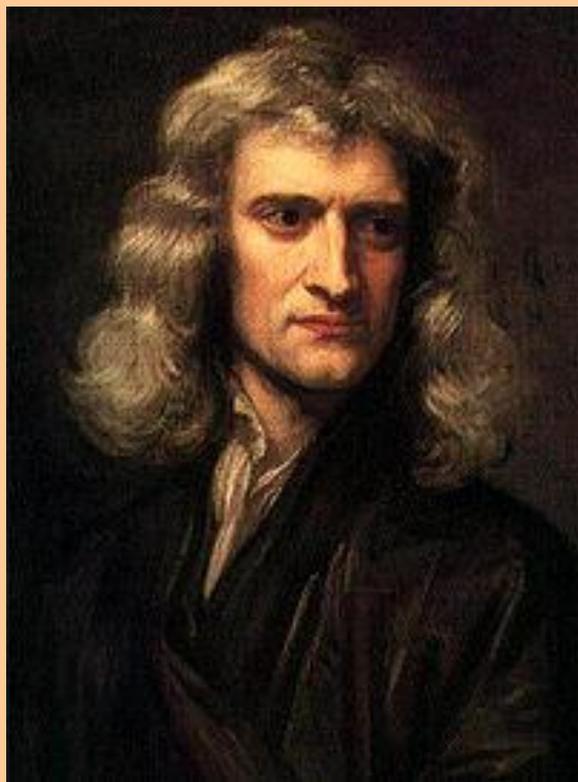


Ньютон и Лейбниц – создатели математического анализа



Исаак Ньютон (1643 – 1727)



**Готфрид Вильгельм
Лейбниц (1646 – 1716)**

Производная и интеграл

- В конце 17 века в Европе образовались две крупные математические школы. Главой одной из них был Готфрид Вильгельм фон Лейбниц. Его ученики и сотрудники – Лопиталь, братья Бернулли, Эйлер жили и творили на континенте. Вторая школа, возглавляемая Исааком Ньютоном, состояла из английских и шотландских ученых. Обе школы создали новые мощные алгоритмы, приведшие по сути к одним и тем же результатам – к созданию дифференциального и интегрального исчисления.

Происхождение производной

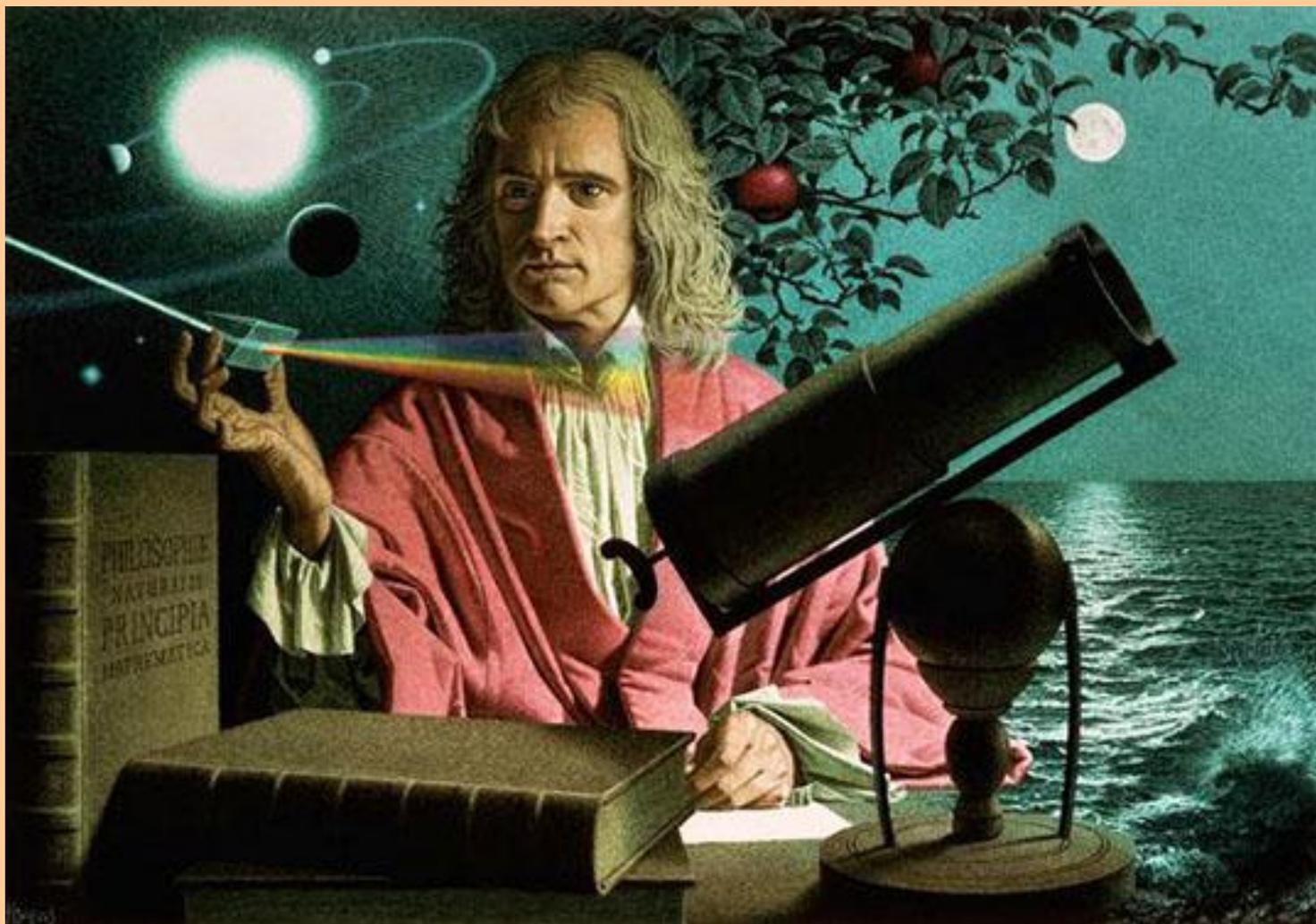
- Ряд задач дифференциального исчисления был решен еще в древности. Такие задачи можно найти у Евклида и у Архимеда, однако основное понятие – понятие производной функции – возникло только в 17 веке в связи с необходимостью решить ряд задач из физики, механики и математики, в первую очередь следующих двух: определение скорости прямолинейного неравномерного движения и построения касательной к произвольной плоской кривой.
- Первую задачу: о связи скорости и пути прямолинейно и неравномерно движущейся точки впервые решил Ньютон

Он пришел к формуле

$$v = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Происхождение производной

- Ньютон пришел к понятию производной, исходя из вопросов механики. Свои результаты в этой области он изложил в трактате «Метод флюксий и бесконечных рядов». Написана работа была в 60-е годы 17 века, однако опубликована после смерти Ньютона. Ньютон не заботился о том, чтобы своевременно знакомить математическую общественность со своими работами.
- Флюксией называлась производная функции – флюэнты.
- Флюэнтной таже в дальнейшем называлась первообразная функция.

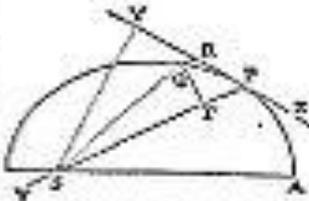


Портрет Ньютона художника Русакова. Мы видим фундаментальной труд «Математические начала натуральной философии», в котором Ньютон изложил закон всемирного тяготения и три закона механики, ставшие основой классической механики

De Motu
Corporum

Corol. 4. Efficitur potius, est vis centripeta ut velocitas sit directa, & chorda illa inversa. Nam velocitas est reciproca ut perpendicularitas ST per corol. 1. prop. 1.

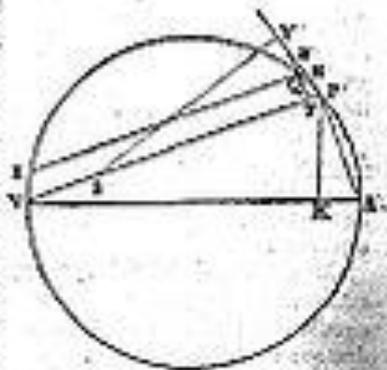
Corol. 5. Hinc videtur figuram quavis curvilineam APQ , & in ea ducit etiam per centrum S , ad quod vis centripeta per se ducitur, inveniri posse legem vis centripetae, quae corpus quodvis P a cursu rectilineo per se retrahit in figuram illam per se ducit, cuiusque revolvendo describit. Nimirum computandum est vel solidum $\frac{ST^2 \times QT^2}{RN}$ vel solidum $ST^2 \times PT^2$ hinc vi reciproce proportionale. Eius rei dabitur exemplum in problematis sequentibus.



PROPOSITIO VII. PROBLEMA II.

Cujusvis corporis in circumferentia circuli, requiritur lex vis centripeta tendentis ad punctum quicumque datum.

Est circuli circumferentia PQA , punctum datum, ad quod vis cui ad centrum fuerit tendit, S ; corpus in circumferentia latum P ; locus per centrum, in quem movetur Q ; & circuli tangens ad locum primum PRZ . Per punctum S ducitur chorda PP' , & alia circuli diametro PA , iungatur AP ; & ad SP ducitur perpendicularitas QT , quod productum occurrat tangenti PR in Z ; ac denique per punctum Q agatur LR , quae ipsi SP parallela sit, & occurrat tunc circulo in L , tunc tangenti PZ in R . Et ob similitudinem trianguli ZQR , ZTP , PTA ; erit RP quod. hoc est QLR ad QT quod.



Фундаментальный труд Ньютона «Математические начала натуральной философии»

(в современном переводе «Математические основы физики»)

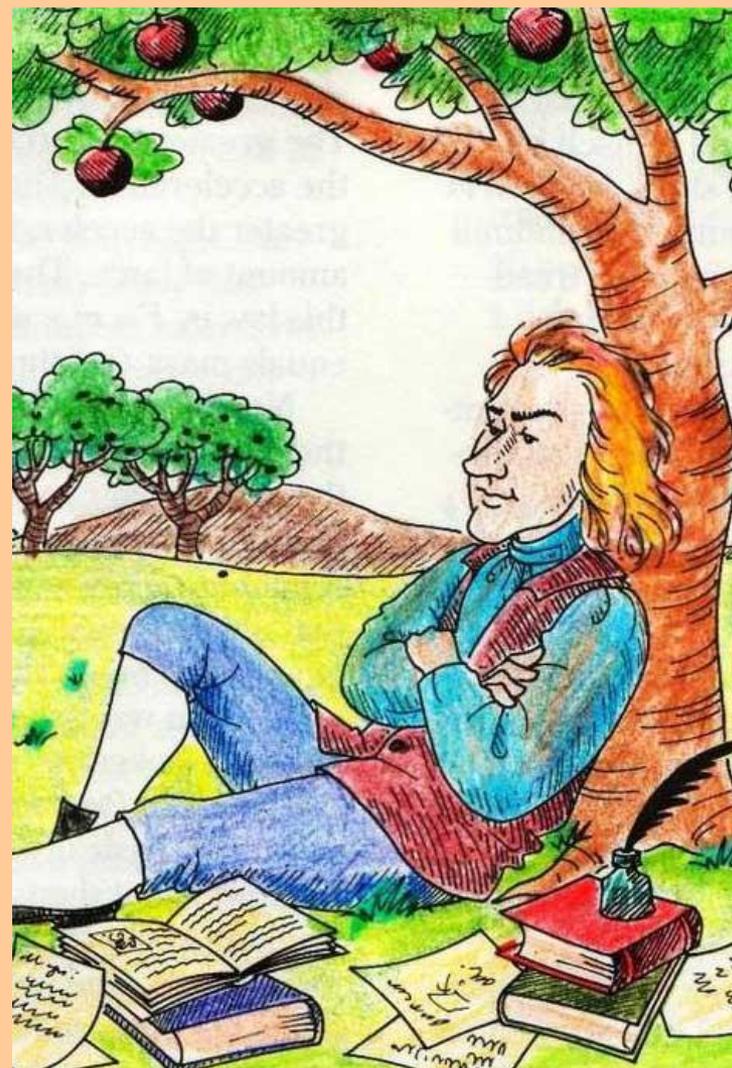
был издан в 1686 году в количестве 300 экземпляров.

Распродан за 4 года, что тогда считалось очень быстро.



Был летний день. Исаак Ньютон любил размышлять, сидя в саду, на открытом воздухе. Предание сообщает, что размышления Ньютона были прерваны падением налившегося яблока.

Так был сформулирован закон всемирного тяготения





Первые научные опыты Ньютона связаны с исследованиями света. В результате многолетней работы Исаак Ньютон установил, что белый солнечный луч представляет собой смесь многих цветов.



Ньютон построил первый зеркальный телескоп.

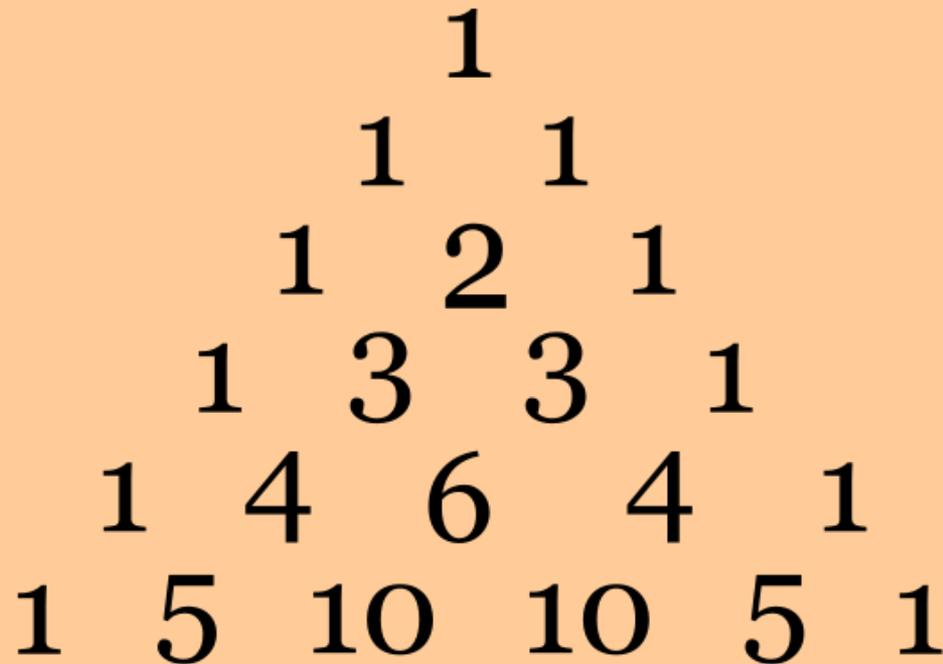
Бином Ньютона

- Бином Ньютона — формула для разложения на отдельные слагаемые целой неотрицательной степени суммы двух переменных, имеющая вид

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- Долгое время считалось, что для натуральных показателей степени эту формулу, как и треугольник, позволяющий находить коэффициенты, изобрёл Блез Паскаль. Однако историки науки обнаружили, что формула была известна ещё в Древнем Китае в XIII веке, а также исламским математикам в XV веке.
- Исаак Ньютон около 1676 года обобщил формулу для произвольного показателя степени (дробного, отрицательного и др.). Из биномиального разложения Ньютон, а позднее и Эйлер, выводили всю теорию бесконечных рядов.



Бином Ньютона в литературе

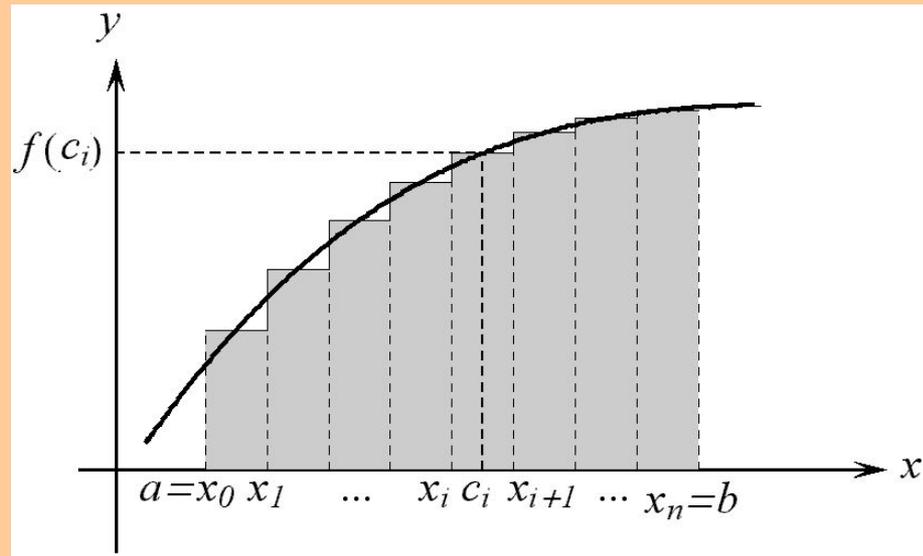
- В художественной литературе «бином Ньютона» появляется в нескольких запоминающихся контекстах, где речь идёт о чём-либо сложном.
- В рассказе А. Конан Дойля «Последнее дело Холмса» Холмс говорит о математике профессоре Мориарти:
- *«Когда ему исполнился двадцать один год, он написал трактат о бинOME Ньютона, завоевавший ему европейскую известность. После этого он получил кафедру математики в одном из наших провинциальных университетов, и, по всей вероятности, его ожидала блестящая будущность»*
- Знаменита цитата из «Мастера и Маргариты» М. А. Булгакова: «Подумаешь, бином Ньютона!».
- Позже это же выражение упомянуто в фильме «Сталкер» А. А. Тарковского.
- Бином Ньютона упоминается:
- в повести Льва Толстого «Юность» в эпизоде сдачи вступительных экзаменов в университет Николаем Иртеньевым;
- в романе Е.И.Замятина «Мы».
- в фильме «Расписание на послезавтра»;

Происхождение производной

- В подходе Лейбница к математическому анализу были некоторые особенности. Лейбниц мыслил высший анализ не кинематически, как Ньютон, а алгебраически. Он шел к своему открытию от анализа бесконечно малых величин и теории бесконечных рядов.
- В 1675 году Лейбниц завершает свой вариант математического анализа, тщательно продумывает его символику и терминологию, отражающую существо дела. Почти все его нововведения укоренились в науке и только термин «интеграл» ввёл Якоб Бернулли (1690), сам Лейбниц вначале называл его просто суммой.

Происхождение производной

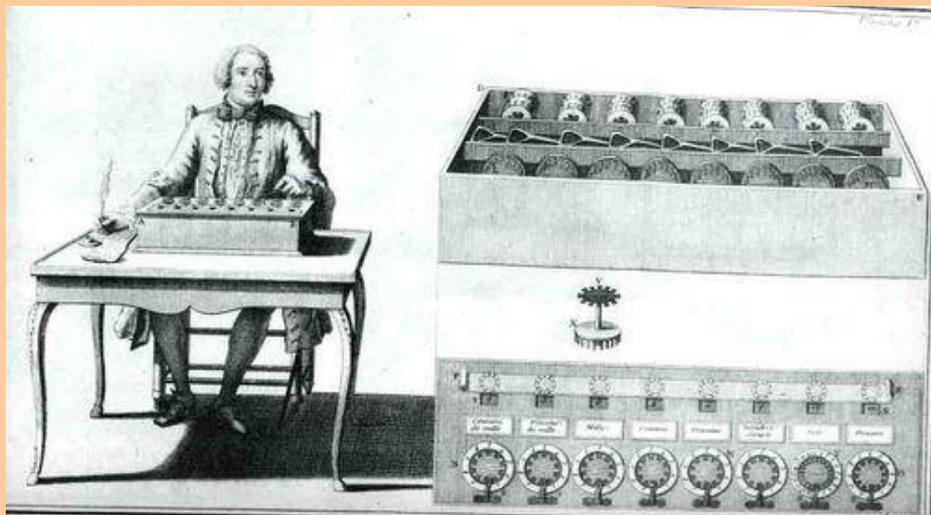
- По мере развития анализа выяснилось, что символика Лейбница, в отличие от ньютоновской, отлично подходит для обозначения многократного дифференцирования, частных производных и т. д. На пользу школе Лейбница шла и его открытость, массовая популяризация новых идей, что Ньютон делал крайне неохотно.



Работы Лейбница по математике многочисленны и разнообразны. В 1666 года он написал первое сочинение: «О комбинаторном искусстве». Сейчас комбинаторика и теория вероятности одна из обязательных тем математики в школе.

1672 года Лейбниц изобретает собственную конструкцию арифмометра, гораздо лучше паскалевской — он умел выполнять умножение, деление и извлечение корней. Предложенные им ступенчатый валик и подвижная каретка легли в основу всех последующих арифмометров.

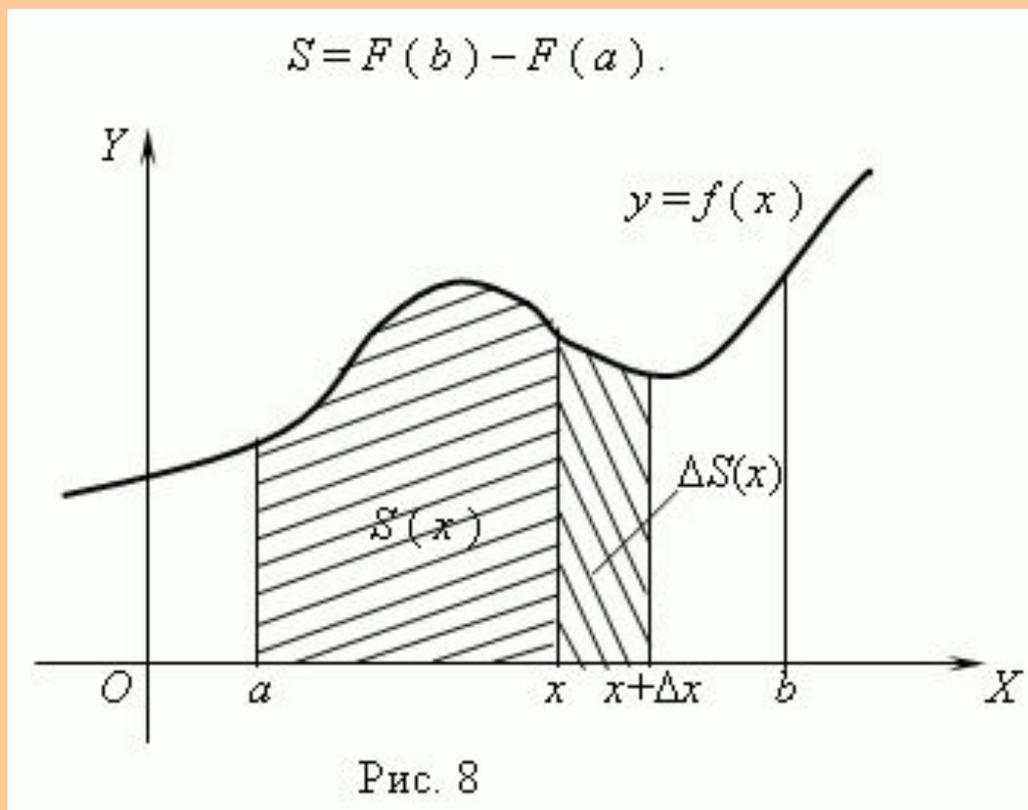
Лейбниц также описал двоичную систему счисления с цифрами 0 и 1, на которой основана современная компьютерная техника.



Кто автор производной?

- Ньютон создал свой метод, опираясь на прежние открытия, сделанные им в области анализа, но в самом главном вопросе он обратился к помощи геометрии и механики. Когда именно Ньютон открыл свой новый метод, в точности неизвестно. По тесной связи этого способа с теорией тяготения следует думать, что он был выработан Ньютоном между 1666 и 1669 годами.
- Лейбниц обнародовал главные результаты своего открытия в 1684, опережая Исаака Ньютона, который еще раньше Лейбница пришел к сходным результатам, но не публиковал их.
- Впоследствии на эту тему возник многолетний спор о приоритете открытия дифференциального исчисления.

Формула Ньютона-Лейбница



ИНТЕГРАЛ. ФОРМУЛА НЬЮТОНА – ЛЕЙБНИЦА

$a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$
 $\Delta x = x_k - x_{k-1} = \frac{b-a}{n}, k = 1, 2, \dots, n$
 $S_k = f(x_{k-1}) \cdot \Delta x = \frac{b-a}{n} \cdot f(x_{k-1})$
 $S_n = \frac{b-a}{n} \cdot (f(x_0) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1}))$
 $S_n \rightarrow S$ Число S называется **ИНТЕГРАЛОМ** функции $f(x)$ от a до b и обозначается $\int_a^b f(x) dx$

ФОРМУЛА НЬЮТОНА – ЛЕЙБНИЦА:
 Если F – первообразная для f на $[a, b]$,
 $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Примеры:

1) $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$
 2) $\int_0^{\pi/2} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{2} \sin \pi - \frac{1}{2} \sin 0 = 0$

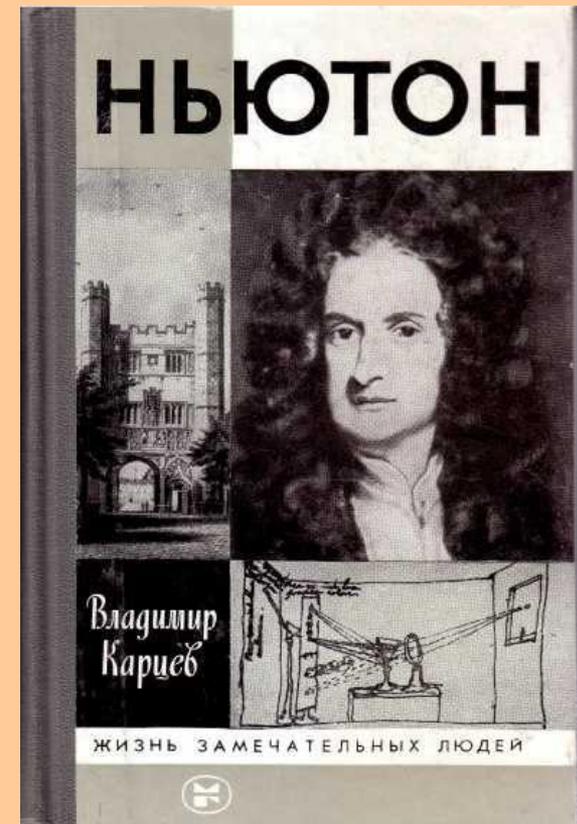
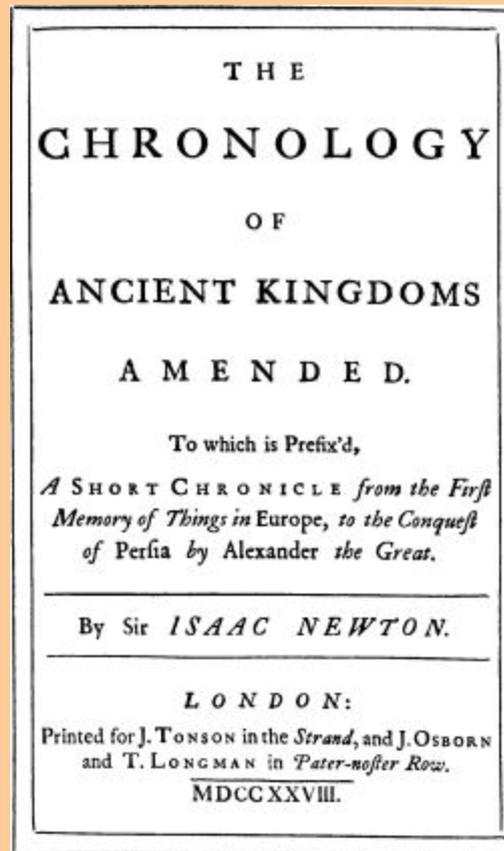
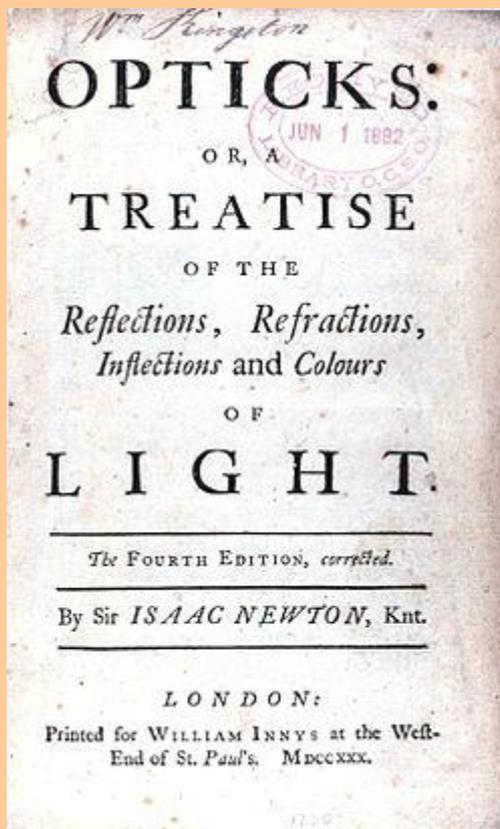
$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

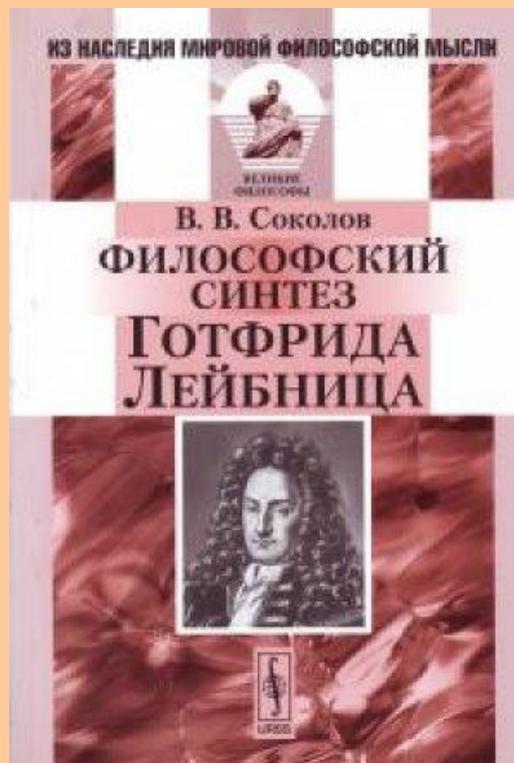
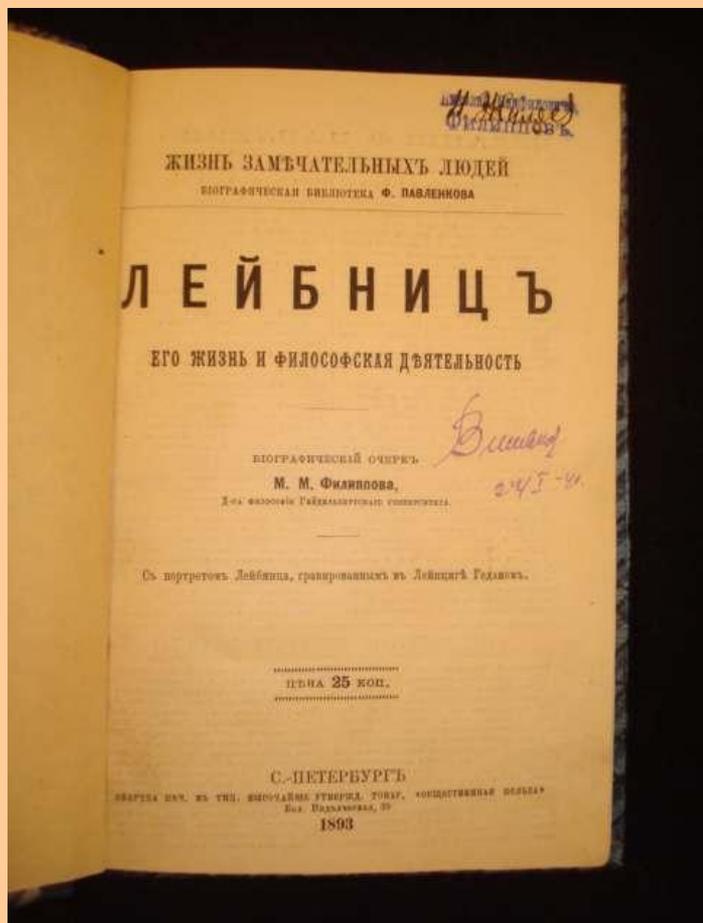


Памятник Ньютону в Кэмбридже.



Памятник Лейбницу в Лейпциге.









Подготовила:

Обучающаяся группы ПК-28

Орёл Ольга