Целые неотрицательные числа

Арифметические действия с целыми неотрицательными числами

Вычитание

Электронный конспект для студентов педагогических колледжей

Для продолжения работы щелкните мышкой по управляющей кнопке.

Содержание:

- Понятие разности целых неотрицательных чисел;
- Связь вычитания со сложением;
- Свойства вычитания;
- Изучение действия вычитание в начальном курсе математики.

Множество No

Сложение

Умножение

Деление

С помощью этих кнопок можно перейти в электронные конспекты по указанным темам.

Для возвращения в данный конспект нажмите <esc>.

Для продолжения работы щелкните мышкой по соответствующей теме

Понятие разности неотрицательных чисел

Возврат в оглавление

Ознакомление с действием вычитание начинается в дошкольном возрасте. Выполняя предметные действия, дети оперируют с конкретными множествами и результат вычитания находят как численность дополнения подмножества. Например:

В гараже стояло 5 машин. Уехало 2 машины. Сколько машин осталось в гараже?

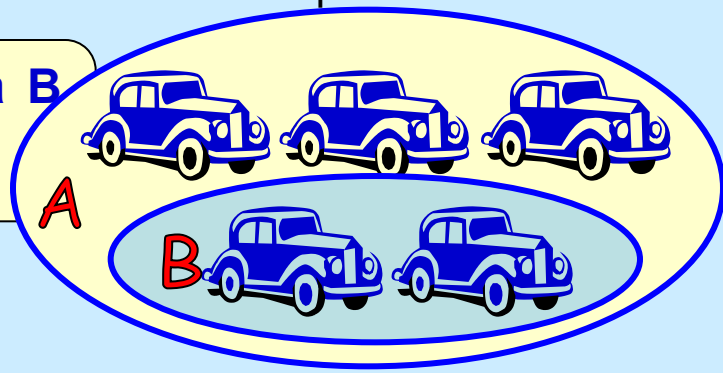
В этой задач

A – множест

B – множест

численность дополнения подмножества **B** до множества **A** .

$n(\overline{B}_A)=3$



Дошкольники, при решении данной задачи, пересчитают оставшиеся машины, то есть они найдут ?

В начальной школе дети усваивают, что для решения подобных задач можно не пересчитывать оставшиеся предметы, а из численности множества предметов, которые были, вычесть численность множества убранных предметов

$$n(\overline{B}_A)= n(A) - n(B)= 5 - 2 = 3$$

Определение 8: Разностью целых неотрицательных чисел **a** и **b** называется целое неотрицательное число **c,** которое является численностью дополнения подмножества **B** до множества ***A***, где **n(*A*)=a; n(B)=b, B ⊂ *A***

Числа называются: **a** – **уменьшаемое, b - вычитаемое, c – разность,** запись ***a - b*** так же называется – **разность.**

Определение 9: Действие, посредством которого находится разность, называется вычитание.

Проверьте себя, щелкнув мышкой по знаку вопроса.

При з

Для продолжения работы щелкните мышкой по стрелке в правом нижнем углу экрана

Понятие разности неотрицательных чисел (продолжение)

Возврат в оглавление

Задание 1: Подберите в учебниках математики задание, в котором бы дети результат действия вычитания находили бы как численность дополнения подмножества.

Для любых целых неотрицательных чисел **a** и **b** справедливо утверждение: единственное целое неотрицательное число **c**, являющееся разностью этих чисел, существует тогда и только тогда, когда **a ≥ b**

Прямая теорема: Если целое неотрицательное число число **a** больше или равно **b**, то существует разность чисел **a** и **b**.

(∀a,b∈No) (∃!c∈No: c = a – b) ⇒ (a ≥ b)

Обратная теорема: Если разность целых неотрицательных чисел **a** и **b** существует, то число **a** больше или равно **b** .

(∀a,b∈No) (∃!c∈No: c = a – b) ⇒ (a ≥ b)

Для того, чтобы существовала разность целых неотрицательных чисел **a** и **b** необходимо и достаточно, чтобы число **a** было больше или равно **b** .

целых не

когда **a** больше или рав

(∀a,b∈No) (∃!c∈No: c

b)

Данная теорема содержит связку

верность ***прямой*** и ***обратной*** тео

теоремы,

ке

связки ***необходимо и достаточно***.

Из одного числа можно вычесть другое, если первое число больше второго.

Задание 2

Задание 3

Запишите это в тетрадь. Прочитайте выражение записанное символами. Если Вы

знаку вопроса. В этом случае

ке.

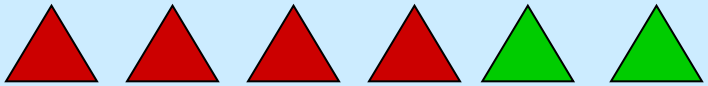
Для продолжения работы вернитесь к любой точке по любому полю экрана.

Возврат в оглавление

Связь вычитания со сложением

При с… …ольники находят результ…

К четырем красным треугольникам прибавили два зеленых, всего получилось шесть треугольников. Значит **4 + 2 = 6**



4+2 **6-4** **6-2**

Задание …лем данного рисунка?

Если от шести треугольников отнять четыре красных, то останется два зеленых. Значит **6 – 4 = 2**.

После решения таких троек примеров дети могут заметить, что если от целого (суммы) отнять одну часть (одно слагаемое), то получим другую часть (другое слагаемое). Таким способом дети могут установить связь действия вычитания со сложением.

В дальнейшем результат действия вычитания находят по следующему правилу:
«Чтобы найти разность можно подобрать такое число, которое, при сложении с вычитаемым, даст уменьшаемое».
При решении конкретных примеров дети это правило заменяют такими рассуждениями:
«Шесть – это 4 и 2, значит если от 6 отнять 4, то получится 2».

Задание 2: Запишите рассуждения детей при решении примера **6 – 2**.

В основе такого рассуждения лежит следующее определение понятия «разность»:

Определение 10: Разностью целых неотрицательных чисел **a** и **b** называется целое неотрицательное число ***c***, являющееся корнем уравнений **a = b + x** или **a = x + b**.

Задание3: Сделайте рисунки, которые помогут детям решить данные примеры:

8 – 3 **5 – 2** **7 – 5** **9 – 7**

Запишите это в тетрадь. Проговорите возможные рассуждения детей.
Если вы затрудняетесь это сделать, щелкните мышкой по примерам.
В этом случае советуем Вам записать эти рассуждения.
Для продолжения работы щелкните мышкой в любом месте экрана

Запишите, как будут рассуждать дети, решая данные примеры без наглядности.

Связь вычитания со сложением (продолжение)

Возврат в оглавление

Определение 10 связывает действия сложение и вычитание. Используя это определение, можно вывести правила нахождения неизвестного числа в этих действиях по известному результату и второму числу. Это правила:

Нахождение неизвестного слагаемого

Чтобы найти неизвестное слагаемое, достаточно из суммы вычесть известное слагаемое.

Нахождение неизвестного уменьшаемого;

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, достаточно к разности прибавить вычитаемое.

Нахождение неизвестного вычитаемого.

Чтобы найти неизвестное вычитаемое, достаточно из уменьшаемого вычесть разность.

Ознакомление младших школьников с этими правилами может проводиться при рассмотрении троек равенств. Например, для введения правила нахождения неизвестного слагаемого можно рассмотреть такую тройку равенств:

$$4 + 2 = 6$$
$$6 - 2 = 4$$
$$6 - 4 = 2$$

Эти тройки могут быть даны детям в готовом виде или могут быть получены ими в результате решения взаимно обратных задач. Рассмотрим пример такой работы.

Составляем тройку равенств для рассмотрения. Чтобы ввести правила нахождения неизвестного слагаемого, можно рассмотреть такую тройку равенств, которая соответствует определенным действиям.

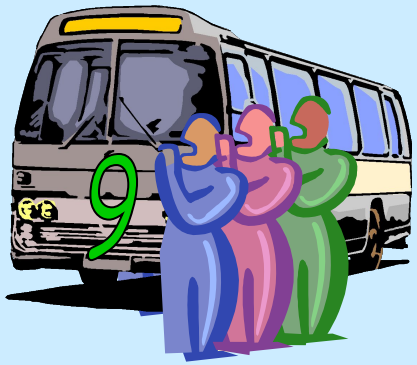
Для продолжения работы щелкните мышкой по треугольнику в нижнем правом углу экрана.

Возврат в оглавление

Нахождение неизвестного уменьшаемого и вычитаемого

Задача

В автобусе ехало 9 пассажиров. На остановке вышло три человека.
Сколько пассажиров осталось в автобусе?



9 – 3 = 6

После решения этой задачи учитель предлагает детям составить обратные задачи и решить их (условие обратных задач может сформулировать сам учитель).

Обратная задача 1

В автобусе ехало **несколько** пассажиров. После того как вышло 3 человека, в автобусе осталось 6 пассажиров. Сколько пассажиров ехало в автобусе? **6 + 3 = 9**

Обратная задача 2

В автобусе ехало 9 пассажиров. После того как вышло **несколько** человек, в автобусе осталось 6 пассажиров. Сколько пассажиров вышло? **9 – 6 = 3**

умень-шаемое | вычи-таемое | раз-ность

В результате дети получают три равенства:

Вопросы учителя	Ответы учеников
Как называются числа в первом равенстве?	Уменьшаемое, вычитаемое , разность
Как получили уменьшаемое 9?	К разности 6 прибавили вычитаемое 3.
Как получили вычитаемое 3?	От уменьшаемого 9 отняли разность 6.

После такой беседы дети могут сформулировать правила нахождения неизвестного уменьшаемого и вычитаемого.

Составьте две обратные задачи, заменяя известное в первой задаче данное неизвестным.

[illegible] экрана

Связь вычитания со сложением (продолжение)

Возврат в оглавление

Задание: Придумайте свою задачу и обратные ей для введения правила **нахождения неизвестного слагаемого**. Продумайте иллюстрацию этой задачи.

Запишите вопросы учителя и предполагаемые ответы учеников.

- В данном уравнении последнее действие – вычитание;
- Неизвестное содержится в выражении **(x + 15),** значит нам неизвестно уменьшаемое;
- Чтобы найти это уменьшаемое, мы к разности **90** прибавим вычитаемое **60**. Получаем **150**.
- Полученное уравнение содержит действие сложение, значит нам неизвестно 1-ое слагаемое.
- Чтобы найти 1-ое слагаемое, мы от суммы **150** отнимем 2-ое слагаемое **15**. Получаем **135**.
- Проверяем: 135 + 15 = 150; 150 – 60 = 90.

$$(x + 15) - 60 = 90$$

$$x + 15 = 90 + 60$$

$$x + 15 = 150$$

$$x = 150 - 15$$

$$x = 135$$

150

$$(135 + 15) - 60 = 90$$

Задание: Запишите рассуждения учеников при решении оставшихся уравнений.

Младшие школьники знакомятся также с уравнениями, состоящими из двух и более действий. Например:

$$(x + 15) - 60 = 90 \qquad 160 - (x + 26) = 89$$

$$(x + 25) + 70 = 220 \qquad 28 - (15 + x) = 6$$

Задание: Запишите рассуждения учеников при решении этих уравнений. Чтобы посмотреть пример рассуждения, щелкните мышкой по кнопке со знаком вопроса, при повторном щелчке подсказка исчезнет.

Выполните это задание.

Для продолжения работы щелкните мышкой по любому полю экрана.

Свойства вычитания

Возврат в оглавление

Для действия вычитание справедливы следующие свойства (законы):

- **Вычитание числа из суммы**
- **Вычитание суммы из числа**

Задание: Для данных выражений :

39 – 7 43 – 20 50 – 7 43 – 8 30 – 16

- запишите развернутое решение и найдите значение;
- опишите, что с точки зрения определения действия вычитания Вы нашли;
- определите какое свойство лежит в основе вычислительного приема;
- придумайте задачу, иллюстрирующую данное свойство и запишите все способы решения данной задачи, составлением числовых выражений.

Для ознакомления с организацией работы на уроке по ознакомлению со свойством и приемами вычислений, основанными на этом свойстве щелкните мышкой по оранжевому кругу.

Для продолжения работы щелкните мышкой по выделенному свойству. После ознакомления щелкните мышкой по голубому полю экрана.

Для продолжения работы вернитесь в оглавление.

Вычитание числа из суммы

Возврат в оглавление

Для любых целых неотрицательных чисел **a**, **b** и **c** верно равенство:

$$(a + b) - c = (a - c) + b = (b - c) + a$$

$$(\forall a,b,c \in N_0)\ (a \geq c) \Rightarrow (a + b) - c = (a - c) + b$$

$$(\forall a,b,c \in N_0)\ (b \geq c) \Rightarrow (a + b) - c = (b - c) + a$$

В начальной школе знакомство с данным свойством сводится к знакомству с правилом:

Чтобы из суммы вычесть число можно:

- *это число вычесть из 1-ого слагаемого и к полученному результату прибавить 2-ое слагаемое;*
- *это число вычесть из 2-ого слагаемого и к полученному результату прибавить 1-ое слагаемое.*

Правило «Вычитание числа из суммы» лежит в основе вычислительных приемов вычитания в примерах вида:

87 – 4

87 – 40

30 – 4

Задание:

- Запишите развернутое решение каждого примера;
- Запишите рассуждения ученика при решении этих примеров.

$$87 - 4 = (80 + 7) - 4 = (7 - 4) + 80 = 3 + 80 = 83$$

Рассуждения ученика:

- представляю число **87** в виде суммы разрядных (удобных) слагаемых **80 + 7**;
- нам удобно из единиц вычитать единицы, поэтому сначала от **7** отнимаю **4**, а затем к полученному результату прибавлю **80**;
- **7** отнять **4** – получится **3** и прибавим **80** – получится **83**.

Сформулируйте два способа вычитания числа из суммы.

Чтобы проверить себя, перейдите к выполнению задания, щелкните мышкой по голубому полю

Для продолжения работы щелкните мышкой по треугольнику в нижнем правом углу

Вычитание суммы из числа

Возврат в оглавление

Для любых целых неотрицательных чисел **a**, **b** и **c** верно равенство:

$$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$$

$$(\forall a, b, c \in N_0)\ a - (b + c) = (a - b) - c$$

$$(\forall a, b, c \in N_0)\ a - (b + c) = (a - c) - b$$

В начальной школе знакомство с данным свойством сводится к знакомству с правилом:

Чтобы вычесть сумму из числа можно

- *из числа вычесть сначала 1-ое слагаемое и из полученного результата вычесть 2-ое слагаемое;*
- *из числа вычесть сначала 2-ое слагаемое и из полученного результата вычесть 1-ое слагаемое;*

Правило «Вычитание суммы из числа» лежит в основе вычислительных приемов вычитания в примерах вида:

42 – 5

60 – 26

75 – 24

Задание:

- Запишите развернутое решение каждого примера;
- Запишите рассуждения ученика при решении этих примеров.

60 - 26 = 60 – (20 + 6) = (60 - 20) - 6 = 40 - 6 = 34

Рассуждения ученика:

- представляю число **26** в виде суммы разрядных (удобных) слагаемых **20 + 6**;
- нам удобно сначала от **60** отнять **20**, а затем от полученного результата отнять **6**;
- от **60** отнять **20** – получится **40** и отнять **6** – получится **34**.

Сформулируйте два способа вычитания суммы из числа.

Чтобы проверить себя, щелкайте мышкой по оранжевым кругам.

Для просмотра примера рассуждения, щелкните мышкой по голубому полю

Для просмотра условия задачи, щелкните мышкой по голубому полю

Изучение действия вычитание в начальном курсе математики

I этап. Ознакомление с действием вычитание. На этом этапе дети знакомятся:

- с записью арифметического действия;
- с чтением выражений. Например: **5 – 2:** «От пяти отнять два», «Пять минус два»;

Результат действия вычитания на этом этапе находят как численность дополнения подмножества, за исключением случаев вычитания числа 1 (отнять 1 – назвать предыдущее число).

II этап. Изучение приемов вычитания чисел первого десятка. На этом этапе дети:

- заучивают наизусть результаты вычитания чисел **2, 3, 4**;
- знакомятся с названием чисел при вычитании (уменьшаемое, вычитаемое, разность) и со способами чтения выражений. Например: **5 – 2: «Р**азность чисел **5** и **2»**, «Уменьшаемое – **5**, вычитаемое **2**, найти разность»;
- изучают прием нахождения результата вычитания, как действия обратного сложению и учатся вычитать числа **5, 6, 7, 8, 9**. Например: **9 – 6:** «**Девять** – это **шесть** и **три**, следовательно **9 – 6 = 3**».

III этап. Изучение приемов вычитания чисел до 20. На этом этапе дети:

- знакомятся с приемами нахождения результата действия вычитания, основанными на знании нумерации. Например: **12 – 2: «12 –** это 1 десяток и 2 единицы, если вычесть 2 единицы, то останется 1 десяток, следовательно **12 – 2 = 10**», аналогично решается пример вида **12 – 10**;

  13 – 1: «отнять 1 – назвать предыдущее число, перед числом **13** стоит число **12**, следовательно **13 – 1 = 12**»;
- знакомятся с приемами нахождения результата действия вычитания, основанными на правиле Вычитание суммы из числа. Например: **12 – 5:** «Нам удобно сначала от **12** отнять **2**, получится – **10**, а затем отнять **3**, получится – **7**». После ознакомления с данным приемом, результаты вычитания чисел до 20 заучиваются наизусть.

Возврат в оглавление

Для продолжения работы щелкните мышкой по треугольнику в нижнем правом углу

Изучение действия вычитания в НКМ (продолжение)

Возврат в оглавление

IVэтап. Изучение приемов вычитания чисел до 100. На этом этапе дети:

- знакомятся с приемами нахождения результата действия вычитания, основанными на знании нумерации. Например: **36 – 6, 36 – 30, 43 – 1** (рассуждения такие же как на III этапе);
- знакомятся с приемами нахождения результата действия вычитания, основанными на свойствах «Вычитание числа из суммы» и «Вычитание суммы из числа». Например: **45 – 3; 45 – 30; 35 – 8; 50 – 18; 57 – 13.**
- знакомятся с алгоритмом письменного вычитания двузначных чисел. Например: **45 – 32; 75 – 35; 56 – 28; 60 – 37.**

Задание: запишите рассуждения учеников при решении каждого из этих примеров; Для ознакомления с алгоритмом письменного вычитания щелкните мышкой по знаку вопроса

V этап. Изучение приемов вычитания чисел до 1000 и многозначных чисел. На этом этапе дети закрепляют полученные ранее навыки устных и письменных приемов вычитания, основанных:

- на знании нумерации. Например: **353 – 53; 353 – 3; 350 – 50; 1000 – 1**
- на использовании свойств «Вычитания числа из суммы» и «Вычитания суммы из числа». Например: **340 – 230; 234 – 20; 485 – 7**;
- на знании алгоритма письменного вычитания трехзначных и многозначных чисел. Например: **456 – 234; 234 – 132; 485 – 372; 1000 - 375**

Задание: запишите рассуждения учеников при решении каждого из этих примеров.

Для продолжения работы щелкните мышкой по любому полю экрана

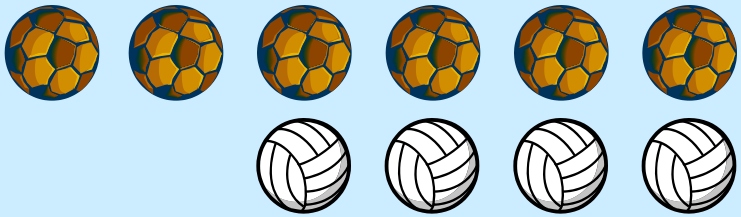
Ознакомление с вычислительными приемами, основанными на использовании свойств арифметических действий

Работа учителя по изучению вычислительных приемов может строиться по следующему плану:

- **Ознакомление со свойством** методом неполной индукции. Здесь детям может быть предложена задача, имеющая несколько способов решения, которые иллюстрируют данное свойство. Числа в задаче подбирают так, чтобы все вычисления проходили:
  для сложения и вычитания – в пределах десяти;
  для умножения и деления – в пределах таблицы умножения;
- **Нахождение значений выражений удобным способом** с применением данного свойства.
- **Изучение вычислительного приема**, основанного на данном свойстве.

Например, при изучении вычислительного приема, основанного на правиле «Вычитание числа из суммы» можно, для ознакомления с правилом, предложить детям задачу:

В в спортивном зале было 6 футбольных и 4 волейбольных мяча. Для игры взяли 3 мяча. Сколько мячей осталось в зале?



1-ый способ | 2-ой способ | 3-ий способ

Задание:

- Запишите план решения задачи в каждом способе.
- Запишите каждый способ решения, составив выражения.
- Запишите рассуждения учеников, которые приведут их к выводу правила «Вычитание числа из суммы».

Посмотрите продолжение иллюстрации, подводящее детей к одному из способов решения этой задачи. Для этого щелкайте мышкой по соответствующей кнопке. При повторном щелчке по этой же кнопке восстановится исходное положение. Выполните это задание.

Для продолжения работы щелкните мышкой по соответствующей кнопке

Возврат в оглавление

Ознакомление с приемами вычитания (продолжение)

Возврат в оглавление

Полученное правило используют сначала для нахождения значений выражений удобным способом. Например, **(80 + 7) - 20** **(70 + 9) - 7** **(12 + 3) – 4**

Затем вводят вычислительный прием, основанный на данном свойстве:

34 - 20 = (30 + 4) - 20 = (30 - 20) + 4 = 10 + 4 = 14

Рассуждения ученика:

- представляю число **34** в виде суммы разрядных (удобных) слагаемых **30 + 4**;
- нам удобно от десятков отнимать десятки, поэтому сначала от **30** отнимем **20**, а затем к полученному результату прибавим **4**;
- **30** отнять **20** – получится **10** и прибавим **4** – получится **14**.

Задание:

- Найдите в данном рассуждении правило, которым дети заменяют сложную для них формулировку правила «Вычитания числа из суммы» и подчеркните ее.
- Проговорите рассуждения учеников при решении примеров удобным способом, используя там, где это необходимо, данную формулировку.

Выполните это задание.

Запишите это в тетрадь и щелкните мышкой по голубому полю экрана

Для продолжения работы щелкните мышкой по управляющей кнопке

Алгоритм письменного вычитания

1. Запишете вычитаемое под уменьшаемым так, чтобы соответствующие разряды находились друг под другом;

2. Вычитайте, начиная с единиц первого разряда.
   - Если цифра уменьшаемого больше цифры вычитаемого, то произведите вычитание.
   - Если цифра уменьшаемого меньше цифры вычитаемого, то займите одну единицу у следующего разряда. Эта единица составляет **10** единиц данного разряда. Прибавим к десяти имеющиеся единицы данного разряда и произведем вычитание.
   - Если в следующем разряде нет единиц, то займите единицу в ближайшем слева разряде, в котором есть единицы. Переведите занятую единицу в **10** единиц стоящего справа разряда и займите из них одну, для следующего справа разряда. Поступайте так, пока не дойдете до разряда, в котором производится вычитание. Прибавим к десяти имеющиеся единицы данного разряда и произведем вычитание.

   Полученный результат запишите в ответ в соответствующий разряд.

3. Повторяйте те же действия со всеми разрядами числа. При этом необходимо учитывать занятые единицы, уменьшая на **единицу** цифру уменьшаемого, если из данного разряда занимали.
4. Вычитание считается законченным, когда произведены вычисления со всеми разрядами, содержащимися в вычитаемом.

Для продолжения работы щелкните мышкой по любому управляющей кнопке.

Действия с целыми неотрицательными числами.

Вычитание

Вы завершили знакомство с данной темой.
Если Вы хотите завершить работу – нажмите клавишу <ESC>
Если Вы хотите вернуться в оглавление – щелкните мышкой по управляющей кнопке