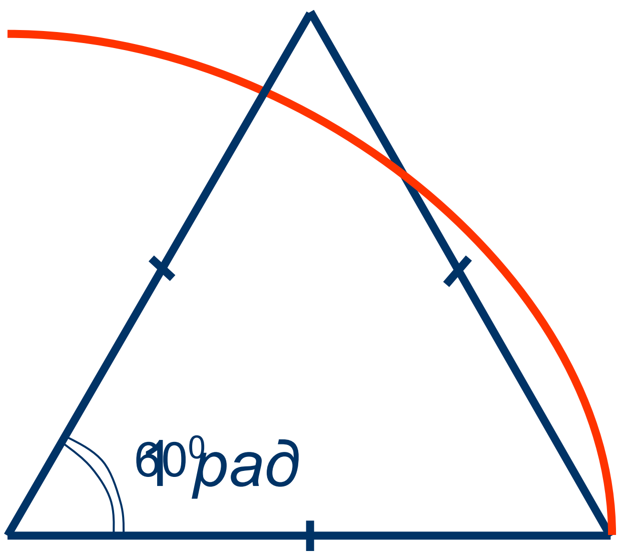
Радианная мера углов и дуг

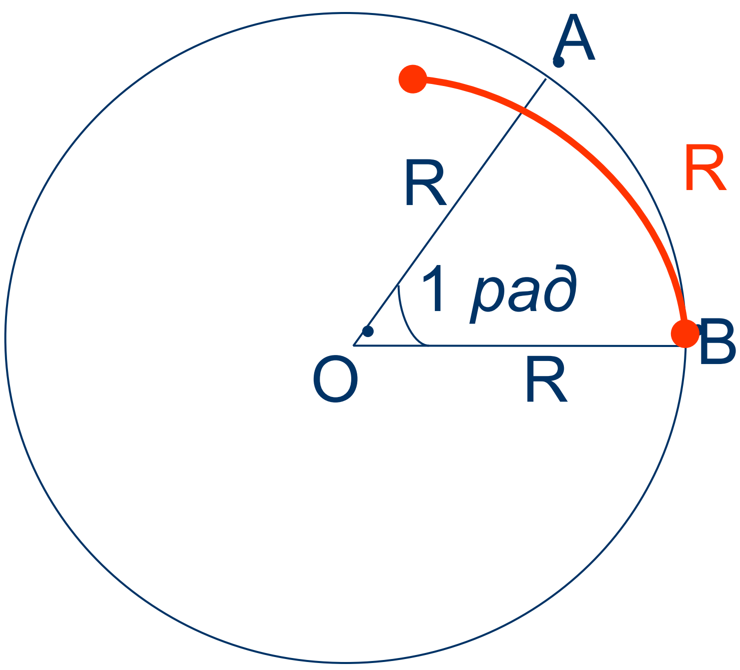
Воробьев Леонид Альбертович, г.Минск

Радианом называется величина центрального угла, который опирается на дугу окружности длиной в один радиус (обозначается 1 *рад*).

$\cup AB = R$

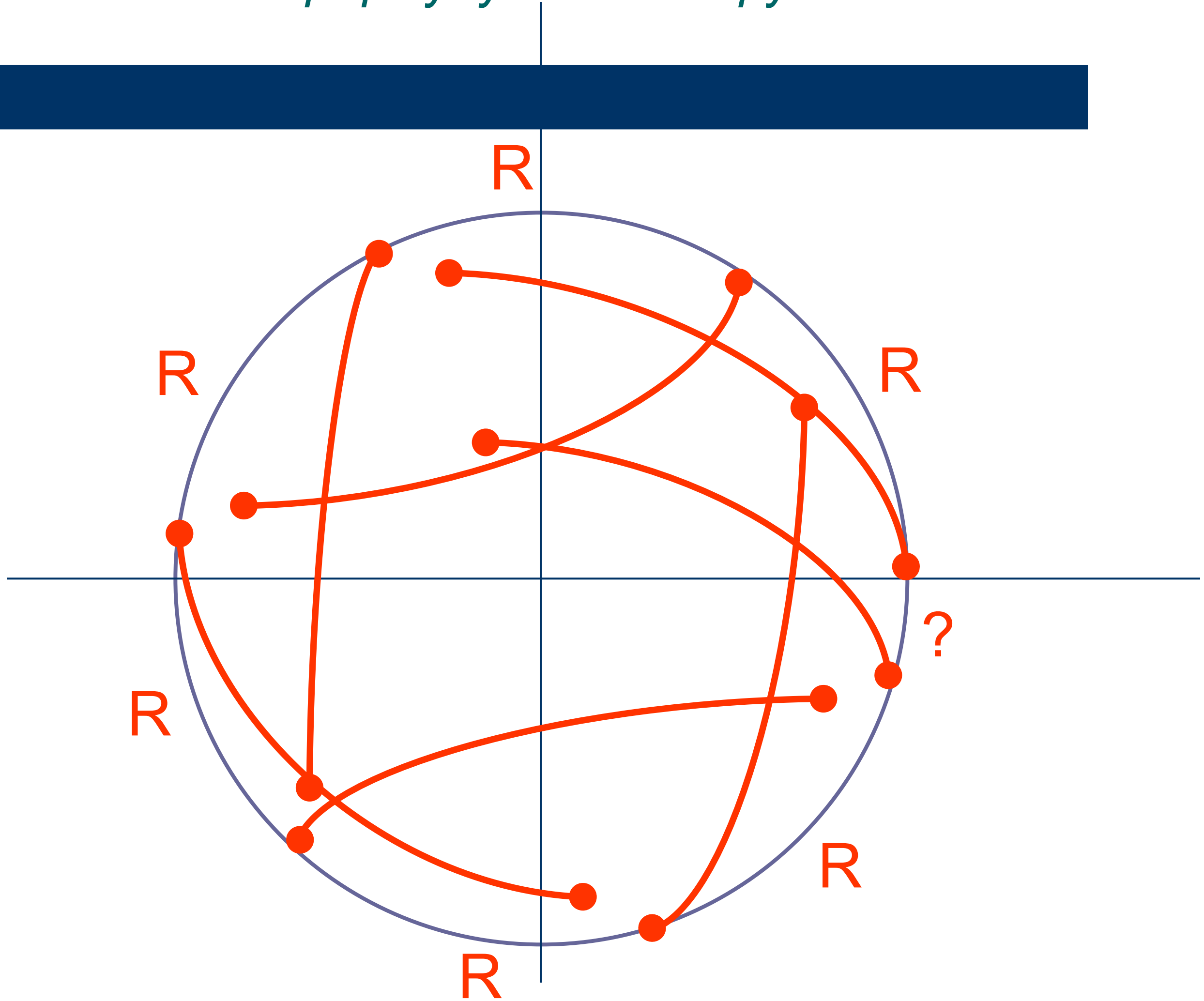
$\angle AOB = 1$ *рад*





Из скольких дуг, длиной R, состоит окружность?

Подсказка: вспомните формулу длины окружности…



$360^0 – 2\pi$ *рад*

1^0 – *x рад*

$360^0 – 2\pi$ *рад*

x^0 – 1 *рад*

- **<u>Задание 1</u>**. Вывести правила перевода из радианной меры в градусную и наоборот.

Ответ: $\alpha^0 = \alpha^0 \cdot \frac{\pi}{180^0}$ *рад* − правило перевода из градусной меры в радианную;

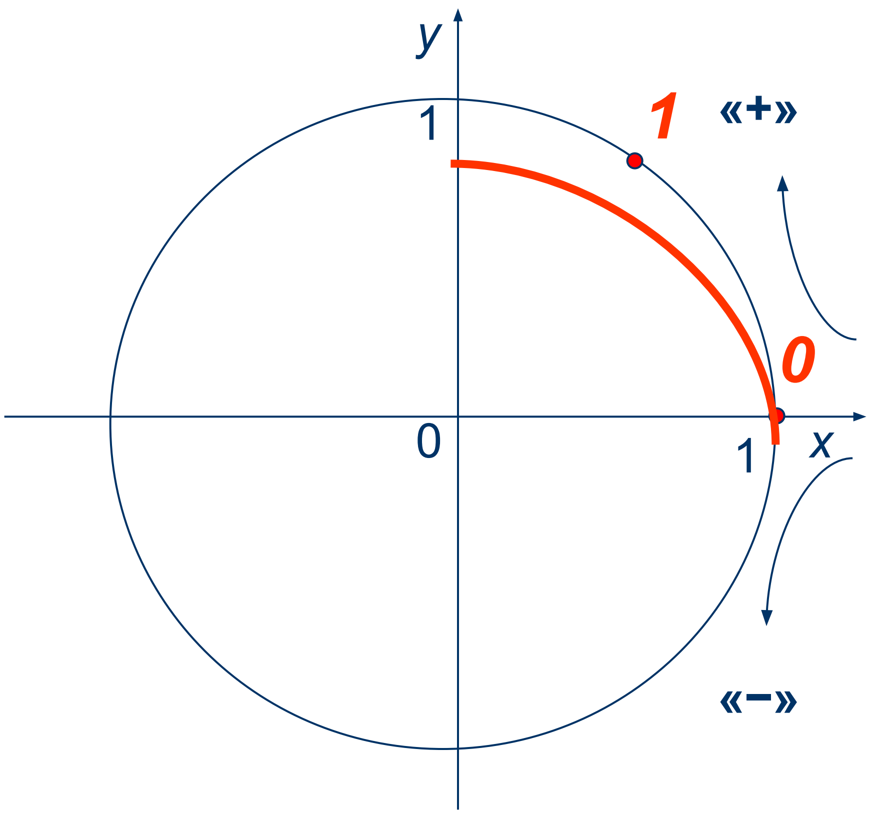
α *рад* $= \alpha \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^0$ − правило перевода из радианной меры в градусную.

1 *рад* = $\frac{180^0}{\pi}$; 1 *рад* ≈ $57^0 19'$

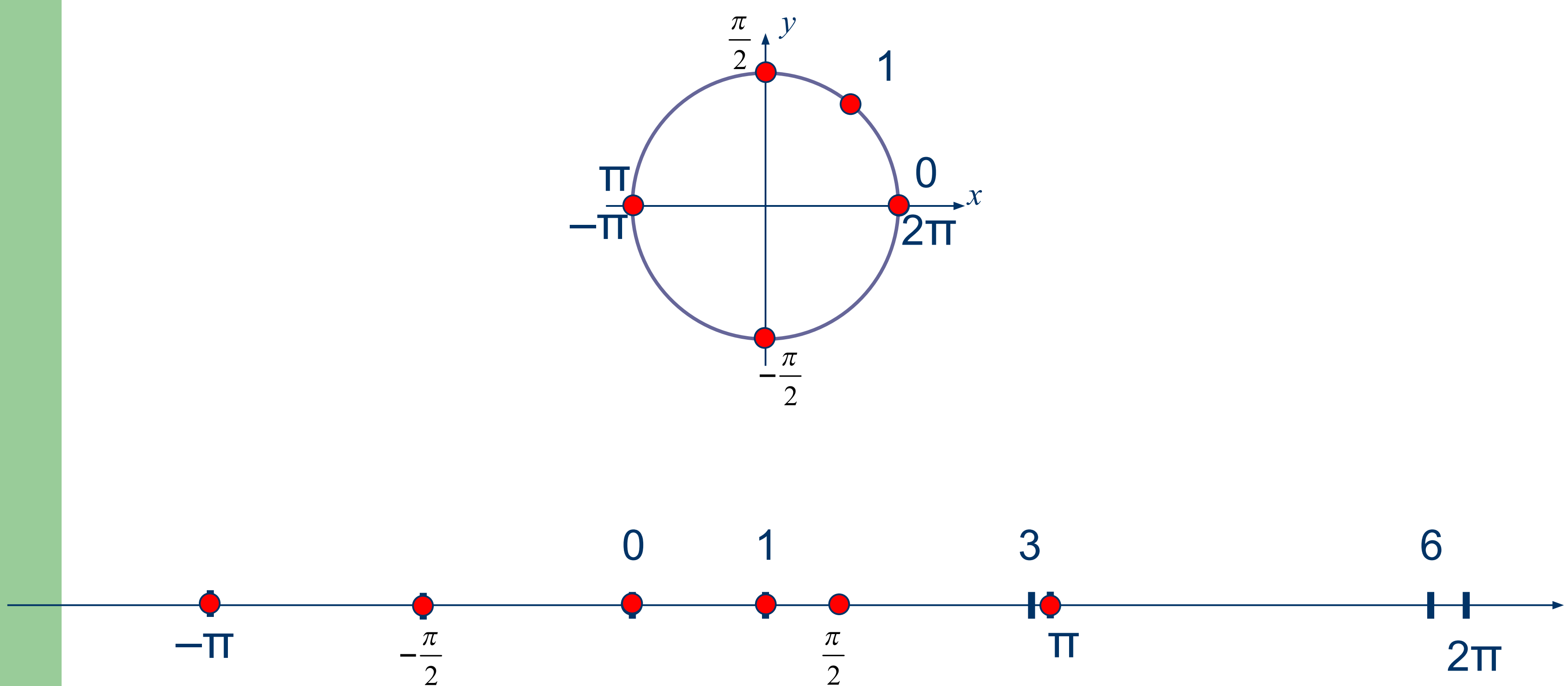
$1^0 = \frac{\pi}{180}$ *рад;* $1^0 \approx 0{,}017$ *рад*

Окружность с центром в начале системы координат *Oxy* и радиусом, равным единице, называется <u>*единичной*</u>, а ограниченный ей круг – <u>*тригонометрическим*</u>.

- Приняв точку пересечения окружности с положительной частью оси *Ox* за начало отсчета;
- Выбрав положительное направление – против часовой стрелки, отрицательное – по часовой стрелке;
- Отложив от начала отсчета дугу в 1 *рад*, мы получим, что тригонометрическая окружность в некотором смысле «эквивалентна» понятию «числовая прямая».



Проследите за одновременным движением точки на координатной прямой и на тригонометрической окружности:



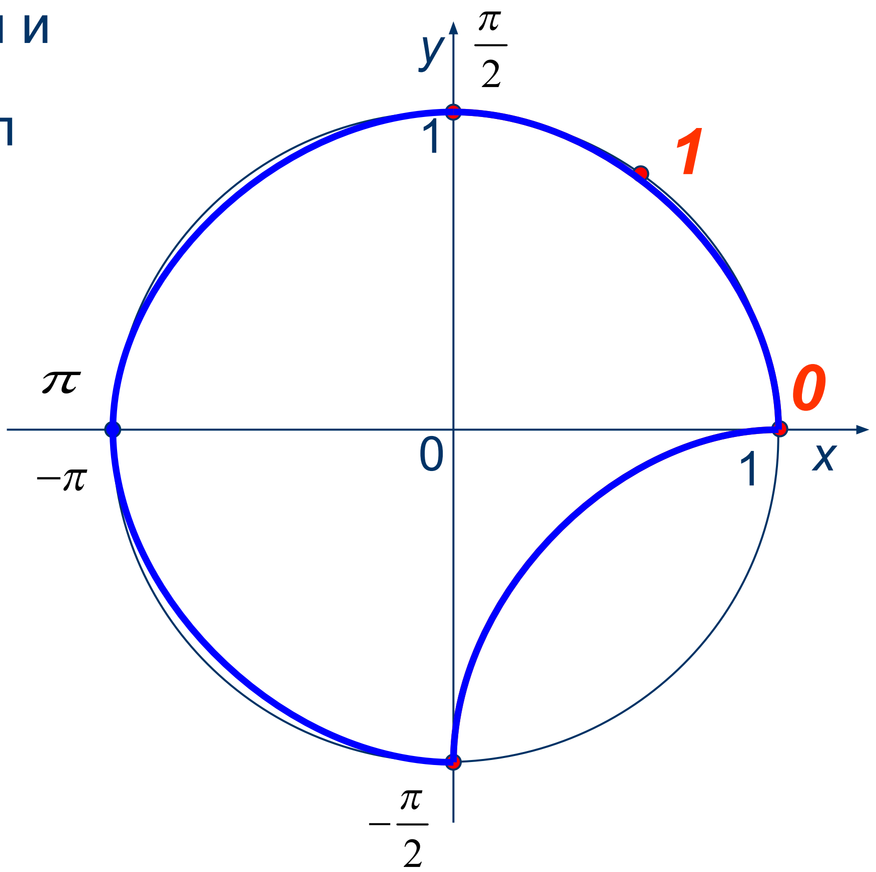
Обязательно разберитесь, почему на прямой **семь** точек, а на окружности их **пять**.

Так как дуги – это части окружности, то длины некоторых из них будут выражены через число π (объясните почему). $\pi = 3{,}14159... \approx 3{,}14$

- Откладывая в положительном и отрицательном направлениях от начала отсчета прямой угол получим точки, соответствующие числам …

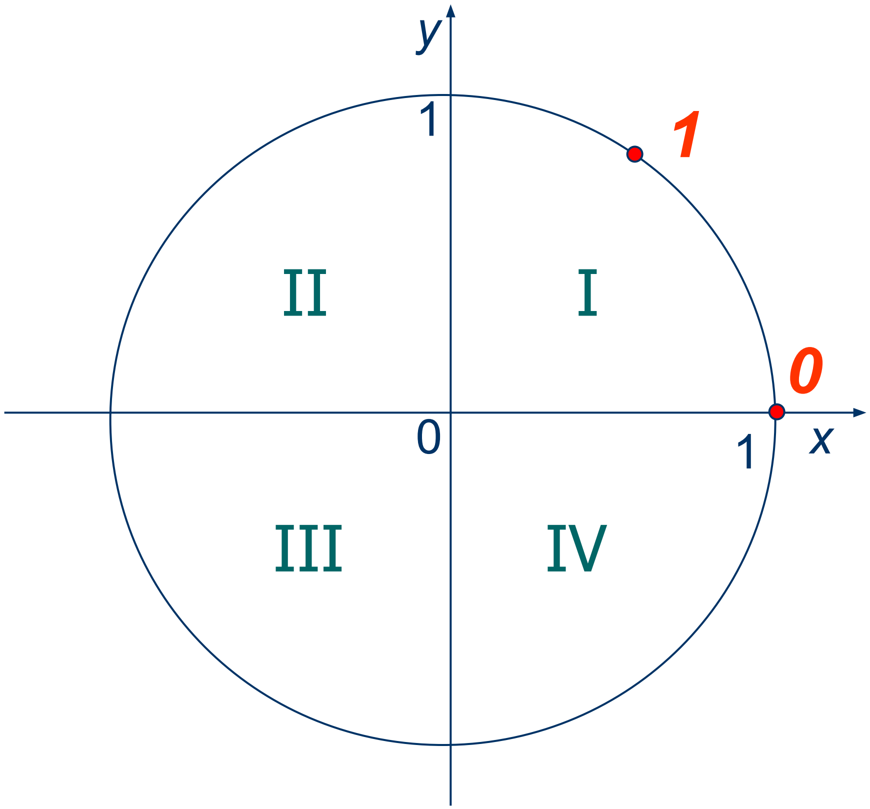
  $\frac{\pi}{2}$ и $-\frac{\pi}{2}$ (объясните почему);
- Выполнив поворот на развернутый угол в положительном и отрицательном направлениях получаем две совпадающие точки окружности с координатами…

  π и $-\pi$.



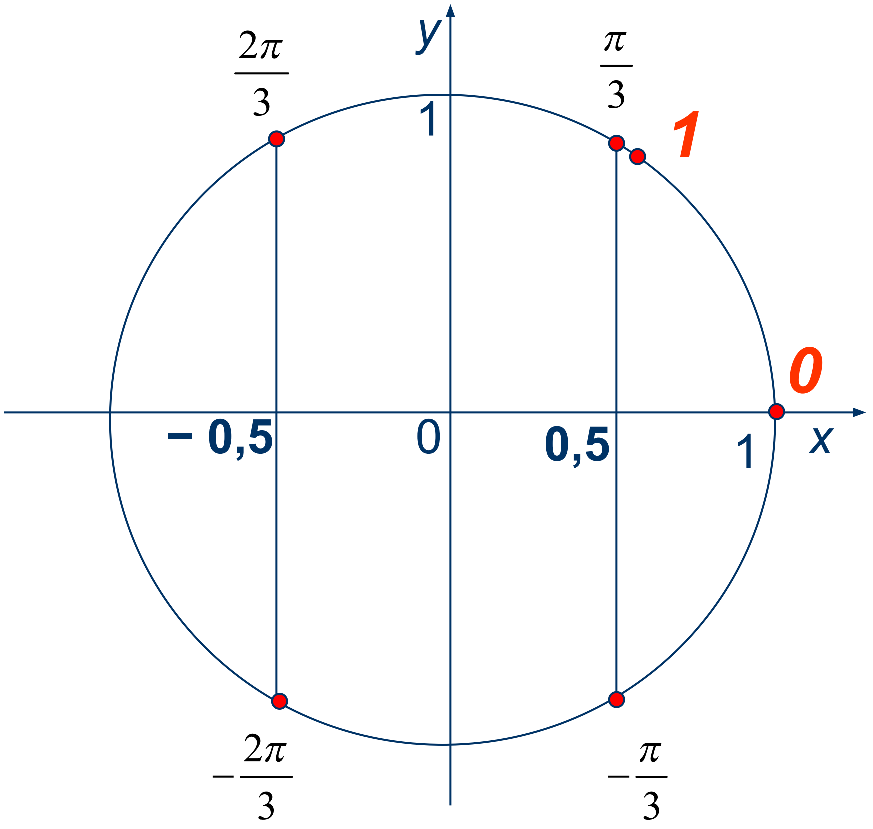
Напомним, что декартова система разбивается координатными осями на четыре координатные четверти – I, II, III и IV.

- Задание 2. Определите границы координатных четвертей через углы поворота в радианной мере, взятых в положительном направлении.
- Задание 3. Выполните предыдущее задание, при условии, что выбирается отрицательное направление углов поворота.
- Задание 4. Какой координатной четверти принадлежит точка окружности с координатой 6,28?



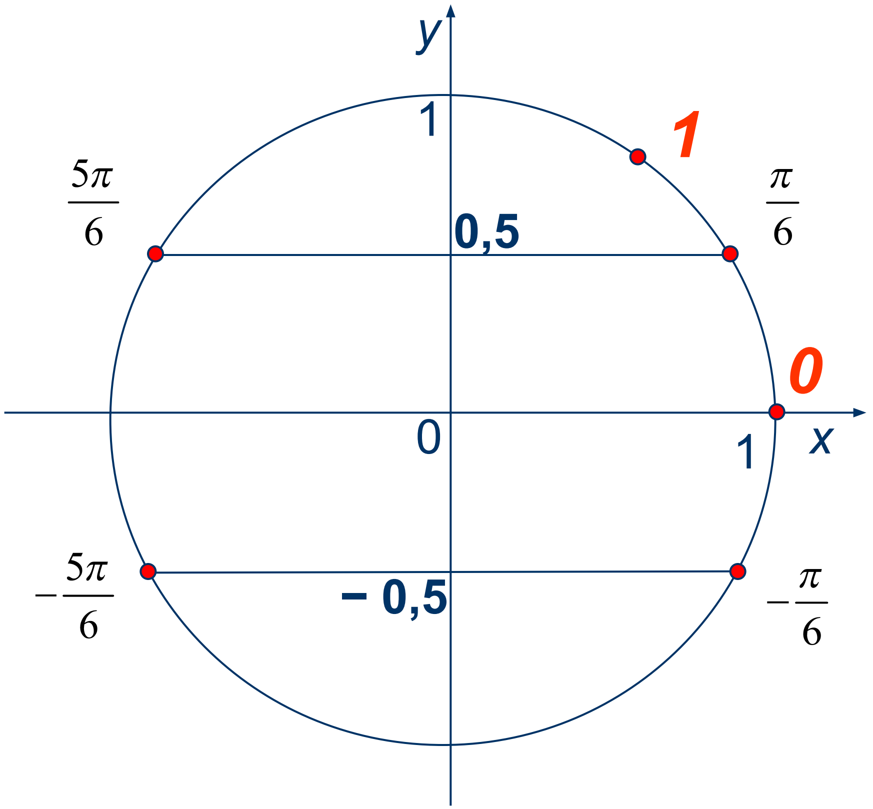
$cos\, 60^0 = \frac{1}{2}$ – это соотношение может Вам понадобиться для понимания некоторых фактов!

- Отметив на окружности точки с абсциссой 0,5 мы получим точки, соответствующие числам … $\frac{\pi}{3}$ и $-\frac{\pi}{3}$ (объясните почему);
- Аналогично, получаются точки окружности с координатами $\frac{2\pi}{3}$; $-\frac{2\pi}{3}$.
- Обратите внимание на симметричность относительно оси *Ox* полученных точек!



$sin\,30^0 = \frac{1}{2}$ – это соотношение может Вам понадобиться для понимания некоторых фактов!

- Отметив на окружности точки с ординатой 0,5 мы получим точки, соответствующие числам …
  $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{5\pi}{6}$ (объясните почему);
- Аналогично, получаются точки окружности с координатами
  $-\frac{5\pi}{6};\ -\frac{\pi}{6}$.
- Обратите внимание на симметричность относительно оси *Oy* полученных точек!



Итогом нашей предыдущей работы является данная окружность, на которой отмечены наиболее часто встречающиеся в различных таблицах углы.

- Примечание. На чертеже отмечены только положительные углы поворота.
- Задание 5. Найдите координаты всех точек, отмеченных на данной окружности (указание: рассмотрите различные прямоугольные треугольники с гипотенузой-радиусом (см. рис.) и примените теорему Пифагора ; помните о симметричности точек).