


Моделі на основі теорії мереж Петрі.

Інгібіторна МП. Приклад



Модель МЕМС на основі простої мережі Петрі



Модель МЕМС на основі інгібіторної мережі Петрі

Моделі на основі теорії мереж Петрі.

Інгібіторна МП. Приклад

	T0	T1	T2	T4
Davach	-1	0	0	0
ACP	1	-1	0	0
CPU	0	1	-1	0
CAP	0	0	1	-1
ACP_Free	-1	1	0	0
CPU_Free	0	-1	1	0
CAP_Free	0	0	-1	1
Actuator	0	0	0	1

Матриця інцидентності для простої мережі Петрі

	T0	T1	T2	T3
Davach	-1	0	0	0
ACP	1	-1	0	0
CPU	0	1	-1	0
CAP	0	0	1	-1
Actuator	0	0	0	1

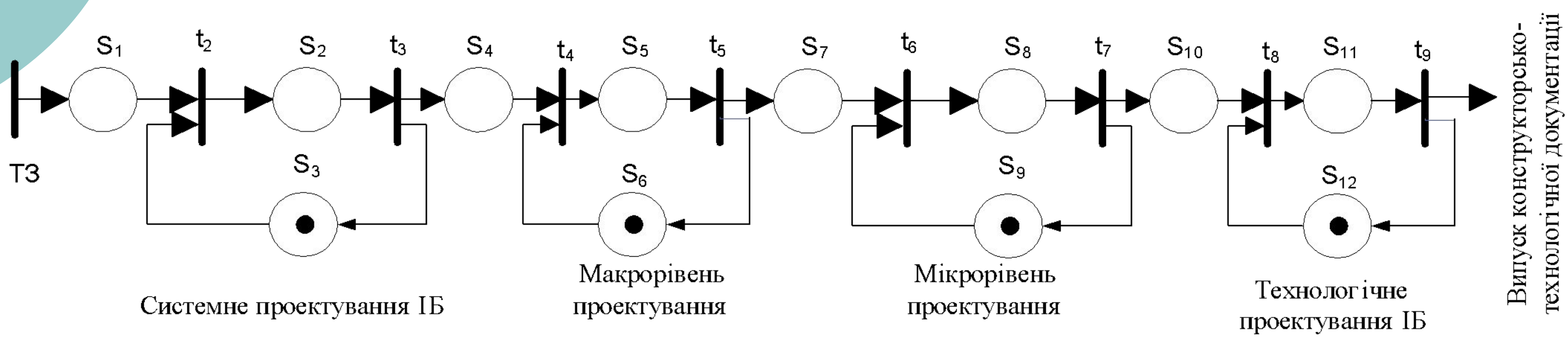
Матриця інцидентності для інгібіторної мережі Петрі

Моделі на основі теорії мереж Петрі.
Інгібіторна МП. Приклад

З отриманих результатів слідує, що інгібіторна мережа Петрі є простішою, тобто містить меншу кількість позицій та дуг. Проста мережа Петрі містить 4 переходи, 8 позицій та 14 дуг, а інгібіторна - 4 переходи, 5 позицій і 11 дуг. Використання інгібіторних мереж Петрі дає змогу спростити структуру моделей структур МЕМС на основі мереж Петрі, що в кінцевому випадку, призводять до зменшення вичислювальних ресурсів, які необхідні для реалізації цих моделей з використанням персонального комп'ютера.

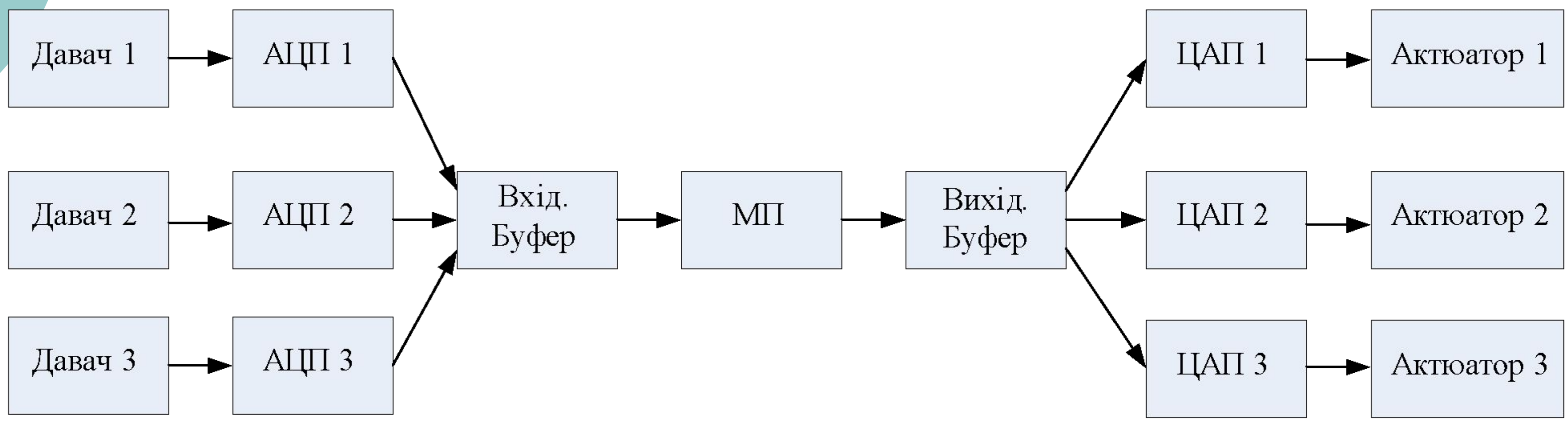
Моделі на основі теорії мереж Петрі.

Ієрархічна МП. Приклад

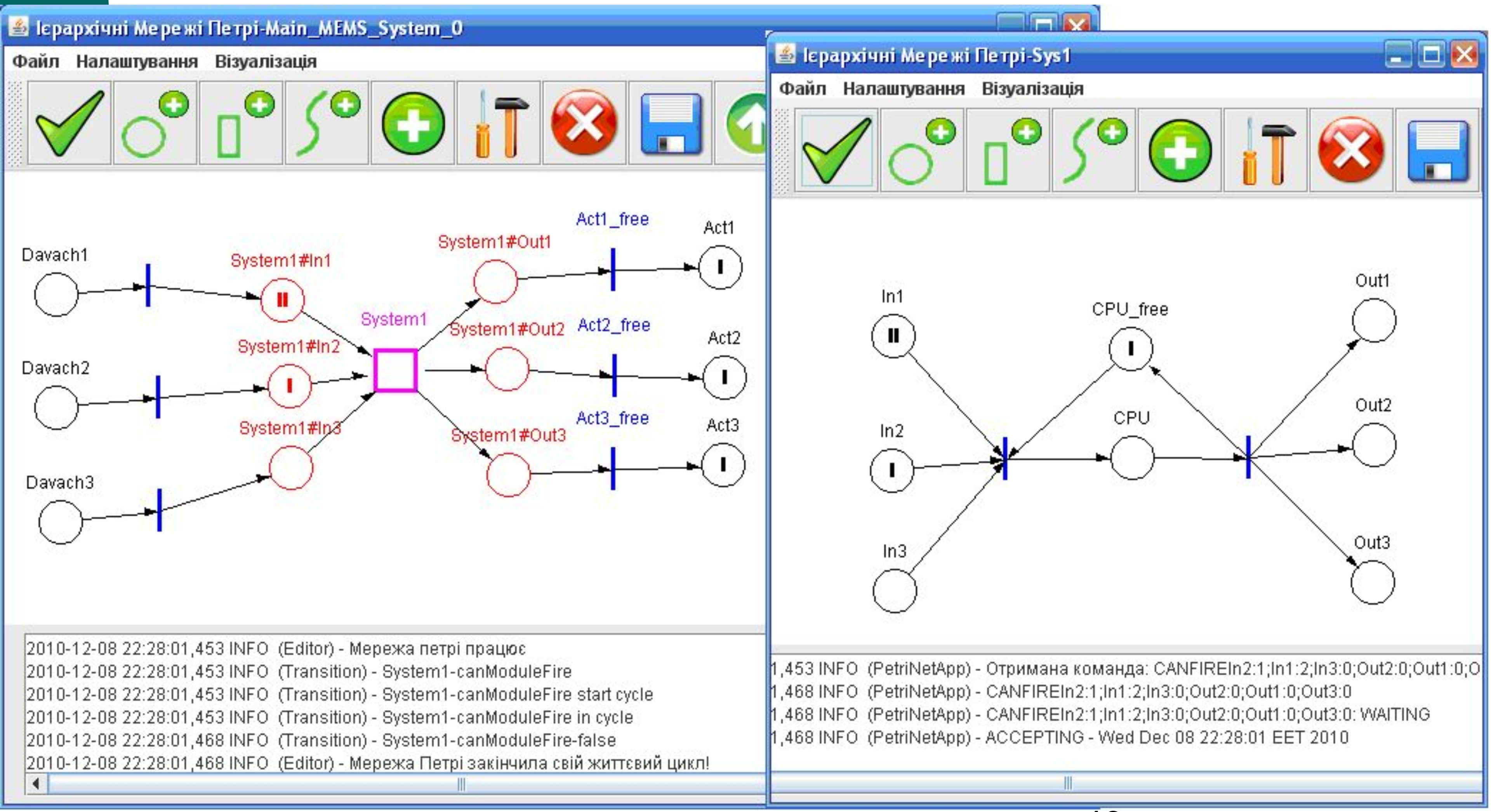


Моделі на основі теорії мереж Петрі.

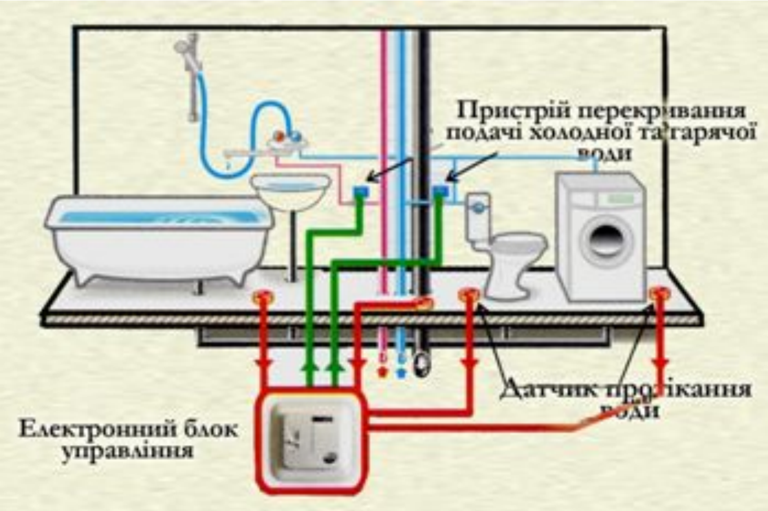
Ієрархічна МП. Приклад

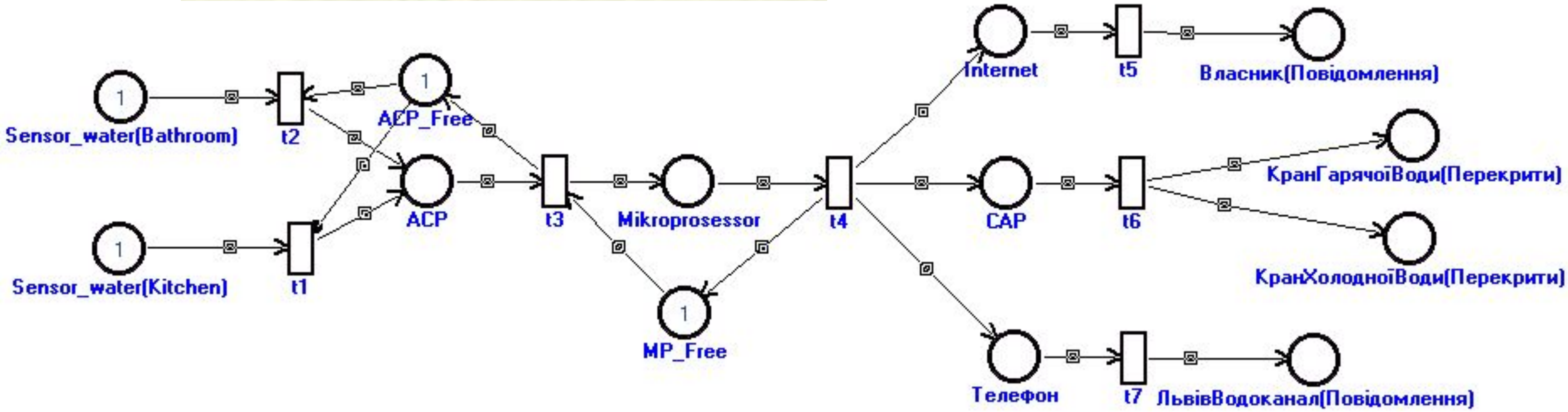


Моделі на основі теорії мереж Петрі.
Ієрархічна МП. Приклад



Підсистема контролю протікання води Приклад



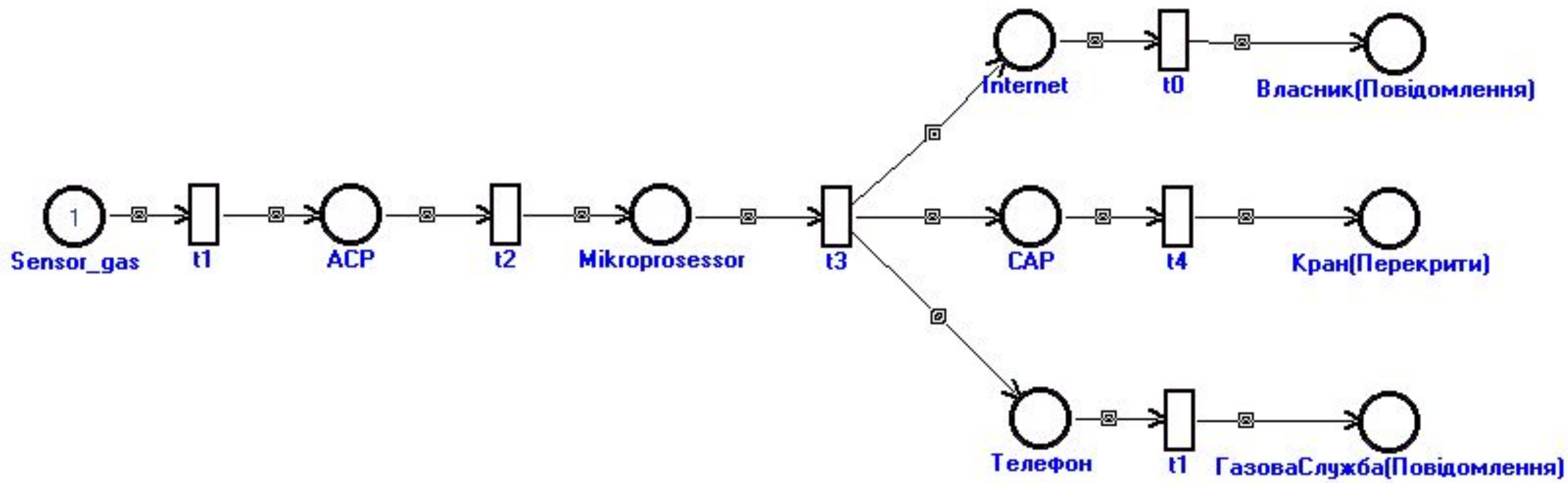


Підсистема водопостачання. Приклад

Результати тестування:

```
C={P,T,I,O}
P={Sensor_water(Kitchen),ACP,Mikroprosessor,CAP,КранГарячоїВоди(Перекрити),Internet,Власник
T={t1,t3,t4,t6,t5,t7,t2}

I(t1) = {Sensor_water(Kitchen),ACP_Free}
I(t3) = {ACP,MP_Free}
I(t4) = {Mikroprosessor}
I(t6) = {CAP}
I(t5) = {Internet}
I(t7) = {Телефон}
I(t2) = {Sensor_water(Bathroom),ACP_Free}

O(t1) = {ACP}
O(t3) = {Mikroprosessor,ACP_Free}
O(t4) = {CAP,Internet,Телефон,MP_Free}
O(t6) = {КранГарячоїВоди(Перекрити),КранХолодноїВоди(Перекрити)}
O(t5) = {Власник(Повідомлення)}
O(t7) = {ЛьвівВодоканал(Повідомлення)}
O(t2) = {ACP}

M = {1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,0}
M = {1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0}
M = {0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0}
M = {0,1,0,1,0,1,0,0,1,0,1,1,0}
M = {0,0,1,0,1,0,1,1,0,0,2,0,1}
M = {0,0,0,1,1,1,1,1,1,0,2,1,1}
M = {0,0,0,0,2,0,2,2,0,0,2,1,2}
```

Підсистема контролю протікання газу Приклад



Підсистема газозабезпечення.

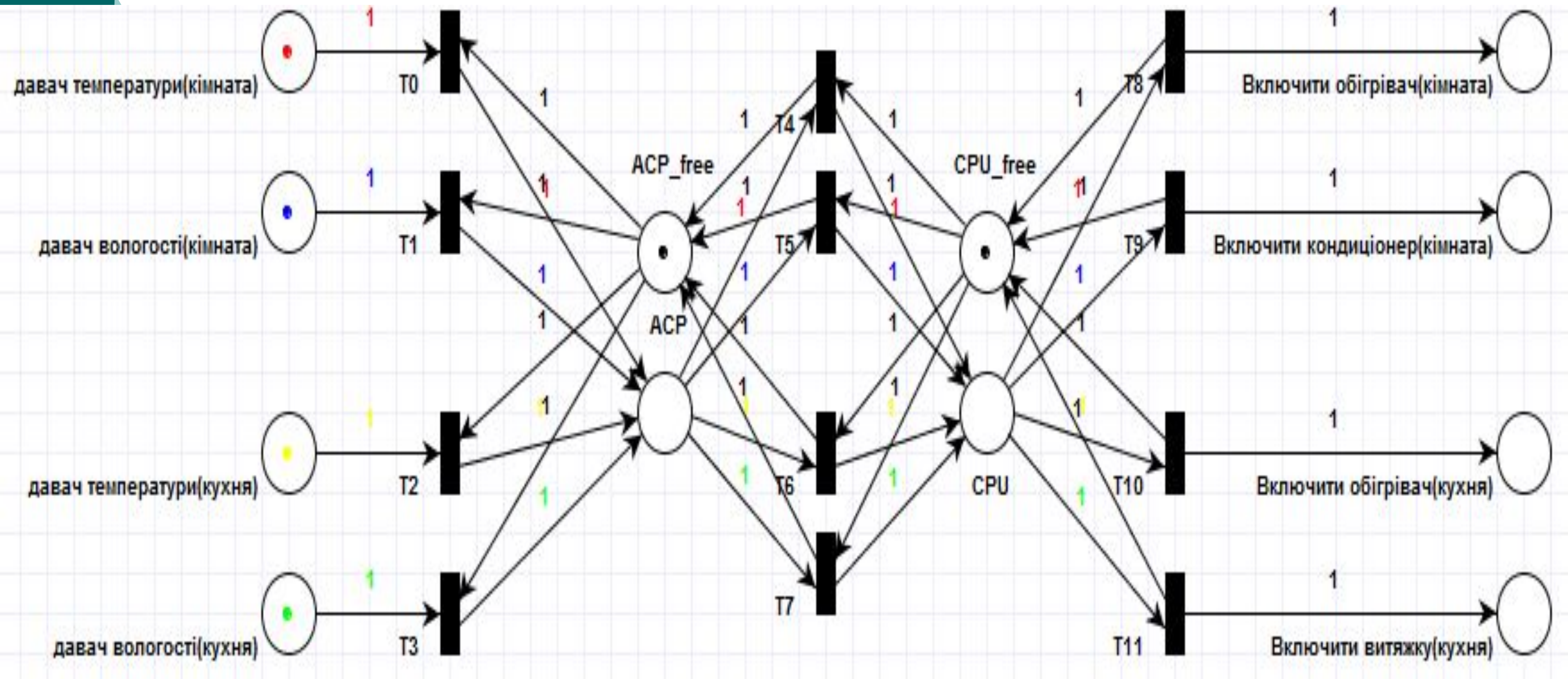
Приклад

Результати тестування:

```
C={P,T,I,O}
P={Sensor_gas,ACP,Mikroprosessor,CAP,
T={t1,t2,t3,t4,t0,t1}

I(t1)  = {Sensor_gas}
I(t2)  = {ACP}
I(t3)  = {Mikroprosessor}
I(t4)  = {CAP}
I(t0)  = {Internet}
I(t1)  = {Телефон}

O(t1)  = {ACP}
O(t2)  = {Mikroprosessor}
O(t3)  = {CAP,Internet,Телефон}
O(t4)  = {Кран(Перекрити)}
O(t0)  = {Власник(Повідомлення)}
O(t1)  = {ГазоваСлужба(Повідомлення)}

M = {1,0,0,0,0,0,0,0,0}
M = {0,1,0,0,0,0,0,0,0}
M = {0,0,1,0,0,0,0,0,0}
M = {0,0,0,1,0,1,0,0,1}
M = {0,0,0,0,1,0,1,1,0}
```

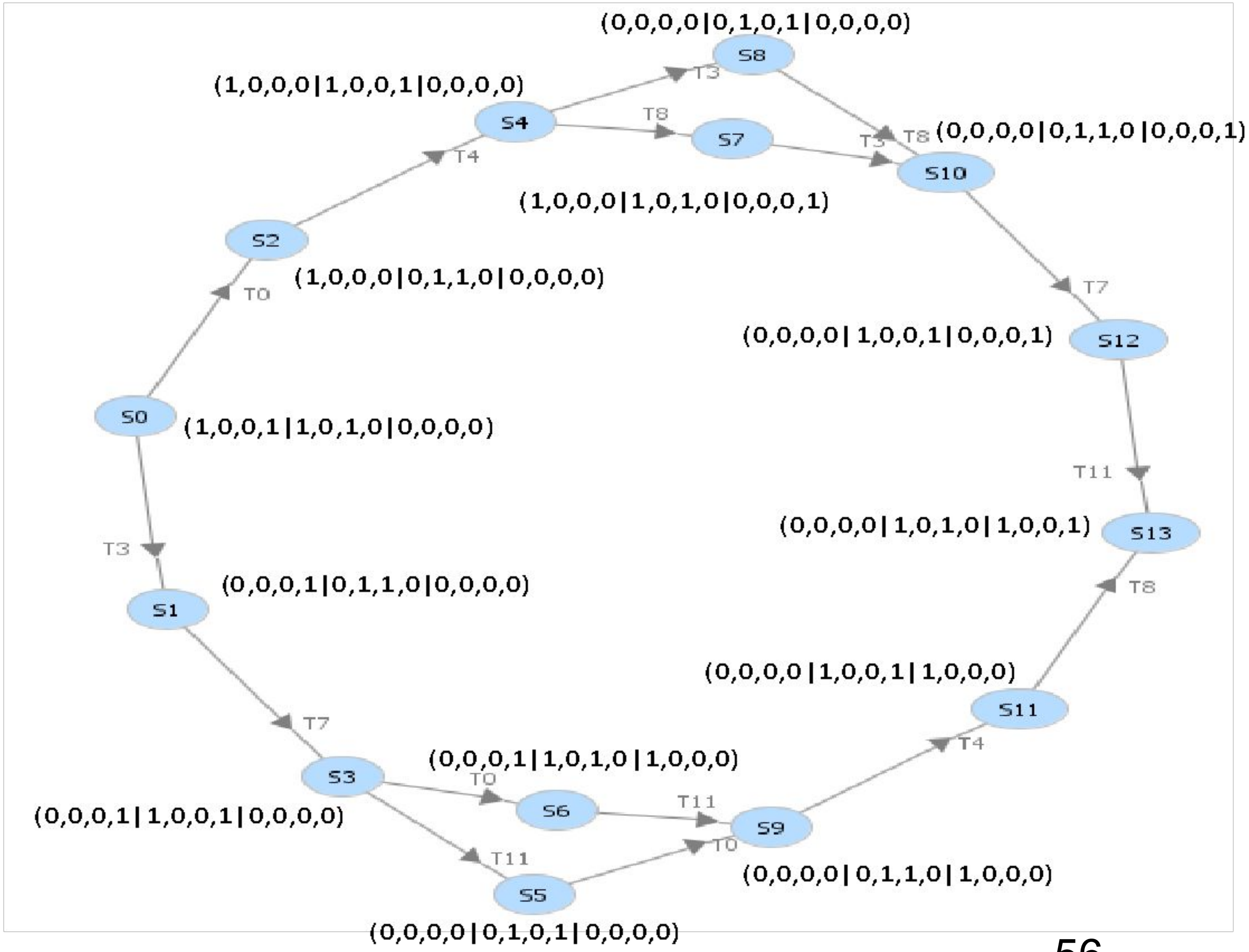
Підсистема клімат контролю (1)
Приклад

Підсистема клімат контролю (2)
Приклад



Підсистема клімат контролю (3)

Приклад



Дякую за увагу!

Автоматні МП

Автоматні мережі Петрі (state machine) − мережі у яких перехід має не більше одного входу і не більше одного виходу. Такі мережі звичайно описують послідовні процеси із розгалуженням по умові. Якщо мережа має тільки одну мітку, то мережа є, по суті, графом автомата, який послідовно переходить з одного стану в інший. Мережа забезпечується однією фішкою, розташованою в початковій вершині. Загальна кількість фішок в автоматній мережі при переході від стану до стану не міняється, тобто SM-мережі є обмеженими, а за наявності однієї фішки - безпечними.

Ординарні МП

Ординарні мережі − (ON-мережі або Ordinary nets) − мережі, які не мають обмежень, окрім однієї −кратність дуг повинна бути не більше за одиницю. Між вузлами прокладається рівно один зв’язок. Неординарна мережа може бути перетворена в ординарну. Для цього знаходять максимальну кратність дуг кожного місця і проводять розмноження позиції у відповідності зі встановленою кратністю. Ці позиції з'єднуються одна з одною в кільце, при цьому дуги прорізаються своїм переходом. Напрямок дуг є однонаправленим так, щоб утворювався цикл. Далі відновлюють зв'язки даної розмноженої позиції з усіма переходами. Алгоритм проведення зв’язків жорстко не встановлений, але зв’язки проводяться так, щоб вони залишалися ординарними.

Потокові МП

Потокові мережі – мережі, які моделюють потокові системи, в яких здійснюється управління даними. Операції виконуються одразу при готовності даних. У потоковій мережі Петрі переходи інтерпретуються як оператори або обчислювальні функції, місця інтерпретуються як черги, а дані – як фішки. Якщо перехід не має входів, то він реалізується n-місною функцією, яка спрацьовує відразу ж за наявності фішок у всіх вхідних місцях. Дані є такими, що не адресуються, іншими словами вони містяться не в центральній, а в розподіленій пам’яті.

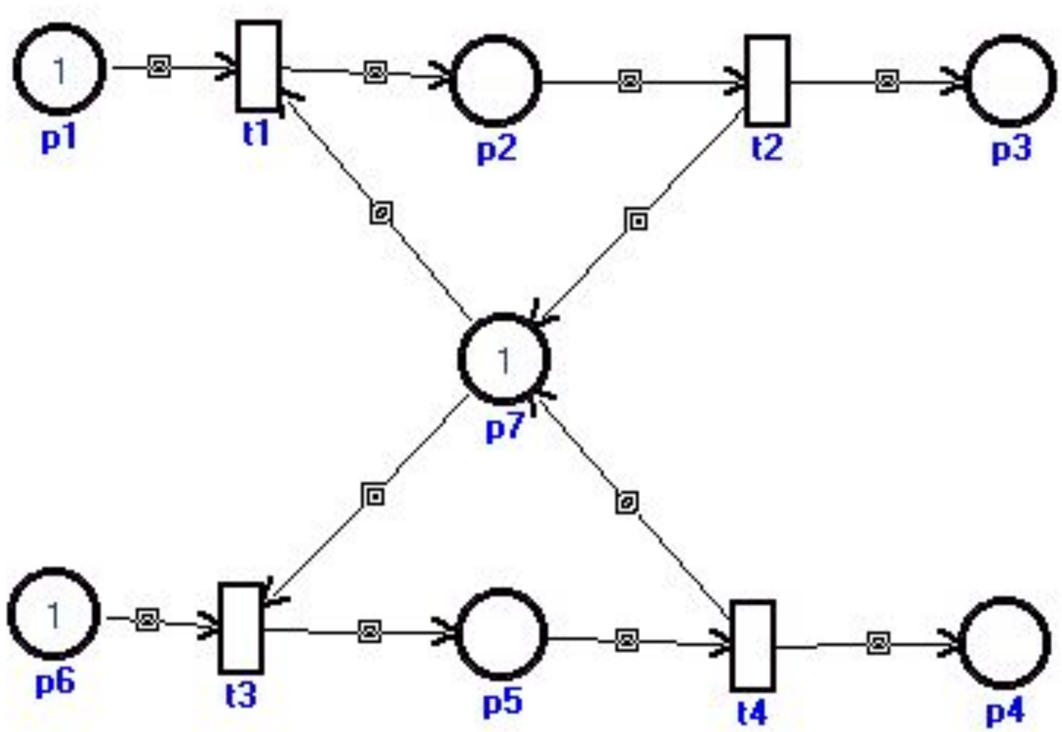
Марковані МП

Марковані мережі (MG-мережі або market graph) − мережі, у яких кожна позиція має не більше одного входу і не більше одного виходу. За їх допомогою моделюють послідовно-паралельні процеси. MG-мережі називають також синхрографами. Перехід в синхрогрофі є потенційно живим, якщо він не входить ні в один порожній цикл (не містить жодної фішки). Синхрограф є живим, якщо кожен його цикл не порожній при початковій розмітці. Живий синхрограф є безпечним тоді і тільки тоді коли кожне його місце входить в певний цикл, що містить рівно одну фішку.

МП вільного вибору

Мережі вільного вибору (FC-мережі або free choice) − мережі у яких кожна дуга, що виходить з позиції, є або єдиним виходом з неї, або єдиним входом в перехід. FC-мережі використовуються для опису процесів керування. Для мереж вільного вибору розроблений механізм виявлення пасток і тупиків. Необхідна умова живучості мережі вільного вибору є те, що тупик повинен містити в собі пастку. Отже, дана мережа не є живою. Шляхом мережі називається послідовність переходів і позицій, зв’язаних направленими дугами. Якщо початок і кінець шляху співпадає, то такий шлях називається циклом. Критерієм близькості живої вільної мережі є можливість її покриття циклами.

Механізм взаємного виключення



Механізм взаємного виключення