Теорія ігор

Лекція 4

Зміст

- Предмет ТІ
- ВИЗНАЧЕННЯ
- 4 групи ТІ
- Статистичні ігри
  - Критерії Байєса
  - Критерій Бернуллі-Лапласа
  - Критерій Вальда
  - Критерій Гермеєра
  - Критерій крайнього оптимізму - максимакс
  - Критерій Севіджа (КС)
  - Критерій Гурвіца (КГ)
  - Критерій Ходжеса-Лемана
- ВИСНОВКИ

Предмет теорії ігор

Математичний апарат для вибору стратегії в конфліктних ситуаціях, дає можливість краще зрозуміти конкурентне середовище і звести до мінімуму ступінь ризику

- Аналіз ризикової ситуації за допомогою ТІ спонукає підприємця (менеджера) розглядати всі можливі альтернативи як своїх дій, так і стратегії конкурентів і партнерів
- Адам Сміт – "мотивація гравця – це властива більшості людей самонадіяна переоцінка своїх здібностей і абсурдна віра у свою щасливу зірку"
- Джон Кейнс – "якщо б людині по своїй природі не властива була б спокуса використати свій шанс… то на долю одного лише холодного розрахунку припало б не так багато інвестицій"
- 1944 – монографія Дж. фон Неймана і О. фон Моргенштерна "Теорія ігор і економічної поведінки"

ВИЗНАЧЕННЯ

- ГРА – формалізований опис (модель) конфліктної ситуації, що містить чітко визначені правила дій її учасників, які намагаються отримати певну перемогу через вибір конкретної (в певному розумінні найкращої) стратегії поведінки
- ТЕОРІЯ ІГОР – це розділ сучасної математики (теорія математичних моделей прийняття оптимальних рішень), в якому вивчають математичні моделі прийняття рішень за умов, коли інтереси сторін (гравців, учасників) різні або протилежні (за умов конфліктності), причому вони досягають своєї мети різними шляхами

Невизначеність результату гри зумовлена різними причинами, які можна поділити на 4 групи

- Комбінаторні ігри. Особливості правил гри зумовлюють таку множину варіантів її розвитку, що передбачити результати гри заздалегідь неможливо (шахи)
- Азартні ігри. Джерело невизначеності – є вплив випадкових чинників (кості, рулетка...)
- Стратегічні ігри. Невизначеність зумовлюється відсутністю інформації про дії та стратегію супротивника (гра двох осіб з нульовою сумою – сума виграшів сторін=0:мета одного – максимізувати свій виграш, другого – мінімізувати програш)
- Ігри з природою. Невизначеність зумовлюється не свідомими діями інших гравців, а відсутністю інформації про умови, в яких здійснюється дія (об’єктивна дійсність-природа)

ВИЗНАЧЕННЯ

- ГРАВЕЦЬ – суб’єкт прийняття рішення (конфліктуючі сторони)
- ПЛАТІЖНА ФУНКЦІЯ – цільова функція
- СТРАТЕГІЯ ГРАВЦЯ – план (рішення), відповідно до якого гравець здійснює вибір своєї дії у будь-якій можливій ситуації і при будь-якій можливій фактичній інформації
- МЕТА ГРИ – виграш одного з партнерів з врахуванням відповідних дій партнера (суперника)
- ПРАВИЛА ГРИ – визначають можливі варіанти дій гравців, обсяг інформації кожної сторони про дії іншої, результат гри, до якого приводить відповідна послідовність ходів
- ХІД ГРИ – вибір однієї з допустимих правилами гри дій і її здійснення

ВИЗНАЧЕННЯ

- ОПТИМАЛЬНА СТРАТЕГІЯ – стратегія, яка при багаторазовому повторенні гри забезпечує даному гравцю максимально можливий середній виграш

Статистичні ігри -

- Один учасник – людина (група), об’єднана одною метою, інший – зовнішнє середовище

(гравець А – “статистик”, гравець Е – “природа” – весь комплекс зовнішніх умов, за яких статистик вимушений приймати рішення. “Природа”(економіка) байдужа до виграшу і не прагне використати на свою користь похибки “статистика”)

Статистичні ігри

- “Статистик” може використовувати m стратегій A1....Am, а природа може реалізовувати n різних середовищ E1...En. “Статистику” можуть бути відомі ймовірності pj, з якими природа реалізує свої становища Ej. Діючи проти природи, “статистик” може використовувати як чисті стратегії Ai, так і змішані q=(q1,…,qm). Якщо “статистик” має змогу кількісно оцінити (величиною aij) наслідки використання кожної своєї чистої стратегії Ai при будь-якому становищі природи Ej, то гру можна задати платіжною матрицею (табл.)
- При спрощенні платіжної матриці статистичної гри не можна ігнорувати ті чи інші стани природи (стратегії гравця E), бо вона може реалізувати будь-який свій стан незалежно від того вигідно це “статистику” чи ні.

Платіжна матриця – табл.1

E_j A_i	$E_1 \ldots E_n$	q_i
A_1 … A_m	$a_{11} \ldots a_{1n}$ ……………. $a_{m1} \ldots a_{mn}$	q_1 … q_m
β_j	Max a_{ij} = $\beta_1 \ldots \beta_n$	

ОСОБЛИВОСТІ

- Гравець “природа” не вибирає оптимальної стратегії, але “статистик” повинен прагнути до визначення розподілу ймовірностей станів “природи”. Статистичні ігри мають певні відмінності від стратегічних:
  - Відсутність прагнення до виграшу у гравця “природа”, тобто відсутність антагоністичного супротивника
  - Можливість “статистика” провести статистичний експеримент для отримання додаткової інформації про стратегії “природи”.

Матриця ризиків

- При виборі оптимальної стратегії “статистик” використовує різні критерії, спираючись як на платіжну матрицю, так і на матрицю ризиків. Ризиком rij “статистика” при використанні ним чистої стратегії *Ai* і стану “природи” Ej називається різниця між максимальним виграшем $\max_i a_{ij}$

(мінімальними збитками чи витратами - $\min_i a_{ij}$), який він міг би отримати, якби з цілковитою впевненістю знав, що “природою” буде реалізовано дійсно стан Ej , і тим виграшем aij, який він одержить, використовуючи стратегію *Ai,* не знаючи який стан Ej “природа” реалізує.

Матриця ризиків

Отже, елементи rij матриці ризиків (табл.2) визначаються за формулою

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij} \geq 0$$

Максимально можливий виграш “статистика” при стані Ej (максимальний елемент j-го стовпця платіжної матриці), тобто

$$\beta_j = \max_i a_{ij}$$

За умови, що платіжна матриця складена по даних про витрати, елементи rij матриці ризиків визначаються за формулою:

$$r_{ij} = a_{ij} - \min_i a_{ij} \geq 0$$

Платіжна матриця – табл.2

E_j / A_i	$E_1 \ldots E_n$	$r_j = \max_j r_{ij}$
A_1 … A_m	$r_{11} \ldots r_{1n}$ …………….. $r_{m1} \ldots r_{mn}$	r_1 … r_m
p_j	$p_1 \ldots p_n$	

Ймовірність відома

- Якщо ймовірності pj станів Ej "природи" відомі, то використовують критерії Байєса і Бернуллі-Лапласа.

Критерій Байєса

- За оптимальну за критерієм Байєса обирається чиста стратегія Ai, за якої максимізується середній виграш "статистика" $\overline{a_i} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}, i = \overline{1,m}$, тобто забезпечується

$$\max_i \overline{a_i} = \max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j (\min_i \overline{a_i} = \min_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j)$$

якщо платіжна матриця складена по даних про витрати

Критерій Бернуллі-Лапласа

- Якщо "статистик" вважає рівноцінно ймовірними всі стани "природи Ej ($p_1=\ldots=p_j=\ldots=p_n=1/n$), то оптимальною за критерієм Бернуллі-Лапласа, вважається чиста стратегія Ai, яка забезпечує

$$\max_i \overline{a_i} = \frac{1}{n}\max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \left(\min_i \overline{a_i} = \frac{1}{n}\min_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\right)$$

Критерій Бернуллі-Лапласа називають принципом недостатнього обґрунтування

Ймовірність невідома

- Якщо ймовірність p_j станів “природи” E_j невідома, то використовують критерії Вальда, Севіджа, Гурвіца.

Критерій Вальда

- Оптимальною вважається чиста стратегія Ai, при якій найменший виграш $\min_i a_{ij}$ “статистика” буде максимальним, тобто йому забезпечується максимін

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} \, (\alpha = \min_i \max_j a_{ij} - \text{якщо платіжна матриця складена по даних про витрати})$$

КВ використовують у випадках коли необхідна гарантія, щоб виграш за будь-яких умов був не менший, чим найбільший із можливих за гірших умов

Приклад

$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}$ ($\alpha = \min_i \max_j a_{ij}$ – якщо платіжна матриця складена по даних про витрати)

- Знайти оптимальне рішення, скориставшись критерієм Вальда. Дана матриця виграшів

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} = ???$$

	P_1	P_2	P_3	Min
A_1	5	3	1	
A_2	6	4	8	
A_3	2	9	6	

Критерій Гермеєра

- Для змішаних стратегій КВ перетворюється на критерій Гермеєра і формулюється так: оптимальною вважається та змішана стратегія, за якої мінімальний середній виграш “статистика” $\min_j \sum_{i=1}^{m} a_{ij} p_i$ буде максимальним, тобто стратегія q*, знайдена з умови $\max_i \min_j \sum_{i=1}^{m} a_{ij} p_i$

Критерій крайнього оптимізму - максимакс

"Статистик" передбачає, що "природа" буде перебувати у найсприятливішому для нього стані. Оптимальною за максимаксним критерієм вважається чиста стратегія Ai, при якій найбільший виграш $\max_j a_{ij}$ "статистика" буде максимальним, тобто йому забезпечується максимакс

$$\alpha = \max_i \max_j a_{ij} \left(\alpha = \min_i \min_j a_{ij} - \text{якщо платіжна матриця складена по даних про витрати}\right)$$

Виграшу "статистика" відповідатиме найбільший (найменший) елемент платіжної матриці

Критерій Севіджа (КС)

- Оптимальною вважається чиста стратегія Ai, при якій мінімізується величина $\max_j r_{ij}$ максимального ризику, тобто забезпечується $\min_i \max_j r_{ij}$
- Для змішаних стратегій КС формулюється так: оптимальною вважається та змішана стратегія, за якої максимальний середній ризик "статистика" $\max_j \sum_{i=1}^{m} r_{ij} p_i$ мінімізується, тобто стратегія q*, знайдена з умови

$$\min_p \max_j \sum_{i=1}^{m} r_{ij} p_i$$

Приклад

$$\min_i \max_j r_{ij}$$

- Знайти оптимальне рішення, скориставшись критерієм Севіджа, якщо відома матриця прибутку
- Тепер будуємо матрицю втрат

	P_1	P_2	P_3
A_1	5	3	1
A_2	6	4	8
A_3	2	9	6
Max			

$$r_{ij} = \max a_{ij} - a_{ij}$$

$$\min_i \max_j r_{ij}$$

	P_1	P_2	P_3	Max
A_1	1	6	7	7
A_2	0	5	0	5
A_3	4	0	2	4

Д/з

- Знайти оптимальне рішення, скориставшись критерієм Севіджа, якщо відома матриця збитків

$$\begin{matrix} 2 & 4 & 9 \\ 1 & 7 & 2 \\ 8 & 9 & 1 \end{matrix}$$

Критерій Гурвіца (КГ)

- Оптимальною вважається чиста стратегія Ai, знайдена з умови

$$\max_i\left[k\min_j a_{ij}+(1-k)\max_i a_{ij}\right]$$

або

$$\min_i\left[k\max_j a_{ij}+(1-k)\min_i a_{ij}\right]$$

Де $k\in(0;1)$ - вибирається суб’єктивними міркуваннями і називається показником песимізму

2 підходи для пошуку оптимальної стратегії за КГ

- Знаходять рекомендовані стратегії за умов оптимізму $k \in (0{,}1;0{,}2)$ і песимізму $k \in (0{,}8;0{,}9)$. Якщо в обох випадках отримана одна стратегія, то вона є оптимальною. Якщо дві – на основі схильності (несхильності) гравця до ризику формується чиста (песимістична або оптимістична) або змішана стратегія
- Розглядають крайні варіанти (оптимізму к=0 і песимізму к=1). Якщо розрахунки пропонують дві стратегії, то визначають момент зміни стратегій, прирівнявши вирази за ними

$$\max_i \min_j a_{ij} = \min_i \max_j a_{ij}$$

І розв’язують рівняння щодо к

Критерій Ходжеса-Лемана

- Поєднання критеріїв Байєса і Вальда за допомогою параметра $\lambda (0 \le \lambda \le 1)$:

Оптимальною вважається стратегія, що відповідає умові

$$\max_i \left[\lambda \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j + (1 - \lambda) \min_j a_{ij} \right]$$

$\lambda = 0$ Критерій Вальда

$\lambda = 1$ Критерій Байєса

Приклад

Підприємство планує випускати новий вид продукції. За оцінками експертів воно може опинитися в одній з трьох можливих ситуацій:

1) виникне додаткова потреба в уже існуючій продукції
2) з"явиться необхідність оновлення існуючої продукції
3) постане необхідність розробки нової продукції

Досвід роботи підприємства свідчить, що ймовірність розглянутих станів відповідно становить: 0,3; 0,6; 0,1. Залежно від ситуації, що виникає на ринку, керівництво підприємства може прийняти такі рішення:

1) збільшити випуск існуючої продукції;
2) оновити асортимент існуючої продукції власними силами;
3) укласти договір на розробку і постачання технології з іншим підприємством.

Можливі прибутки відповідно до обраних стратегій становлять:

2	6	12
10	6	8
14	10	4

Розв"язок

У цій ситуації "статистиком" є керівництво підприємства, яке висуває три стратегії: А1,А2, А3. Другим гравцем є "природа" = комплекс зовнішніх ринкових умов, в яких функціонує підприємство. Існує три можливі стани "природи" – Е1, Е2, Е3. Виграшами "статистика" А буде прибуток за стратегіями А1,А2, А3

Платіжна матриця (матр.прибутків)

	E1	E2	E3	$\alpha_j = \min\limits_j a_{ij}$	$\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$	$\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$
A1	2	6	12			
A2	10	6	8			
A3	14	10	4			
p_j	0,3	0,6	0,1	$\max \alpha_j =$	$\max\limits_i \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} p_j =$	$\lambda =$
$\beta_j = \max\limits_i a_{ij}$				$\min \beta_i =$		

Платіжна матриця

Критерій Байєса

	E1	E2	E3	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$
A1	2	6	12	**5,4**	
A2	10	6	8	**7,4**	
A3	14	10	4	**10,6**	
p_j	0,3	0,6	0,1		$\lambda =$

Платіжна матриця

Критерій Байєса

	E1	E2	E3		$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$
A1	2	6	12		5,4	
A2	10	6	8		7,4	
A3	14	10	4		10,6	
p_j	0,3	0,6	0,1		$\max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j = 10,6$	$\lambda =$

Платіжна матриця

	E1	E2	E3	$\alpha_j = \min\limits_j a_{ij}$	$\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$	$\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$
A1	2	6	12	2	5,4	
A2	10	6	8	6	7,4	
A3	14	10	4	4	10,6	
p_j	0,3	0,6	0,1	$\max \alpha_j = 6$	$\max\limits_i \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} p_j = 10,6$	$\lambda =$
$\beta_j = \max\limits_i a_{ij}$	14	10	12	$\min \beta_i = 10$		

Критерій Бернуллі-Лапласа

$$\max_i \overline{a_i} = \frac{1}{n} \max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} = ???$$

Платіжна матриця

	E1	E2	E3	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$
A1	2	6	12	20
A2	10	6	8	24
A3	14	10	4	28

Критерій Бернуллі-Лапласа

$$\max_i \overline{a_i} = \frac{1}{n} \max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} = \max\left(\frac{20}{3}; \frac{24}{3}; \frac{28}{3}\right) = \frac{28}{3} = A_3$$

Платіжна матриця

	E1	E2	E3	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$
A1	2	6	12	20
A2	10	6	8	24
A3	14	10	4	28
				$\lambda =$

Критерій Вальда

Платіжна матриця

	E1	E2	E3	$\alpha_j = \min_j a_{ij}$	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$
A1	2	6	12	2		
A2	10	6	8	6		
A3	14	10	4	4		
p_j	0,3	0,6	0,1	$\max \alpha_j = 6$	$\max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j =$	$\lambda =$

Критерій Вальда

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} = \max \alpha_{\text{i}} = \max(2;6;4) = 6 = A_2$$

Платіжна матриця

	E1	E2	E3	$\alpha_j = \min_j a_{ij}$
A1	2	6	12	2
A2	10	6	8	6
A3	14	10	4	4
p_j	0,3	0,6	0,1	$\max \alpha_j = 6$

Критерій Гермеєра-самостійно!!!

$$\max_i \min_j \sum_{i=1}^{m} a_{ij} p_i$$

Платіжна матриця

	E1	E2	E3	$\alpha_j = \min_j a_{ij}$	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$
A1	2	6	12	2	5,4	20
A2	10	6	8	6	7,4	24
A3	14	10	4	4	10,6	28
p_j	0,3	0,6	0,1	$\max \alpha_j = 6$	$\max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j = 10{,}6$	$\lambda =$
$\beta_j = \max_i a_{ij}$	14	10	12	$\min \beta_i = 10$		

Критерій крайнього оптимізму - максимакс

$$\alpha = \max_i \max_j a_{ij}$$

Платіжна матриця

	E1	E2	E3	$\alpha_j = \min_j a_{ij}$	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$
A1	2	6	12	2	5,4	20
A2	10	6	8	6	7,4	24
A3	14	10	4	4	10,6	28
p_j	0,3	0,6	0,1	$\max \alpha_j = 6$	$\max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j = 10,6$	$\lambda =$
$\beta_j = \max_i a_{ij}$	14	10	12	$\min \beta_i = 10$		

Критерій Севіджа

$$\min_i \max_j \sum_{i=1}^{m} r_{ij}$$

$$r_{ij} = \max a_{ij} - a_{ij}$$

Платіжна матриця

	E1	E2	E3
A1	2	6	12
A2	10	6	8
A3	14	10	4

Матриця ризиків

	E1	E2	E3	Max
A1	12	4	0	12
A2	4	4	4	4
A3	0	0	8	8

Критерій Гурвіца

$$\max_i \left[k \min_j a_{ij} + (1-k) \max_i a_{ij} \right]$$

Платіжна матриця

Умова песимізму і найм.ризику

Умова оптимізму і найв.ризику

	E1	E2	E3	$\alpha_j = \min_j a_{ij}$
A1	2	6	12	2
A2	10	6	8	6
A3	14	10	4	4
p_j	0,3	0,6	0,1	$\max \alpha_j = 6$
$\beta_j = \max_i a_{ij}$	14	10	12	

Якщо k=0, то max=14 (стратегія A1)

якщо k=1, то max=6 (стратегія A2)

14-12k=10-4k; 8k=4; k=0,5

Рівняння стратегій

$\alpha_j = \min_j a_{ij}$	$\left[k \cdot \min_j a_{ij} \right]$	$\beta_j = \max_i a_{ij}$	$\left[(1-k) \max_i a_{ij} \right]$	max
2	2k	14	$\left[(1-k) \cdot 14 \right]$	14-12k
6	6k	10	$\left[(1-k) \cdot 10 \right]$	10-4k
4	4k	12	$\left[(1-k) \cdot 12 \right]$	12-8k

Критерій Гурвіца

$$\max_i \left[k \min_j a_{ij} + (1-k) \max_i a_{ij} \right]$$

k=0,5

Платіжна матриця

	E1	E2	E3	$\alpha_j = \min_j a_{ij}$
A1	2	6	12	2
A2	10	6	8	6
A3	14	10	4	4
p_j	0,3	0,6	0,1	$\max \alpha_j = 6$
$\beta_j = \max_i a_{ij}$	14	10	12	

Тобто при k<0,5 оптимальною буде стр. A1 - оптимістична

Якщо k>0,5-стр. A2 - песимістична

Рівняння стратегій

$\alpha_j = \min_j a_{ij}$	$\left[k \cdot \min_j a_{ij}\right]$	$\beta_j = \max_i a_{ij}$	$\left[(1-k) \max_i a_{ij}\right]$	max
2	2k	14	$[(1-k) \cdot 14]$	14-12k
6	6k	10	$[(1-k) \cdot 10]$	10-4k
4	4k	12	$[(1-k) \cdot 12]$	12-8k

Критерій Ходжеса-Лемана $\max_i \left[\lambda \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j + (1-\lambda) \min_j a_{ij} \right]$

Платіжна матриця

	E1	E2	E3	$\alpha_j = \min_j a_{ij}$	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$
A1	2	6	12	2	5,4	20
A2	10	6	8	6	7,4	24
A3	14	10	4	4	10,6	28
p_j	0,3	0,6	0,1	$\max \alpha_j = 6$	$\max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j = 10{,}6$	$\lambda =$
$\beta_j = \max_i a_{ij}$	14	10	12	$\min \beta_i = 10$		

Критерій Ходжеса-Лемана

$$\max_i \left[\lambda \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j + (1-\lambda) \min_j a_{ij} \right]$$

Платіжна матриця

	E1	E2	E3	$\alpha_j = \min_j a_{ij}$
A1	2	6	12	2
A2	10	6	8	6
A3	14	10	4	4
p_j	0,3	0,6	0,1	$\max \alpha_j = 6$
$\beta_j = \max_i a_{ij}$	14	10	12	

$$6 + 1{,}4 \cdot \lambda = 4 + 6{,}6 \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{2}{5{,}2} \approx 0{,}38$$

При $\lambda < 0{,}38$ оптимальною буде стратегія А2, а при $\lambda > 0{,}38$ - стратегія А3. Отже, за критерієм Ходжеса-Лемана оптимальними можуть бути дві стратегії

$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$	$\lambda \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j$	$\min_j a_{ij}$	$\left[(1-\lambda) \min_j a_{ij}\right]$	$\max_i \left[\lambda \sum_{j=1}^{n} a_{ij} p_j + (1-\lambda) \min_j a_{ij} \right]$
5,4	$5{,}4 \cdot \lambda$	2	$[(1-\lambda) \cdot 2]$	$2 + 3{,}4 \cdot \lambda$
7,4	$7{,}4 \cdot \lambda$	6	$[(1-\lambda) \cdot 6]$	$6 + 1{,}4 \cdot \lambda$
10,6	$10{,}6 \cdot \lambda$	4	$[(1-\lambda) \cdot 4]$	$4 + 6{,}6 \cdot \lambda$

Таблиця коефіцієнтів оптимальності

Показник	Формула	Назва
Найбільша обережність	$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}$	Критерій гарантованого результату (Вальда)
Найменша обережність	$\alpha = \max_i \max_j a_{ij}$	Критерій оптимізму
Крайня обережність	$\alpha = \min_i \min_j a_{ij}$	Критерій песимізму
Мінімальний ризик	$\alpha = \min_i \max_j r_{ij}$	Критерій Севіджа
Компроміс в рішенні	$\max_i \left[k \min_j a_{ij} + (1-k) \max_i a_{ij} \right]$ $\min_i \left[k \max_j a_{ij} + (1-k) \min_i a_{ij} \right]$	Критерій Гурвіца

ВИСНОВОК

- Якщо критерії свідчать по те, що необхідно прийняти одне й те саме рішення, то це підтверджує його оптимальність. У випадку вказівки на різні рішення, пріоритет варто віддати тому з них, у якого більше математичне сподівання. У ситуації ризику він є основним

Приклад – аналіз комерційної стратегії при невизначеній кон”юнктурі

- Компанія виробляє продукцію певного асортименту і здійснює її збут по чотирьох каналах:
  - Щомісячний обсяг продукції зі стійкими зв”язками по збуту на кілька років в середньому становить 490000 у. о.
  - Щомісячний обсяг продукції зі стійким збутом, але не на довгий термін – 500000 у.о.
  - Щомісячний обсяг продукції забезпечено тільки разовими закупівлями – 510000 у.о.
  - Місячна продукція, покупець на яку не визначений – 480000 у.о.
- Компанія може здійснювати виробництво продукції за трьома проектами в обсягах 980000 у.о., 1500000 у.о. і 1980000 у.о.
- Необхідно обрати оптимальну стратегію виробництва

Залежно від змін ринкової кон”юнктури, внаслідок існуючих можливостей реалізації, розраховані варіанти середньорічного прибутку, які представлені у вигляді матриці платіжного попиту (табл)

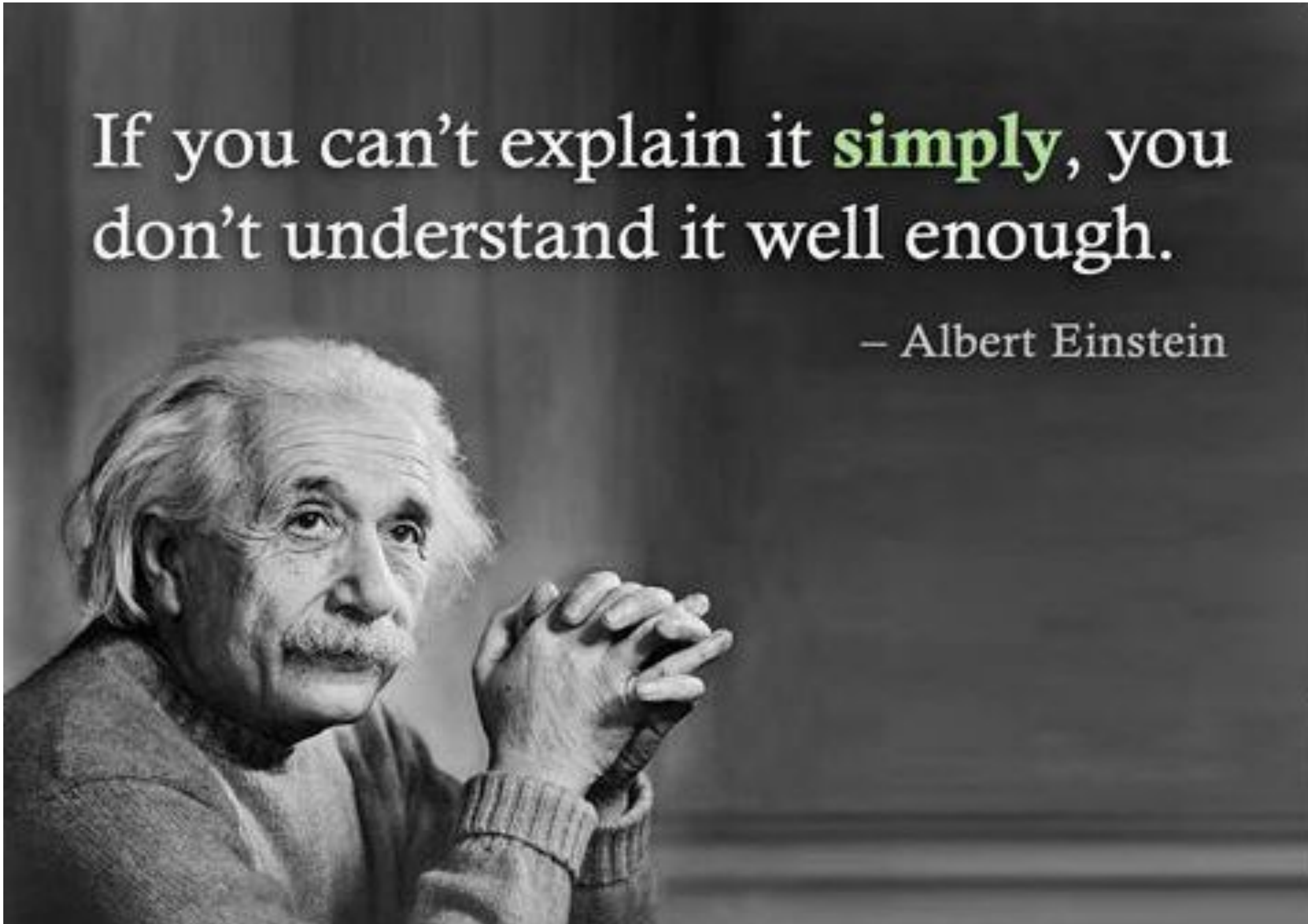
Обсяг виробництва	Розмір прибутку залежно від коливань попиту				мін	макс
	П1	П2	П3	П4		
Р1=980000	49300	197200	197200	197200	49300	197200
Р2=1500000	-60	148900	297800	297800	-60	297800
Р3=1980000	-1140	98400	196800	393600	-1140	393600

Незначна залежність від змін ринкової кон”юнктури

середня

значна

абсолютна


If you can't explain it simply, you don't understand it well enough.
– Albert Einstein

Дякую за увагу