

Effective Mathematics Instruction: The Role of Mathematical Tasks*



*Based on research that undergirds the cases found in *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction* (Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2000).

Эффективное преподавание математики:

Роль математических задач*

- На основании исследований, которые являются фундаментом внедрения стандартов преподавания математики (Штайн, Смит, Хеннингсен, и Сильвер, 2000).

Why Instructional Tasks are Important

Почему важны учебные задачи

Comparing Two Mathematical Tasks

- Martha's Carpeting Task
- The Fencing Task

Сравнение Двух Математических задач

- Задача про Ковровое покрытие Марты
- Задача про Ограждение

Martha's Carpeting Task

Martha was recarpeting her bedroom, which was 15 feet long and 10 feet wide. How many square feet of carpeting will she need to purchase?

Задача про Ковровое покрытие

Марта

Марта заново покрывала ковром свою спальню, в 15 футов длиной и 10 футов шириной. Сколько кв. футов коврового покрытия необходимо приобрести?

The Fencing Task

- Ms. Brown's class will raise rabbits for their spring science fair. They have 24 feet of fencing with which to build a rectangular rabbit pen to keep the rabbits.
 - If Ms. Brown's students want their rabbits to have as much room as possible, how long would each of the sides of the pen be?
 - How long would each of the sides of the pen be if they had only 16 feet of fencing?
 - How would you go about determining the pen with the most room for any amount of fencing? Organize your work so that someone else who reads it will understand it.

Задача про Ограждение

- Класс Г-жи Браун будет выращивать кроликов для весенней научной выставки. У них будет 24 фута ограждений с помощью которых они смогут построить прямоугольный крольчатник, для содержания этих кроликов.
 - Если ученики г-жи Браун хотят чтобы у кроликов была самый просторный загон, какой длины должна быть каждая из сторон ограждения?
 - Какой длины была бы каждая сторона загона, если бы у них было всего 16 футов ограждения?
 - Как бы вы определяли ограждение комнаты с любой величиной ограждения? Организуйте свои расчеты таким образом, чтобы все кто смог бы с ними ознакомиться, смогли их понять.

Comparing Two Mathematical Tasks

- Think privately about how you would go about solving each task (solve them if you have time)
- Talk with you neighbor about how you did or could solve the task
 - Martha's Carpeting
 - The Fencing Task

Сравнение Двух Математических Задач

- Самостоятельно подумайте о том как бы вы решали каждую задачу (решите их если у вас есть время)
- Поговорите с вашим соседом как вы решили или как бы вы могли решить задачу
 - Задачу про Ковровое покрытие Марты
 - Задачу про Ограждение

Solution Strategies: Martha's Carpeting Task

Стратегии Решения:

Задача про Ковровое покрытие Марты

Martha's Carpeting Task

Using the Area Formula

$$A = l \times w$$

$$A = 15 \times 10$$

$$A = 150 \text{ square feet}$$

Задача про Ковровое покрытие Марты

Использование формулы измерения площади

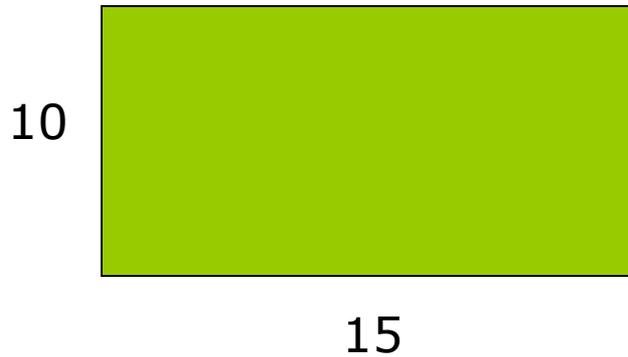
$A = \text{длина} \times \text{ширину}$

$A = 15 \times 10$

$A = 150 \text{ кв. футов}$

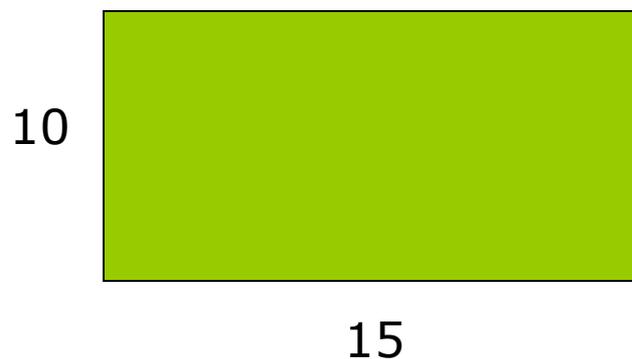
Martha's Carpeting Task

Drawing a Picture



Задача про Ковровое покрытие Марты

Изображение рисунка

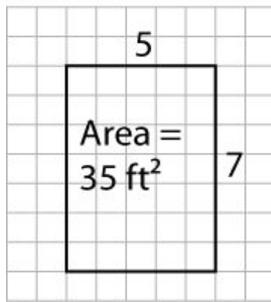
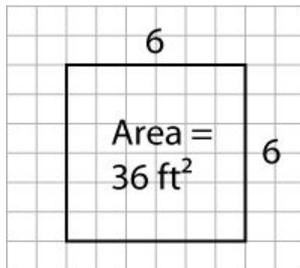
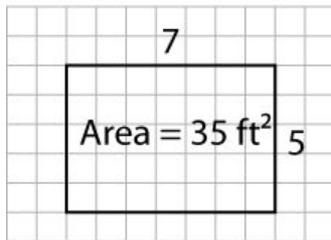
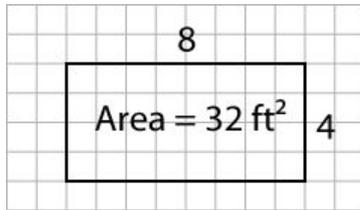


Solution Strategies: The Fencing Task

Стратегии решений: Задача про Ограждение

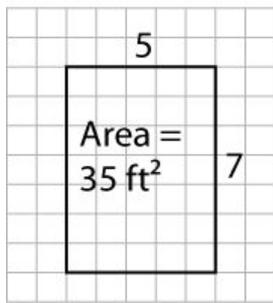
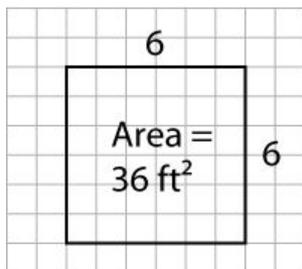
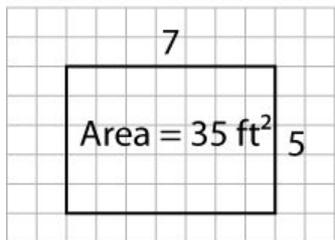
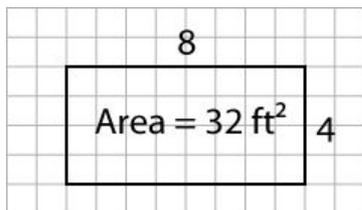
The Fencing Task

Diagrams on Grid Paper



Задача про Ограждение

Диаграммы на миллиметровой бумаге



The Fencing Task

Using a Table

Length	Width	Perimeter	Area
1	11	24	11
2	10	24	20
3	9	24	27
4	8	24	32
5	7	24	35
6	6	24	36
7	5	24	35

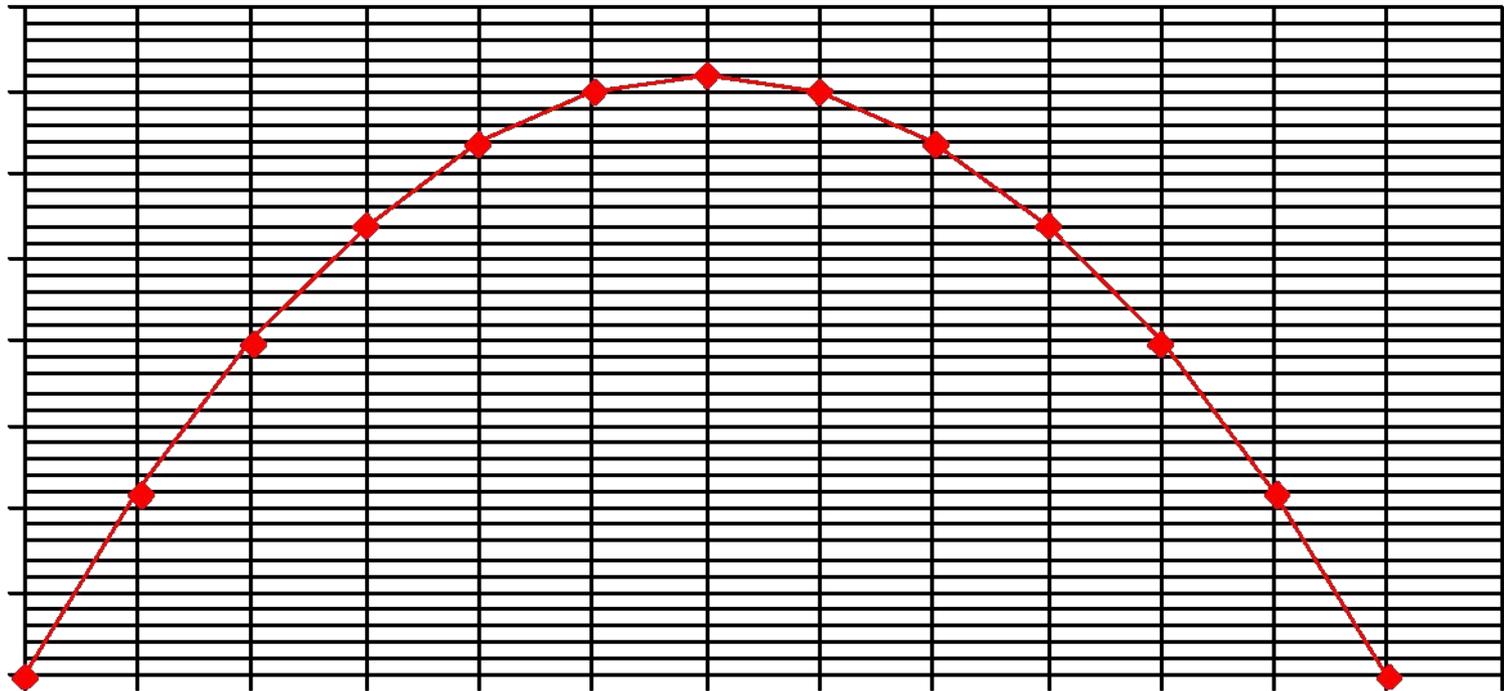
Задача про Ограждение

Использование таблицы

Длина	Ширина	Периметр	Площадь
1	11	24	11
2	10	24	20
3	9	24	27
4	8	24	32
5	7	24	35
6	6	24	36
7	5	24	35

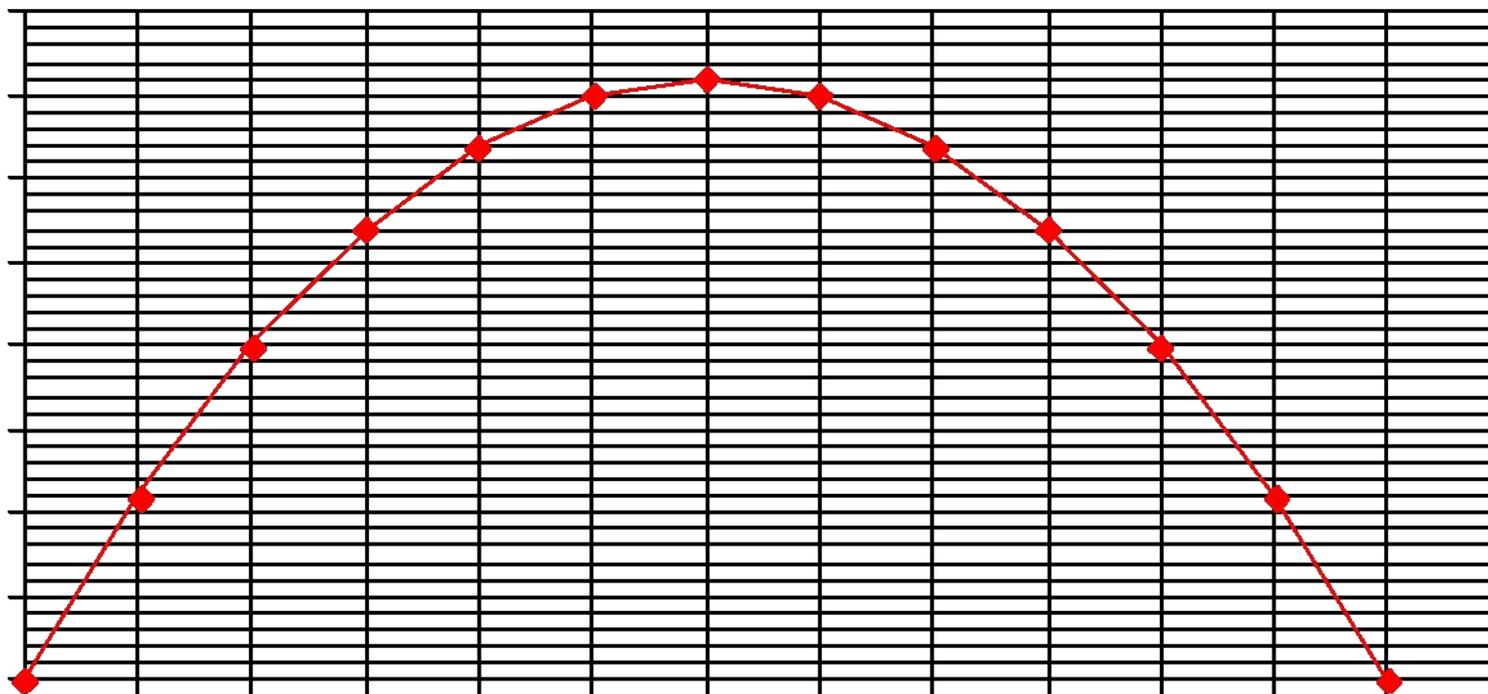
The Fencing Task

Graph of Length and Area



Задача про Ограждение

График Длины и Площади



Comparing Two Mathematical Tasks

How are Martha's Carpeting Task and the Fencing Task the same and how are they different?

Сравнение Двух Математических Задач

В чем сходство и различие задач про
Ковровое покрытие Марты и задачи
про Ограждение?

Similarities and Differences

Similarities

- Both are “area” problems
- Both require prior knowledge of area

Differences

- The amount of thinking and reasoning required
- The number of ways the problem can be solved
- Way in which the area formula is used
- The need to generalize
- The range of ways to enter the problem

Сходства и Различия

Сходства

- Обе задачи связаны с «площадью»
- Оба требуют предварительного знания площади

Различия

- Время необходимое на размышления
- Количество способов решения задачи
- Способ использования формулы вычисления площади
- Необходимость делать выводы
- Пути решения проблемы

Mathematical Tasks.

A Critical Starting Point for Instruction

Not all tasks are created equal, and ***different tasks will provoke different levels and kinds of student thinking.***

Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2000

Математические задачи:

Критическая отправная точка

объяснения

Не все задачи созданы одинаково, и ***разные задачи будут пробуждать различные уровни и виды мышления учеников.***

Штайн, Смит, Хеннингсен, и Сильвер, 2000).

Mathematical Tasks:

The level and kind of thinking in which students engage determines what they will learn.

Hiebert, Carpenter, Fennema, Fuson, Wearne, Murray, Oliver, & Human, 1997

Mathematical Tasks:

Уровень и вид мышления которые задействую ученики определяют то, что они выучат.

Гиберт, Карпинтер, Феннема, Фьюзон, Варне, Мюррей, Оливер, & Хьюман, 1997

Mathematical Tasks:

There is no decision that teachers make that has a greater impact, on students' opportunities to learn and on their perceptions about what mathematics is, than the selection or creation of the tasks with which the teacher engages students in studying mathematics.

Lappan & Briars, 1995

Математические задачи:

Нет более искусного решения, позволяющего учителю повлиять на способности учеников учиться и на их восприятие о математики, чем выбор или создание задач, с помощью которых учитель вовлекает учеников в изучение математики.

Лэппан & Бриарс, 1995

Mathematical Tasks:

If we want students to develop the capacity to think, reason, and problem solve then we need to start with high-level, cognitively complex tasks.

Stein & Lane, 1996

Математические задачи:

Если мы хотим, чтобы студенты развивали способность мыслить, размышлять и решать проблемы, то мы должны начать со сложных для понимания задач высокого уровня.

Штайн & Лейн, 1996

Levels of Cognitive Demand & The Mathematical Tasks Framework

Уровни Познавательного интереса и Рамки Математических Задач

Linking to Research: The QUASAR Project

- Low-Level Tasks
- High-Level Tasks

Связь с исследованием: Проект КВАЗАР

- ▣ Задачи Низкого уровня
- ▣ Задачи Высокого уровня

Linking to Research: The QUASAR Project

- Low-Level Tasks
 - memorization
 - procedures without connections to meaning

- High-Level Tasks
 - procedures with connections to meaning
 - doing mathematics

Связь с исследованием: Проект КВАЗАР

- Задачи Низкого уровня
 - запоминание
 - Методики без связи со значением

- Задачи Высокого уровня
 - методики связи со значением
 - Занятие математикой

Linking to Research: The QUASAR Project

- Задачи Низкого уровня
 - запоминание
 - Методики без связи со значением
 - (н/р, Задача про Ковровое покрытие Марты)

- Задачи Высокого уровня
 - методики связи со значением
 - Занятие математикой (н/р, Задача про Ограждение)

СВЯЗЬ С ИССЛЕДОВАНИЕМ: Проект КВАЗАР

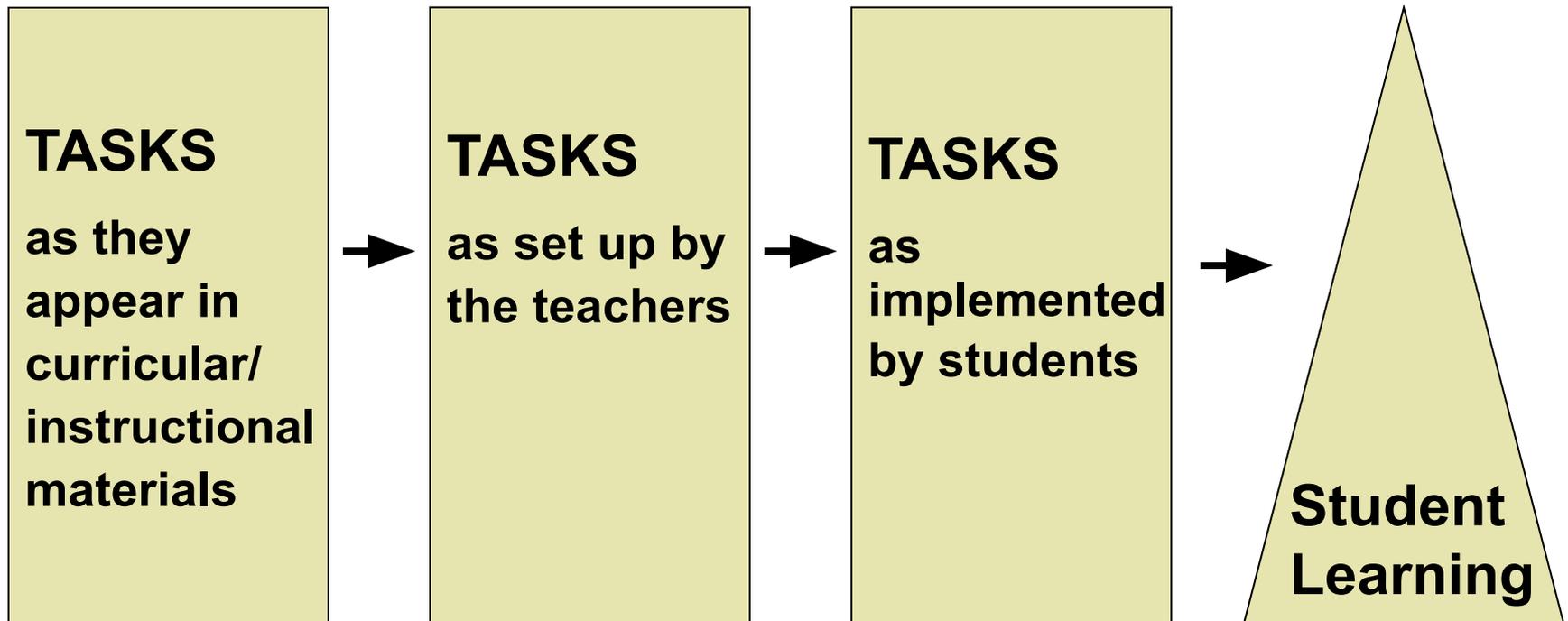
□ Low-Level Tasks

- memorization
- procedures without connections to meaning (e.g., Martha's Carpeting Task)

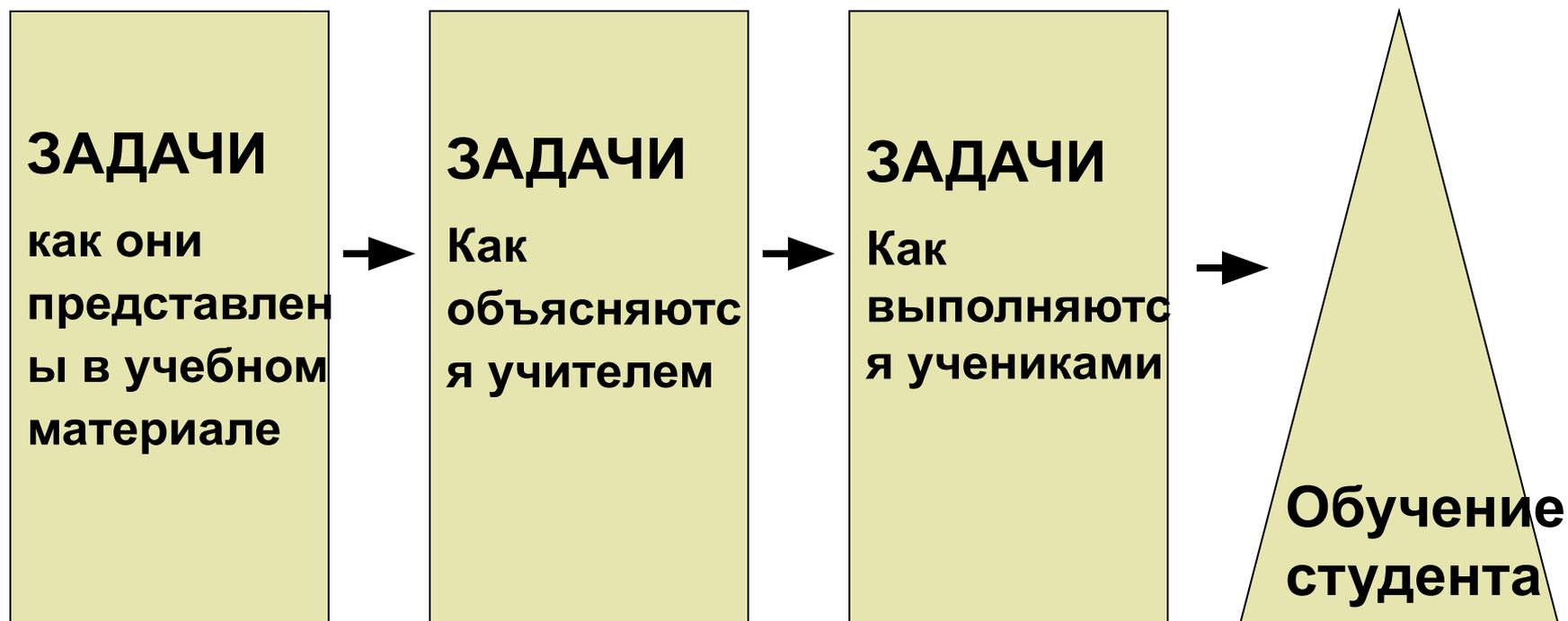
□ High-Level Tasks

- procedures with connections to meaning
- doing mathematics (e.g., The Fencing Task)

The Mathematical Tasks Framework

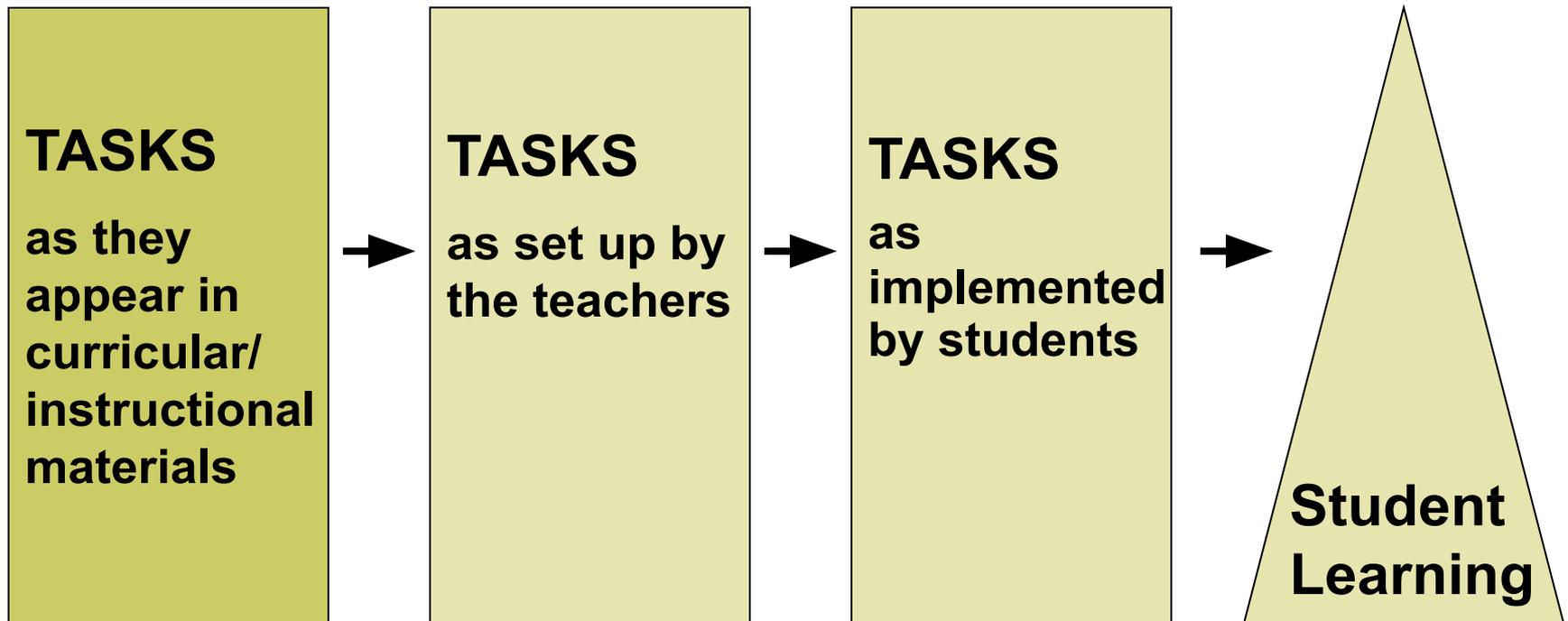


Рамки Математических задач

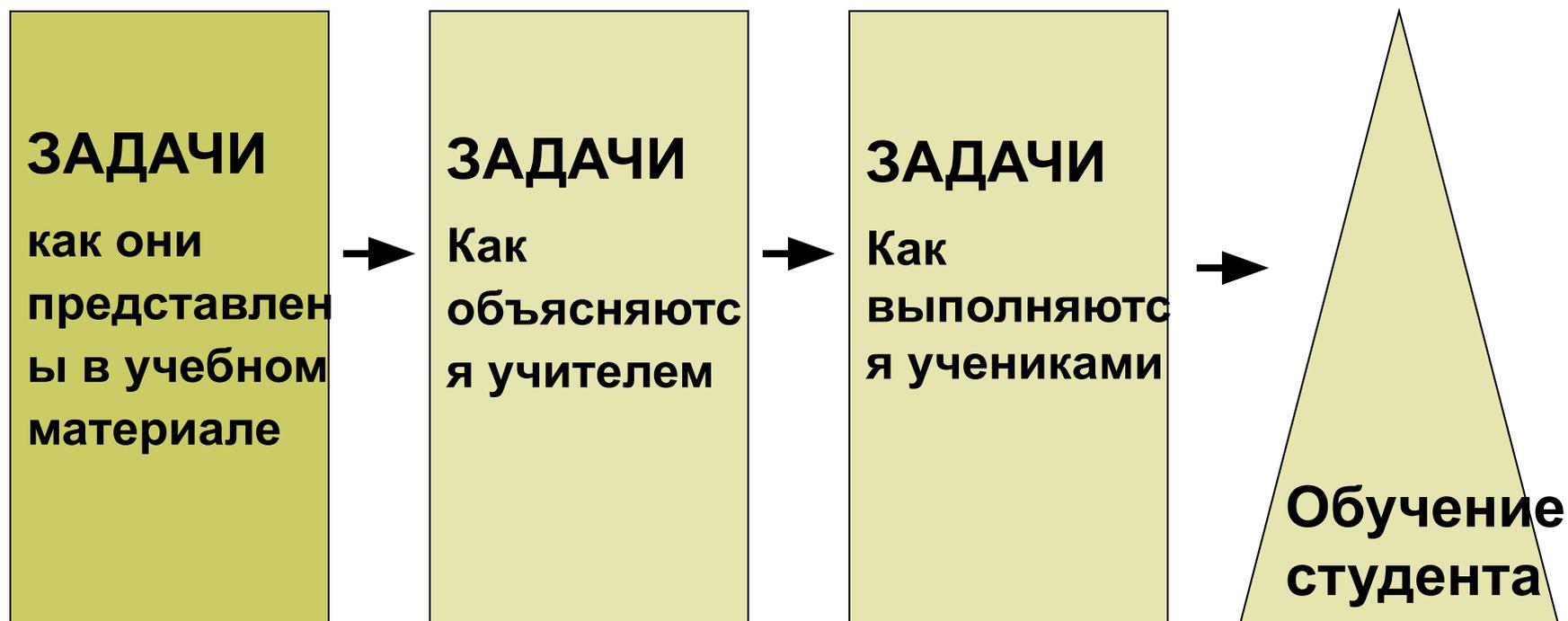


(Штайн, Смит, Хеннингсен, и Сильвер, 2000).,
стр. 4

The Mathematical Tasks Framework

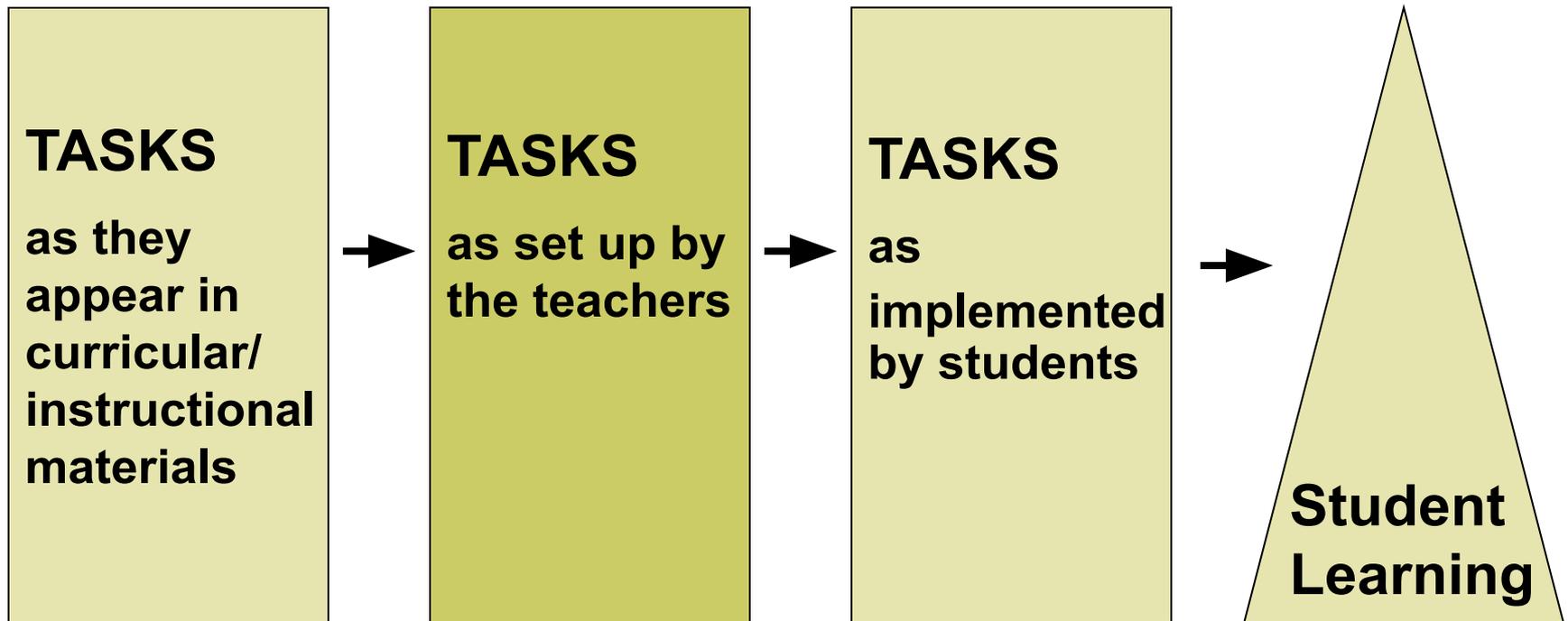


Рамки Математических задач



(Штайн, Смит, Хеннингсен, и Сильвер, 2000).,
стр. 4

The Mathematical Tasks Framework

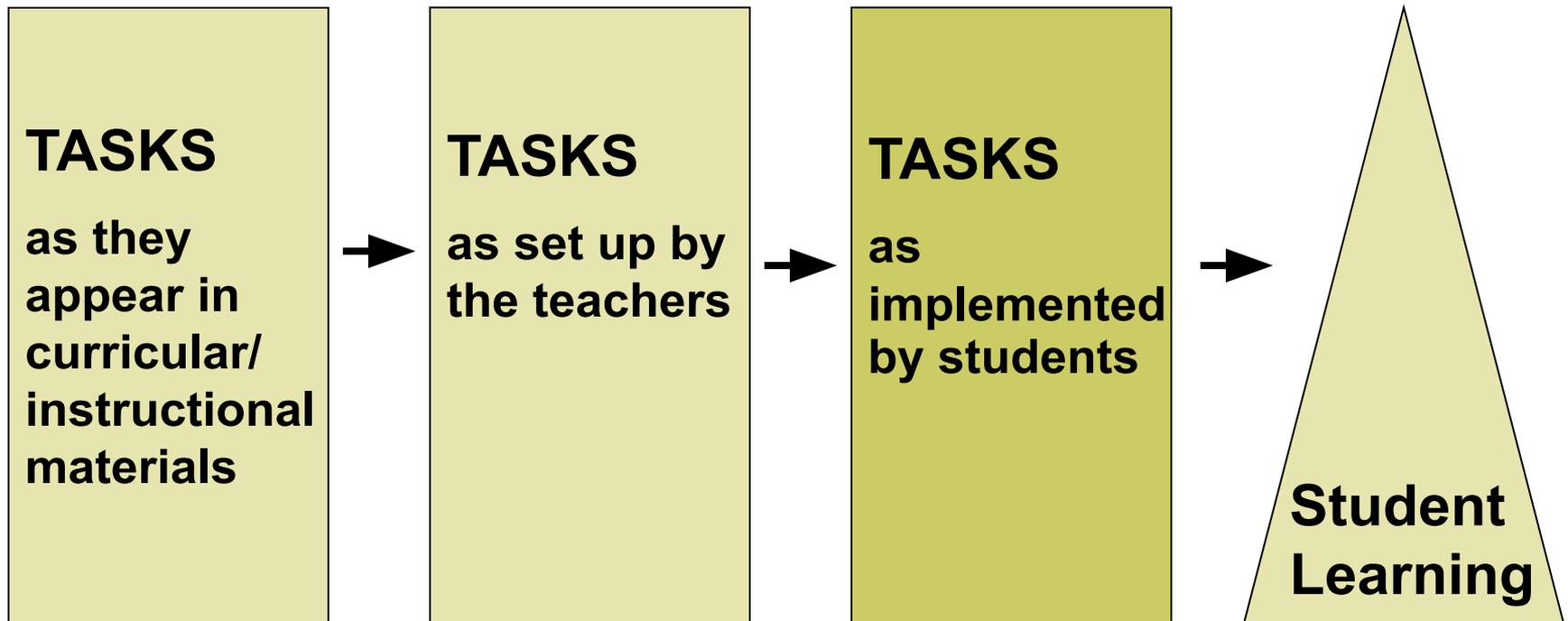


Рамки Математических задач



(Штайн, Смит, Хеннингсен, и Сильвер, 2000).,
стр. 4

The Mathematical Tasks Framework

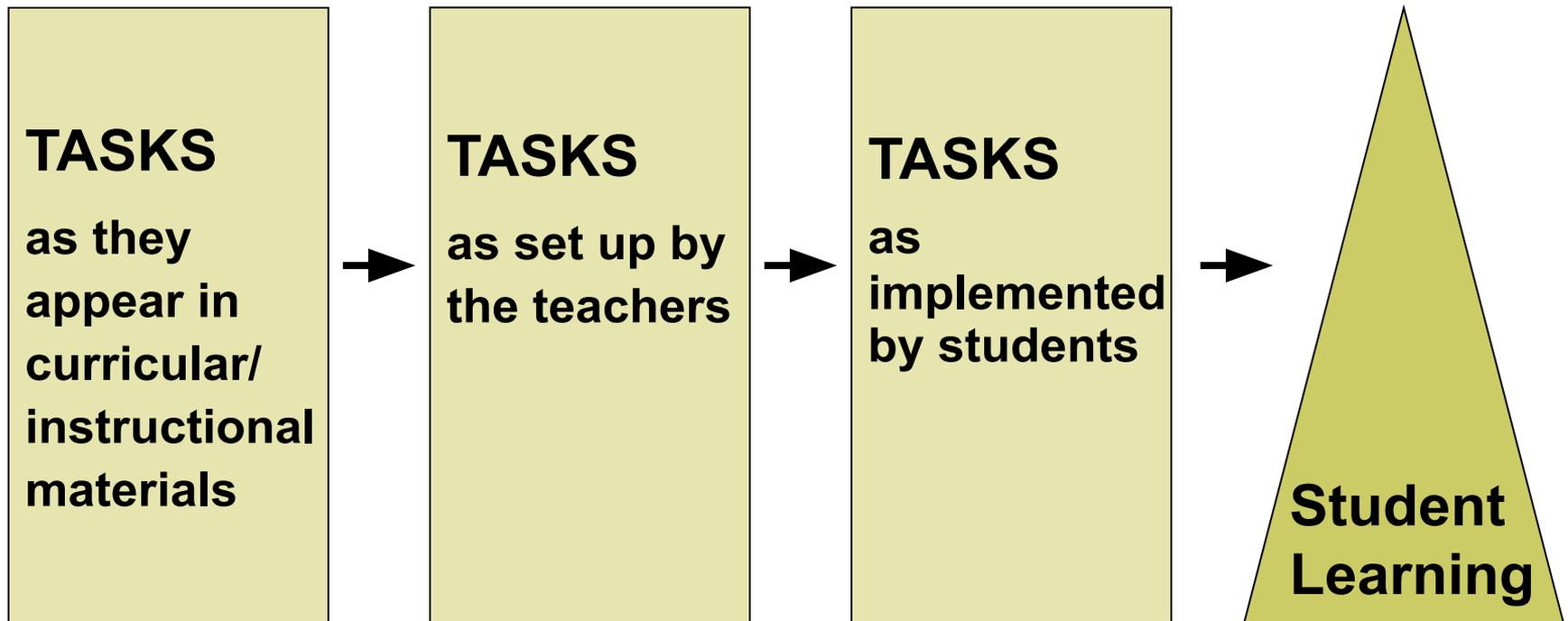


Рамки Математических задач



(Штайн, Смит, Хеннингсен, и Сильвер, 2000).,
стр. 4

The Mathematical Tasks Framework

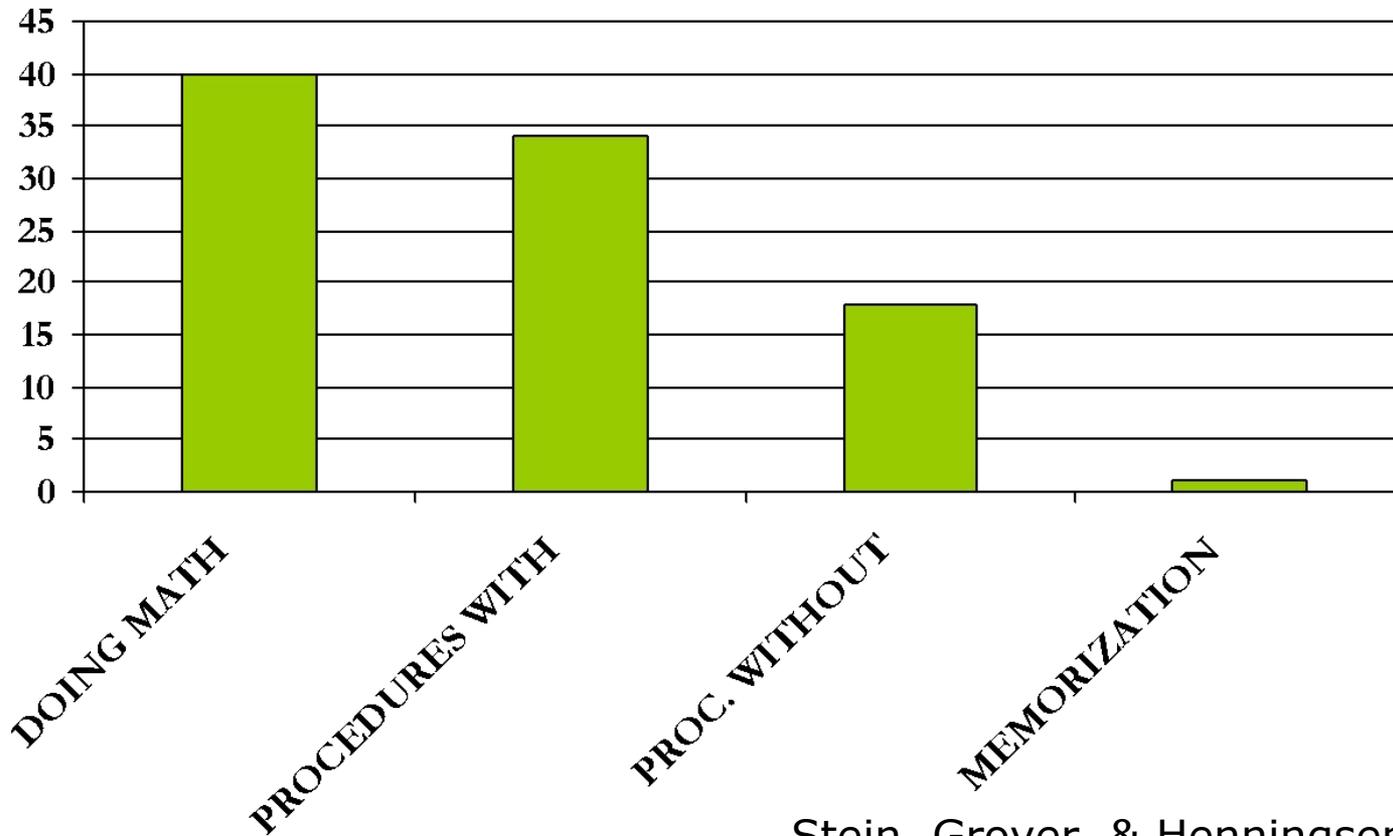


Рамки Математических задач



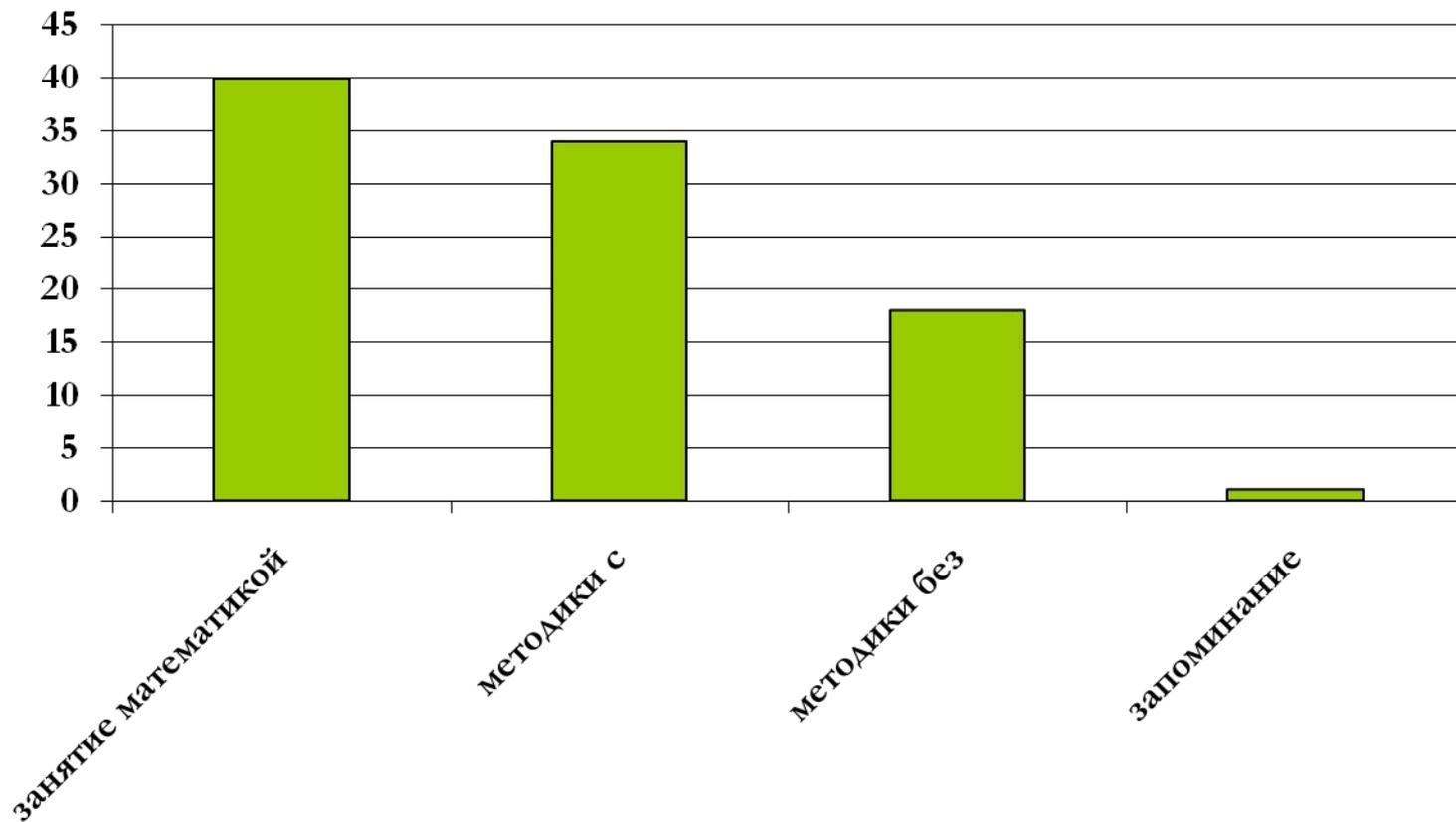
(Штайн, Смит, Хеннингсен, и Сильвер, 2000).,
стр. 4

Cognitive Demands at Set Up



Stein, Grover, & Henningsen, 1996

Порядок Познательной потребности



Штайн, Гровер, & Хеннингсен, 1996

Factors Associated with the Maintenance and Decline of High-Level Cognitive Demands

- Routinizing problematic aspects of the task
- Shifting the emphasis from meaning, concepts, or understanding to the correctness or completeness of the answer
- Providing insufficient time to wrestle with the demanding aspects of the task or so much time that students drift into off-task behavior
- Engaging in high-level cognitive activities is prevented due to classroom management problems
- Selecting a task that is inappropriate for a given group of students
- Failing to hold students accountable for high-level products or processes

Stein, Grover & Henningsen, 1996

Факторы, связанные с поддержанием и Отклонением от познавательных требований высокого уровня

- Упрощение проблемных аспектов задачи
- Смещение акцента со значения, концепций, или понимания к правильности и полноте ответа
- Обеспечение недостаточного времени для борьбы с требуемыми аспектами задачи или такого количества времени, чтобы студенты вышли за пределы задачи
- Участию в познавательной деятельности высокого уровня мешают проблемы управления классом
- Выбор задачи, неприемлемой для данной группы студентов
- Неумение возлагать на учеников ответственность за продукты и процессы высокого уровня

Штайн, Гровер & Хеннингсен, 1996

Factors Associated with the Maintenance and Decline of High-Level Cognitive Demands

- Scaffolding of student thinking and reasoning
- Providing a means by which students can monitor their own progress
- Modeling of high-level performance by teacher or capable students
- Pressing for justifications, explanations, and/or meaning through questioning, comments, and/or feedback
- Selecting tasks that build on students' prior knowledge
- Drawing frequent conceptual connections
- Providing sufficient time to explore

Отклонением от познавательных требований высокого уровня

- Наполнение ученического мышления и рассуждения
- Обеспечение средств, с помощью которых студенты могут отслеживать свой прогресс
- Моделирование высокого уровня результативности учителем или способными учениками
- Актуальность объяснений, и / или, значения через вопросы, комментарии и / или обратную связь
- Выбор задач, которые основываются на предыдущих знаниях учеников
- Получение частых концептуальных связей
- Обеспечение достаточного времени для изучения

Factors Associated with the Maintenance and Decline of High-Level Cognitive Demands

Decline

- Routinizing problematic aspects of the task
- Shifting the emphasis from meaning, concepts, or understanding to the correctness or completeness of the answer
- Providing insufficient time to wrestle with the demanding aspects of the task or so much time that students drift into off-task behavior
- Engaging in high-level cognitive activities is prevented due to classroom management problems
- Selecting a task that is inappropriate for a given group of students
- Failing to hold students accountable for high-level products or processes

Maintenance

- Scaffolding of student thinking and reasoning
- Providing a means by which students can monitor their own progress
- Modeling of high-level performance by teacher or capable students
- Pressing for justifications, explanations, and/or meaning through questioning, comments, and/or feedback
- Selecting tasks that build on students' prior knowledge
- Drawing frequent conceptual connections
- Providing sufficient time to explore

Отклонением от познавательных требований высокого уровня

Отклонение

- Упрощение проблемных аспектов задачи
- Смещение акцента со значения, концепций, или понимания к правильности и полноте ответа
- Обеспечение недостаточного времени для борьбы с требуемыми аспектами задачи или такого количества времени, чтобы студенты вышли за пределы задачи
- Участие в познавательной деятельности высокого уровня мешают проблемы управления классом
- Выбор задачи, неприемлемой для данной группы студентов
- Неумение возлагать на учеников ответственность за продукты и процессы высокого уровня

Поддержание

- Наполнение ученического мышления и рассуждения
- Обеспечение средств, с помощью которых студенты могут отслеживать свой прогресс
- Моделирование высокого уровня результативности учителем или способными учениками
- Актуальность объяснений, и / или, значения через вопросы, комментарии и / или обратную связь
- Выбор задач, которые основываются на предыдущих знаниях учеников
- Получение частых концептуальных связей
- Обеспечение достаточного времени для изучения

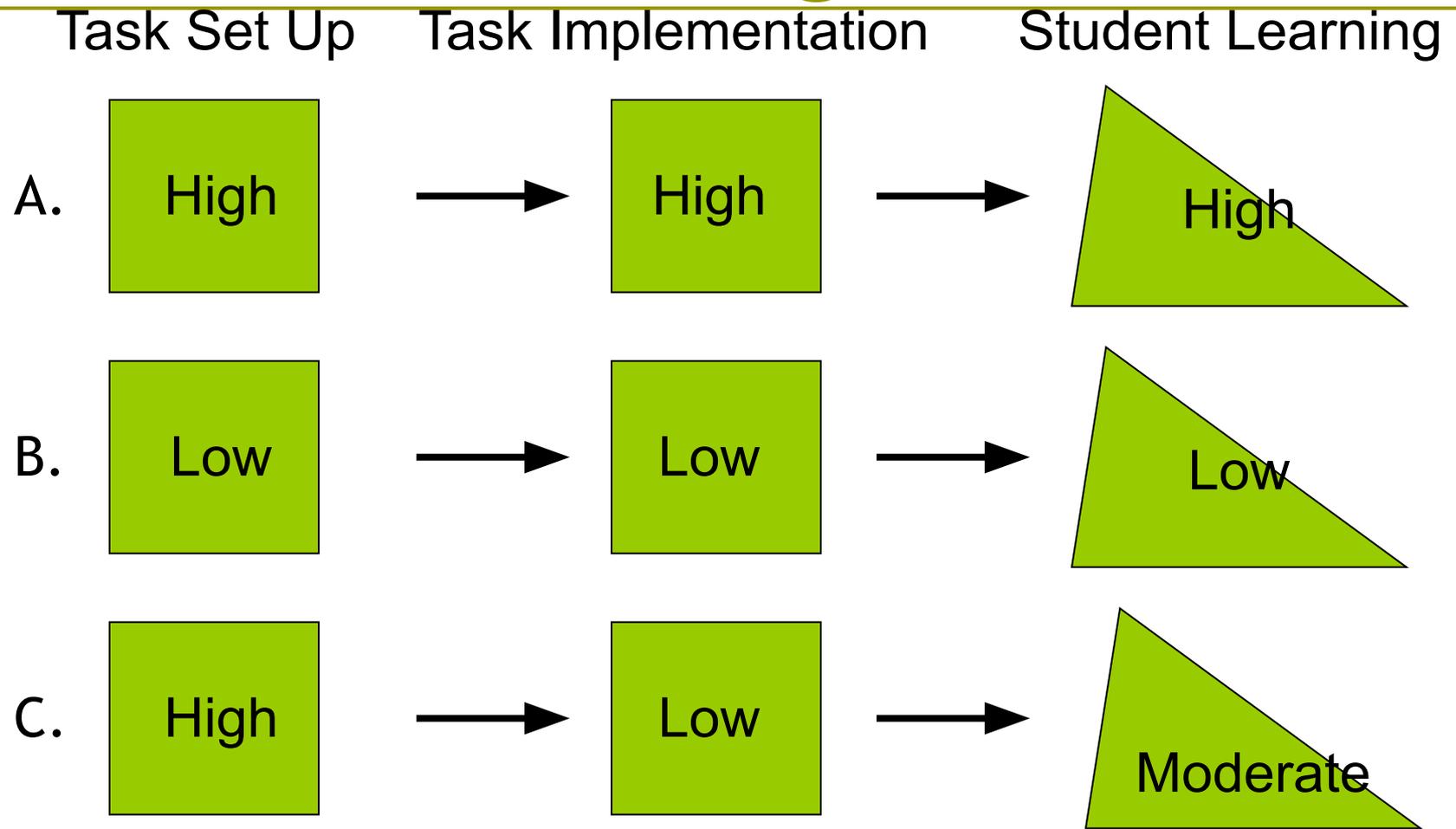
Does Maintaining Cognitive Demand Matter?

YES

Имеет ли значение
поддержание
познавательного интереса?

ДА

Patterns of Set up, Implementation, and Student Learning



Примеры постановки задачи, выполнения задачи и Обучения ученика

