Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение
«Вечерняя (сменная) общеобразовательная школа № 4»
Артемовского городского округа
(МКОУ ВСОШ № 4)

Зачем мы изучаем логарифмы?

АГО
2013 год

Цель урока:

Обеспечить формирование представления о математике как части общечеловеческой культуры, понимания значимости математики для общественного прогресса.

Задачи урока:

дидактическая: мотивировать усвоение учащимися систематических, осознанных сведений о логарифме;

развивающая: развивать познавательный интерес у учащихся через раскрытие практической необходимости и теоретической значимости темы; развивать логическое мышление, память;

воспитательная: воспитание мотивов учения, положительного отношения к получению знаний, познавательной активности.

Изобретение логарифмов тесно связано с развитием в XVI веке производства и торговли, астрономии и мореплавания, требовавших усовершенствования методов вычислительной математики.

Все чаще требовалось производить громоздкие действия над многозначными числами, все точнее и точнее должны быть результаты действий. Наибольшие проблемы возникали, как нетрудно понять, при выполнении операций умножения и деления.

Слово «логарифм» происходит от греческих слов *logoz* **- число и** *ariumoz* **- отношение. Переводится как «отношения чисел», одно из которых является членом арифметической прогрессии, а другое – геометрической.**

Вот тогда-то и нашла воплощение идея логарифмов, ценность которых состоит в сведении сложных действий возведения в степень и извлечения корня к более простым действиям - умножению и делению, а последних к - самым простым – сложению и вычитанию.

П. Лаплас

Изобретение логарифмов, сократив работу астронома, продлила ему жизнь.

П. С. Лаплас

Михаэль Штифель (1487-1567)

Первым эту идею опубликовал в своей книге «Arithmetica integra» (Нюрнберг, 1544) Михаэль Штифель, один из изобретателей логарифмов, который, впрочем, не приложил серьёзных усилий для реализации своей идеи.

Джон Непер(1550—1617)

В 1614 году шотландский барон (8-й лэрд Мерчистона), математик-любитель Джон Непер опубликовал на латинском языке сочинение «Описание удивительной таблицы логарифмов».

В нём было краткое описание логарифмов и их свойств, а также 8-значные таблицы логарифмов синусов, косинусов и тангенсов, с шагом 1'.

Термин логарифм, предложенный Непером, утвердился в науке.

Теорию логарифмов Непер изложил в другой своей книге «Построение удивительной таблицы логарифмов», изданной посмертно в 1619 году его сыном.

Логарифмические таблицы

Непер вошёл в историю как изобретатель замечательного вычислительного инструмента — таблицы логарифмов. Это открытие вызвало гигантское облегчение труда вычислителя.

В честь Джона Непера названы:

- кратер на Луне;
- астероид 7096 Непер (1992 год);
- логарифмическая безразмерная единица, измеряющая отношение двух величин;
- университет в Эдинбурге (Edinburgh Napier University).

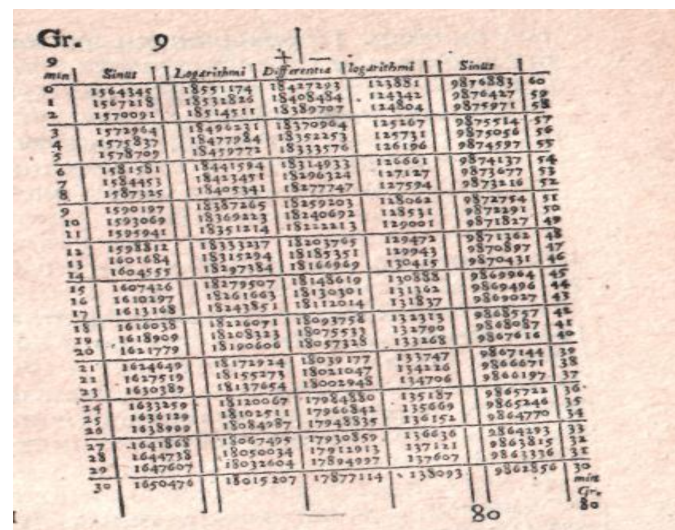


Рис. 25. Часть страницы из таблицы Непера

Итак, логарифмы появились как средство для упрощения вычислений, **но нужны ли они сегодня**, когда вычислительная техника достаточно развита, чтобы справляться с самыми сложными расчетами? Ведь не изучаются же в современной школе такие старинные средства для упрощения вычислений, как простейшие счетные приборы, не изучаются древние алгоритмы умножения и деления чисел, извлечение квадратных кубических корней и пр.

Так зачем изучают логарифмы сегодня?

Попробуем ответить на этот интересный вопрос.

Испокон веков целью математической науки было помочь людям узнать больше об окружающем мире, познать его закономерности и тайны.

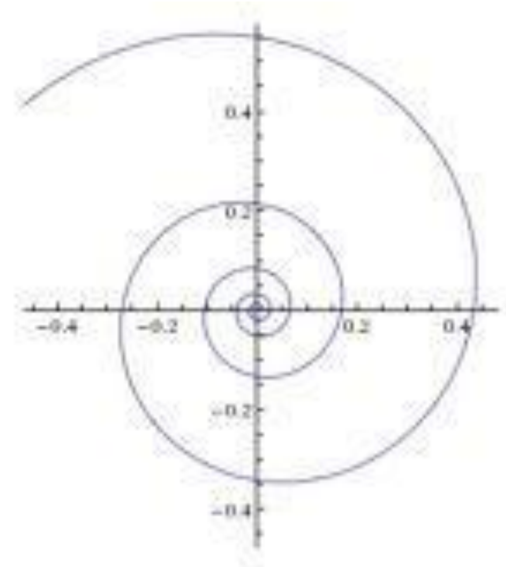
Математики, выделяя самые существенные черты того или иного наблюдаемого в природе явления, вводя числовые характеристики и связывая эмпирические данные с помощью различных математических зависимостей, тем самым составляют математическую модель явления.

При составлении модели того или иного явления, достаточно часто обращаются именно к логарифмической функции.

Одним из наиболее наглядных примеров такого обращения является ***логарифмическая спираль.***

Логарифмическая спираль

Логарифмическая спираль, плоская кривая, описываемая точкой, движущейся по прямой, которая вращается около одной из своих точек *О (полюса логарифмической спирали)* так, что логарифм расстояния движущейся точки от полюса изменяется пропорционально углу поворота; логарифмическая спираль пересекает под постоянным углом а все прямые, выходящие из полюса.



Первым учёным, открывшим эту удивительную кривую, был Рене Декарт (1638 г.)

Спираль в одну сторону развертывается до бесконечности, а вокруг полюса, напротив, закручивается, стремясь к нему, но не достигая.

Так почему в качестве примера логарифмической зависимости в природе выбрали именно логарифмическую спираль?

Любопытен оптический эффект.

Если вращать рисунок, на котором изображено семейство логарифмических спиралей, то при вращении в одном направлении мы увидим, что спирали будут расширяться, а при вращении в противоположном направлении они будут сужаться.

Логарифмическая спираль обладает целым рядом замечательных свойств.

Если намотать на логарифмическую спираль нить, концом которой служит точка О, и начать разматывать эту нить, то её конец опишет линию конгруэнтную исходной спирали.

Эта способность логарифмической спирали оставаться неизменной при самых различных преобразованиях настолько поразила впервые изучавшего её Бернулли, что он назвал её spiral mirabilis (чудесная спираль).

Он даже придавал её свойствам мистический смысл и завещал, чтобы на его надгробье изобразили эту спираль и написали: Eaten mutate, resurgo (преобразованная, возрождаюсь вновь).

Иоганн Бернулли (27 июля 1667, Базель – 01 января 1748)

Особенности логарифмической спирали поражали не только математиков. Её геометрические свойства, в частности инвариантность (сохранение угла), удивляет и биологов, которые считают именно эту спираль своего рода **стандартом биологических объектов самой разной природы**.

Логарифмическая спираль – единственный тип спирали, не меняющей своей формы при увеличении размеров.

Это свойство объясняет, почему логарифмическая спираль так часто встречается в природе.

Живые существа обычно растут, сохраняя общее начертание своей формы. При этом чаще всего они растут во всех направлениях – взрослое существо и выше и толще детёныша.

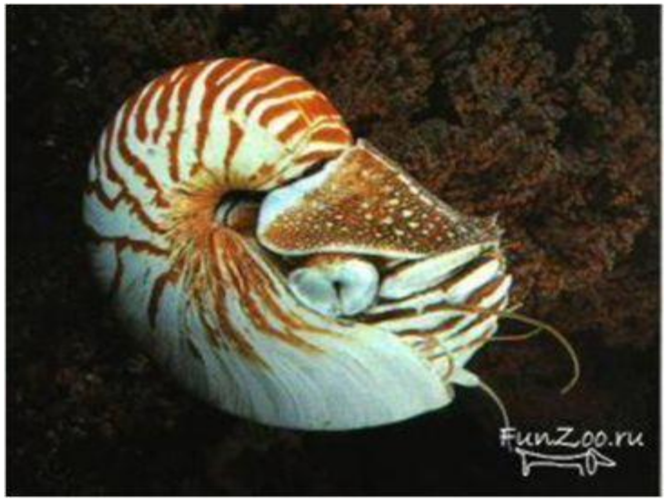
Раковины морских животных могут расти лишь в одном направлении. Чтобы не слишком вытягиваться в длину, им приходится скручиваться, причём рост совершается так, что сохраняется подобие раковины с её первоначальной формой. А такой рост может совершаться лишь по логарифмической спирали или её некоторым пространственным аналогам.

Поэтому раковины многих

моллюсков, улиток

закручены по

логарифмической спирали.



Логарифм в ухе

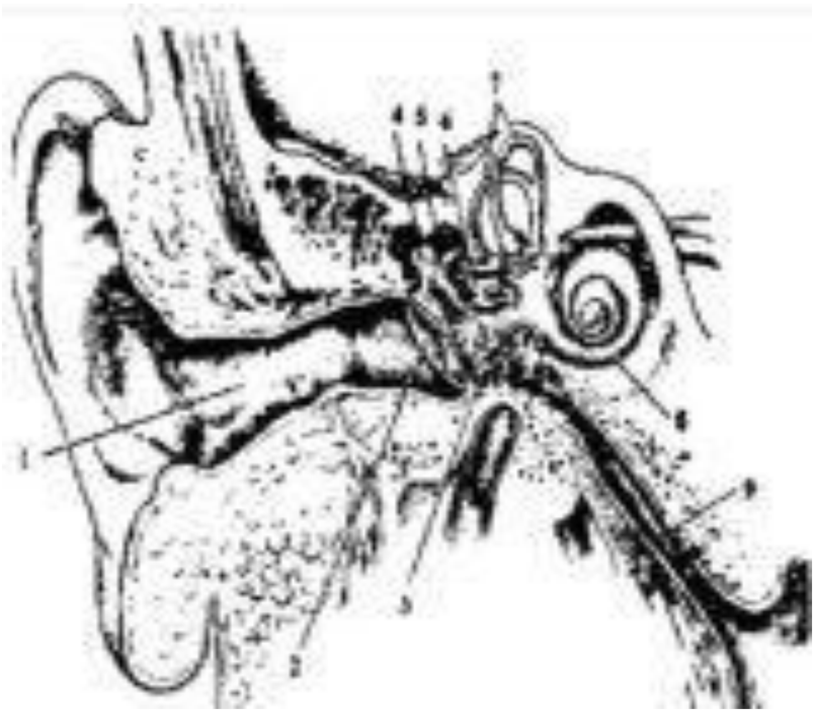


Схема строения уха:

1 – наружный слуховой проход
2 – барабанная перепонка
3 – плоскость среднего уха
4 – молоточек
5 – наковальня
6 – стремечко
7- полукружные каналы
8 – «улитка»
9 – евстахиева труба

«Улитка» представляет собой спирально закрученную трубку, образованную из 2,5 витков.

По логарифмической спирали закручены рога таких млекопитающих, как архары (горные козлы), клювы попугаев

Можно сказать, что эта спираль является **математическим символом соотношения формы и роста.**

По логарифмической спирали очерчены не только раковины. Один из распространенных пауков, **эпейра**, сплетая паутину, закручивает нити вокруг центра по логарифмическим спиралям.

По логарифмическим спиралям выстраиваются цветки в соцветиях подсолнечника.

В подсолнухе семечки расположены по дугам, близким к логарифмической спирали.

Шишка хвойного дерева.
Распределение чешуек на конической поверхности отличается изяществом, рациональностью и совершенством геометрической формы. Весь конус развивается по двум спиралеобразным виткам.

Как оказалось, и в сельском хозяйстве не обошлось без логарифмов. Например, исследовав рождение телят, оказалось, что их вес можно вычислять и с помощью логарифмов по формуле $m = m_0 e^{kt}$ – закон, по которому происходит рост животных, где m –масса в полмесяца, m_0 -масса при рождении, e – экспонента, k – коэффициент относительной скорости роста, t – период времени.

Почему хищник кружит над добычей?

Мы так привыкли, что хищник кружит над своей добычей, что не только не задаемся вопросом, почему он это делает, но и в большинстве случаев, не замечаем, что на самом деле он выписывает функцию, называемую логарифмической спиралью.

Тайна того, почему хищные птицы в большинстве случаев летают именно по спирали, была открыта американцем Тукером. Согласно его заявлению, они делают это, чтобы максимально использовать их острое “поперечное” зрение.

Логарифмы и архитектура

Дом, построенный в виде морской раковины в Мехико, основывается на формуле логарифмической спирали.

Создатели Наутилуса - так называется проект - попытались создать ощущение четвертого измерения, которое

должно возникать, если находиться внутри строения.

Великий немецкий поэт Иоганн-Вольфганг Гёте считал логарифмическую спираль даже

математическим символом жизни и духовного развития.

1749-1833 г. г.

Логарифмическая спираль в технике

Логарифмическая спираль пересекает свои радиус-векторы под постоянным углом. На основании этого ее называют равноугольной.

Это свойство находит свое применение в технике.

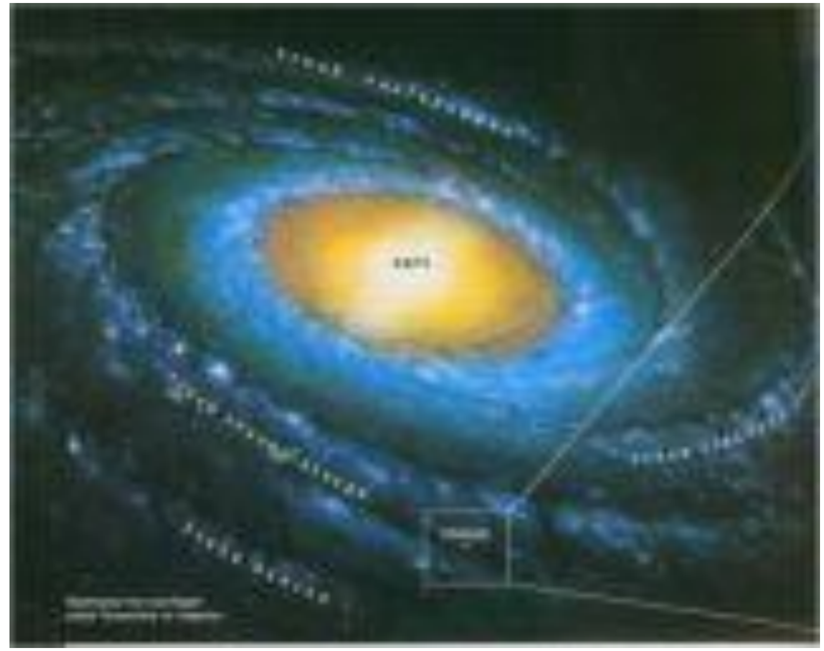
Дело в том, что в технике часто применяются вращающиеся ножи. Сила с которой они давят на разрезаемый материал, зависит от угла резания, т.е. угла между лезвием ножа и направлением скорости вращения. Для постоянного давления нужно, чтобы угол резания сохранял постоянное значение, а это будет в том случае, если лезвия ножей очерчены по дуге логарифмической спирали.

Логарифмическая спираль в технике

В гидротехнике по логарифмической спирали изгибают трубу, подводящую поток воды к лопастям турбины. Благодаря такой форме трубы потери энергии на изменение направления течения в трубе оказываются минимальными и напор воды используется с максимальной производительностью.

Пропорциональность длины дуги спирали разности длин радиус – векторов используют при проектировании зубчатых колес с переменным передаточным числом.

По логарифмической спирали закручены и многие галактики, в частности Галактика, которой принадлежит Солнечная система.



Галактика млечный путь - типичная спиральная галактика.

Логарифмы в живописи

Логарифмические линии в природе замечают не только математики, но и художники, например, этот вопрос чрезвычайно волновал Сальвадора Дали. И однажды, 18 декабря 1955 г. он вынес его на повестку своего публичного выступления, которое проходило в Париже, в главной аудитории Сорбонны. Сальвадор Дали рассказал о том, что происходило в Сорбонне, в своем дневнике:

1904-1989 г. г.

"…моей навязчивой идеей, настоящей маниакальной страстью, стала картина Я. Вермера "Кружевница", репродукция которой висела в отцовском кабинете"

Сальвадор Дали

« Уже много лет спустя я попросил в Лувре разрешение написать копию с этой картины. Потом я попросил киномеханика показать на экране репродукцию нарисованной моей копии… Я объяснил, что, пока не написал копию, в сущности, почти ничего не понимал в «Кружевнице», и мне понадобилось размышлять над этим вопросом целое лето, чтобы осознать наконец, что я инстинктивно провел на холсте строгие логарифмические кривые…»

Музыка и логарифмы

Музыканты редко увлекаются математикой. Большинство из них питают к этой науке чувство уважения. Между тем, музыканты – даже те, которые не проверяют подобно Сальери у Пушкина “алгеброй гармонию”, встречаются с математикой гораздо чаще, чем сами подозревают, и притом с такими “странными” вещами, как логарифмы.

Музыка и логарифмы

Нажимая на клавиши современного рояля, мы, можно сказать, играем на логарифмах.

Так называемые ступени частот звуковых колебаний представляют собой логарифмы. Только основание этих логарифмов равно 2 (а не 10, как принято в других случаях). Номера клавишей рояля представляют собой логарифмы чисел колебаний соответствующих звуков; номер октавы представляет собой характеристику, а номер звука в данной октаве мантиссу этого логарифма.

Звёзды, шум и логарифмы.

Этот заголовок связывает, столь казалось бы, несоединимые вещи. Шум и звёзды объединяются здесь потому, что громкость шума и яркость звезд оцениваются одинаковым образом – по логарифмической шкале.

Астрономы распределяют звезды по степеням видимой яркости на светила первой, второй, третьей и т.д. звездной величины. Физическая яркость звезд составляет геометрическую прогрессию со знаменателем 2,5. Поэтому «величина» звезды представляет собой не что иное, как логарифм ее физической яркости. Оценивая видимую яркость звезд, астроном оперирует с таблицей логарифмов, составленной по основанию 2,5

Сходным образом оценивается и **громкость шума.**

Вредное влияние промышленных шумов на здоровье рабочих и производительность труда побудило выработать приемы

точной числовой оценки громкости шума. Единицей громкости служит **«бел»**, практически — его десятая доля, **«децибел».**

Громкость шума, выраженная в белах, равна десятичному логарифму его физической силы.

Рассмотрим несколько примеров:

тихий шелест листьев оценивается в 1 бел;
громкая разговорная речь — в 6,5 бела;
рычанье льва — в 8,7 бела;
удары молотка о стальную плиту - в 11 бел;
самое шумное место – Ниагарский водопад – в 9 бел.

Отсюда следует, что по силе звука разговорная речь превышает шелест листьев в 316 000 раз;
Львиное рычанье сильнее громкой разговорной речи в 158 раз.

Шум, громкость которого больше 8 бел, признается вредным для человеческого организма.

Случайность ли то, что при оценке видимой яркости светил и при изменении громкости шума мы имеем дело с логарифмической зависимостью; между величиной ощущения и порождающего его раздражения?

Нет, ученые пришли к выводу о том, что организм как бы «логарифмирует» полученные им раздражения.

Здесь действует так называемый

«психофизический закон Фехнера»: ***величина ощущения пропорциональна логарифму величины раздражения.***

Как видим, логарифмы вторгаются и в область психологии

Логарифмы в поэзии

Поистине безграничны приложения логарифмической функции и логарифмов в самых различных областях науки и техники. Многообразное применение функции вдохновило английского поэта Элмера Брилла на написание «Оды экспоненте», отрывок из которой предлагается в переводе И.М. Липкина:

«Ею порождено многое из того
Что «достойно упоминанию»,
Как говорили наши англосаксонские предки.
Могущество её порождений
Заранее обусловлено её собственной красотой и силой,
Ибо они суть физическое воплощение
Абстрактной идеи е.
Английские моряки любят и знают её
Под именем «Гунтер».
Две шкалы Гунтера-
Вот чудо изобретательности.
Экспонентой порождена
Логарифмическая линейка:
У инженера и астронома не было
Инструмента, полезнее, чем она.
Даже изящные искусства питаются ею.
Разве музыкальная гамма не есть набор
неперовых логарифмов?
И таким образом нечто абстрактное красивое
Стало предком одного из величайших
человеческих достижений».

Были поэты, которые не посвящали экспоненте и логарифмам целых од, но упоминали их в своих стихах. Например, известный советский поэт Борис Слуцкий в своём нашумевшем стихотворении «Физики и лирики» писал:

Потому-то, словно пена,
Опадают наши рифмы
И величине степенно
Отступает в логарифмы.

Зачем мы изучаем логарифмы?

Мы увидели, что область применения логарифмов весьма разнообразна: математика, литература, биология, психология, сельское хозяйство, музыка, астрономия, физика и т. д.

Вывод:

логарифмы – важные составляющие не только математики, но и всего окружающего мира, поэтому интерес к ним не ослабевает с годами и их необходимо продолжать изучать.