



# Логические задачи

## Задача В15

# Особенности решения

- Руководствоваться здравым смыслом при решении логических задач.
- Задание сложное, его невозможно формализовать, в каждом задании – свой путь решения

# Основные знания по теме «Логика»

## ■ Базовые логические операции НЕ, И, ИЛИ

A	не A
0	1
1	0

A	B	A и B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

A	B	A или B
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
0	1	1
1	0	1
1	1	1

## ■ Дополнительные логические операции

### Исключающее ИЛИ

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
1	1	0

### Импликация

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
1	1	1

### Эквивалентность

A	B	$A \leftrightarrow B$
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
0	1	0
1	0	0
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

# Основные знания по теме «Логика»

## Законы алгебры логики

название	для И	для ИЛИ
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 0 = 0, A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A, A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

# Основные знания по теме «Логика»

---

## ▪ Замена операций

$$\oplus \rightarrow \leftrightarrow$$

через И, ИЛИ и НЕ:

$$A \oplus B = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

$$A \leftrightarrow B = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

## ▪ Формулы де Моргана:

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}, \quad \overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

## ▪ Приоритет логических операций :

- вычисление в скобках
- НЕ, И, ИЛИ, исключающее ИЛИ
- импликация
- эквивалентность

# Примеры решения задач

I. Простая задача, решаемая с методом рассуждений:  
Сколько различных решений имеет уравнение

$$(K \vee L \vee M) \wedge (\neg L \wedge \neg M \wedge N)$$

= 1

N-любое (0 или 1)

K-любое, L=0, M=0, N=1, всего  
**два** решения

K	L	M	N
0	0	1	0(1)
0	1	0	0(1)
0	1	1	0(1)
1	0	0	0(1)
1	0	1	0(1)
1	1	0	0(1)
1	1	1	0(1)

K	L	M	N
0	0	0	1
1	0	0	1

Есть только одно  
совпадающее решение  
**K=1, L=0, M=0, N=1**

Итого  $7 \times 2 = 14$  решений

Сколько будет решений,  
если заменить  $\wedge \rightarrow \vee$  ?

# Примеры решения задач

II. Задача, решаемая с методом рассуждений:

Сколько различных решений имеет уравнение

$$(X_1 \rightarrow X_2) \wedge (X_2 \rightarrow X_3) \wedge (X_3 \rightarrow X_4) \wedge (X_4 \rightarrow X_5) =$$

1

Все скобки  
должны быть  
равны 1

Операция импликации дает только одно  
решение = 0, когда  $1 \rightarrow 0$ ,  
то есть **нельзя**, чтобы после **1 был 0**

	X1	X2	X3	X4	X5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1

**Вывод:**

Количество решений  
на единицу больше  
количества  
переменных (**6** реш.)

Если  $X_1 \dots X_{10}$ , то  
количество решений  
будет равно **11**

# Примеры решения задач

III. Задача, решаемая с помощью замены переменных:

Сколько различных решений имеет система уравнений

$$\begin{aligned} & ((x_1 \equiv x_2) \vee (x_3 \equiv x_4)) \wedge (\neg(x_1 \equiv x_2) \vee \neg(x_3 \equiv x_4)) = 1 \\ & ((x_3 \equiv x_4) \vee (x_5 \equiv x_6)) \wedge (\neg(x_3 \equiv x_4) \vee \neg(x_5 \equiv x_6)) = 1 \\ & ((x_5 \equiv x_6) \vee (x_7 \equiv x_8)) \wedge (\neg(x_5 \equiv x_6) \vee \neg(x_7 \equiv x_8)) \\ & = 1 \end{aligned}$$

Произведем замену:

Перепишем уравнения, заметим, что уравнения = 1, когда **t1 ≠ t2**

$$\begin{aligned} t_1 &= (x_1 \equiv x_2) \\ t_2 &= (x_3 \equiv x_4) \\ t_3 &= (x_5 \equiv x_6) \\ t_4 &= (x_7 \equiv x_8) \\ t_5 &= (x_9 \equiv x_{10}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (t_1 \vee t_2) \wedge (\neg t_1 \vee \neg t_2) \\ & = 1 \\ & (t_2 \vee t_3) \wedge (\neg t_2 \vee \neg t_3) \\ & = 1 \\ & (t_3 \vee t_4) \wedge (\neg t_3 \vee \neg t_4) \end{aligned}$$



# Примеры решения задач

Поскольку значения переменных в скобках должны быть разными, они будут чередоваться:

$$\begin{aligned} & (t_1 \vee t_2) \wedge (\neg t_1 \vee \neg t_2) \\ & = 1 \\ & (t_2 \vee t_3) \wedge (\neg t_2 \vee \neg t_3) \\ & = 1 \\ & (t_3 \vee t_4) \wedge (\neg t_3 \vee \neg t_4) \\ & = 1 \end{aligned}$$

Получим 2 решения:

$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$
0	1	0	1	0
1	0	1	0	1

Для каждой комбинации из 5-ти значений  $t_1, \dots, t_5$  существует по 2 решения:

если  $t_1 = 0$ , то  $x_1 = 1, x_2 = 0$

или  $x_1 = 0, x_2 = 1$

если  $t_1 = 1$ , то  $x_1 = 1, x_2 = 1$

или  $x_1 = 0, x_2 = 0$

$$\begin{aligned} t_1 &= (x_1 \equiv x_2) \\ t_2 &= (x_3 \equiv x_4) \\ t_3 &= (x_5 \equiv x_6) \\ t_4 &= (x_7 \equiv x_8) \\ t_5 &= (x_9 \equiv x_{10}) \end{aligned}$$

То есть 2 варианта по 5 переменным дают  $2^5=32$  решения,  $32+32=64$

# Источники дополнительных сведений

- ФИПИ <http://ФИПИ>  
<http://www.ФИПИ>  
<http://www.fipi.ФИПИ>  
<http://www.fipi.ru>  
<http://www.fipi.ru/view>
- Открытый сегмент ЕГЭ  
<http://www.fipi.ru/view/sections/160/docs/>
- КИМ ЕГЭ по информатике [http://КИМ\\_ЕГЭ\\_по\\_информатике](http://КИМ_ЕГЭ_по_информатике)