



Санкт-Петербургский государственный университет  
информационных технологий, механики и оптики

---

---

Кафедра фотоники и оптоинформатики

А.В.Павлов

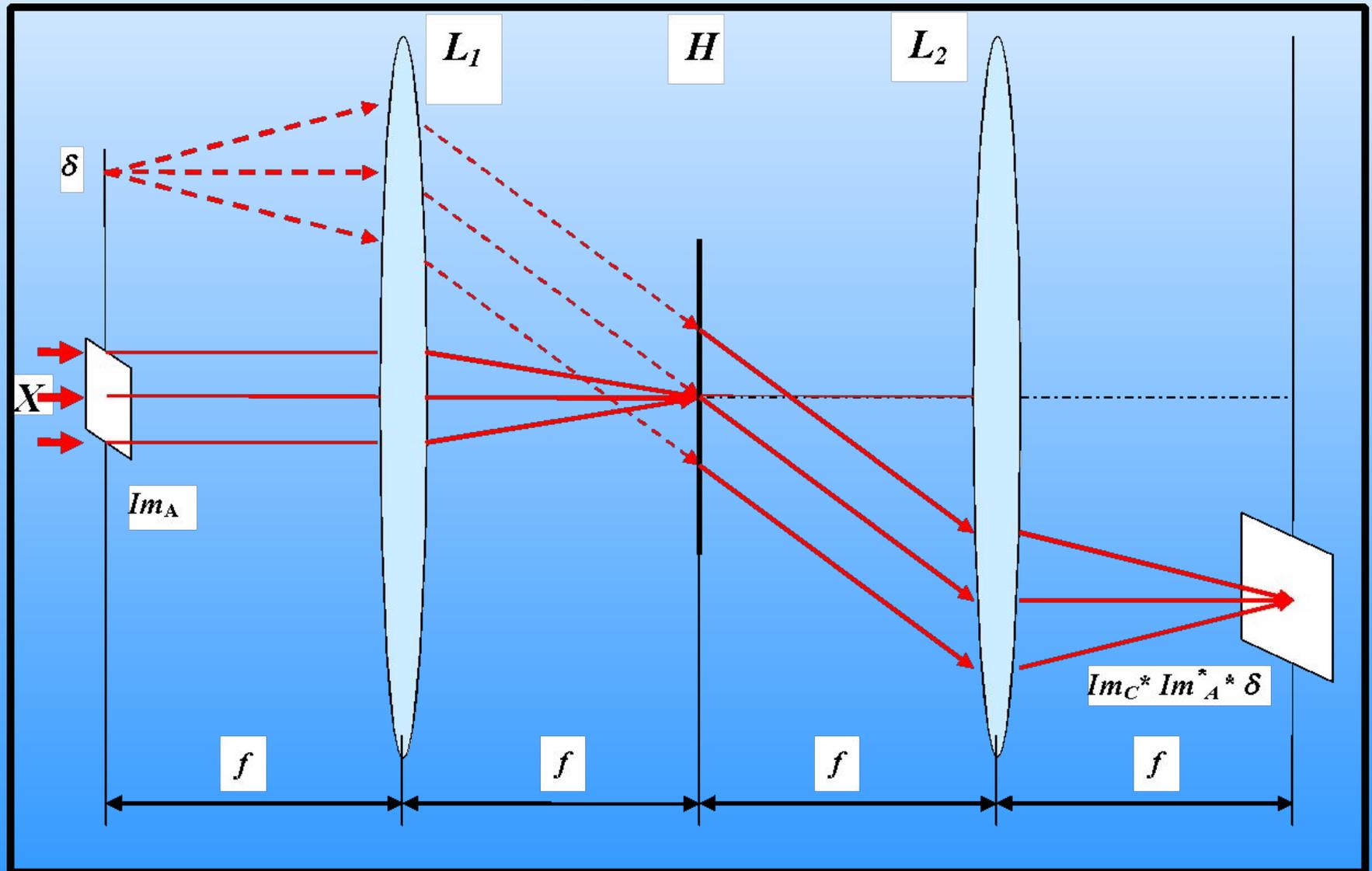
Обработка информации оптическими методами

Тема 1.1

# **Отношение сигнал/помеха при корреляционном сравнении изображений.**

Санкт-Петербург, 2008

# Голографический коррелятор Ван дер Люгта



# Автокорреляционные функции

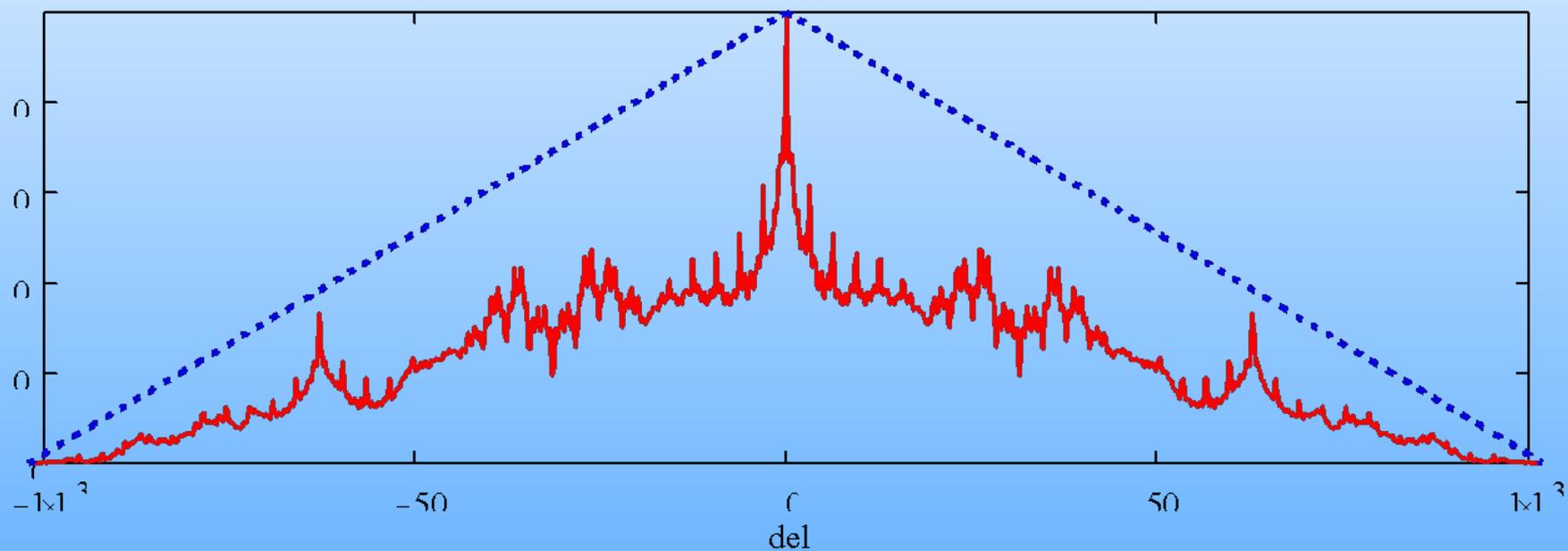


Рис.3.1. Автокорреляционные функции сложного сигнала (сплошная кривая) и прямоугольного импульса (штриховая линия).

# АКФ и ВКФ

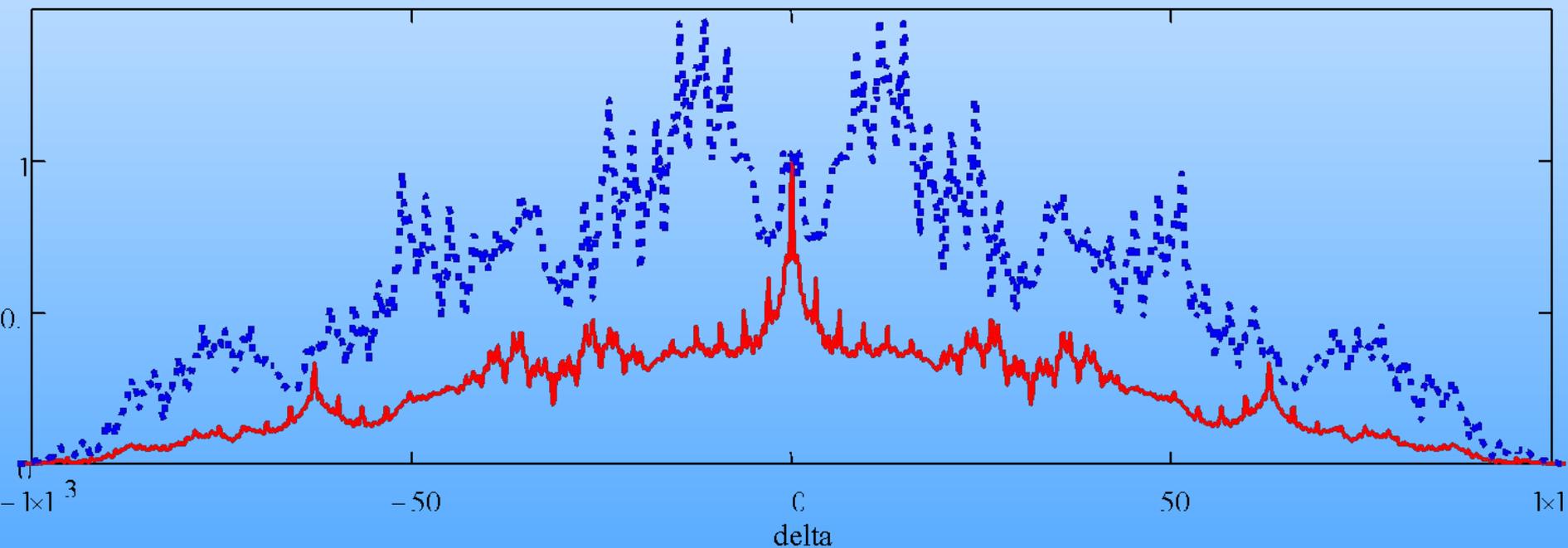
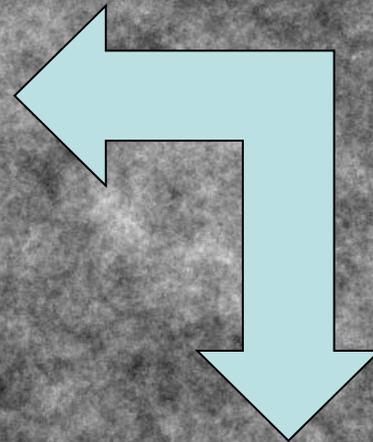
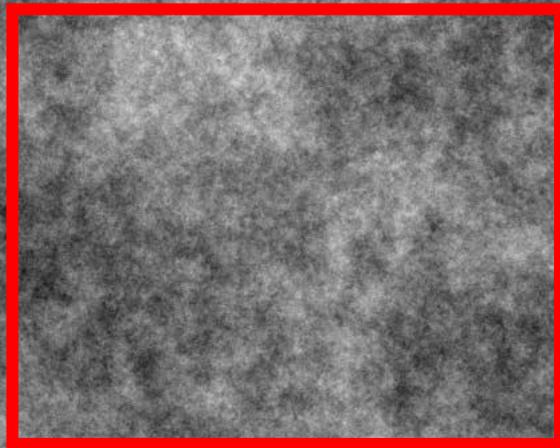
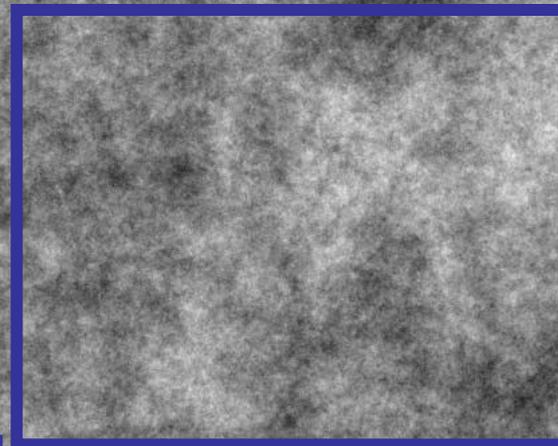


Рис.3.3. АКФ (сплошная линия) и ВКФ (пунктир)

**Эталон**



**Объектное  
изображение  
при вычислении  
кросс-корреляции**



Опознавание осуществляется на основании вычисления функции взаимной корреляции

$$K(\Delta_x, \Delta_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(x, y) E_R(x, y) E(x + \Delta_x, y + \Delta_y) dx dy$$

средняя величина отношения сигнал/помеха по энергии

$$V_0 = \frac{\langle K(0, 0) \rangle^2}{\mu^2}$$

Математическое ожидание функции взаимной корреляции по множеству реализаций случайного поля

$$\begin{aligned}\langle K(\Delta_x, \Delta_y) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(x, y) \langle E_R(x, y) E(x + \Delta_x, y + \Delta_y) \rangle dx dy = \\ &= R(\Delta_x, \Delta_y) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(x, y) dx dy = S_R R(\Delta_x, \Delta_y)\end{aligned}$$

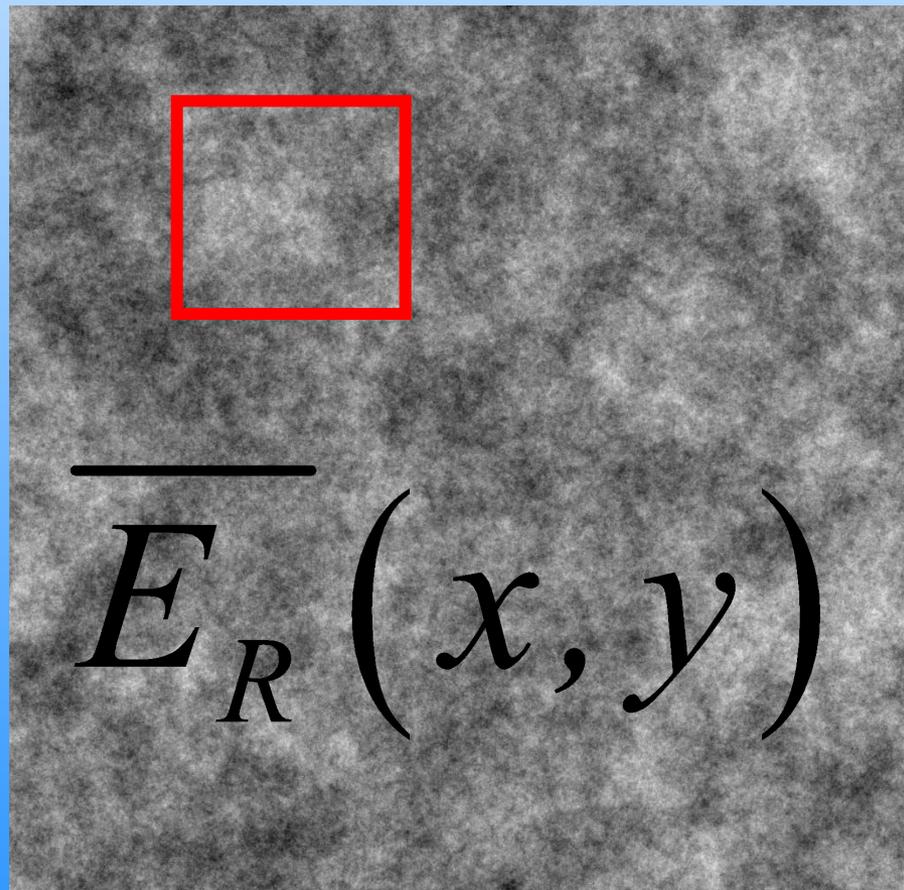
максимальное значение в среднем

$$\langle K(0, 0) \rangle = R(0, 0) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(x, y) dx dy = \sigma^2 S_R = W$$

## Средний по ансамблю квадрат помехи

$$\begin{aligned}\mu^2 &= \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(x_1, y_1) c(x_2, y_2) E_R(x_1, y_1) E_R(x_2, y_2) \overline{E_R}(x_1 + \Delta_x, y_1 + \Delta_y) \overline{E_R}(x_2 + \Delta_x, y_2 + \Delta_y) dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \right\rangle = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(x_1, y_1) c(x_2, y_2) R^2(x_2 - x_1, y_2 - y_1) dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R^2(\Delta_x, \Delta_y) R_c(\Delta_x, \Delta_y) d\Delta_x d\Delta_y\end{aligned}$$

$$E_R(x, y)$$



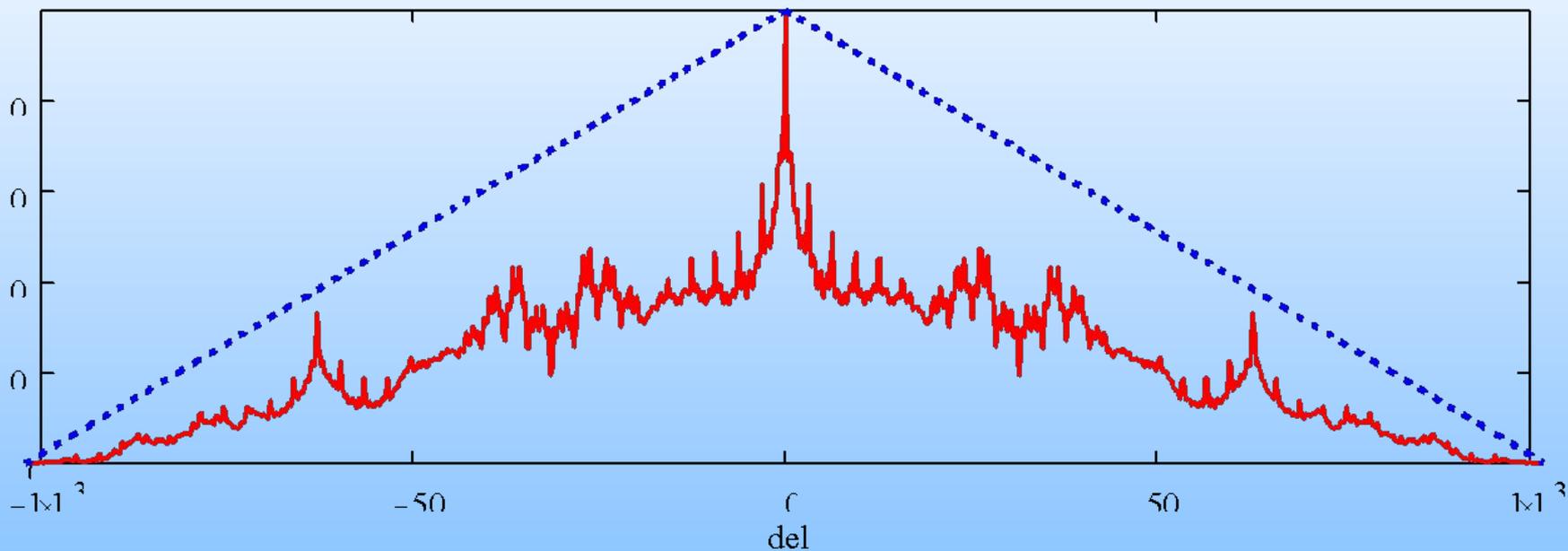


Рис.3.1. Автокорреляционные функции сложного сигнала (сплошная кривая) и прямоугольного импульса (штриховая линия).

$$r \ll L$$

$$\begin{aligned} \mu^2 &\approx R_c(0,0) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_R(\Delta_x, \Delta_y) d\Delta_x d\Delta_y = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c^2(x, y) dx dy \int_0^{\infty} r R^2(r) dr = \\ &= 2\pi S_R \sigma^4 \int_0^{\infty} r \rho^2(r) dr = 2\pi k S_R \sigma^4 r^2 = 2kW^2 \frac{S_k}{S_R} \end{aligned}$$

$$V_0 \approx \frac{1}{2k} \frac{S_R}{S_k}$$

# Строчный коррелятор

Кадровое окно

$$c(x) = \text{Rect}\left(\frac{x}{2L}\right)$$

Функция автокорреляции кадрового окна

$$R_c(\Delta_x) = 2L\Lambda\left(\frac{\Delta_x}{2L}\right)$$

Корреляционная функция поля

$$R(\Delta_x) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{\Delta_x}{r}\right)$$

Максимальное значение сигнальной функции

$$\langle K(0) \rangle = 2L\sigma^2 = W$$

Средний квадрат помехи

$$\mu^2 = \int_{-\infty}^{\infty} R^2(\Delta_x) R_c(\Delta_x) d\Delta_x = 4L \int_0^{\infty} R^2(\Delta_x) \left(1 - \frac{\Delta_x}{2L}\right) d\Delta_x$$

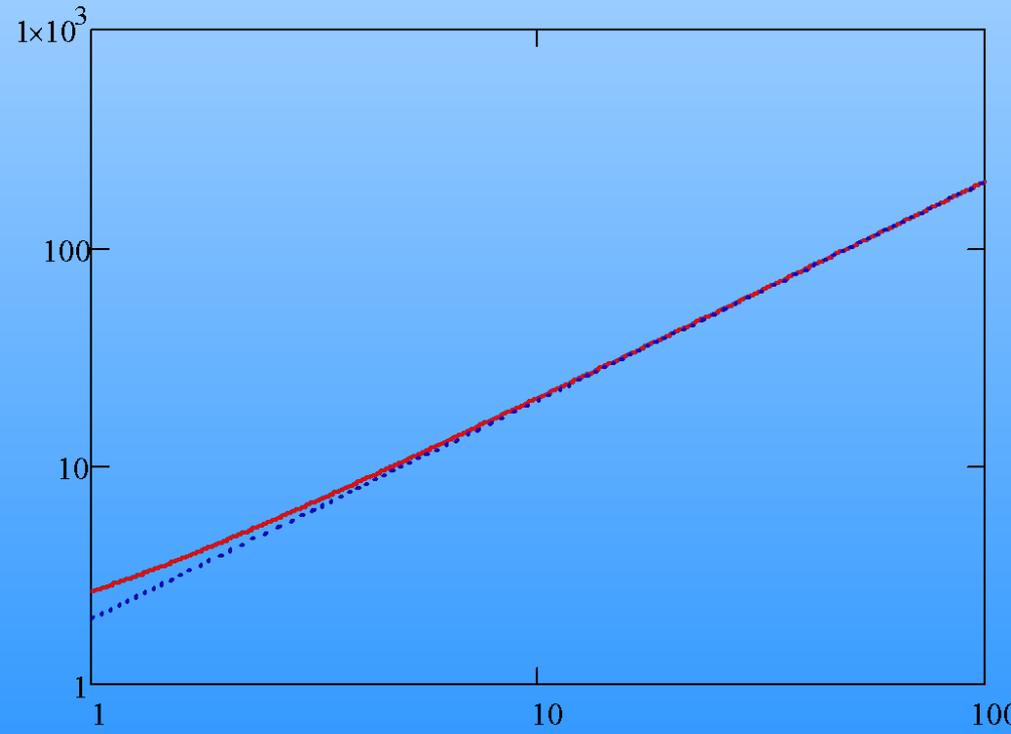
$$\mu^2 = 2L\sigma^4 r \left(1 - \frac{r}{4L}\right) = \frac{W^2 r}{2L} \left(1 - \frac{r}{4L}\right)$$

$$V_0 = 2 \frac{L}{r} \left(1 - \frac{r}{4L}\right)^{-1}$$

V(x)

2x

.....



# Площадной коррелятор. Прямоугольная апертура

$$c(x, y) = \text{Rect}\left(\frac{x}{2L_x}\right) \text{Rect}\left(\frac{y}{2L_y}\right)$$

Максимальное значение сигнальной функции

$$\langle K(0,0) \rangle = 4L_x L_y \sigma^2 = W$$

средний квадрат помехи

$$\mu^2 = 16L_x L_y \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R^2(\Delta_x, \Delta_y) \left(1 - \frac{\Delta_x}{2L_x}\right) \left(1 - \frac{\Delta_y}{2L_y}\right) d\Delta_x d\Delta_y$$

При экспоненциальной функции автокорреляции

$$R(\Delta_x, \Delta_y) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{\sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}}{r}\right)$$

$$V_0 = 2 \frac{S_R}{S_K} \left[ 1 - \frac{r}{\pi L_x} - \frac{r}{\pi L_y} + \frac{3r^2}{8L_x L_y} \right]^{-1}$$

