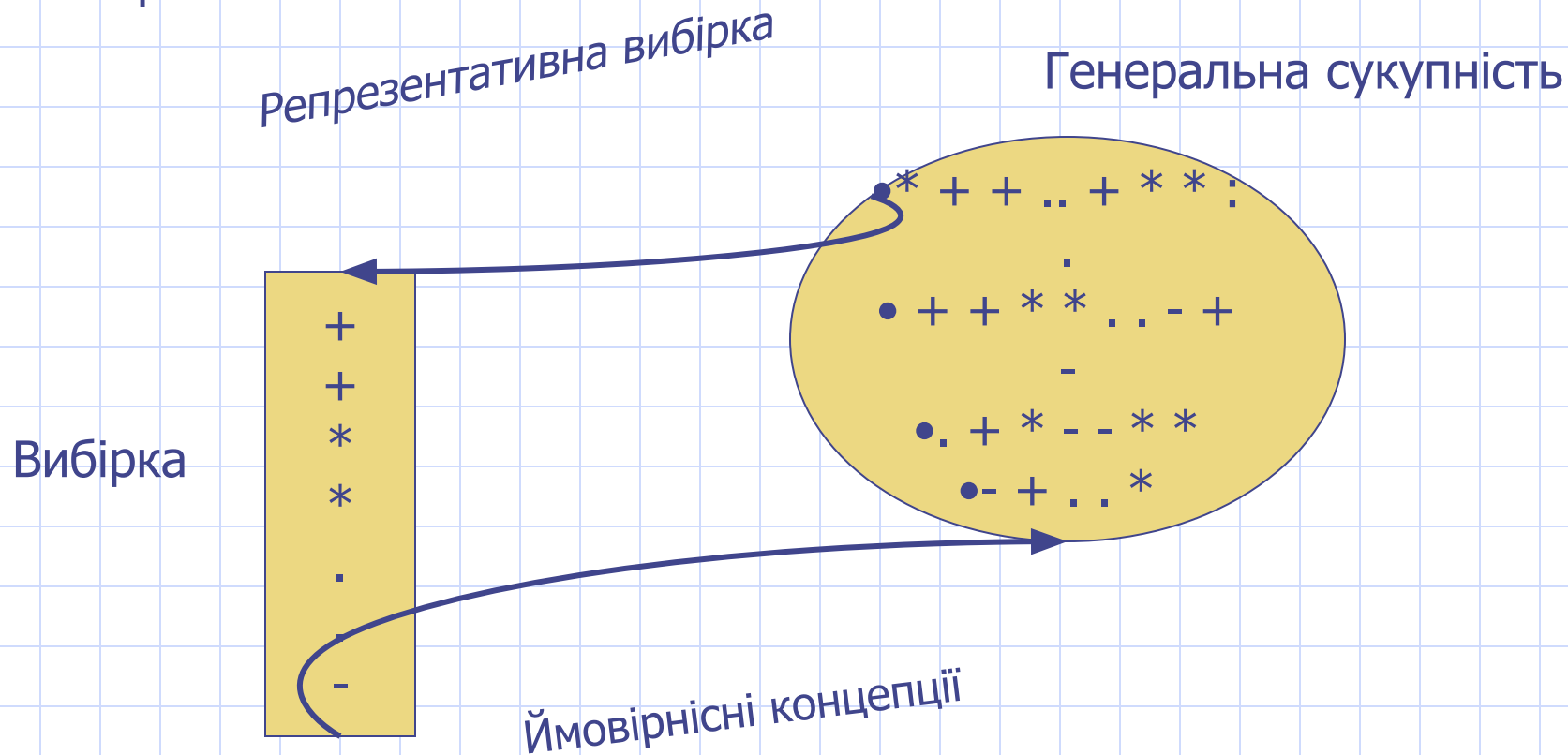


**Теорія ймовірностей і  
математична статистика:  
*описові статистичні показники***

# Перевірка статистичних гіпотез

Статистичні висновки – це висновки про ВСЮ генеральну сукупність зроблені на основі вибіркових даних з використанням теорії ймовірностей.



# Вступ : типи даних

- *Кількісні дані: дискретні, неперервні.*

*Денна кількість відвідувачів: 23, 34, 25, 30, 45.*

*Ціна на бензин А-95 в різних містах України: 6.42, 6.22, 6.30, 6.52, 6.60.*

- *Якісні дані: порядкові, номінальні.*

*Кредитний рейтинг: AA+, AA, AA-, A+, A, A-, BB+ ....*

*Список депутатів ВР: .....*

# Вступ : типи даних

- *Просторів дані та часові ряди.*

*Просторові дані – дані зібрані в один момент часу з різних об'єктів.*

*Часові ряди – дані про один об'єкт, що періодично збирались.*

- *Згруповані та незгруповані дані.*

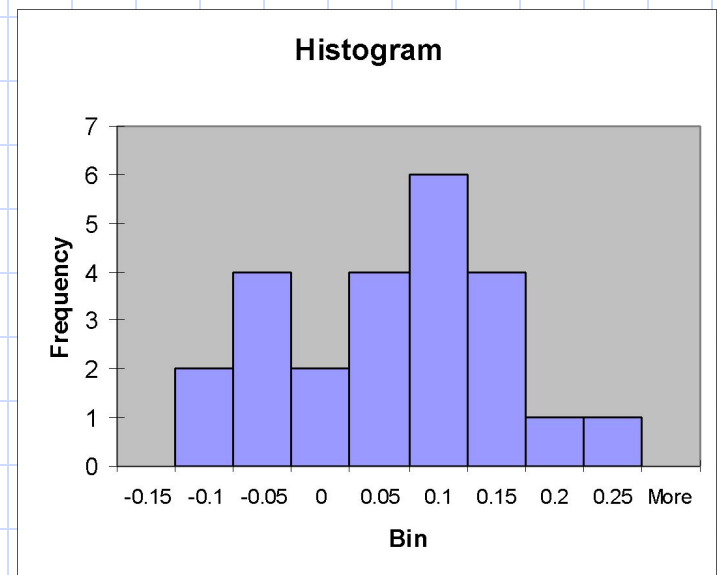
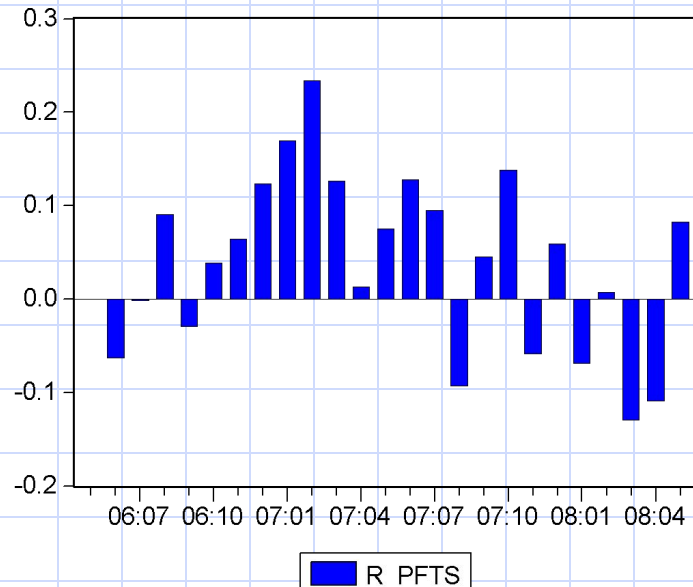
*Незгруповані дані ціни товару: 3.5, 4, 2.8, 2.5, 2.9.*

*Згруповані дані ціни товару: дешево – 3, дорого – 2.*

# Зображення даних: гистограма

**Гистограма:** Графічне зображення даних, що на осі  $X$  визначає самі значення даних, чи груп даних, а на осі  $Y$  показує частоту попадання відповідного значення, чи попадання у відповідну групу даних.

**Дохідність індексу ПФТС (06.2006-05.2008):** -0.063, -0.002, 0.090, -0.029, 0.038, 0.064, 0.124, 0.170, 0.234, 0.127, 0.013, 0.075, 0.128, 0.095, -0.093, 0.045, 0.138, -0.058, 0.059, -0.068, 0.008, -0.130, -0.109, 0.082



# Гістограма – як групувати?

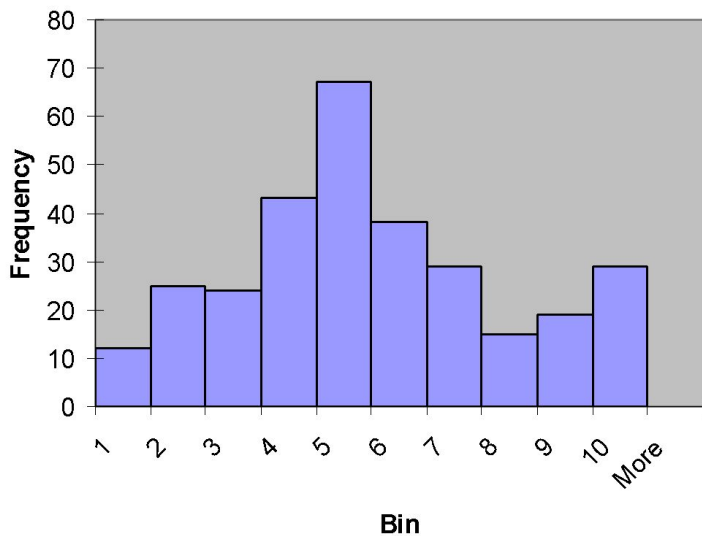
Групування полегшує розуміння великих масивів даних, але зменшує їх інформативність. В залежності від групування даних, ви можете отримати різні результати!

**Приклад:** опитування підприємців Львівщини.

**Зазначте рівень впливу на Ваш бізнес податкової інспекції.**

*Шкала 1-10, 1-негативно, 10-позитивно.*

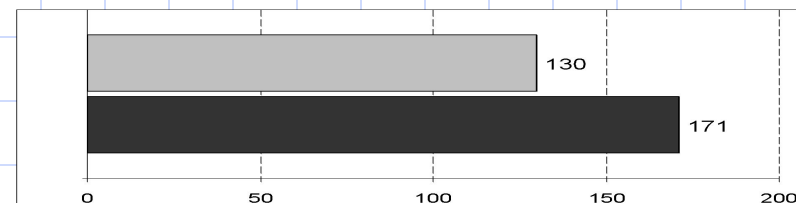
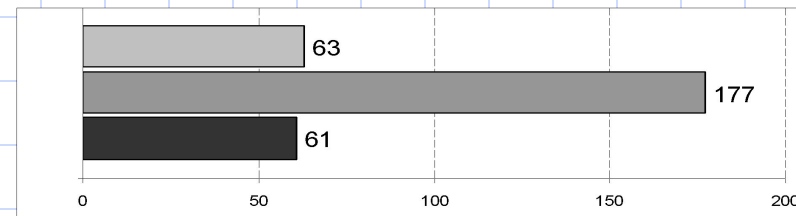
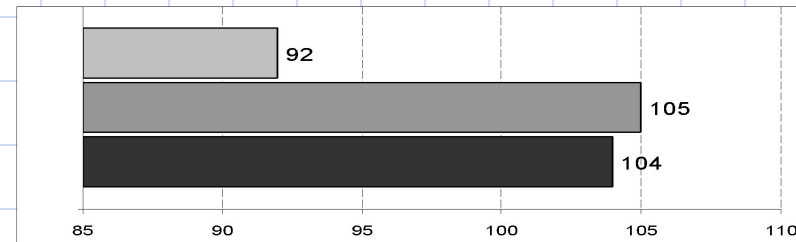
Histogram



Позитивно > 6;  
Нейтрально = 5,6;  
Негативно < 5.

Позитивно > 7;  
Нейтрально = 4-7;  
Негативно < 4.

Позитивно > 5;  
Негативно < 6.



# Показники середнього (типового значення)

*Середнє значення:*

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

*Середнє зважене:*

$$\bar{X} = \frac{1}{n_1} X_1 + \frac{1}{n_2} X_2 + \dots + \frac{1}{n_n} X_n = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n_i}$$

*Середнє геометричне:*

$$\bar{X}_g = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n}$$

*Медіана – значення, що має порядковий номер  $(n+1)/2$  в ряді даних впорядкованому по зростанню.*

*Мода – значення, що трапляється найчастіше.*

# Показники середнього - який використовувати?

	Кількісні	Порядкові	Номінальні
Середнє	<i>Так</i>		
Медіана	<i>Так</i>	<i>Так</i>	
Мода	<i>Так</i>	<i>Так</i>	<i>Так</i>

Для нормально розподілених даних (симетричних) найкращою мірою буде середнє значення, причому, в цьому випадку, **середнє=медіана=мода**

Для несиметрично розподілених даних або якщо є багато нетипових даних кращою мірою буде медіана.



# Показники розкиду даних

**K-тий персентиль** – це значення, що відділяє  $k\%$  даних від решти.

0-ий персентиль = мінімальне значення;

100-ий персентиль = максимальне значення;

50-ий персентиль = медіана.

Нижній квартиль = 25-ий персентиль;

Верхній квартиль = 75-ий персентиль.

Персентилі використовують для:

- визначення величини, що відповідає певному персентилю, наприклад, заробітня плата працівника, що відповідає 10-му персентилю становить 1576 грн.
- обернено, щоб показати порядковий ранг певного значення з набору даних, наприклад, чистий прибуток філії А склав 50 тис. грн, що відповідає 65-му персентилю.

# Показники варіації даних

Стандартне відхилення (середньоквадратичне відхилення):

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

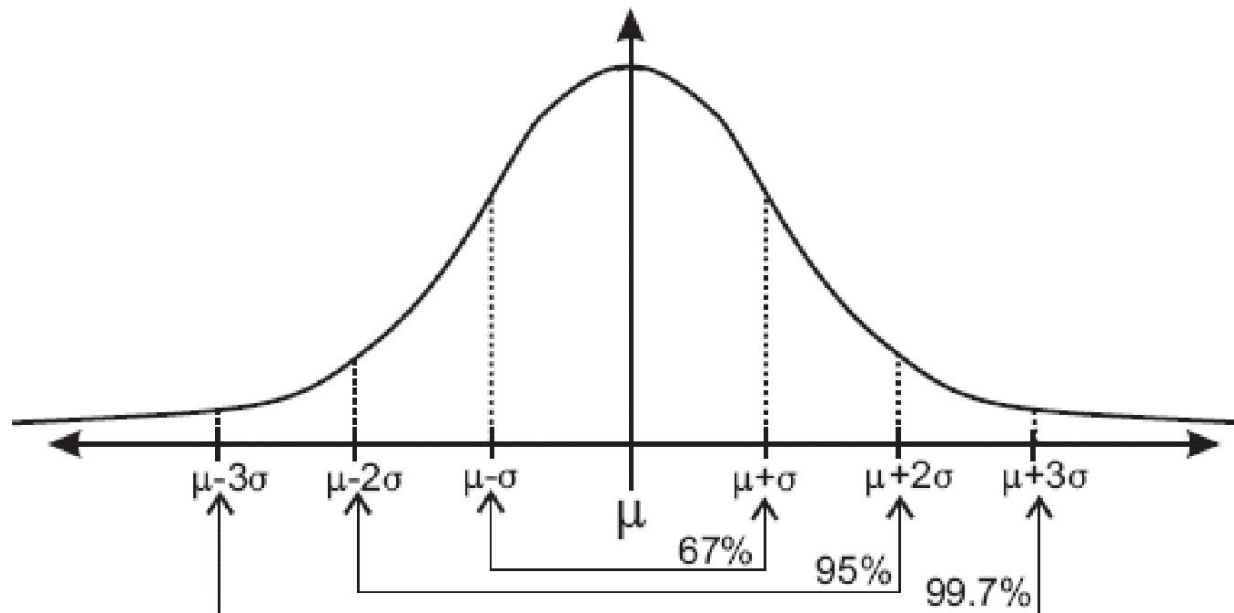
В Excel – це функція *СТОТКЛОН* чи *STDEV*.

Дисперсія =  $s^2$ .

Коефіцієнт варіації =  $\frac{\text{Стандартне відхилення}}{\text{Середнє}} = \frac{s}{\bar{X}}$

# Стандартне відхилення при нормальному розподілі

При нормальному розподілі фактично всі дані лежать в проміжку середнє +/- три стандартні відхилення.



**Задача.** Припустимо, ваш очікуваний річний прибуток від проекту є нормально розподілений і складає 1000 грн і стандартне відхилення (ризик) прибутку рівне 350 грн. Яка найгірша ситуація з ймовірністю помилки 10 % може статись?

# Показники зв'язку: коваріація

Коваріація – це показник зв'язку між двома змінними:

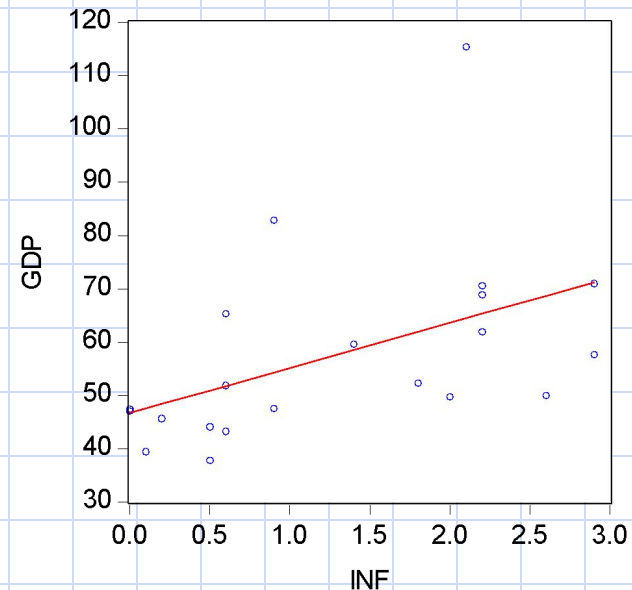
$$\text{cov}_{XY} = \sigma_{XY} = \frac{\sum(X - \bar{X}) \cdot (Y - \bar{Y})}{n - 1}$$

Якщо  $X$  та  $Y$  рухаються в одному напрямку, то коваріація позитивна, якщо в різних напрямках, то – негативна. Якщо між  $X$  та  $Y$  немає *лінійного* зв'язку, то коваріація = 0.

Приклад. Чим викликане зростання економіки в 2008 році?

Чи є залежність між інфляцією та ВВП?

Коваріація = 7.93



# Показники зв'язку: коефіцієнт кореляції

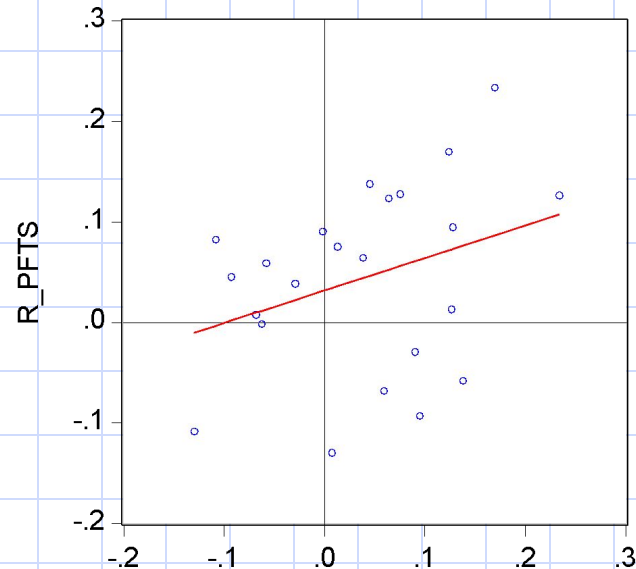
Коефіцієнт кореляції:

$$\rho_{XY} = \frac{\text{COV}_{XY}}{s_X s_Y}$$

Якщо  $X$  та  $Y$  рухаються в одному напрямку і мають сильний зв'язок, то  $\rho_{XY} = 1$ , якщо в різних напрямках і мають сильний зв'язок, то  $\rho_{XY} = -1$ . Якщо між  $X$  та  $Y$  немає сильного лінійного зв'язку, то  $\rho_{XY} = 0$ .

Приклад. Чи зростання індексу ПФТС впливає на його майбутню поведінку?

Коефіцієнт кореляції = 0.33



# Чи показує коефіцієнт кореляції те, що ми хочемо побачити?

В 1978 році два англійські економісти Плоссер та Шверт показали, що коефіцієнт кореляції між зростанням ВВП Англії та кількістю плям на сонці = 0.91.

Чи можна вважати це сильним позитивним зв'язком?

Якщо ми маємо справу з акумулюючими показниками, то в них присутній тренд, що веде до викривленої інтерпритації коефіцієнта кореляції. В таких випадках варто перевіряти кореляцію не лише абсолютних величин але й їх перших різниць.

Тобто, якщо  $\rho_{XY} \approx 1$  і  $\rho_{\Delta X, \Delta Y} \approx 1$ , то маємо сильний позитивний зв'язок.

Наслідок: якщо два товари є конкурентами, то їх ціни повинні сильно корелювати і, оскільки через інфляцію йде постійне зростання цін, то щоб це перевірити потрібно знайти коефіцієнт кореляції між цінами та коефіцієнт кореляції між їх приростами.

Приклад – Excel file: [correl\\_fuel.xls](#)