

Курс лекций по общей физике

Механические колебания и волны

Колебания и волны

Колебание

процесс изменения состояний системы, повторяющийся в той или иной степени во времени

Волна

процесс распространения колебаний в среде
явление распространения возмущения физической величины в пространстве с течением времени

Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям



описываются одинаковыми уравнениям

Механические колебания

движения тел, повторяющиеся точно (или приблизительно) через одинаковые промежутки времени

Закон движения тела, совершающего колебания

$$x = f(t)$$

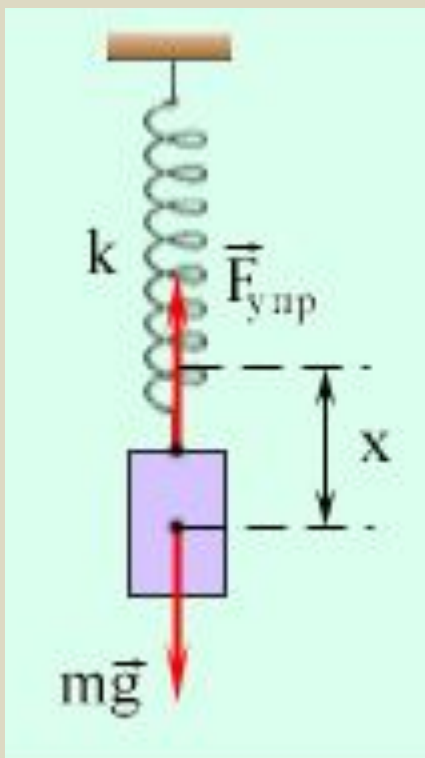
некоторая периодическая функция времени

Графическое изображение этой функции

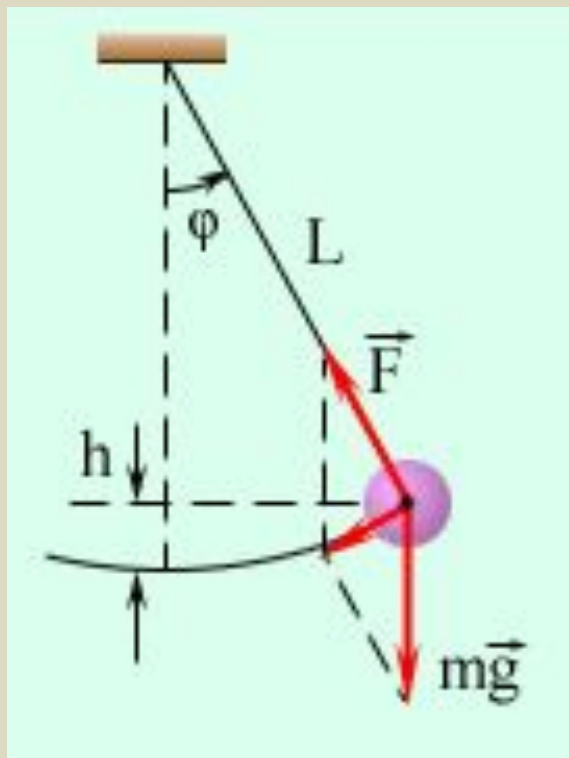
наглядное представление о протекании колебательного процесса во времени

Механические колебательные системы

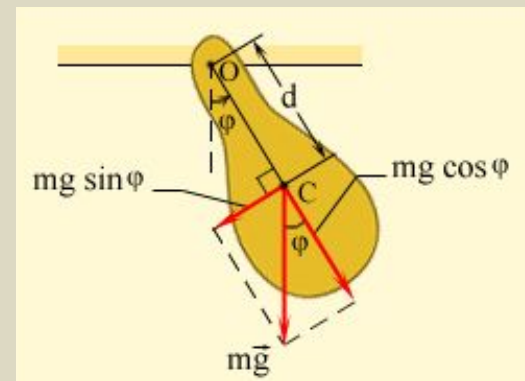
Примеры простых механических колебательных систем



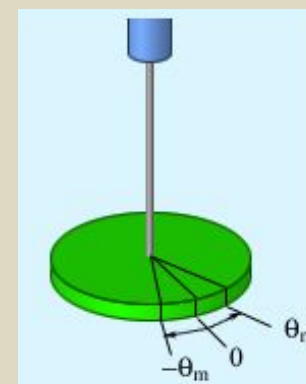
Пружинный маятник – груз на пружине



Математический маятник – груз на нерастяжимой нити



Физический маятник



Крутильный маятник

Типология колебания

Физическая природа колебаний

Механические

Электромагнитные

...

упругие

(например, звуковые)

поверхностные

(под действием $F_{тяж}$ и
поверхностного натяжения)

Свободные

Вынужденные

Автоколебания

происходят под действием

внутренних сил системы, после того, как она была выведена из состояния равновесия

внешних периодически изменяющихся сил

- колебательная система
- источник энергии
- устройство обратной связи между колебательной системой и источником

Затухающие

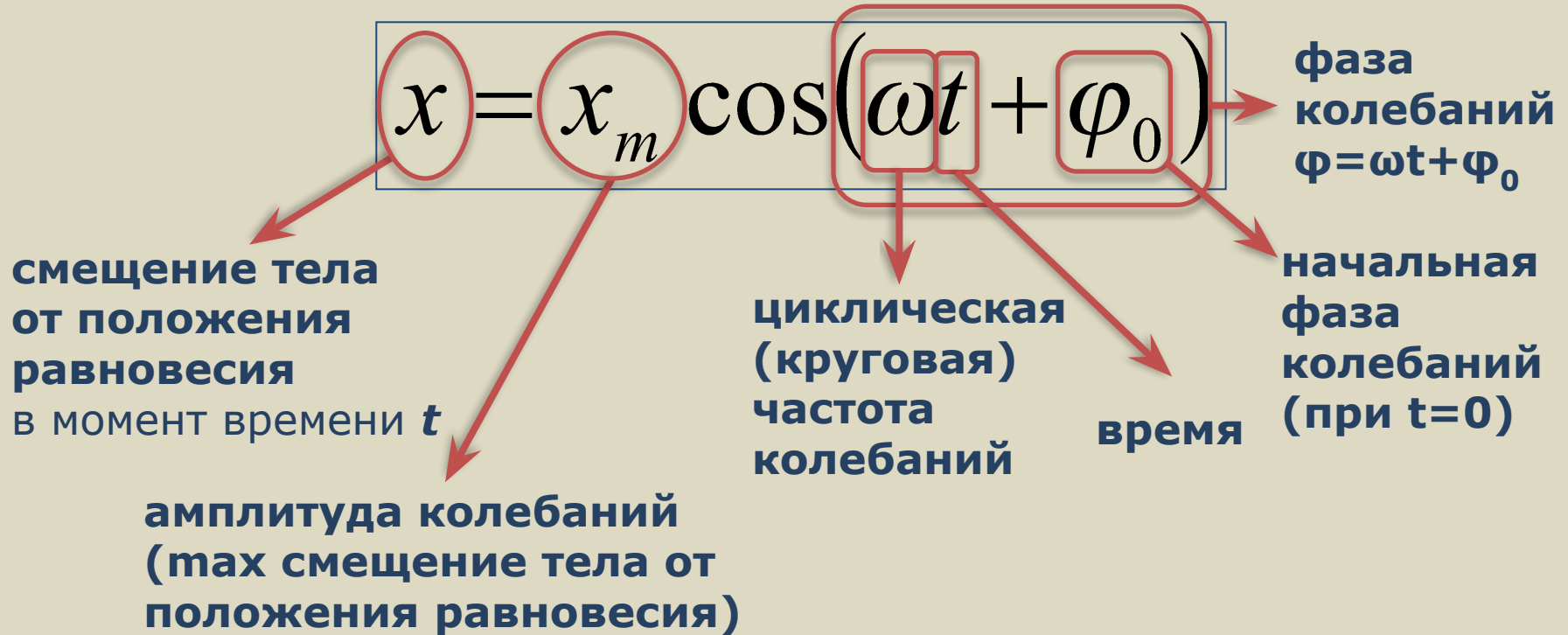
Незатухающие

Гармонические

по закону \sin (\cos)

Гармонические колебания

Колебания, совершающиеся по закону **sin** или **cos**



Рассмотрение гармонических колебаний важно т.к.:

1. колебания, встречающиеся в природе и технике, часто имеют характер, близкий к гармоническому
2. различные периодические процессы можно представить как наложение гармонических колебаний

Характеристики колебательного движения

x

Смещение тела от положения равновесия

x_m

A

Амплитуда колебаний

максимальное смещение тела от положения равновесия

ω

Циклическая (круговая) частота колебаний

t

Время колебаний

$\varphi = \omega t + \varphi_0$

Фаза колебаний

$\omega(t + T) + \varphi_0 = (\omega t + \varphi_0) + 2\pi$

φ_0

Начальная фаза колебаний (при $t=0$)

T

Период колебаний

время, в течение которого происходит **одно полное колебание**
фаза колебания получает приращение 2π

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

$[T]=c$

$[v]=c^{-1}=\text{Гц}$

ν

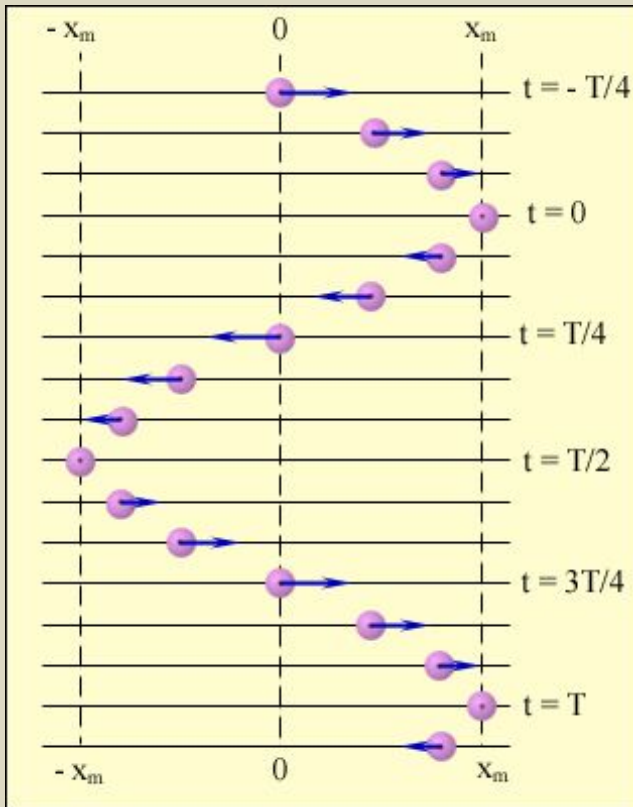
Частота колебаний

количество колебаний в единицу времени

$\nu = \frac{1}{T}$

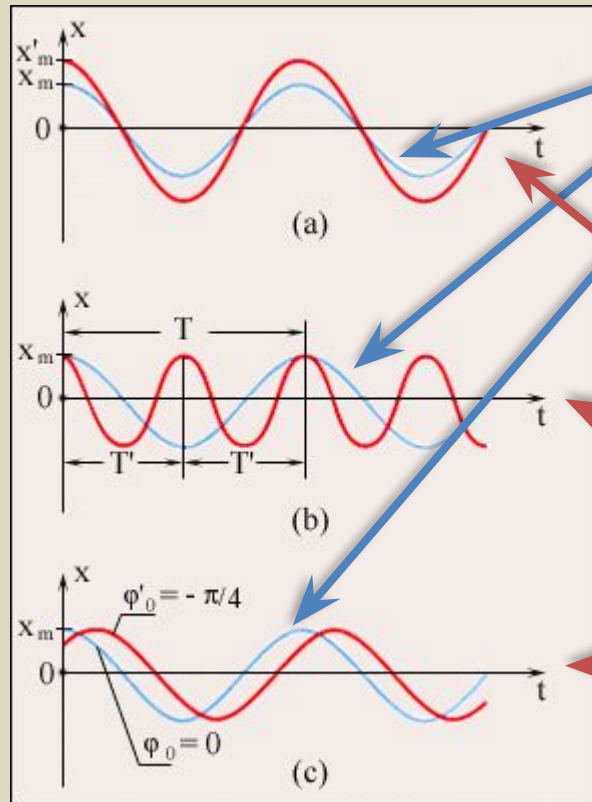
$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

График гармонического колебания



Стробоскопическое изображение гармонических колебаний

Интервал времени между последовательными положениями тела $\tau = T / 12$



$\Phi_0 = 0$

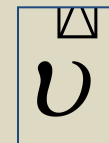
Графики отличаются:

амплитудой

периодом

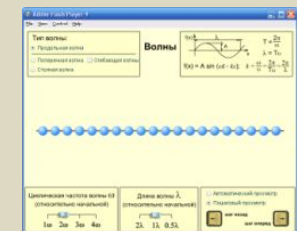
начальной фазой

Вектор скорости направлен всегда вдоль OX



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

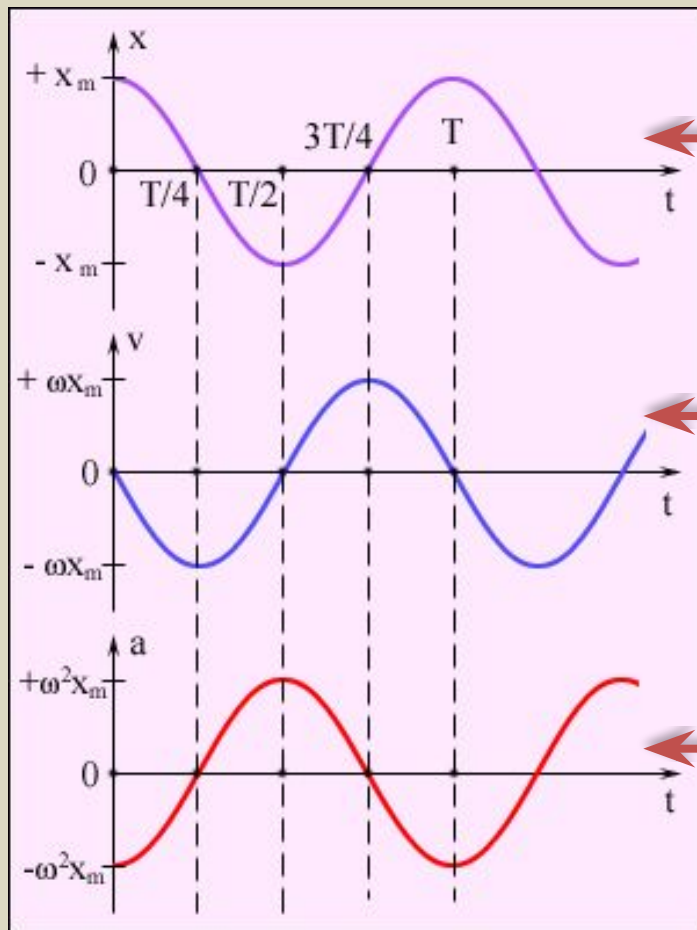
$$\Delta t \rightarrow 0$$



Графики гармонического колебания

Графики

для тела, совершающего гармонические колебания



← координаты $x(t)$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

← скорости $u(t)$ $u(t) = x'(t)$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

← ускорения $a(t)$ $a(t) = u'(t) = x''(t)$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi)$$

Знак «-»:

ускорение

всегда имеет знак, $\uparrow\downarrow$
знаку смещения $x(t)$



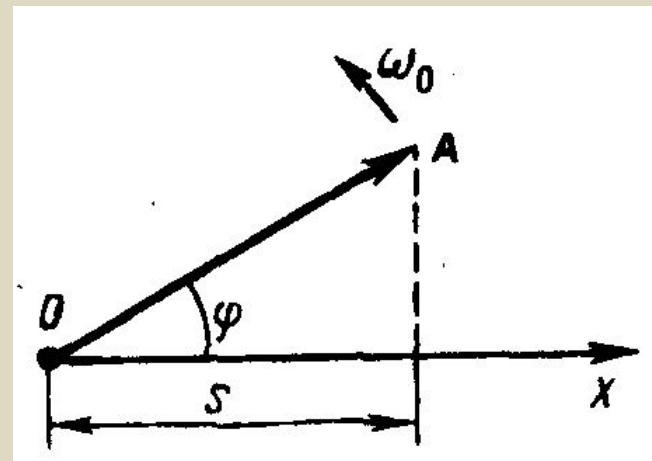
сила, заставляющая тело совершать гармонические колебания, направлена всегда в сторону положения равновесия

Метод векторных диаграмм

или

Метод вращающегося вектора амплитуды

Из произвольной т. O ,
выбранной на оси x ,
под углом φ , = начальной фазе колебания,
откладывается вектор A



Если вектор A привести во вращение с угловой скоростью ω
(= циклической частоте колебаний),
то проекция конца вектора A будет перемещаться по оси x
и принимать значения от $-A$ до $+A$,
а колеблющаяся величина будет изменяться
со временем по закону $s=A \cos (\omega t+\varphi)$



гармоническое колебание можно представить
проекцией на некоторую произвольно выбранную ось
вектора амплитуды A , отложенного из произвольной
точки оси под углом φ , равным начальной фазе, и
вращающегося с угловой скоростью ω вокруг этой точки

Свободные колебания

Чтобы свободные колебания совершались по гармоническому закону, необходима

сила F	стремящаяся возвратить тело в положение равновесия
	пропорциональная смещению тела из положения равновесия колебаний
	направленная в сторону, $\uparrow\downarrow$ смещению

$$F(t) = ma(t) = -m\omega^2 x$$

Таким свойством обладает **упругая сила** в пределах применимости закона Гука

$$F_{упр} = -kx$$

Силы любой другой физической природы, удовлетворяющие этому условию

Квазиупругие

Энергия колебаний

Материальная точка, совершающая прямолинейные гармонические колебания, обладает энергией

Кинетическая энергия

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$T = \frac{mA^2\omega^2}{2} [1 - \cos 2(\omega t + \varphi_0)]$$

Потенциальная энергия

$$\Pi = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$\Pi = \frac{mA^2\omega^2}{2} [1 + \cos 2(\omega t + \varphi_0)]$$

Полная энергия

$$E = T + \Pi = \frac{mA^2\omega^2}{2} = const$$

Закон сохранения энергии

Гармонический осциллятор

Гармонический осциллятор

Система, совершающая колебания, описываемые уравнением вида

$$x'' + \omega_0^2 x = 0$$

ω_0 – собственная частота колебаний

Колебания гармонического осциллятора –

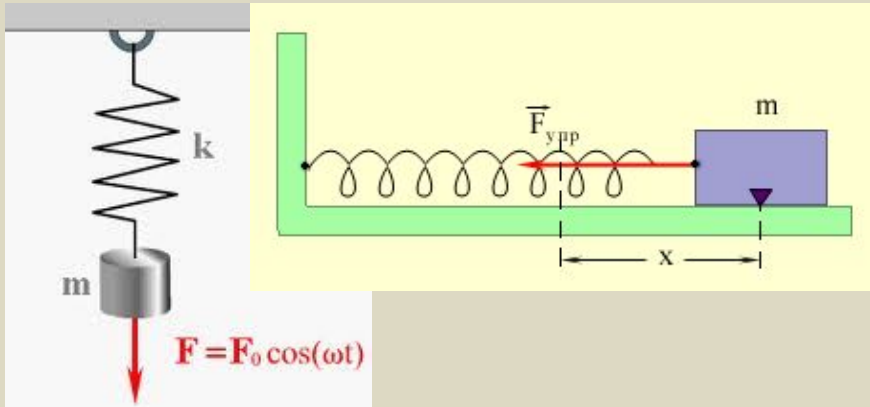
- важный пример периодического движения
- служат точной или приближенной моделью во многих задачах классической и квантовой физики

Примеры гармонического осциллятора:

- пружинный маятник
- физический маятник
- математический маятник
- колебательный контур
- ...

Пружинный маятник

Груз массой m , прикрепленный к пружине жесткости k



Колебания происходят под действием упругой силы

$$F_{\text{упр}} = ma = -kx = m\omega_0^2 x$$

Круговая частота ω_0

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

При горизонтальном расположении (груз скользит по поверхности)

$F_{\text{тяж}}$ компенсируется силой реакции опоры

При вертикальном расположении (груз висит на пружине)

$$x_0 = \frac{mg}{k}$$

$F_{\text{тяж}}$ направлена по линии движения груза
В положении равновесия пружина растянута на x_0

Период гармонических колебаний груза на пружине

$$T \equiv \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Границы применимости:

Потенциальная энергия

$$П = \frac{kx^2}{2}$$

масса пружины мала по сравнению с массой тела

Физический маятник

Твердое тело, совершающее под действием $F_{\text{тяж}}$ колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через т.О, НЕ совпадающую с центром масс С тела

по уравнению динамики вращательного движения твердого тела:

$$M = J\varepsilon = J\alpha'' = F_{\tau}l = -mgl \sin \alpha \approx -mgl\alpha$$

M – момент возвращающей силы

J – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса

Для малых углов

$$J\varphi'' + mgl\varphi = 0 \rightarrow \varphi'' + \frac{mgl}{J}\varphi = 0$$

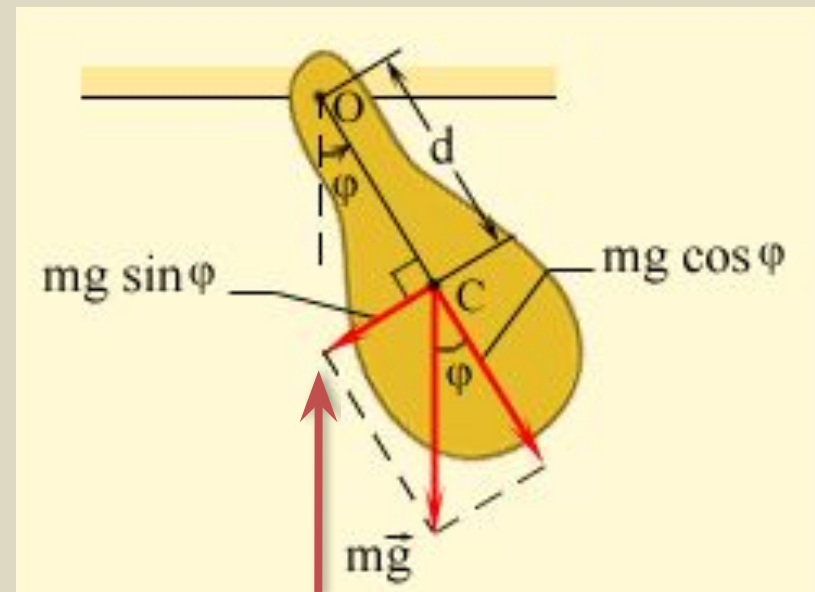
$$\omega_0 = \frac{mgl}{J} \rightarrow \alpha'' + \omega_0\alpha = 0$$

решение:

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Знак «-»:

направления F_{τ} и α всегда $\uparrow\downarrow$



возвращающая сила

Физический маятник

Круговая частота ω_0

$$\omega_0 = \frac{mgl}{J}$$

$$L = \frac{J}{ml}$$

Период колебаний T

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

приведенная длина физического маятника

Центр качаний физического маятника

т. O' на продолжении прямой OC ,
отстоящая от т. O подвеса маятника
на расстоянии приведенной длины L

по теореме Штейнера:

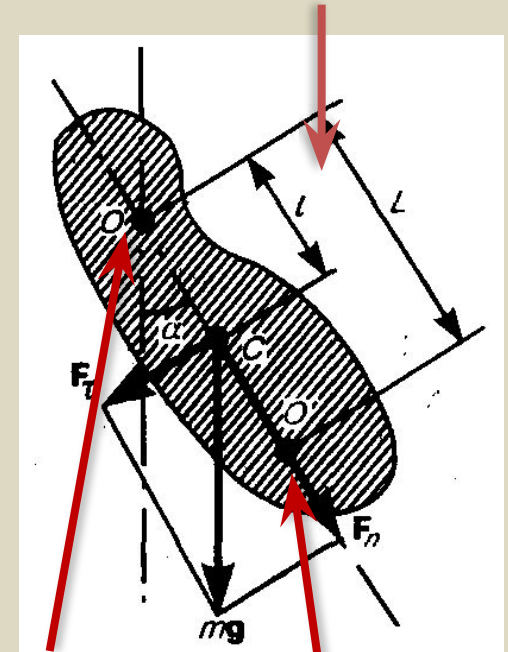
$$L = \frac{J}{ml} = \frac{J_C + ml^2}{ml} = l + \frac{J_C}{ml} > l$$

всегда

$$OO' > OC$$

точка подвеса O и центр качаний O'
взаимозаменяемы:

если точку подвеса перенести в центр качаний, то прежняя точка O подвеса станет новым центром качаний, и $T = \text{const}$



точка подвеса центр качания

Математический маятник

Материальная точка, подвешенная на нерастяжимой невесомой нити, колеблющаяся под действием $F_{\text{тяж}}$

Идеализированная система !

Момент инерции

$$J = mL^2$$

В положении равновесия (маятник висит по отвесу), сила тяжести уравнивается силой натяжения нити

$$F_m = mg$$

$$F_{\text{упр}}$$

При отклонении маятника из положения равновесия на φ появляется касательная составляющая F_m

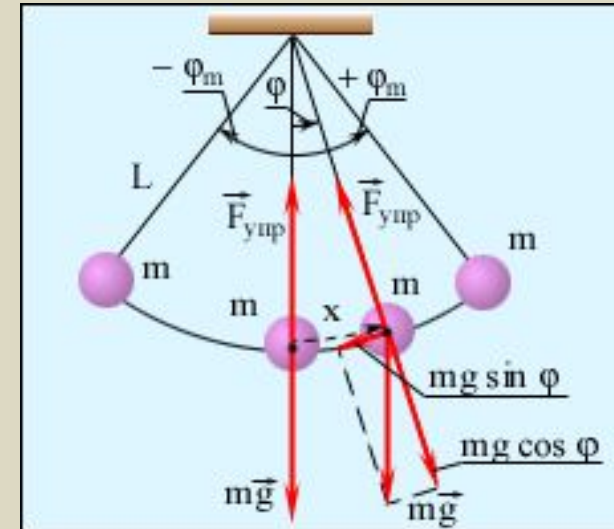
$$F_m = -mg \sin \varphi$$

Знак «-»: касательная составляющая $\uparrow \downarrow$ отклонению маятника

По II з-ну Ньютона:

для проекций векторов \mathbf{a} и \mathbf{F} на направление касательной

$$ma_\tau = F_\tau = -mg \sin \frac{x}{l}$$



Линейное смещение маятника

$$x$$

Угловое смещение маятника

$$\varphi = \frac{x}{l}$$

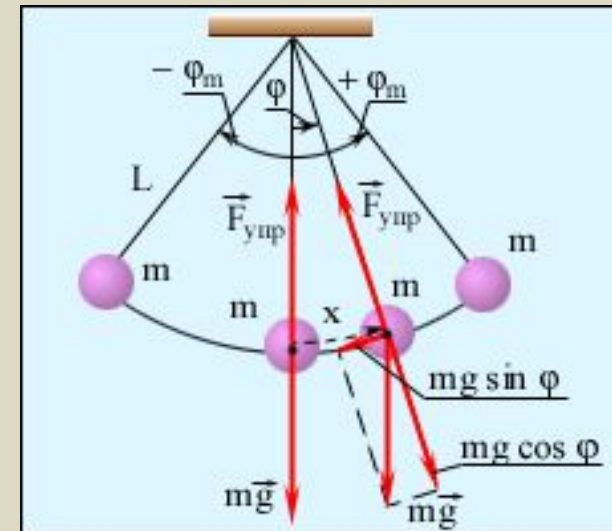
математический маятник представляет собой сложную нелинейную систему

Математический маятник

Колебания математического маятника при больших амплитудах НЕ являются гармоническими !

для малых колебаний II з-н Ньютона

$$ma_{\tau} = -m \frac{g}{l} x$$



Круговая частота ω_0

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Период колебаний T

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Волны

Волна

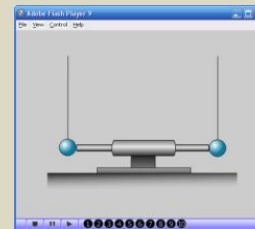
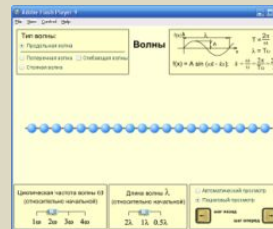
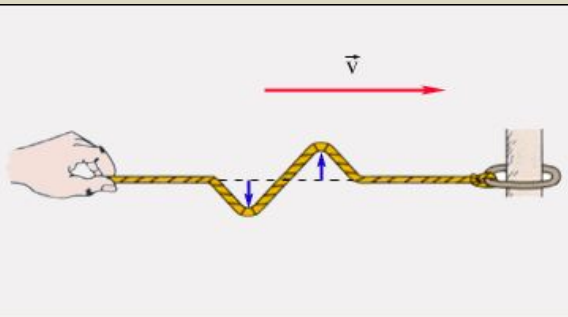
процесс распространение колебаний в среде
всякие возмущения состояния вещества или
поля, распространяющиеся в пространстве
с течением времени

Основное свойство
волны:

перенос энергии
без переноса
вещества

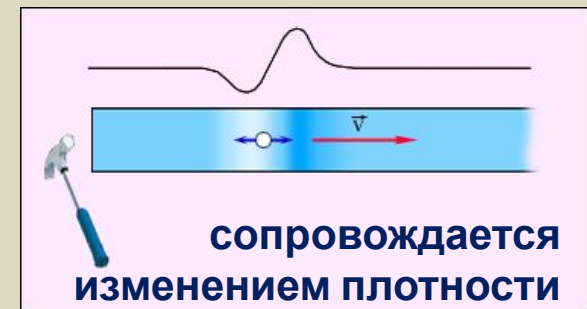
Поперечные волны

смещение частиц среды –
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО
распространению волны



Продольные

смещение частиц среды –
ПО НАПРАВЛЕНИЮ
распространения волны



Механические

распространяются в средах – Т, Ж, Г

Электромагнитные

распространяются в средах –
Т, Ж, Г + В

Волны в среде

Волновая поверхность

геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе

Волновой фронт (фронт волны)

геометрическое место точек, до которых доходят колебания к данному моменту времени

Луч

линия, \perp волновой поверхности. Показывает направление распространения волны (переноса энергии)

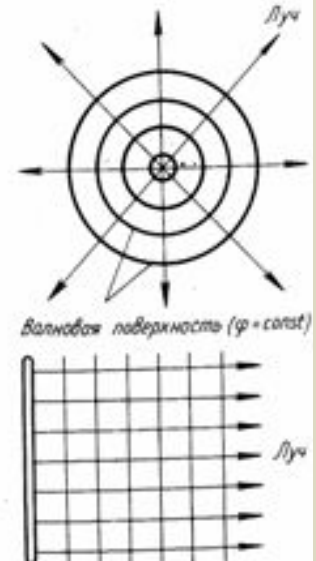
По виду волновой поверхности волны бывают

сферические

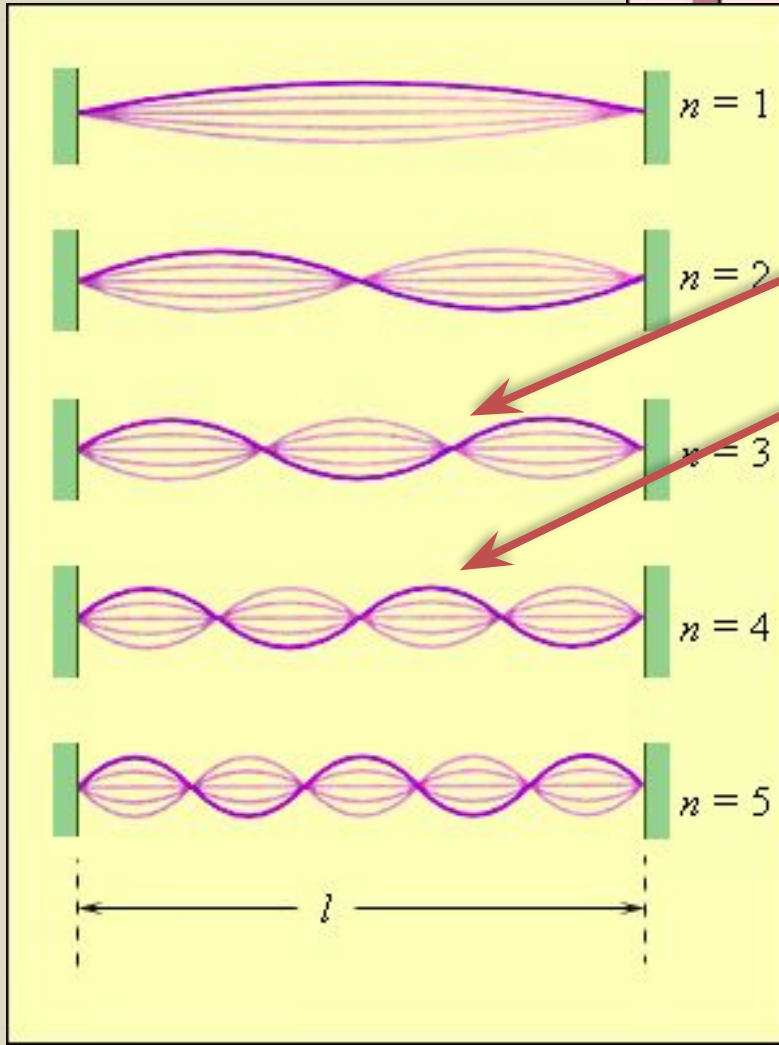
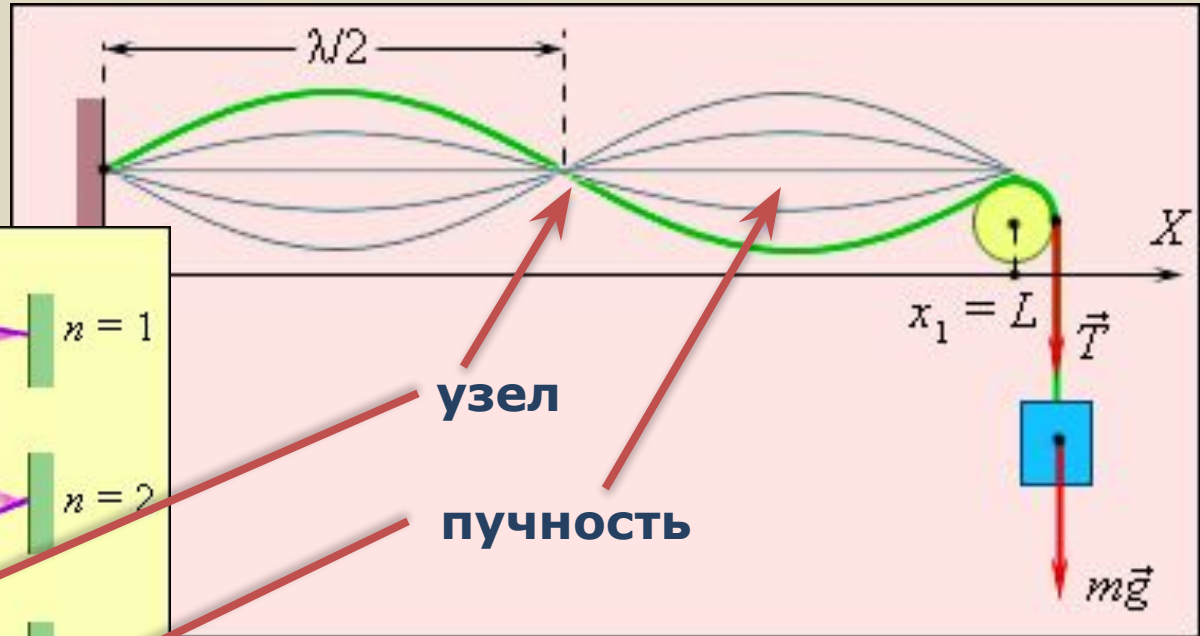
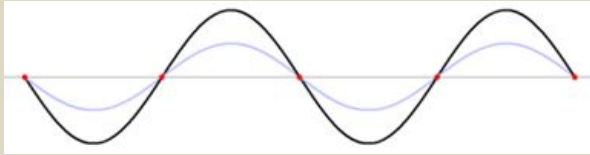
плоские

**источник
БЛИЗКО**

**источник
ДАЛЕКО**



Стоячая волна



- возникает при отражениях от преград и неоднородностей в результате наложения отражённой волны на падающую
- важное значение в месте отражения имеют частота, фаза и коэффициент затухания волны
- характерное расположение чередующихся max (пучностей) и min (узлов) амплитуды

Характеристики волн

- Для описания ряда волновых явлений, например интерференции и дифракции, используют специальную характеристику, называемую *длиной волны*.
- *Длиной волны* называется расстояние, на которое перемещается ее фронт за время, равное периоду колебаний частиц среды:

$$\lambda = vT = v / f = 2\pi v / \omega$$

Здесь v - скорость волны,
 T - период колебаний,
 f - частота колебаний точек среды,
 ω - циклическая частота.
Так как скорость распространения волны зависит от свойств среды, то длина волны λ при переходе из одной среды в другую изменяется, в то время как частота f остается прежней.