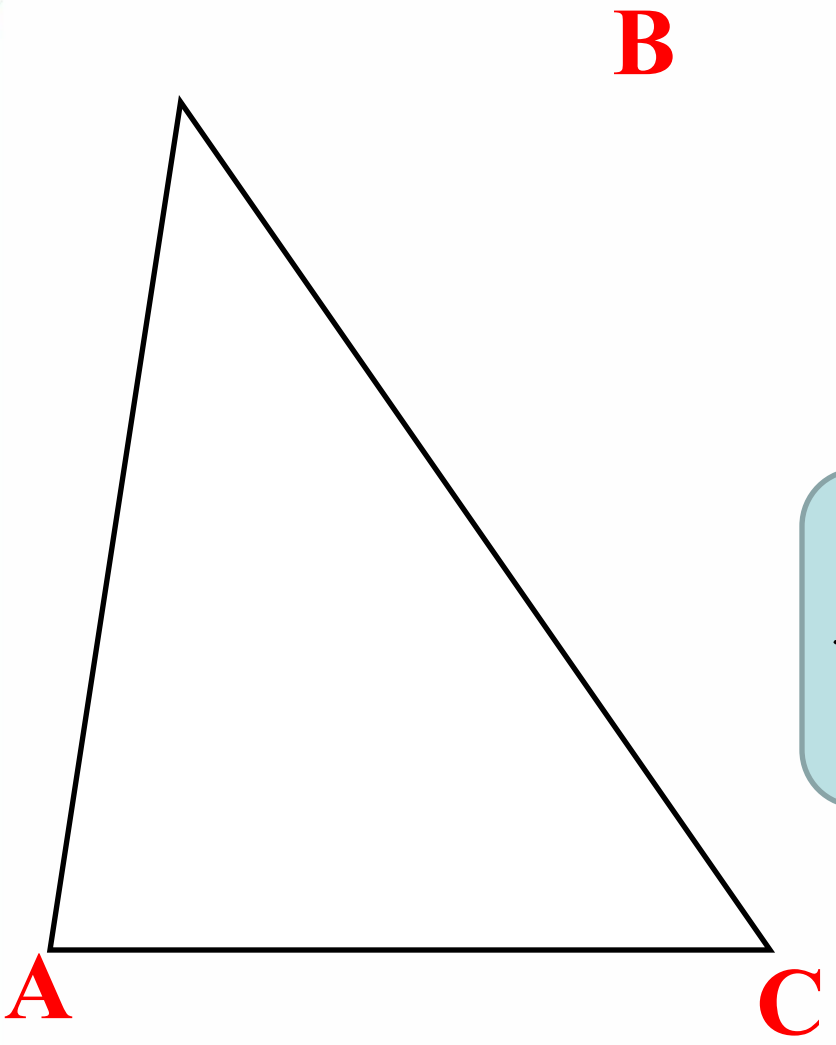
Синусы и косинусы.

ТЕОРЕМА СИНУСОВ

Стороны треугольника пропорциональны синусам противоположных углов

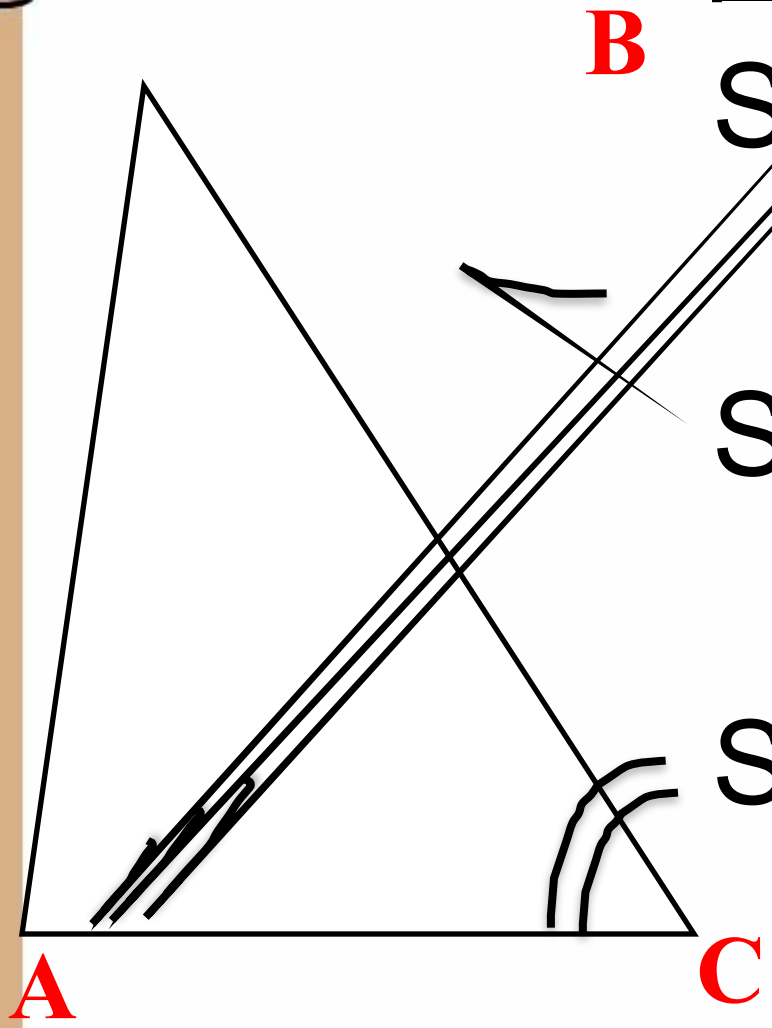


Дано: Δ ABC

Доказать:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

Доказательство:



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B \quad (1)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin C \quad (2)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \quad (3)$$

Приравняем равенства (1) и (2), получим

$$\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin C$$

Сократим на $\frac{1}{2} BC$, получим

$$AB \cdot \sin B = AC \sin C \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}}$$

Приравняем равенства (2) и (3), получим

$$\frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2}AC \cdot BC \cdot \sin C$$

Сократим на $\frac{1}{2}AC$, получим

$$AB \cdot \sin A = BC \sin C \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}}$$

Объединив равенства

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$$ и $$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$$

получим

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

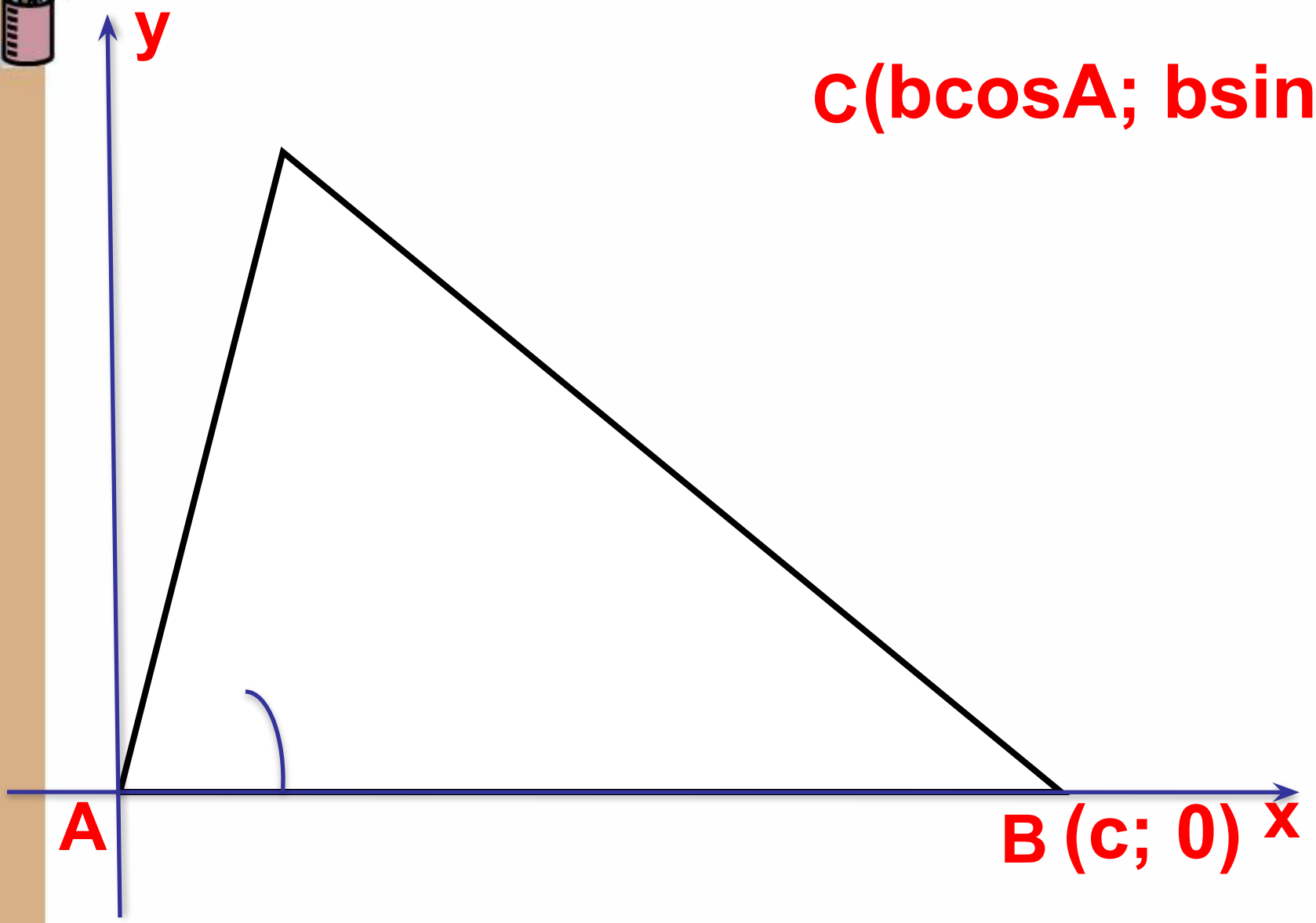
Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

<u>Дано:</u> Δ **ABC**

<u>Доказать:</u>

$$a = b + c - 2bc * \cos A$$


y
C(bcosA; bsinA)
A
B (c; 0)
x

Доказательство:

Пусть в треугольнике ABC AB = c, BC = a, AC = b. Введем систему координат с началом в точке A. Тогда B (c; 0), C (bcosA; bsinA).

Найдем расстояние BC:

$$BC^2 = a^2 = (b\cos A - c)^2 + b^2\sin^2 A = b^2\cos^2 A + b^2\sin^2 A - 2bc\cos A + c^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

Спасибо за внимание!