
Многогранник и их виды

Выполнил: Воробьев Александр
СТ-11



Определение многогранника

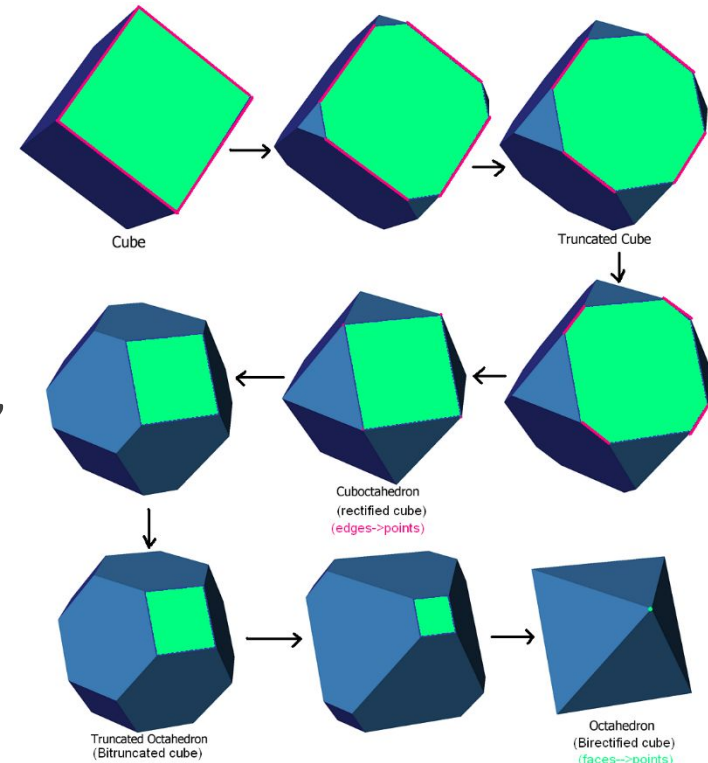
Многогранник — поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающих некоторое геометрическое тело.

Многогранники бывают выпуклыми и невыпуклыми

Многогранник называется выпуклым, если он расположен по одну сторону плоскости каждого многоугольника на его поверхности

Двойственный многогранник

Многогранник, двойственный (или дуальный) к заданному многограннику — многогранник, у которого каждой грани исходного многогранника соответствует вершина двойственного, каждой вершине исходного — грань двойственного и каждому ребру исходного — ребро двойственного. Многогранник, двойственный двойственному, гомотетичен исходному



Полуправильный многогранник

Полуправильные многогранники — в общем случае это различные выпуклые многогранники, которые, не являясь правильными, имеют определённые признаки как у правильных, такие как одинаковость всех граней, являемость всех граней правильными многоугольниками, пространственная симметрия. Определение может варьироваться и включать различные типы многогранников, но в первую очередь сюда относятся архимедовы тела.

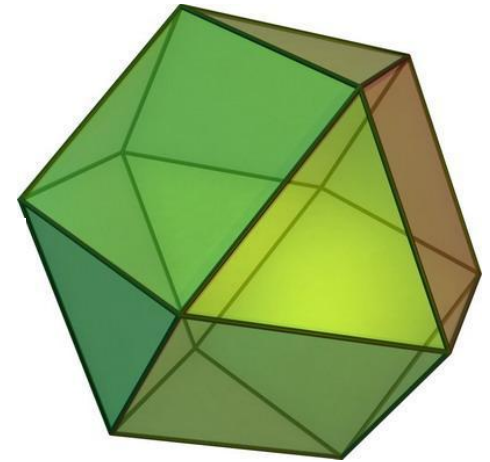
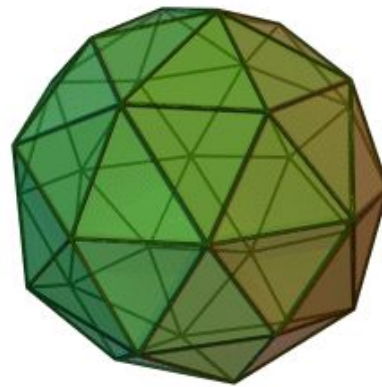
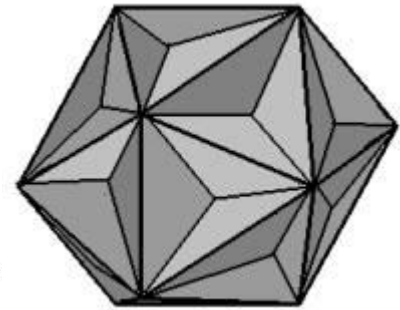
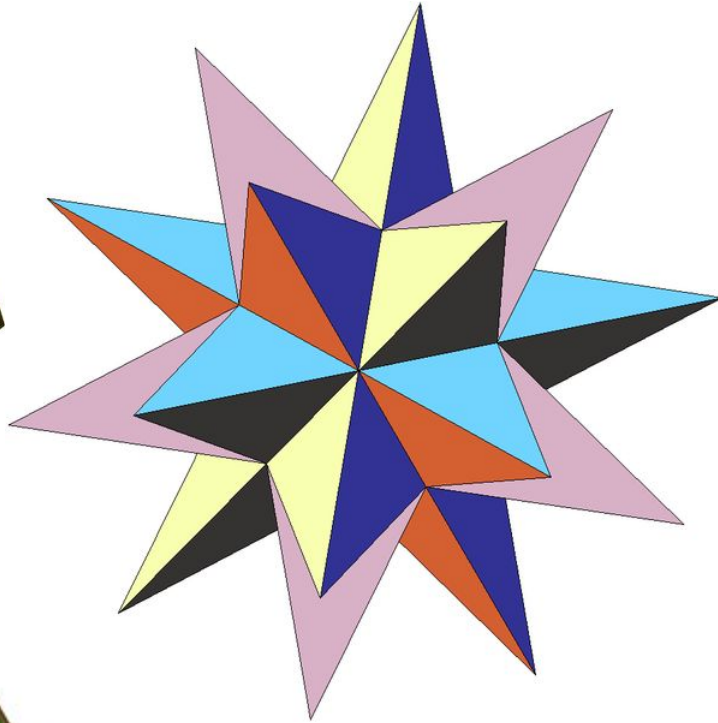
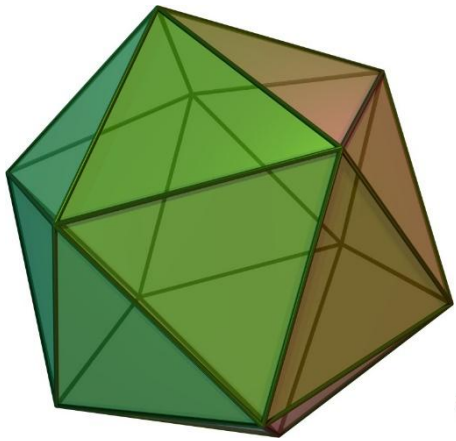
Архимедовы тела — выпуклые многогранники, обладающие двумя свойствами:

Все грани являются правильными многоугольниками двух или более типов (если все грани — правильные многоугольники одного типа, это — правильный многогранник);

Для любой пары вершин существует симметрия многогранника (то есть движение переводящее многогранник в себя) переводящая одну вершину в другую. В частности,

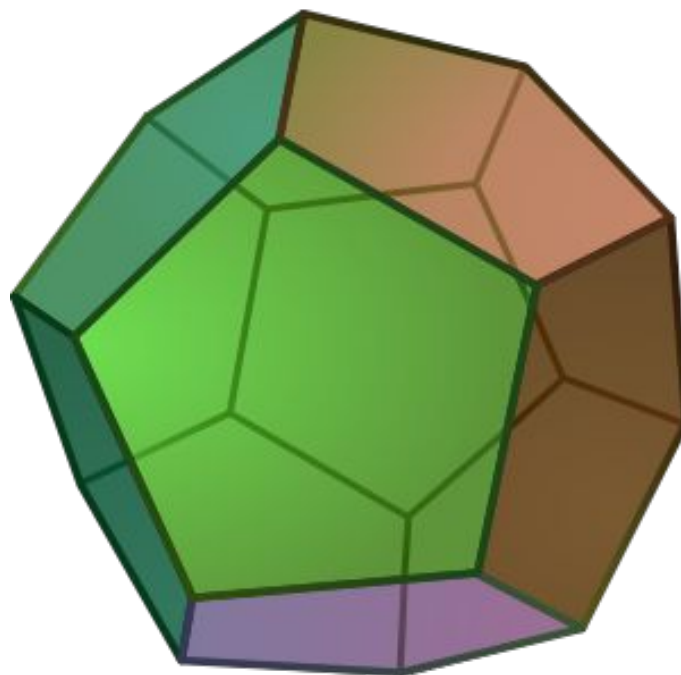
Все многогранные углы при вершинах конгруэнтны.

Первое построение полуправильных многогранников приписывается Архимеду, хотя соответствующие работы утеряны.



Определение правильного многогранника

многогранник называется **правильным**, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер.



Существует 5 типов правильных многогранников



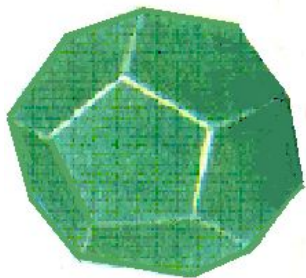
Правильный
тетраэдр



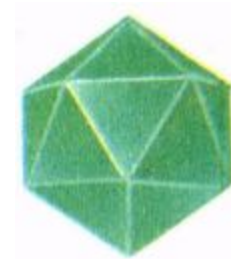
Правильный
гексаэдр



Правильный
октаэдр



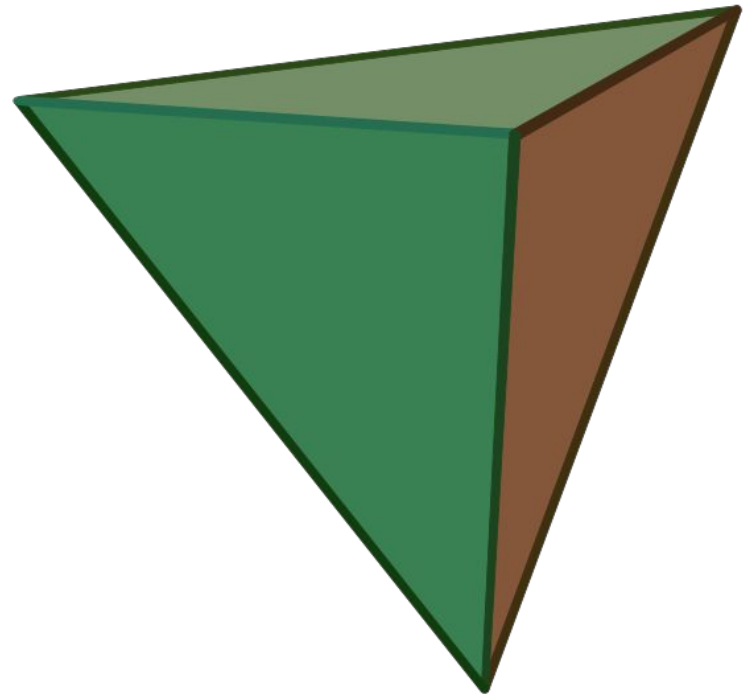
Правильный
додекаэдр



Правильный
икосаэдр

Тетраэдр

Тетра́эдр (греч. тетраεδρον — **четырёхгранник**) — многогранник с четырьмя треугольными гранями, в каждой из вершин которого сходятся по 3 грани. У тетраэдра 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер.

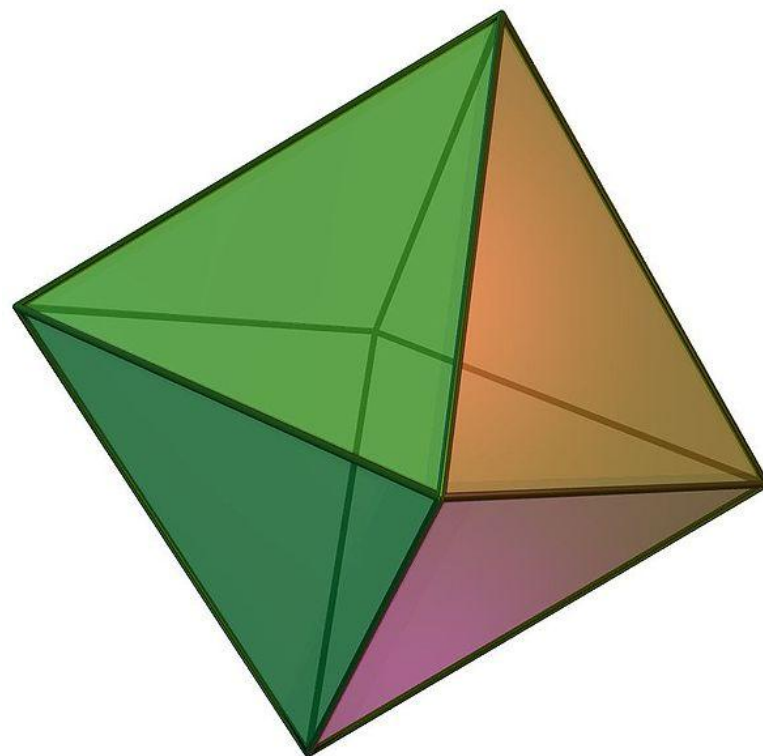


Октаэдр

Октаэдр (греч. октаέδρον, от греч.окτώ, «восемь» и греч.έδρα — «основание») — один из пяти выпуклых правильных многогранников, так называемых Платоновых тел

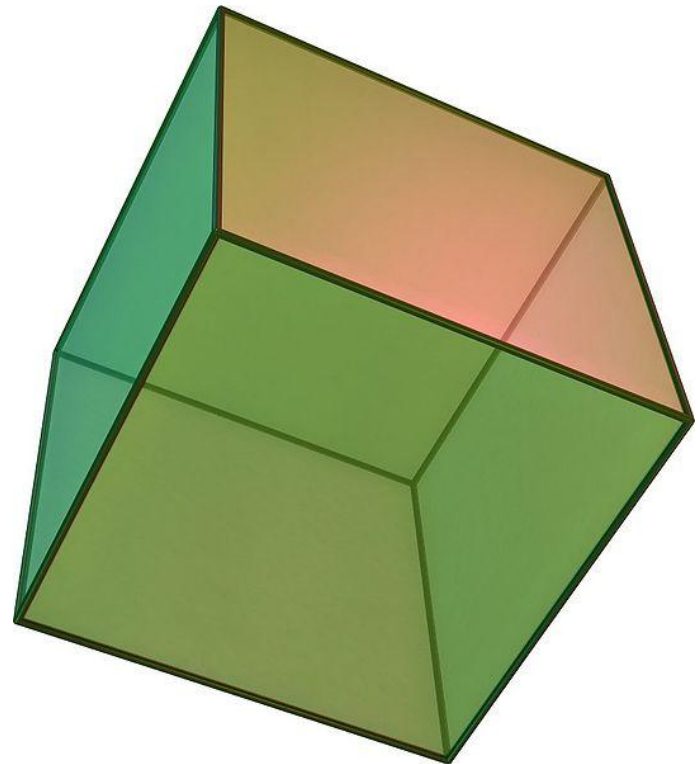
.

Октаэдр имеет 8 треугольных граней, 12 рёбер, 6 вершин, в каждой его вершине сходятся 4 ребра.



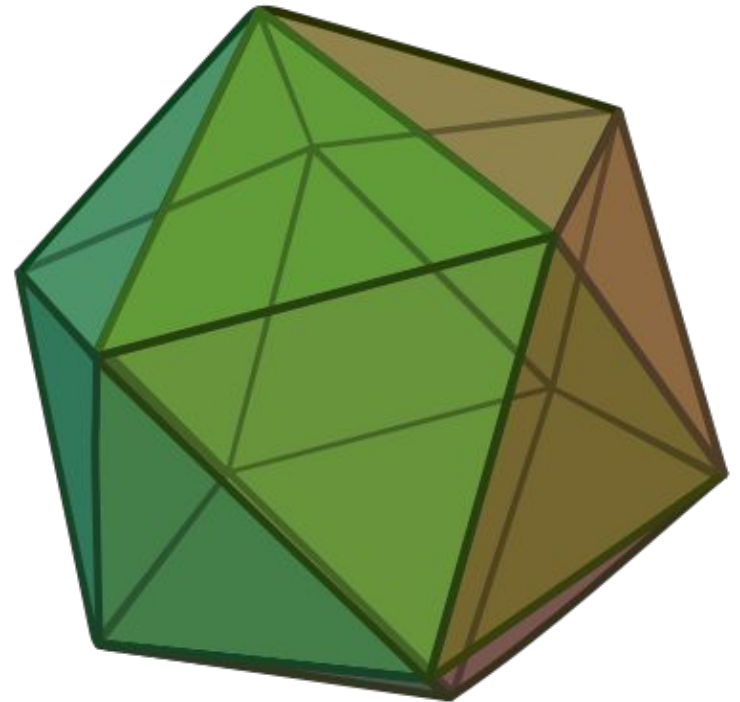
Гексаэдр (куб)

Куб или **правильный гексаэдр** — правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат. Частный случай параллелепипеда и призмы.



Икосаэдр

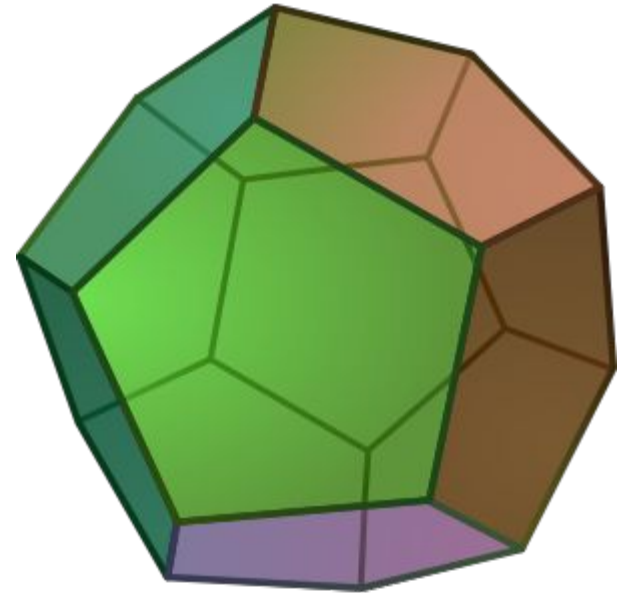
Икоса́эдр (от греч. $\epsilon\iota\kappa\omicron\sigma\acute{\alpha}\varsigma$ — двадцать; -εδρον — грань, лицо, основание) — правильный выпуклый многогранник, **двадцатигранник**, одно из Платоновых тел. Каждая из 20 граней представляет собой равносторонний треугольник. Число ребер равно 30, число вершин — 12. Икосаэдр имеет 59 звездчатых тел.



Додекаэдр

Додекаэдр (от греч. δώδεκα — двенадцать и εδρον — грань), **двенадцатигранник** — правильный многогранник, составленный из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников.

Таким образом, додекаэдр имеет 12 граней (пятиугольных), 30 рёбер и 20 вершин (в каждой сходятся 3 ребра). Сумма плоских углов при каждой из 20 вершин равна 324° .



Историческая справка

О существовании всего лишь пяти правильных многогранников знали еще в Древней Греции. Великий древнегреческий мыслитель Платон считал, что четыре из них олицетворяют четыре «стихии»: *тетраэдр* – огонь, *куб* – землю, *икосаэдр* – воду, *октаэдр* – воздух. Пятый же многогранник, *додекаэдр*, символизировал собой все мироздание, представлял собой образ всей Вселенной, почитался главнейшим и его стали называть *quinta essentia* (квинта эссенция) или «пятая сущность».

Правильные многогранники называют иногда Платоновыми телами, им посвящена последняя книга «Начал» Евклида. Её считают венцом стереометрии у древних греков.



Платон
(427–347 до н.э.)

Платоновы тела



Леонард Эйлер (1707-1783г.г.)

Эйлер - швейцарский математик и механик, академик Петербургской Академии Наук, автор огромного количества глубоких результатов во всех областях математики. Полное собрание сочинений Эйлера-72 тома-не вышло целиком и до сих пор. По единодушному признанию современников **Леонард Эйлер - первый математик мира**. В геометрии Эйлер положил начало совершенно новой области исследований, выросшей впоследствии в самостоятельную науку — *топологию*.

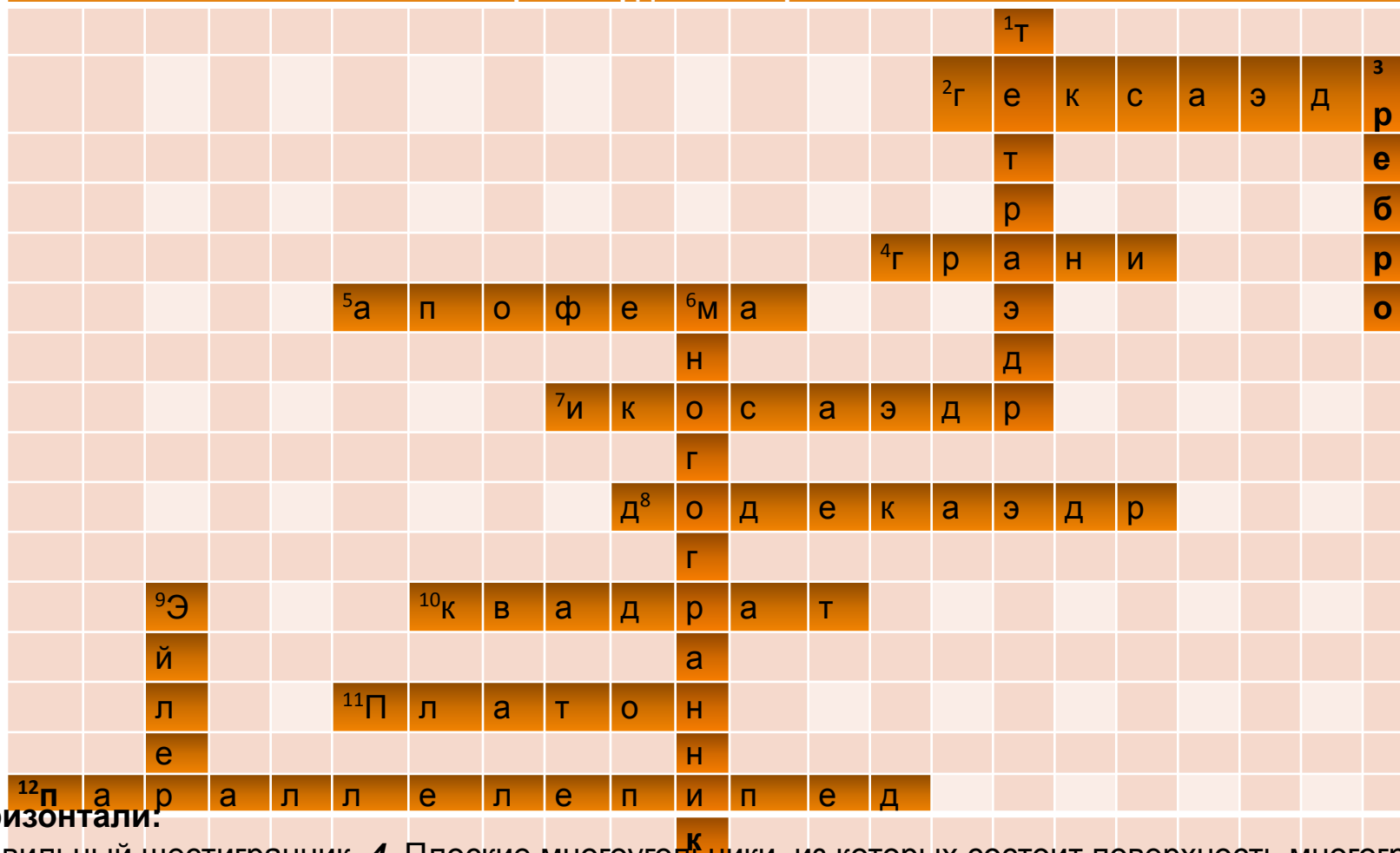
Имя Эйлера носит формула, связывающая число вершин (V), ребер (P) и граней (Г) выпуклого многогранника: **$V + G = P + 2$**

«Эйлер не проглядел ничего в современной ему математике, хотя последние семнадцать лет своей жизни был совершенно слеп».

Э.Т.Белл



Кроссворд «Многогранники»



По горизонтали:

- 2.** Правильный шестигранник. **4.** Плоские многоугольники, из которых состоит поверхность многогранника. **5.** Высота боковой грани правильной пирамиды. **7.** Правильный двадцатигранник. **8.** Правильный двенадцатигранник. **10.** Основание правильной четырёхугольной пирамиды. **11.** Древнегреческий философ, подробно описавший правильные многогранники. **12.** Призма, основанием которой служит параллелограмм.

По вертикали:

- 1.** Треугольная пирамида. **3.** Сторона грани многогранника. **6.** Тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников. **9.** Автор теоремы (формулы) $V+Г=P+2$, показывающей зависимость между вершинами, гранями и рёбрами выпуклого многогранника.

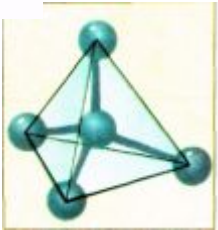
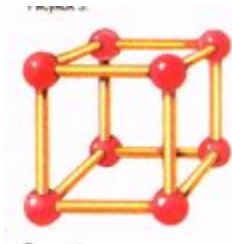
Применение в кристаллографии

Тела Платона нашли широкое применение в кристаллографии, так как многие кристаллы имеют форму правильных многогранников.

Например, куб - монокристалл поваренной соли (NaCl), октаэдр - монокристалл алюмокалиевых квасцов, одна из форм кристаллов алмаза - октаэдр

Кристаллы бывают самой различной формы: 1 — берилл, 2 — аметист, 3 — рубин, 4 — кристалл металла германия — денорит, 5 — горный хрусталь, 6 — испанский шпат, 7 — поваренная соль, 8 — ограненный алмаз—бриллиант, вправленный в кольцо.

В колбе с перенасыщенным раствором на конце проволоочки, опущенной в раствор, растет кристалл поваренной соли.





Поваренная соль
состоит из кристаллов
в форме куба



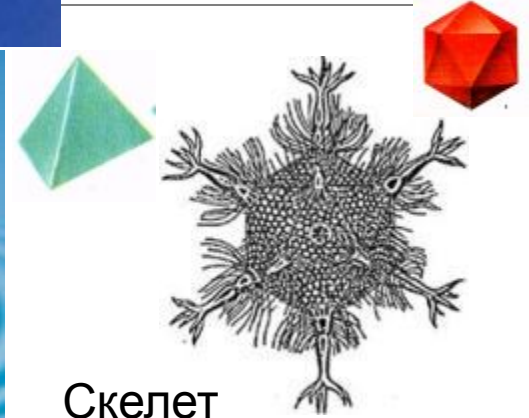
Минерал сильвин
также имеет
кристаллическую
решетку в форме куба.



Кристаллы пирита
имеют форму
додекаэдра



Молекулы воды имеют
форму тетраэдра.



Скелет
одноклеточного
организма феодарии
представляет собой
икосаэдр.

Минерал куприт
образует кристаллы
в форме октаэдров.

Многогранники в архитектуре



Египетские пирамиды —
Пирамиды представляют собой огромные каменные сооружения пирамидальной формы, использовавшиеся в качестве гробниц для фараонов Древнего Египта. Слово «пирамида» — греческое, означает многогранник. По мнению одних исследователей, большая куча пшеницы и стала прообразом пирамиды. По мнению других учёных, это слово произошло от названия поминального пирога пирамидальной формы.

Фаросский маяк



Александрійский маяк (Фáросский маяк) — маяк, построенный в III веке до н.э. на острове Фарос около египетского города Александрии. Фаросский маяк состоял из трёх мраморных башен, стоявших на основании из массивных каменных блоков. Первая часть башни была прямоугольной, в ней находились комнаты, в которых жили рабочие и солдаты. Над этой частью располагалась меньшая, восьмиугольная башня со спиральным пандусом, ведущим в верхнюю часть. Верхняя часть башни формой напоминала цилиндр, в котором горел огонь.

Башня Острожской крепости

крепости



Альбрехт Дюрер «Меланхолия»



«**Меланхолия**» — резцовая гравюра на меди немецкого художника Альбрехта Дюрера, законченная в 1514 году. «Меланхолия» одна из наиболее таинственных работ Дюрера, и выделяется сложностью и неочевидностью идеи. Сфера и многогранник (усеченный с двух углов параллелепипед). Боковыми гранями являются два правильных треугольника и шесть нерегулярных пятиугольников; двенадцать вершин принадлежат к двум разным типам.

Дюрер составил первый в европейском искусстве магический квадрат, 4×4 . Сумма чисел в любой строке, столбце, диагонали, а также в каждой четверти (в том числе в центральном квадрате) и сумма угловых чисел равна 34. Два средних числа в нижнем ряду указывают дату создания картины (1514). В средних квадратах первого столбика внесены исправления — цифры деформированы.

Наука геометрия возникла из практических задач, ее предложения выражают реальные факты и находят многочисленные применения. В конечном счете в основе всей техники так или иначе лежит геометрия, потому что она появляется всюду, где нужна хотя бы малейшая точность в определении формы и размеров. И технику, и инженеру, и квалифицированному рабочему и людям искусства геометрическое воображение необходимо, как геометру или архитектору. Математика, в частности геометрия, представляет собой могущественный инструмент познания природы, создания техники и преобразования мира.

«Без геометрии не было бы ничего»