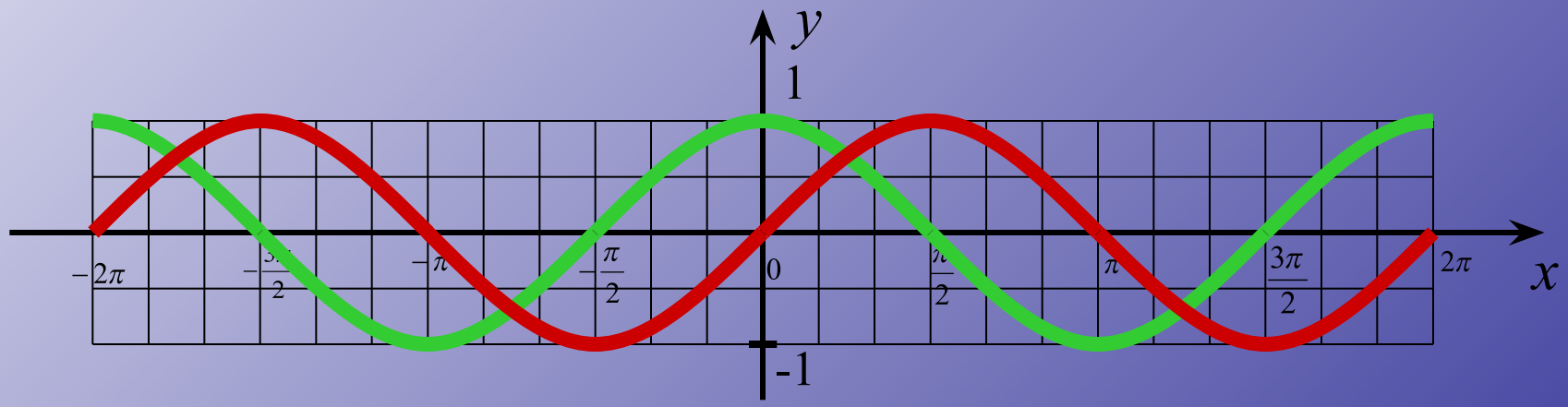
ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

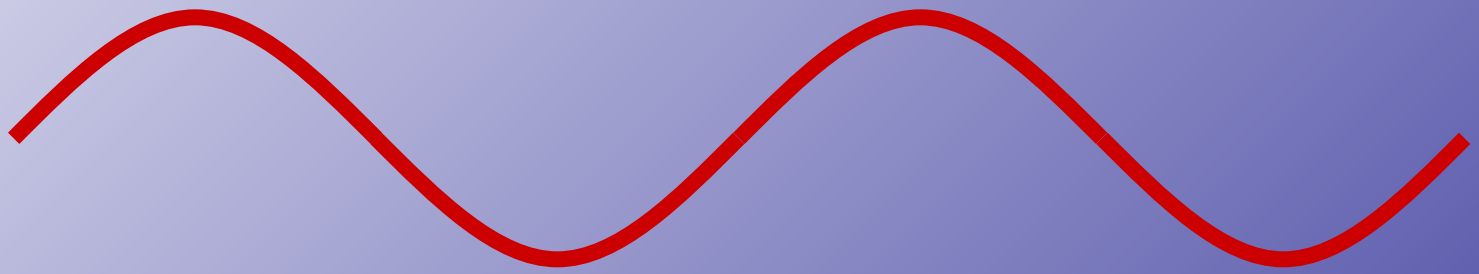
$y = \sin x$, $y = \cos x$,

їх графіки



та властивості

Синус (від лат. ***sinus***) – вигин, кривизна.



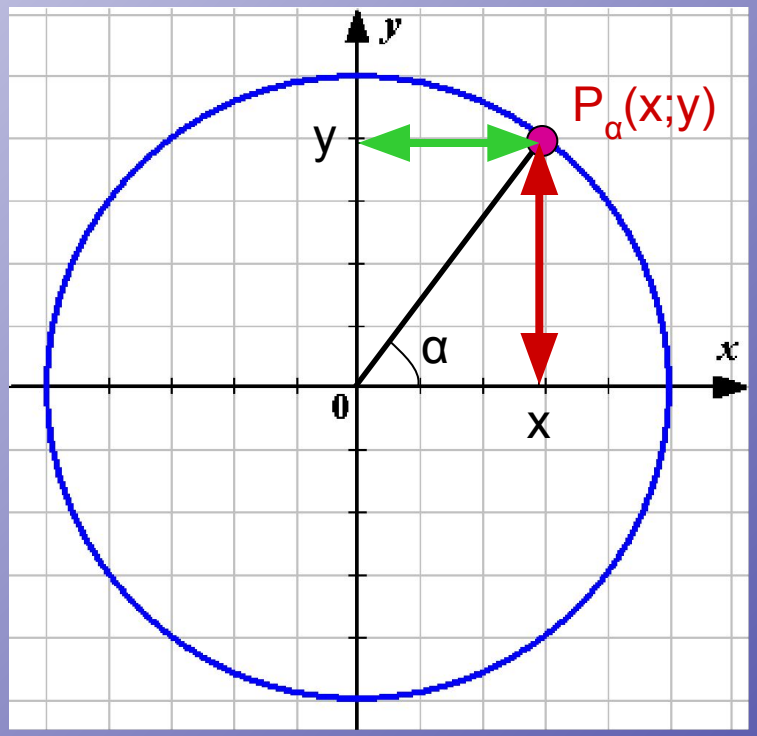
Означення тригонометричних функцій

sin α = y

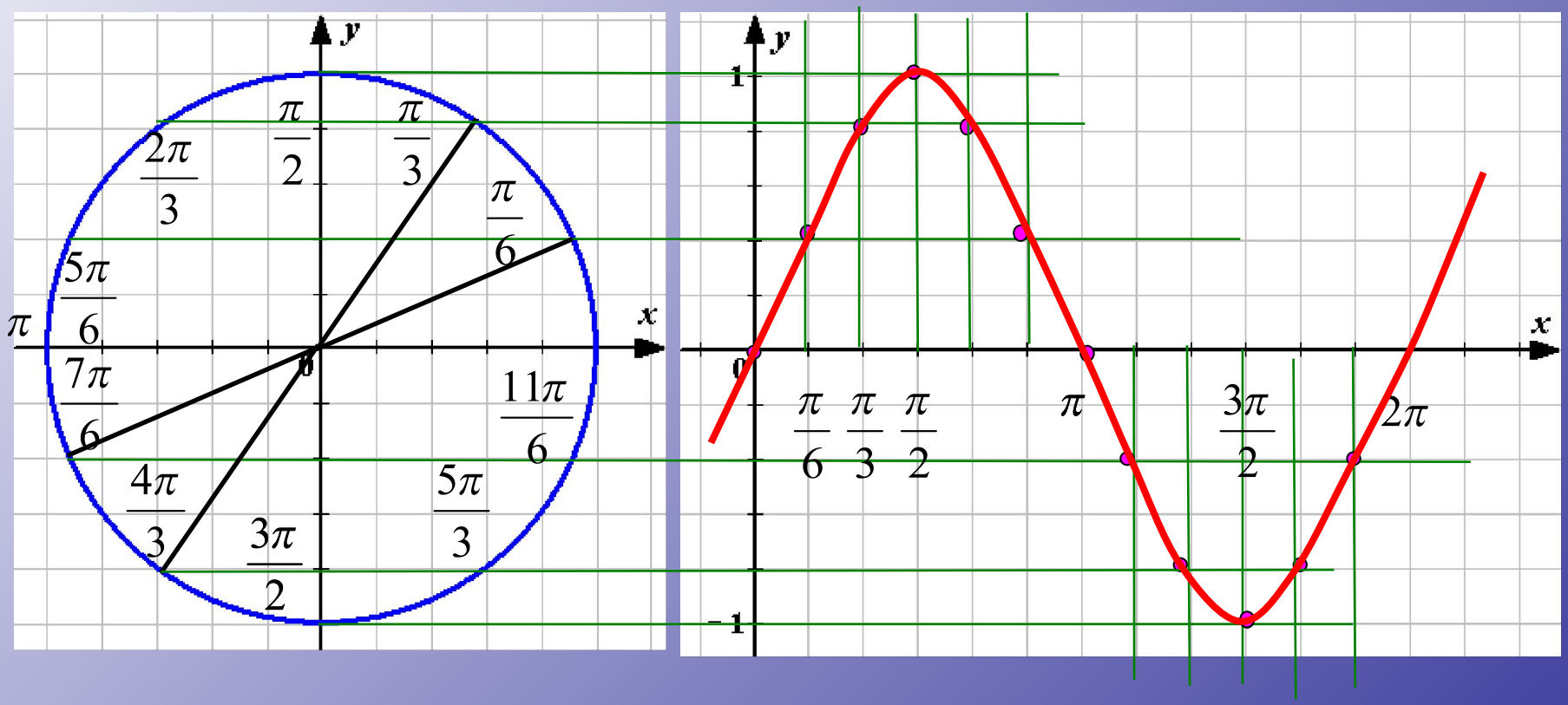
ордината точки P_α

cos α = x

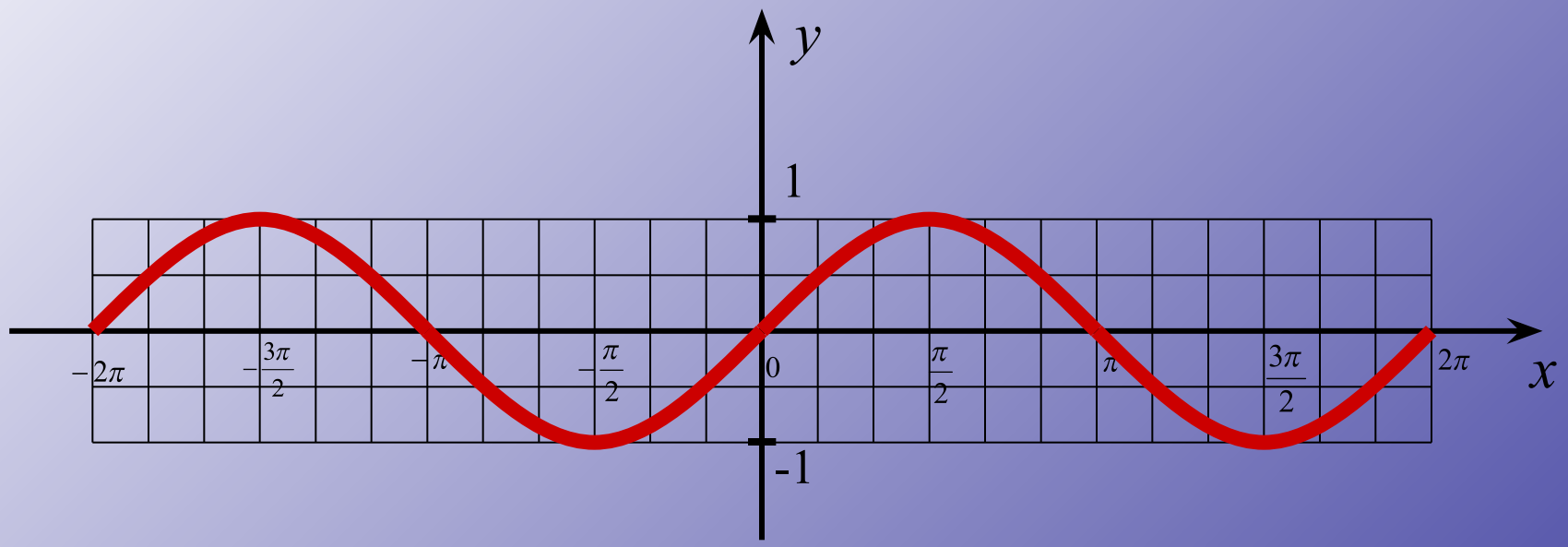
абсциса точки P_α



Побудова графіка функції ***y = sin x***

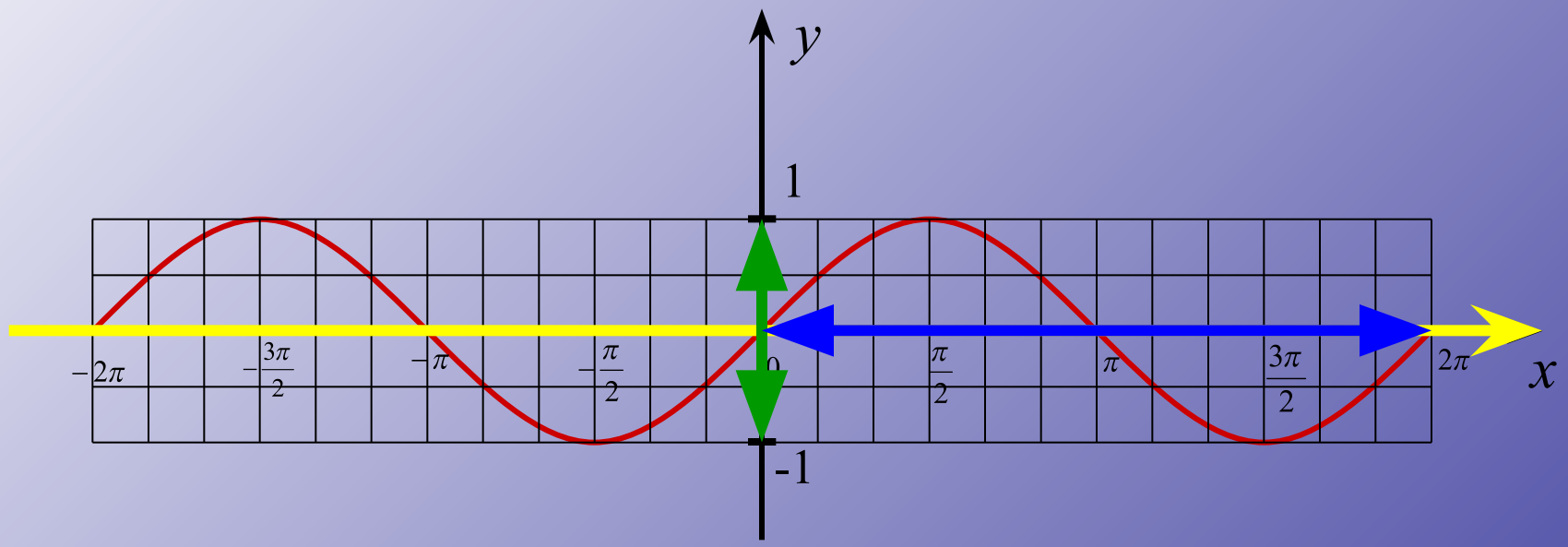


Графік функції ***y = sin x***



Графіком функції ***y = sin x***
є крива, яка називається
СИНУСОЇДА

Властивості функції *y = sin x*



Область визначення **D(sin x) = R**

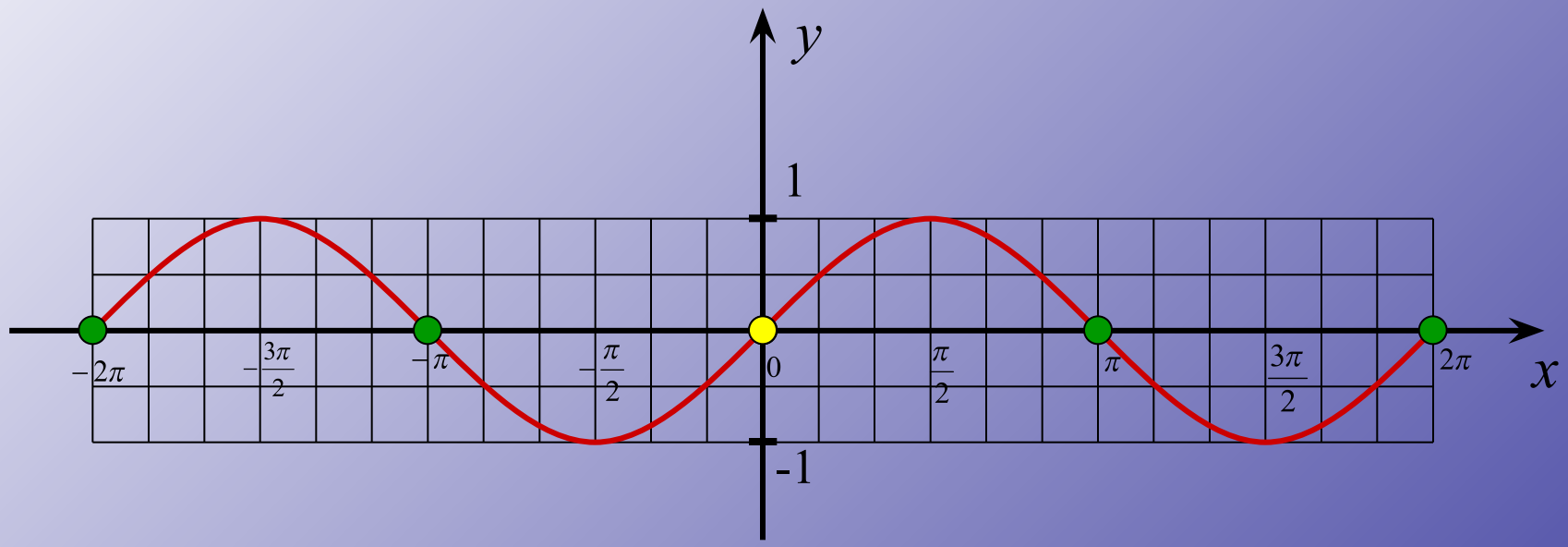
Множина значень **E(sin x) = [-1; 1]**

Парність або непарність: функція ***y = sin x*** непарна ***sin(-x) = -sin x***
(графік функції симетричний відносно початку координат)

Періодичність: функція ***y = sin x*** періодична з найменшим додатнім періодом ***T = 2π***

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x$$

Властивості функції ***y = sin x***

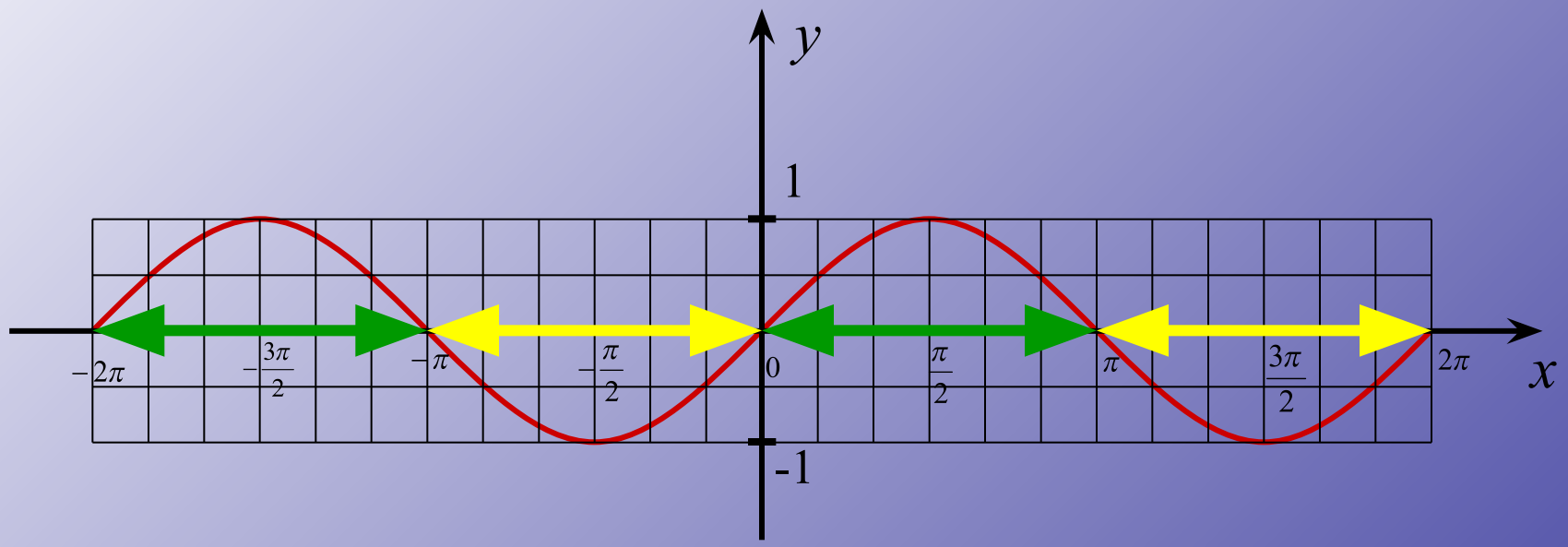


Точки перетину графіка функції ***y = sin x*** з осями координат:

а) з віссю ***OX*** (нулі функції): ***y = 0***, ***sin x = 0***, якщо ***x = πn***, ***n ∈ Z***

б) з віссю ***OY***: ***f(0) = sin 0 = 0*** (точка (0; 0))

Властивості функції *y = sin x*

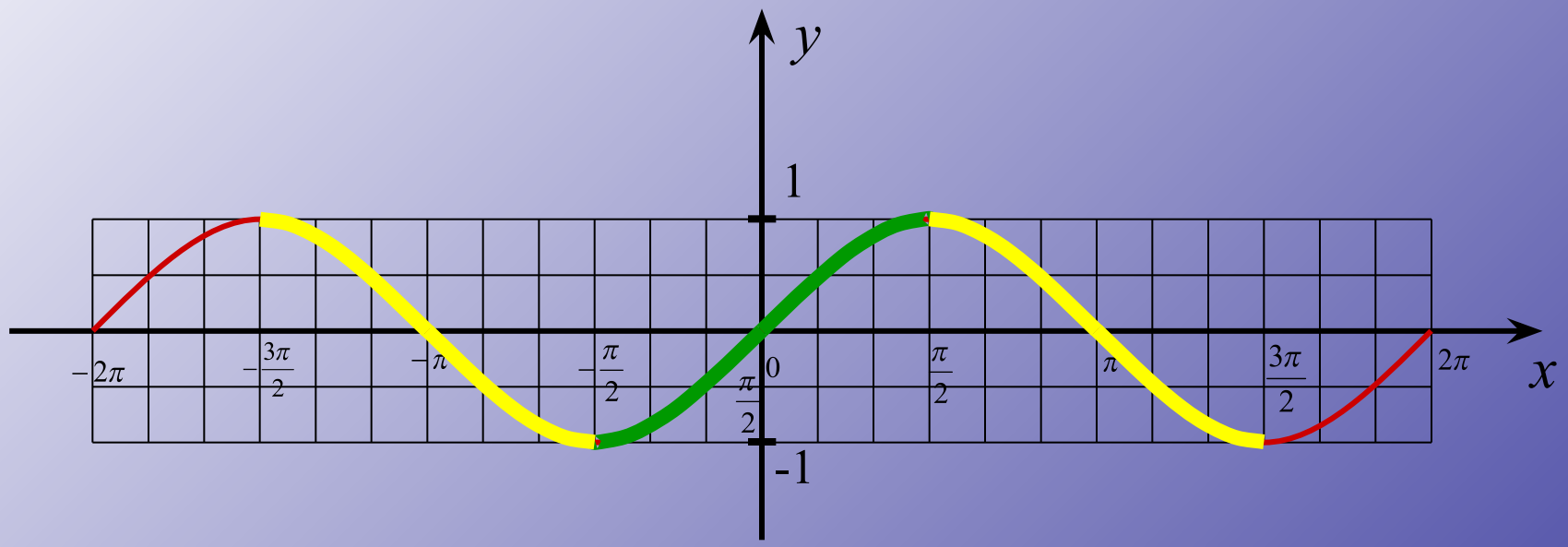


Проміжки знакосталості:

sin x > 0, якщо $x \in (0 + 2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in Z$

sin x < 0, якщо $x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), n \in Z$

Властивості функції *y = sin x*



Проміжки монотонності:

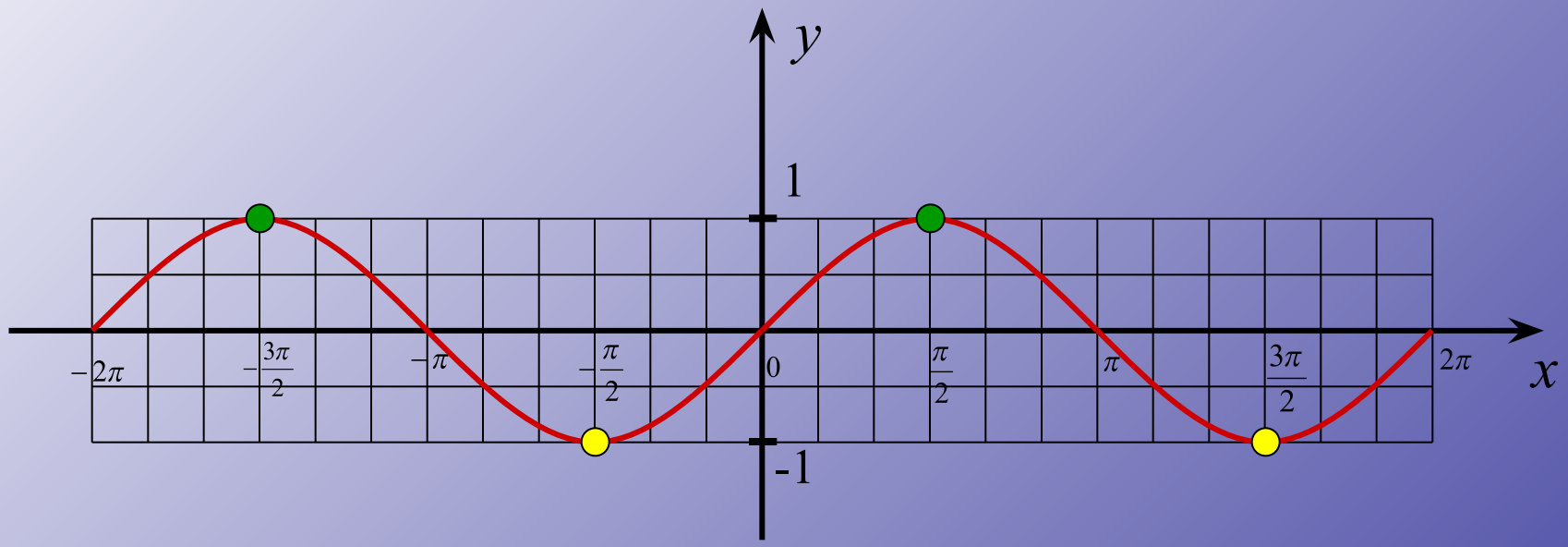
а) функція зростає в кожному з проміжків:

$x \in [-\pi/2 + 2\pi n;\ \pi/2 + 2\pi n],\ n \in Z$

б) функція спадає в кожному з проміжків:

$x \in [\pi/2 + 2\pi n;\ 3\pi/2 + 2\pi n],\ n \in Z$

Властивості функції *y = sin x*



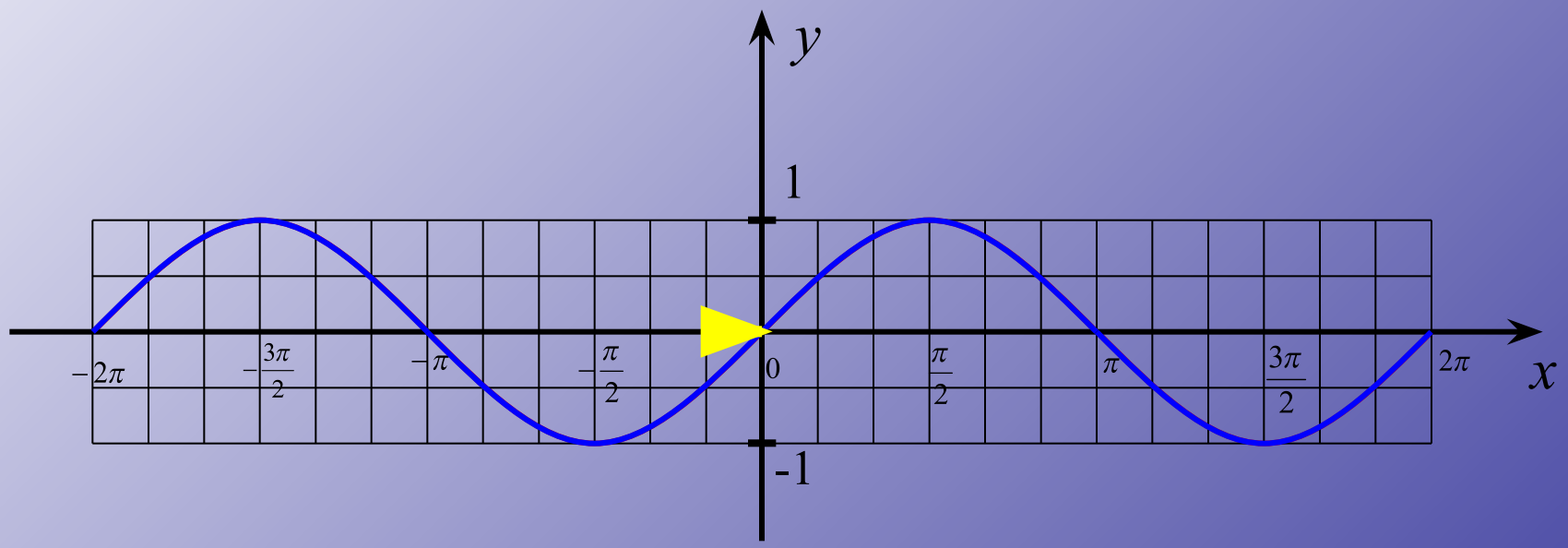
Екстремуми функції:

$X_{max} = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z,\ \ Y_{max} = 1$

$X_{min} = -\pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z,\ \ Y_{min} = -1$

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

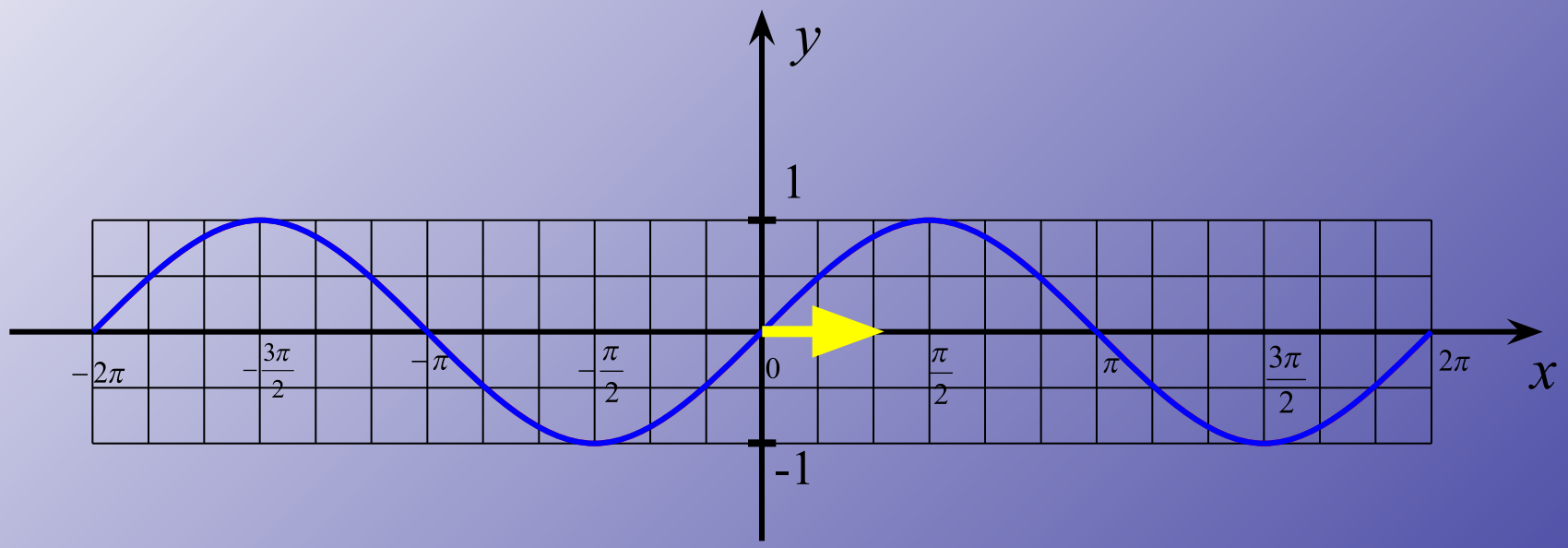
Побудувати графік функції ***y = sin (x + π/6)***



Для побудови графіка функції ***y = sin (x + a)***
*необхідно графік функції **y = sin x** здвинути вздовж осі **OX** на **a** одиниць вліво*

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

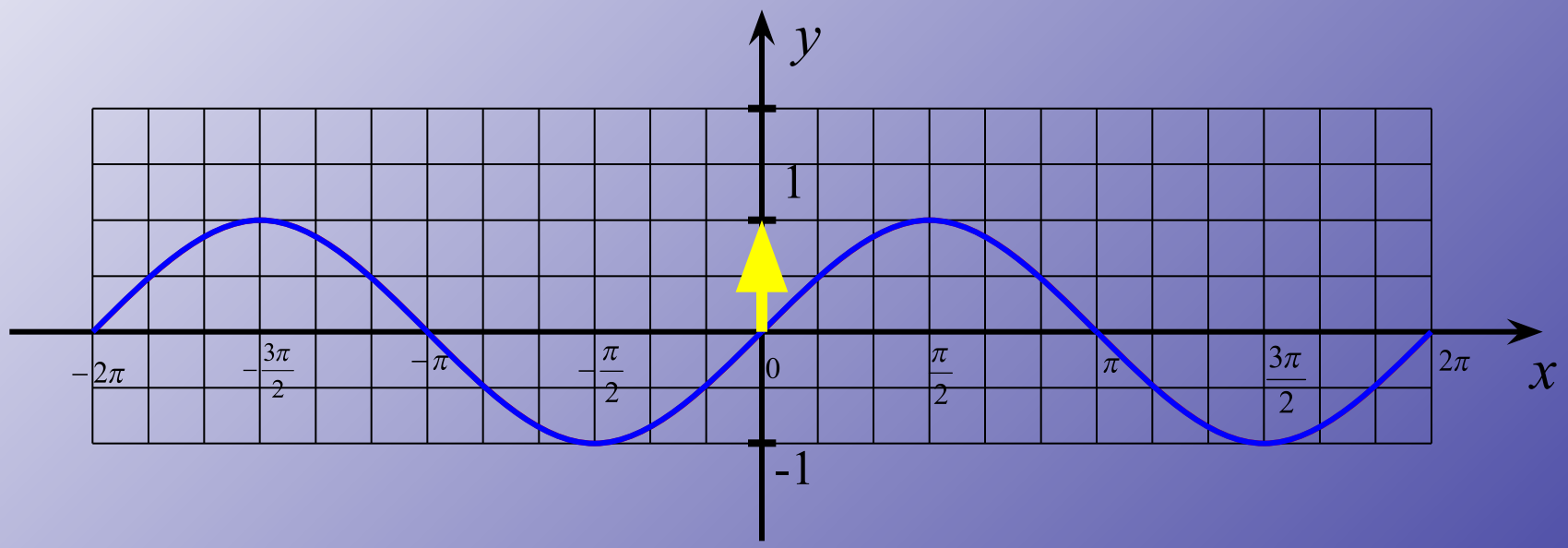
Побудувати графік функції ***y = sin (x - π/6)***



Для побудови графіка функції ***y = sin (x - a)***
*необхідно графік функції **y = sin x** здвинути вздовж осі **OX** на **a** одиниць вправо*

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

Побудувати графік функції ***y = sin x + 1***

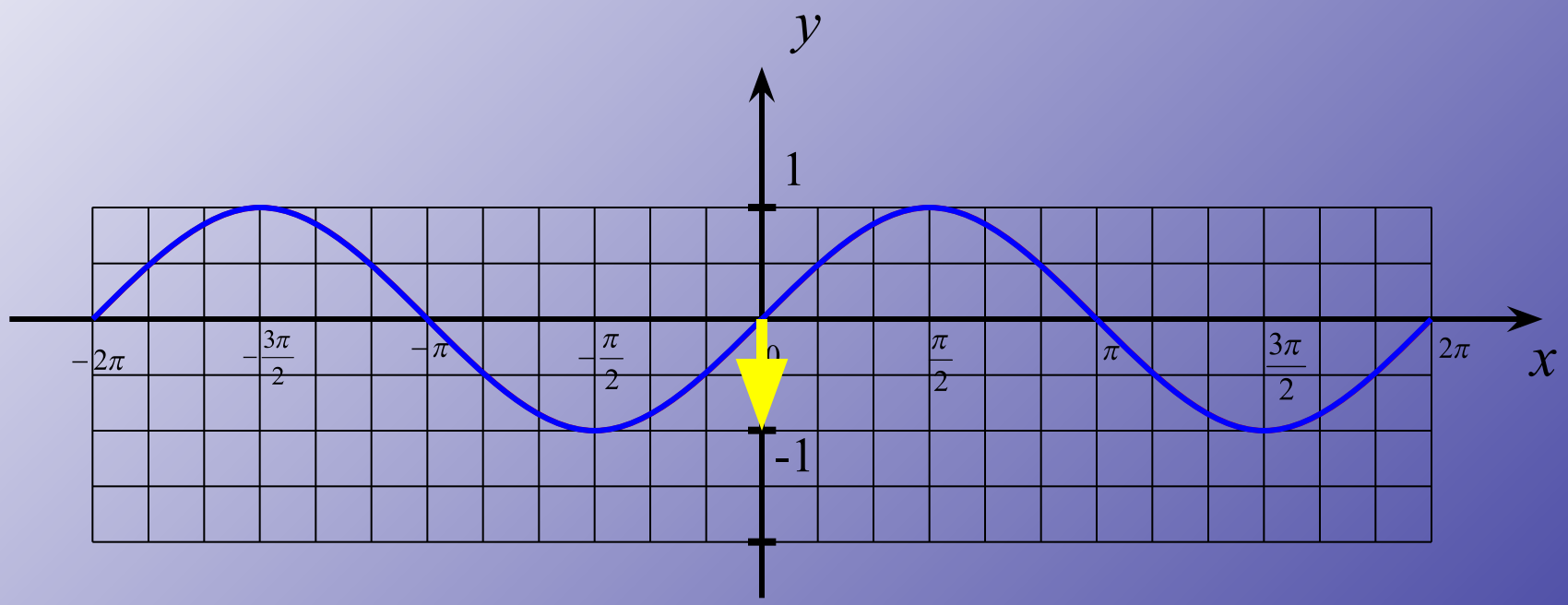


Для побудови графіка функції ***y = sin x + a***

*необхідно графік функції **y = sin x** здвинути вздовж осі **OY** на **a** одиниць вгору*

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

Побудувати графік функції ***y = sin x - 1***

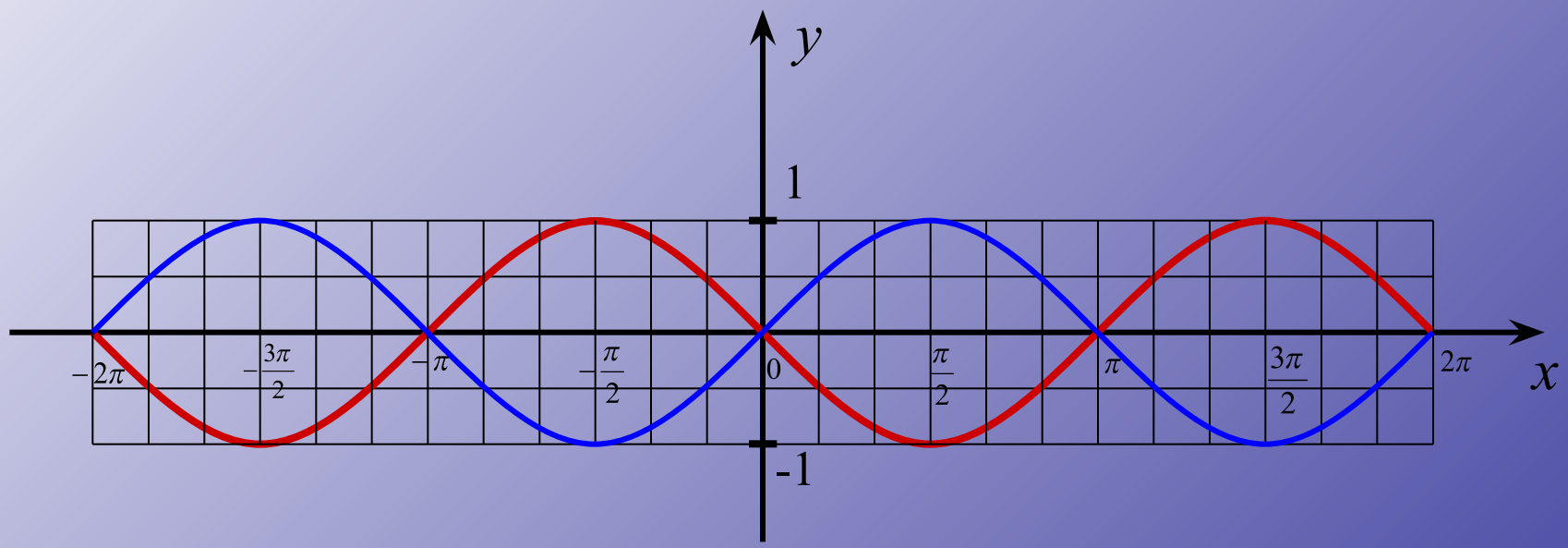


Для побудови графіка функції ***y = sin x - a***

*необхідно графік функції **y = sin x** здвинути вздовж осі **OY** на **a** одиниць вниз*

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

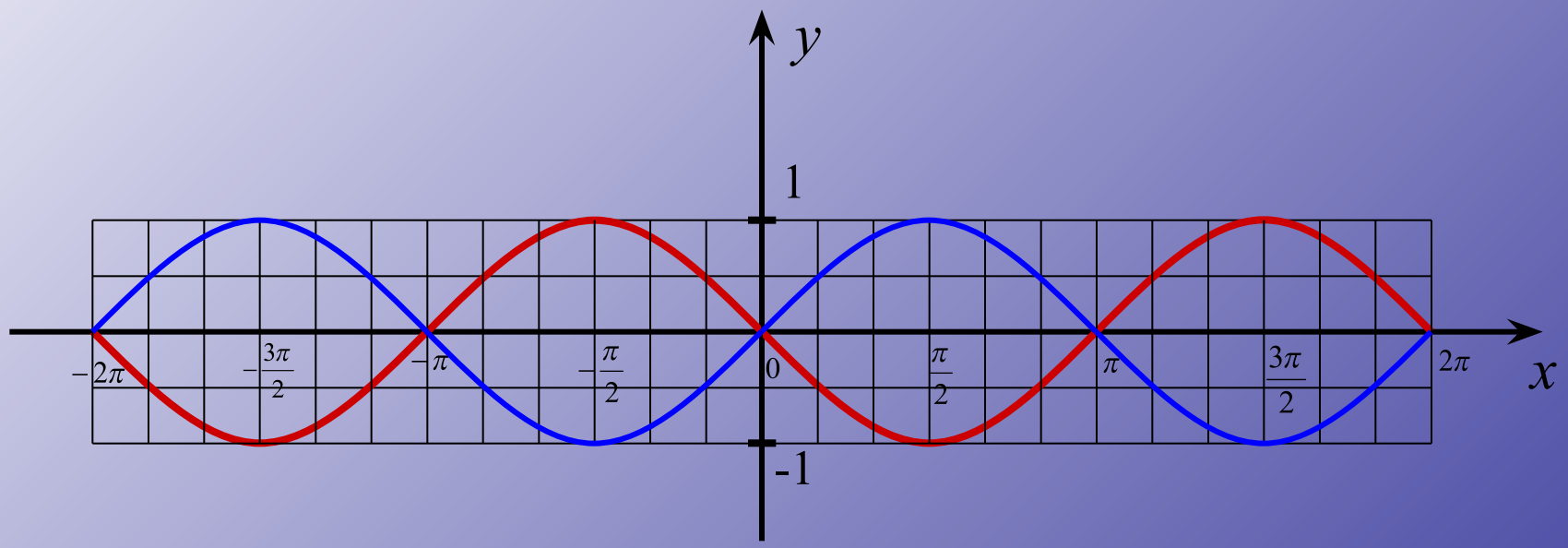
Побудувати графік функції ***y = - sin x***



Для побудови графіка функції ***y = - sin x***
необхідно графік функції ***y = sin x*** *відобразити симетрично відносно осі* ***OX***

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

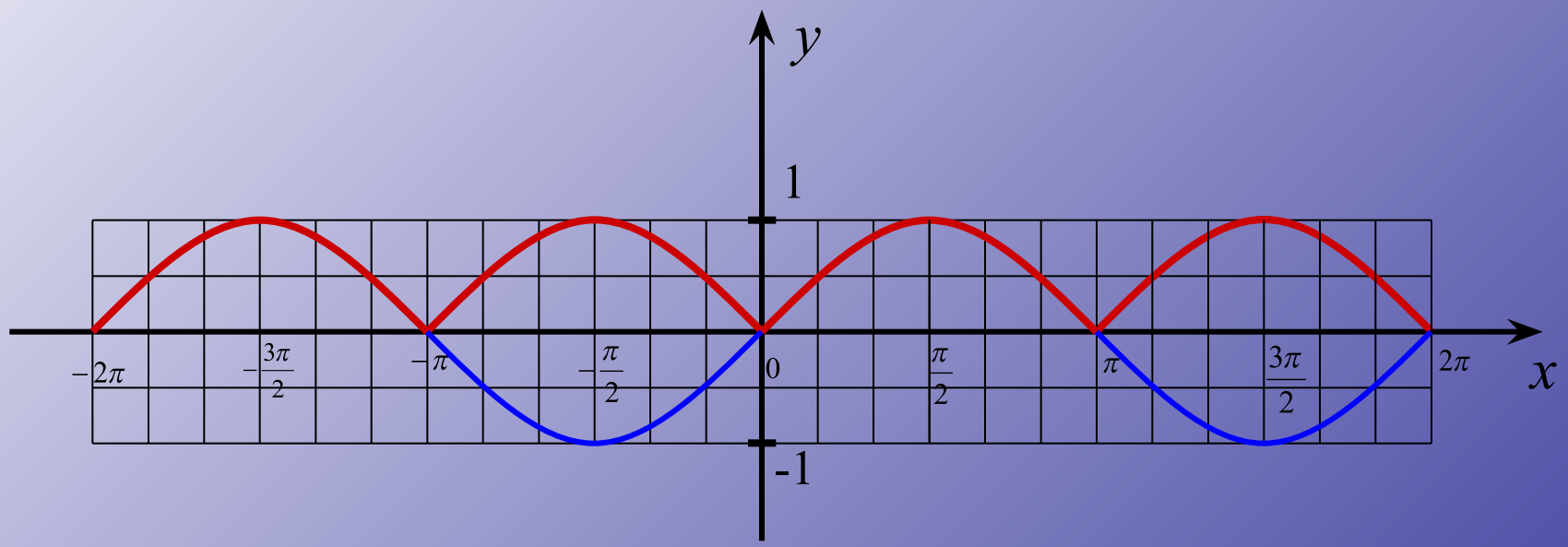
Побудувати графік функції ***y = sin (-x)***



Для побудови графіка функції ***y = sin (-x)***
необхідно графік функції ***y = sin x*** *відобразити симетрично відносно осі* ***OY***

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

Побудувати графік функції ***y = | sin x |***

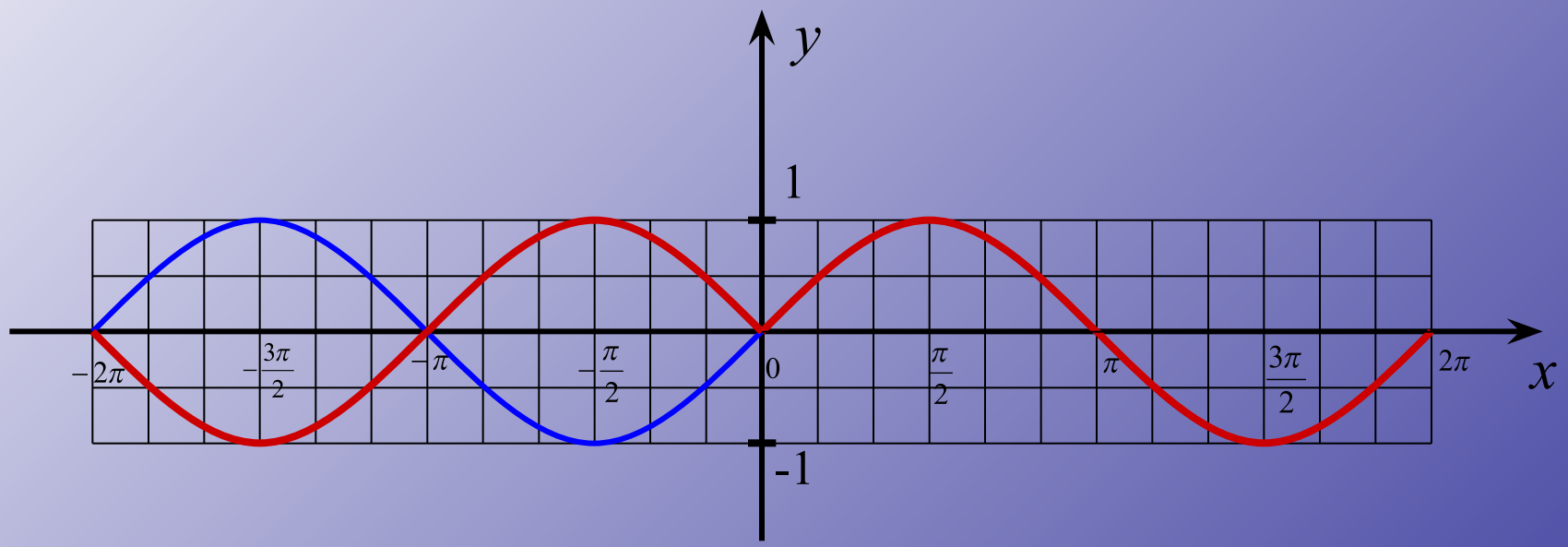


Для побудови графіка функції ***y = | sin x |***

*необхідно додатну частину графіка функції **y = sin x** залишити незмінною, а від'ємну частину відобразити симетрично відносно осі **OX***

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

Побудувати графік функції ***y = sin | x |***

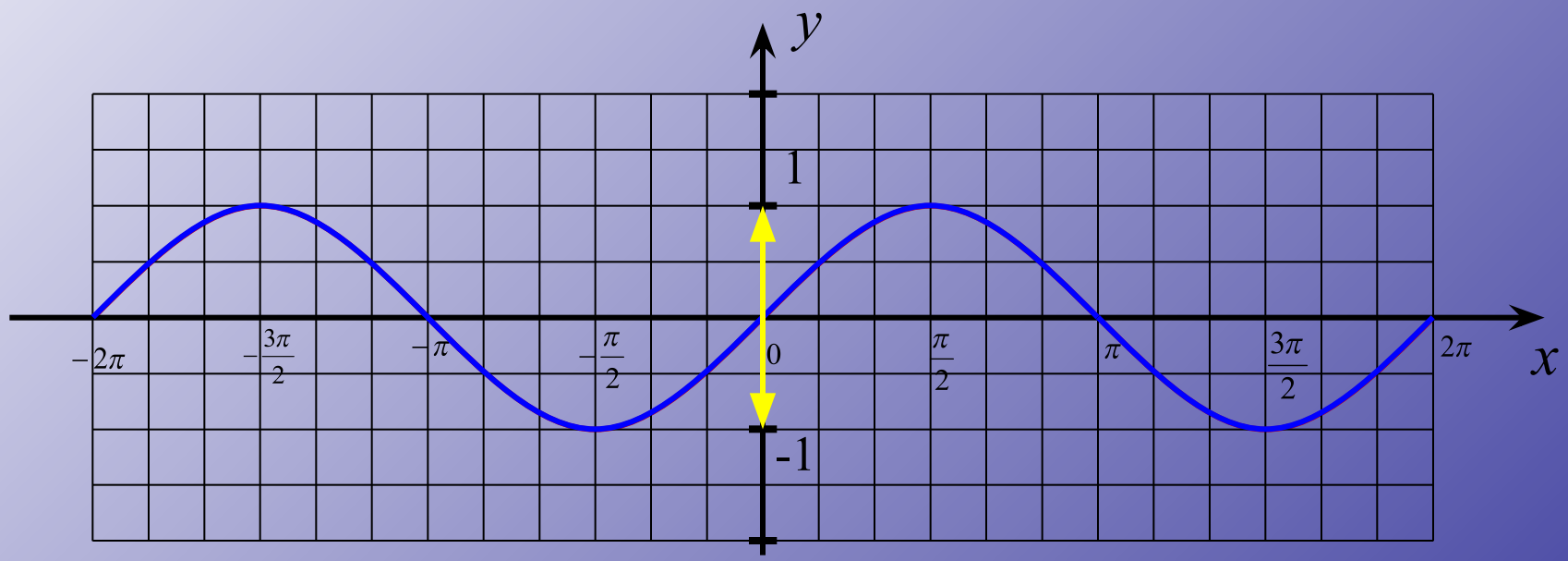


Для побудови графіка функції ***y = sin | x |***

*необхідно побудувати графік функції **y = sin x** при x≥0, а для x<0 побудувати графік, який буде симетричний для вже побудованого графіка відносно осі **OY***

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

Побудувати графік функції ***y = 2 sin x***

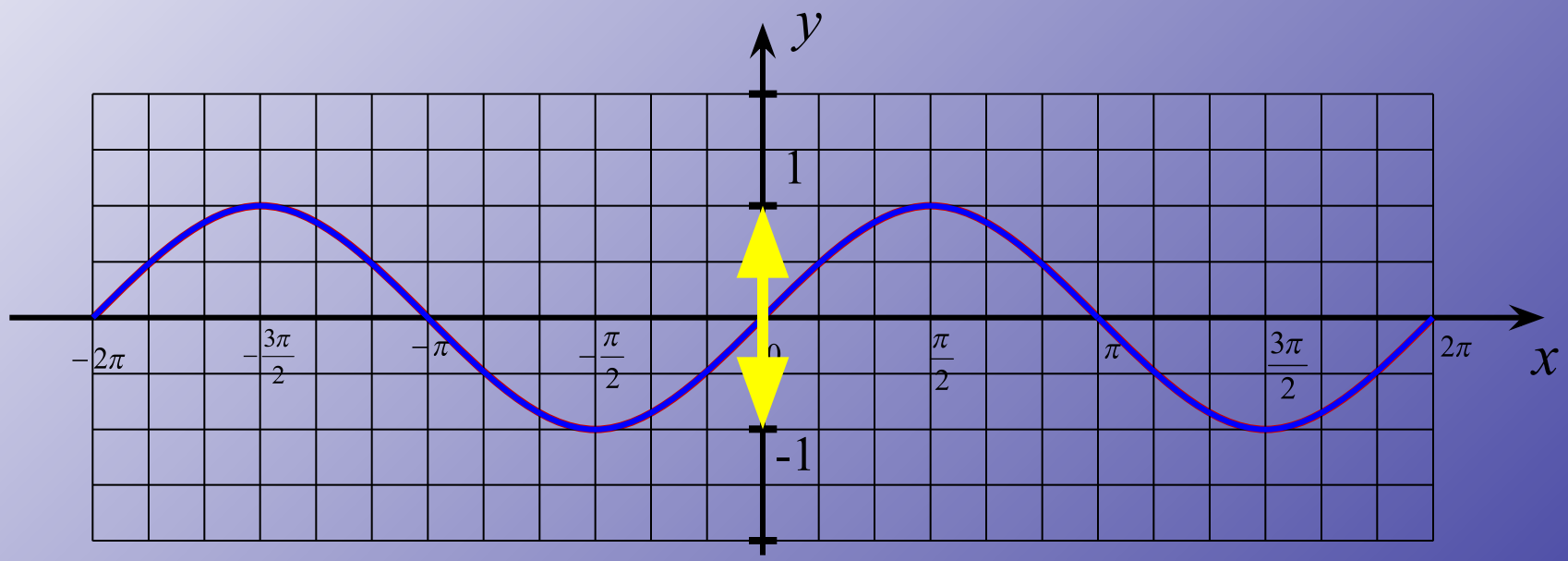


Графік функції ***y = k sin x***

*можна дістати з графіка функції **y = sin x** за допомогою розтягу його в **k** разів від осі **OX**, якщо **k**>1, і за допомогою стиснення в **k** разів до осі **OX**, якщо **0<k<1***

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

Побудувати графік функції ***y = 1/2 sin x***

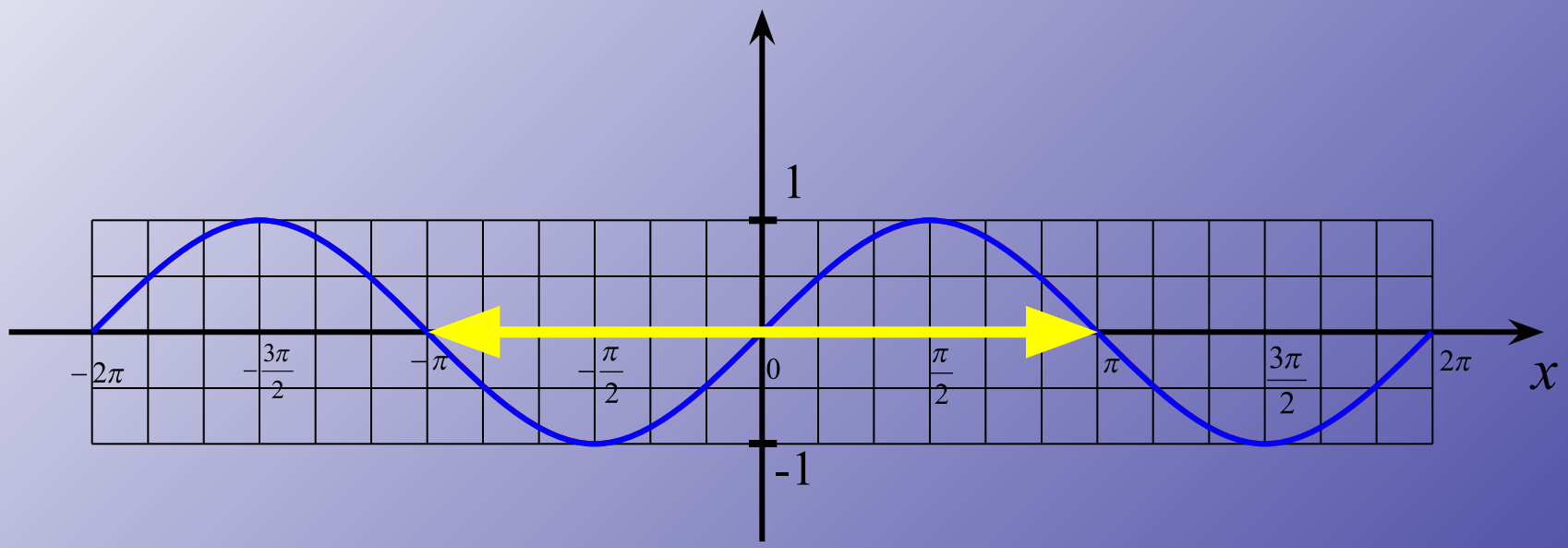


Графік функції ***y = k sin x***

*можна дістати з графіка функції **y = sin x** за допомогою розтягу його в **k** разів від осі **OX**, якщо **k**>1, і за допомогою стиснення в **k** разів до осі **OX**, якщо **0<k<1***

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

Побудувати графік функції ***y = sin 2x***

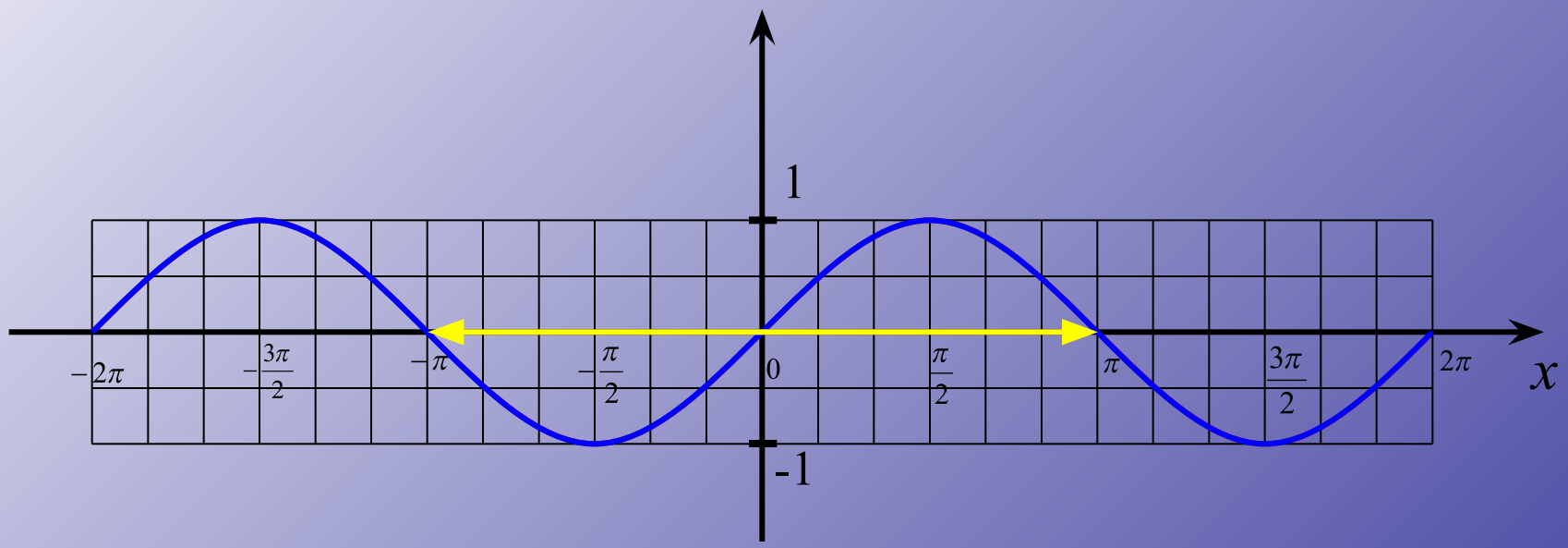


Графік функції ***y = sin k x***

*можна дістати з графіка функції **y = sin x** за допомогою стиснення його в **k** разів до осі **OY**, якщо **k**>1, і за допомогою розтягу в **k** разів від осі **OY**, якщо **0<k<1***

Перетворення графіків функції ***y = sin x***

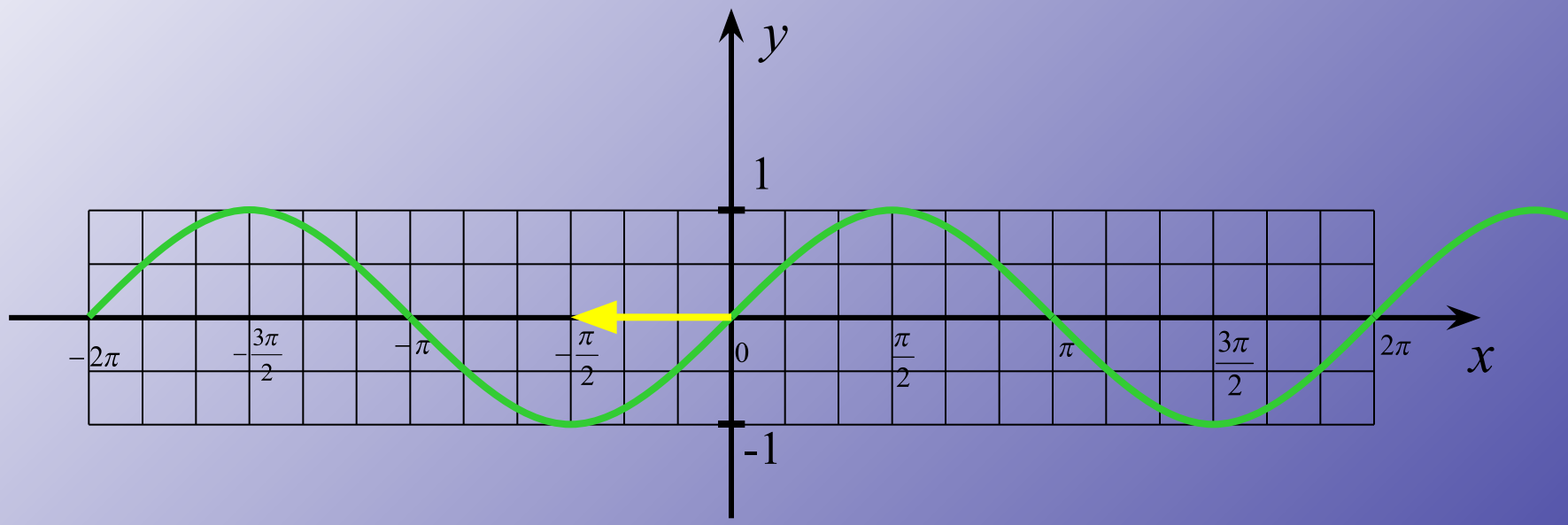
Побудувати графік функції ***y = sin 1/2x***



Графік функції ***y = sin k x***

*можна дістати з графіка функції **y = sin x** за допомогою стиснення його в **k** разів до осі **OY**, якщо **k**>1, і за допомогою розтягу в **k** разів від осі **OY**, якщо **0<k<1***

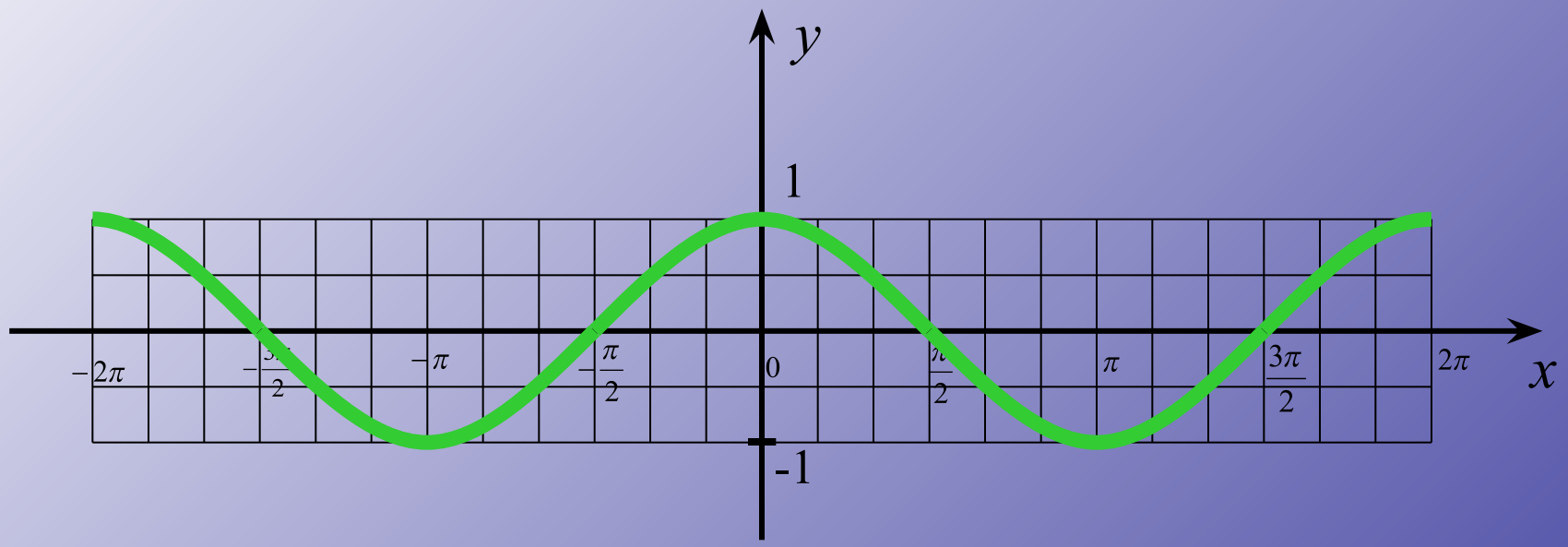
Побудова графіка функції ***y = cos x***



Графік функції ***y = cos x*** одержується перенесенням графіка функції ***y = sin x*** вліво на ***π/2***.

sin (x + π/2) = sin x cos π/2 + sin π/2 cos x = cos x

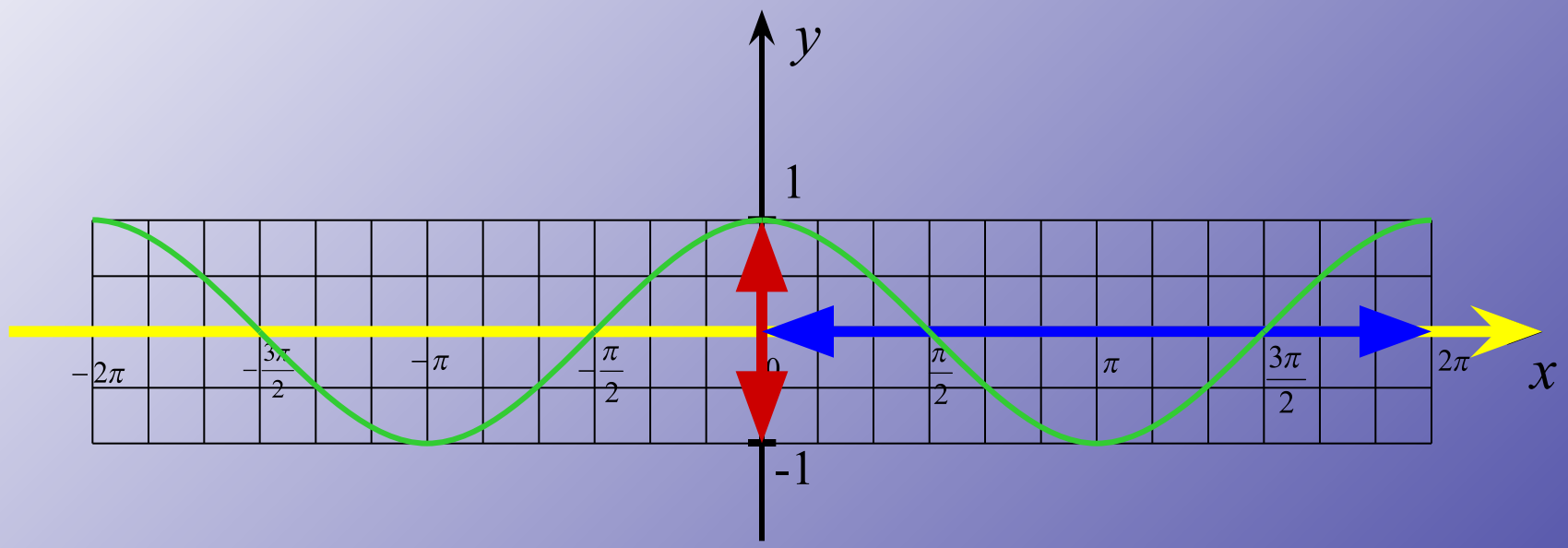
Графік функції ***y = cos x***



Графіком функції ***y = cos x*** є крива, яка називається

КОСИНУСОЇДА

Властивості функції *y = cos x*



Область визначення **D(cos x) = R**

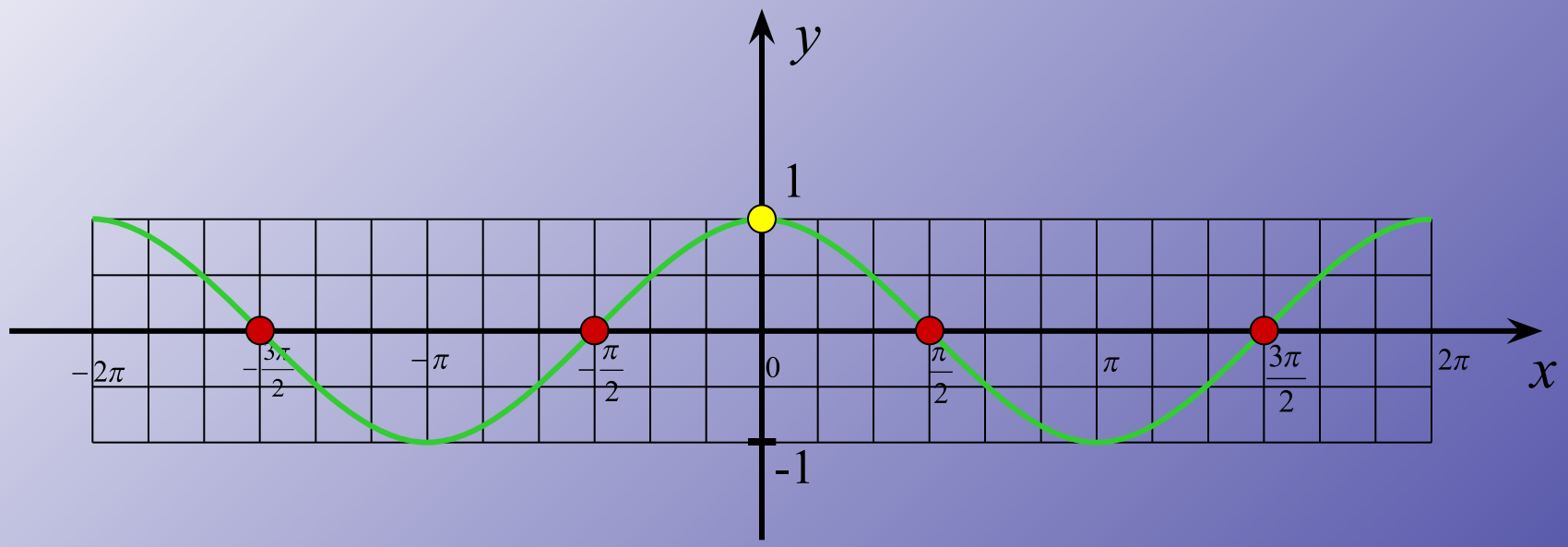
Множина значень **E(cos x) = [-1; 1]**

Парність або непарність: функція ***y = cos x*** парна ***cos(-x) = cos x***
(графік функції симетричний відносно осі ***OY***)

Періодичність: функція ***y = cos x*** періодична з найменшим додатнім періодом $T = 2\pi$

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x$$

Властивості функції ***y = cos x***

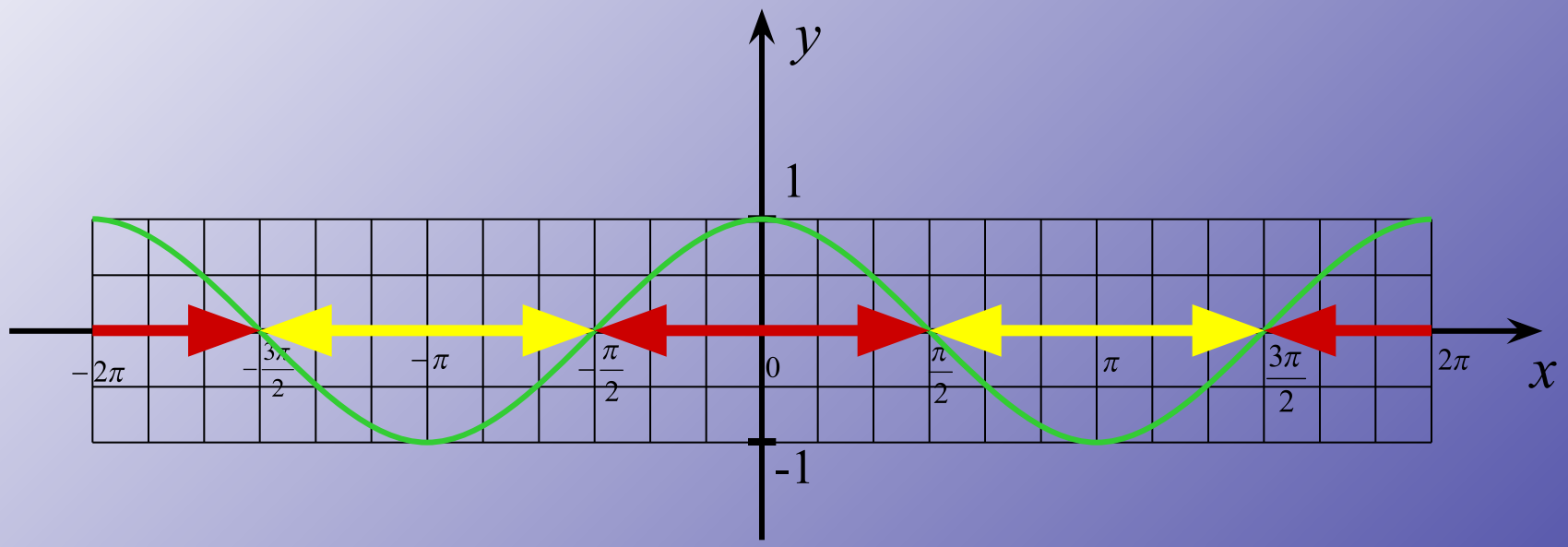


Точки перетину графіка функції ***y = cos x*** з осями координат:

а) з віссю ***OX*** (нулі функції) ***y = 0, cos x = 0***, якщо ***x = π/2 + π n, n ∈ Z***

б) з віссю ***OY***: ***f(0) = cos 0 = 1*** (точка (0; 1))

Властивості функції *y = cos x*

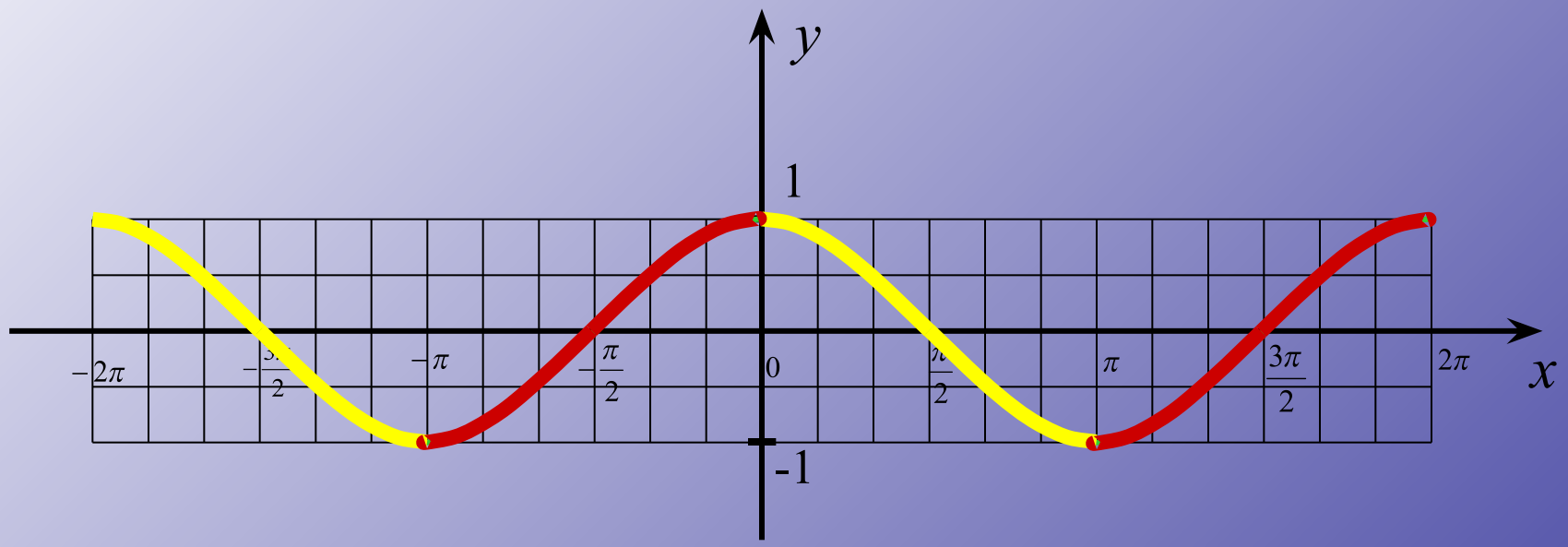


Проміжки знакосталості:

***cos x > 0*, якщо *x* ∈ (-π/2 + 2πn; π/2 + 2πn), n∈Z**

***cos x < 0*, якщо *x* ∈ (π/2 + 2πn; 3π/2 + 2πn), n∈Z**

Властивості функції *y = cos x*



Проміжки монотонності:

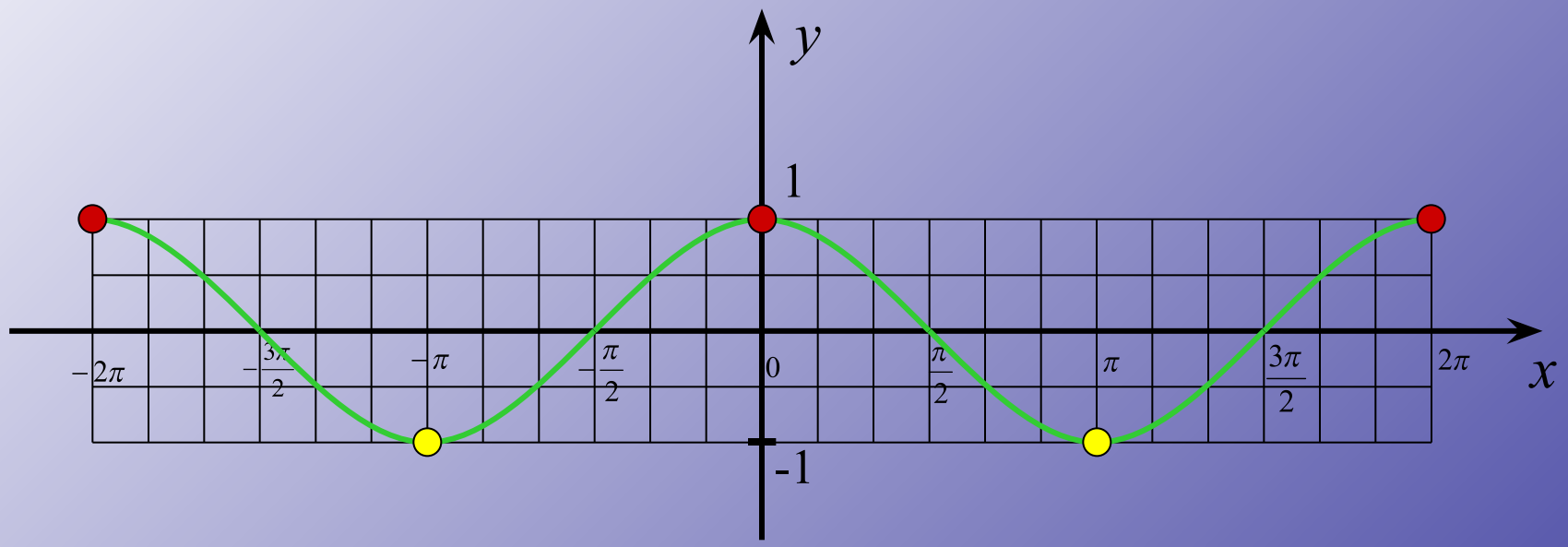
а) функція зростає в кожному з проміжків:

x∈ [-π + 2πn; 2πn], n∈Z

б) функція спадає в кожному з проміжків:

x∈ [2πn; π + 2πn], n∈Z

Властивості функції *y = cos x*



Екстремуми функції:

$X_{max} = 2\pi n,\ n \in Z,\ \ Y_{max} = 1$

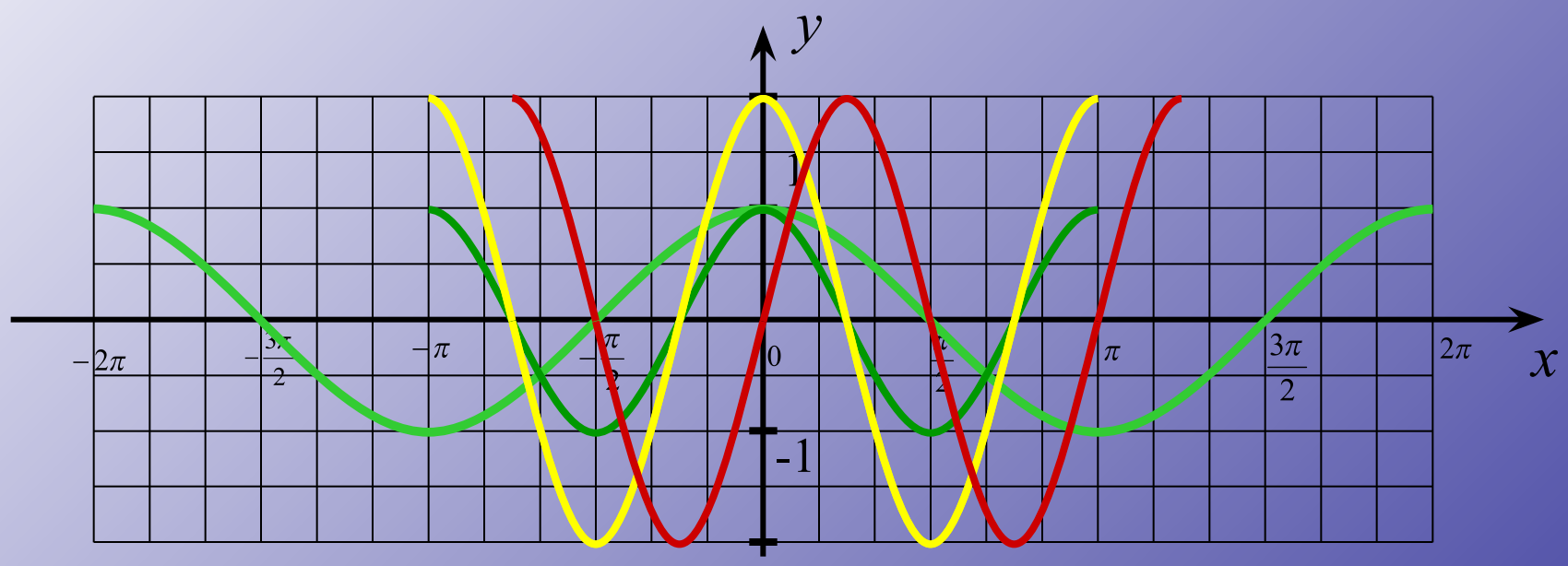
$X_{min} = \pi + 2\pi n,\ n \in Z,\ \ Y_{min} = -1$

Перетворення графіків функції ***y = cos x***

Перетворення графіків функції ***y = cos x*** *відбувається аналогічно перетворенню графіків функції* ***y = sin x***

Побудувати графік функції $y = 2\cos(2x - \pi/2)$

Подамо вираз даної функції у вигляді $y = 2\cos 2(x - \pi/4)$



1) будуємо графік функції $y = \cos x$

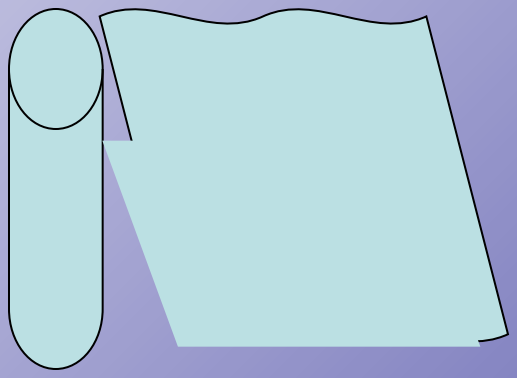
2) будуємо графік функції $y = \cos 2x$, стискаючи графік функції $y = \cos x$ у 2 рази до вісі OY

3) будуємо графік функції $y = 2\cos 2x$, розтягуючи графік функції $y = \cos 2x$ у 2 рази від осі OX

4) будуємо шуканий графік функції $y = 2\cos 2(x - \pi/4)$, паралельно переносячи графік функції $y = 2\cos 2x$ вправо вздовж осі OX на відстань $\pi/4$

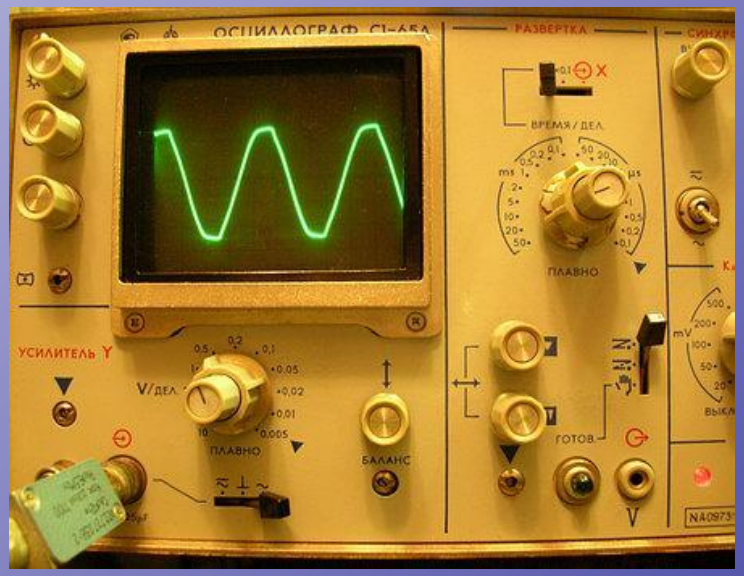
Практичне застосування тригонометричних функцій

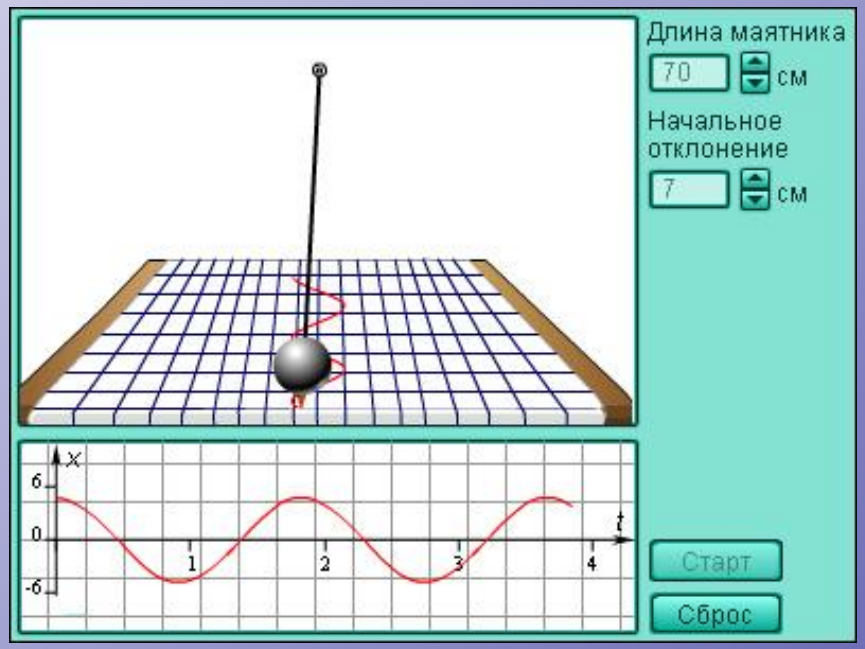
Синусоїда – хвилеподібна плоска крива, яка є графіком тригонометричної функції ***y = sinx*** в прямокутній системі координат. Якщо рулон паперу розрізати навскоси і розвернути його, то край паперу виявиться розрізаним по синусоїді. Цікаво, що проекція на площину гвинтової лінії свердла також буде синусоїдою.



Практичне застосування тригонометричних функцій

- **Зміна будь-якої величини за законом синуса називається гармонійним коливанням. Приклади таких коливань: коливання маятника, коливання напруги в електричній мережі, зміна струму і напруги в коливальному контурі та ін.**





- Ще один приклад синусоїдальних коливань – звук (гармонійне коливання повітря), що відповідає коливанню $y = A*\sin \omega t$